Prácticas Matlab

Práctica 10: Derivada direccional. Plano tangente

Objetivos

- Mostrar la interpretación geométrica de la derivada direccional.
- Interpretar el plano tangente como la mejor aproximación lineal en las cercanías de un punto.

Comandos de Matlab

line

Dibuja una o más líneas que unen los puntos cuyas coordenadas se indiquen como argumentos. Se puede especificar el color, tipo de trazo, ...

Ejemplo:

```
line([xini, xend]', [yini,yend]',
        'color','r','LineWidth',4,'MarkerSize',12,'LineStyle','—
        ','Marker','*')
```

quiver3

Dibuja los vectores U, V, W con flechas en los puntos X, Y,Z. Las matrices X, Y, U, V deben tener el mismo tamaño.

Ejemplo:

```
[X,Y,Z]=meshgrid(-1:0.5:1);
U=2*X;V=-X+Y;W=2+0*X;
quiver3(X,Y,Z,U,V,W)
```

Ejercicios resueltos

1

Considera la función $f(x,y)=9-x^2-y^2$ y el punto P(1,1)

a) Dibuja la función en [-2,2]x[-2,2]
b) Considerar el punto (1,2) y la dirección u=cosf con f=45º. Dibujar los puntos del dominio que están en la recta anterior.
c) ¿Qué ocurre cuando evaluamos la función en los puntos de esa curva? Dibuja la curva imagen.
d) Dibujar la recta tangente a la curva anterior en el punto P(1,1,f(1,1))

Solución

(a) Código Matlab

```
[X,Y]=meshgrid(-2:.25:2);
Z=9-X.^2-Y.^2;
h1=surf(X,Y,Z);
%Dibujamos la superficie en color magenta, con transparencia 0.5
%y color de la retícula en blanco
set(h1,'FaceColor','magenta','FaceAlpha',0.5,'EdgeColor','w')

%Etiquetamos los ejes
xlabel('Eje X')
ylabel('Eje Y')
zlabel('Eje Z')
title('Gráfica de f(x,y) = 9 - x^2 - y^2')
view(150,20)
```

(b) Código Matlab

```
hold on
%Dibujamos el punto (1,1,0) y su imagen
plot3(1,1,0,'bo')
plot3(1,1,7,'bo')
%Parametrizamos la recta en el plano z=0 que pasa por (1,2,0)
%y tiene por vector director u=(cos(pi/4),sen(pi/4))
t=linspace(-6/sqrt(2),2/sqrt(2));
X1=1+t*sqrt(2)/2;
Y1=1+t*sqrt(2)/2;
Z1=0*t;
%La dibujamos con grosor 2 y color azul
line(X1,Y1,Z1,'linewidth',2,'color','blue')
```

(c) Código Matlab

```
%Dibujamos la curva C imagen de la recta anterior
Z1=9-X1.^2-Y1.^2;
line(X1,Y1,Z1,'linewidth',2,'color','blue')
```

(d) Código Matlab

```
%Dibujamos la recta tangente a C en el punto (1,1,f(1,1))
lambda=linspace(-1,1);
X3=1+lambda*sqrt(2)/2;
Y3=1+lambda*sqrt(2)/2;
Z3=7-2*lambda*sqrt(2);
line(X3,Y3,Z3,'LineWidth',2,'color','black')
```

2

Considerar la función $f(x,y) = -x^2 - y^2$ y el punto (1, 2)

a) Dibujar la función en [-1,3]x[0,4]
b) Dibujar el plano tangente en el punto P(1,2,f(1,2))
c) Dibujar un vector director del plano tangente calculado en el apartado b) contenido en el plano x=1.
d) Dibujar un vector director del plano tangente calculado en el apartado b) contenido en el plano y=2.

e) Dibujar un vector normal al plano tangente a la superficie en el punto P.

Solución

(a) Código Matlab

```
clear all
syms x y
funcion=-x^2-y^2;
a=1;
b=2;
%Generamos una malla en el dominio
[X1, Y1]=meshgrid(a+(-2:0.5:2),b+(-2:0.5:2));
Z1=subs(funcion,{x,y},{X1,Y1});
h1=surf(X1,Y1,Z1);
set(h1,'FaceColor','magenta','FaceAlpha',0.25,'EdgeColor','w')
view(-39,58)
%Etiquetamos los ejes
xlabel('Eje X')
ylabel('Eje Y')
zlabel('Eje Z')
```

(b) Código Matlab

```
%Calculamos el plano tangente
fx=diff(funcion,x);
fy=diff(funcion,y);
fab=subs(funcion,{x,y},{a,b});
fxab=subs(fx,{x,y},{a,b});
fyab=subs(fy,{x,y},{a,b});
ztangente=fab+fxab*(x-a)+fyab*(y-b);

%Generamos una malla en las proximidades del punto
hold on
[X2,Y2]=meshgrid(a+(-0.8:.2:0.8),b+(-0.8:0.2:0.8));
Z2=subs(ztangente,{x,y},{X2,Y2});
%En el caso en el que ztangente=0 se pone: Z2=0*X2;
h2=surf(X2,Y2,Z2);
set(h2,'FaceColor','white','FaceAlpha',0.5,'EdgeColor','b')
plot3(a,b,fab,'ko','LineWidth',2,'MarkerFaceColor','k','MarkerSize',5)
```

(c) Código Matlab

```
quiver3(a,b,fab,1,0,fxab,'LineWidth',3)
```

(d) Código Matlab

```
quiver3(a,b,fab,0,1,fyab,'LineWidth',3)
```

(e) Código Matlab

```
quiver3(a,b,fab,-fxab,-fyab,1,'LineWidth',2)
hold off
```

Ejercicios propuestos

1

Considerando la función $f(x,y)=9-x^2-y^2$ se pide:

(a) Dibujar la superficie S que es gráfica de f.
(b) Encontrar la ecuación de la recta que pasa por el punto (-1,1) en la dirección del vector u=(2, 1). Representar esta recta en el plano z=0.

Nota: No olvidar normalizar el vector u.

(c) Dibujar la curva en la superficie S que es imagen por f de los puntos de la recta del apartado (b).
(d) Representar la recta tangente a la superficie S en el punto $(-1,1,f(1,1))$ en la dirección del vector u.

2

De la misma forma que se utiliza la recta tangente para aproximar el valor de una función $y=f(x)$ en las proximidades de un punto a

$$f(x)\approx f(a)+f'(a)(x-a) \qquad si \;\; x\to a$$

se puede utilizar el plano tangente para aproximar el valor de una función $y=f(x,y)$ en las proximidades de un punto (a,b)

$$f(x,y)\approx f(a,b)+\frac{\partial f}{\partial x}(a,b)\cdot(x-a)+\frac{\partial f}{\partial y}(a,b)\cdot(y-a) \quad si \;\; (x,y)\to(a,b)$$

o también

$$f(a+\Delta x,b+\Delta y)\approx f(a,b)+\frac{\partial f}{\partial x}(a,b)\cdot\Delta x+\frac{\partial f}{\partial y}(a,b)\cdot\Delta y \;\; si \;\; (\Delta x,\Delta x)\to(0,0)$$

Calcular, utilizando la diferencial como la aproximación que proporciona el plano tangente, una estimación de $\sqrt{3{,}98^2+3{,}01^2}$