Prácticas Matlab

Práctica 8: Gráficas en el espacio

Objetivos

- Representar curvas y superficies en el espacio.
- Representar la gráfica de una función

Comandos de Matlab

Para generar una malla de puntos en los que evaluar una función de dos variables.

meshgrid(x,y)

meshgrid(x) %Es equivalente a meshgrid(x,x)

Ejemplo.-

```
%Para evaluar la función f(x,y)=x^2*y en
%el dominio -2<x<2, -3<y<3
>>[X, Y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:0.5:3);
>>Z=X.^2.* Y
```

Gráficos tridimensionales.

plot3(X,Y,Z,S)

Dibuja el conjunto de puntos (X,Y,Z) donde X, Y y Z son vectores fila y S son las opciones de dibujo.

plot3(X1,Y1,Z1,S1,X2,Y2,Z2,S2,...)

Dibuja sobre los mismos ejes los gráficos definidos por las tripletas (Xi,Yi,Zi) con las opciones de dibujo por Si.

Ejemplo.-

```
%Para evaluar la función f(x,y)=x^2*y
%en el dominio -2<x<2,-3<y<3
```

```
>>[X, Y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:0.5:3)
>>Z=X.^2.*Y
>>plot3(X,Y,Z)
```

Gráficos de superficie.

surf(X,Y,Z,C)

Representa el gráfico de superficie de la función z=f(x,y) con los colores especificados en C (este último parámetro se puede ignorar).

surfc(X,Y,Z,C)

Representa el gráfico de superficie de la función z=f(x,y) junto con el gráfico de contorno correspondiente (curvas de nivel)

Ejemplo.-

```
>>%Para evaluar la función f(x,y)=x^2*y en el dominio –2<x<2,
>>%  -3<y<3
>>[X, Y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:0.5:3);
>>Z=X.^2.*Y;
>>figure(1)
>>surf(X,Y,Z)
>>figure(2)
>>surfc(X,Y,Z)
```

Gráficos de malla.

mesh(X,Y,Z,C)

Representa el gráfico de malla de la función z=f(x,y) con los colores especificados en C (este último parámetro se puede ignorar).

meshc(X,Y,Z,C)

Representa el gráfico de malla de la función z=f(x,y) junto con el gráfico de contorno correspondiente (curvas de nivel)

meshz(X,Y,Z,C)

Representa el gráfico de malla de la función z=f(x,y) junto con una especie de cortina en la parte inferior.

Ejemplo.-

```
>>%Para evaluar la función f(x,y)=x^2*y en el
>>%dominio –2<x<2 -3<y<3
>>[X, Y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:0.5:3);
>>Z=X.^2.*Y;
>>figure(1)
>>mesh(X,Y,Z)
>>figure(2)
>>meshc(X,Y,Z)
>>figure(3)
>>meshz(X,Y,Z)
```

Gráficos de contorno (curvas de nivel).

contour(Z,n)

Representa el gráfico de contorno para la matriz Z usando n líneas. El segundo parámetro es opcional.

contour3(Z,n)

Representa el gráfico de contorno en tres dimensiones para la matriz Z usando n líneas. El segundo parámetro es opcional.

Ejemplo.-

```
>>%Para evaluar la función f(x,y)=x^2+y^2 en el
>>%dominio –2<x<2, -3<y<3
>>[X, Y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:0.2:3);
>>Z=X.^2.+Y.^2;
>>figure(1)
>>contour(Z)
>>figure(2)
>>contour3(Z)
```

Gráficos de densidad

pcolor(X,Y,Z)

Representa el gráfico de contorno para la matriz (X,Y,Z) utilizando densidades de colores.

Ejemplo.-

```
>>%Para evaluar la función f(x,y)=x^2+y^2 en el
>>%dominio –2<x<2, -3<y<3
>>[X, Y]=meshgrid(-2:.2:2,-3:0.2:3);
>>Z=X.^2.+Y.^2;
>>pcolor(X,Y,Z)
```

Representación

view([x,y,z])

Sitúa el punto de vista de la figura en el indicado por las coordenadas (x,y,z).

ginput

Nos devuelve las coordenadas (x, y) del punto una vez seleccionado en la gráfica.

Ejercicios resueltos

1

Representación paramétrica de curvas

(a) Representar la hélice circular $\begin{cases} x=\cos(t) \\ y=sen(t) \\ z=\dfrac{t}{5} \end{cases}$ $con\ t \in \mathbb{R}$

(b) Representar una hélice elíptica $\begin{cases} x=\cos(t) \\ y=2sen(t) \\ z=\dfrac{t}{5} \end{cases}$ $con\ t \in \mathbb{R}$

Solución:

(a)

Comandos Matlab

```
%Se define el rango del parámetro. Se declaran
%las variables en función del mismo y, por la
%instrucción 'plot3' se dibuja la hélice circular sobre el espacio.
t=linspace(0,4*pi,1000);x=cos(t);y=sin(t);z=t/(2*pi);
plot3(x,y,z)
```

```
%Declarando el parámetro simbólicamente podemos
%representar la hélice circular a través de la
%instrucción 'ezplot3'
syms t
x=cos(t);y=sin(t);z=t/(2*pi);
ezplot3(x,y,z,[0,4*pi])
%Se explicita el dominio del parámetro, ya que
%por defecto MATLAB hubiese tomado el intervalo [0,2*pi]
```

(b)

```
 t=linspace(0,4*pi,1000); x=cos(t); y=2*sin(t); z=t/5;
 plot3(x,y,z)
%Para ver el dibujo con la misma escala en los
%tres ejes sólo necesitamos escribir
 axis equal
```

2

Representación de funciones de dos variables sobre un rectángulo

(a) $z = \dfrac{sen\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\sqrt{x^2+y^2}}$ $en\ [-8,8]x[-6,6]$

(b) $z = \dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$ $en\ [-8,8]x[-3,3]$

Solución:

(a) Código Matlab

```
x=-8:0.5:8; y=-6:0.5:6; [X,Y]=meshgrid(x,y);
r=sqrt(X.^2+Y.^2); Z=sin(r)./r;
surf(X,Y,Z)
```

Nota: Observar que esta función no está definida en el punto (0,0), aunque se podría definir con el valor 0 para hacerla continua.

(b) *Código Matlab*

```
x=-8:0.5:8; y=-3:0.5:3; [X,Y]=meshgrid(x,y);
Z=(X.^2-Y.^2)./(X.^2+Y.^2);
surf(X,Y,Z)
```

Nota: Observar que esta función no es continua en el punto (0,0).

3

Representar las funciones anteriores utilizando coordenadas polares

(a) $z = \dfrac{sen\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)}{\sqrt{x^2+y^2}}$ considerando que $(r,t)\in[0,8]x[0,2\pi]$ siendo $x = r\cos(t),\ y = rsen(t)$

(b) $z=\dfrac{x^2-y^2}{x^2+y^2}$

Solución:

(a) Comandos Matlab

```
%Hacemos un rectángulo en r,t
r=linspace(0,10,20);
t=linspace(0,2*pi,20);
[R,T]=meshgrid(r,t);
X=R.*cos(T);
Y=R.*sin(T);
r= sqrt(X.^2+Y.^2);
Z=sin(r)./(r);
surf(X,Y,Z)
```

```
(b) Comandos Matlab
%Hacemos un rectángulo en r,t
r=linspace(0,10,30);
t=linspace(0,2*pi,30);
[R,T]=meshgrid(r,t);
X=R.*cos(T);
Y=R.*sin(T);
Z=(X.^2-Y.^2)./(X.^2+Y.^2);
surf(X,Y,Z)
```

4

Curvas de nivel

Dada una función $z=f(x,y)$ las curvas de nivel son las curvas planas de ecuación $f(x,y)=k$ siendo k un punto del rango de f. Son, por tanto, las curvas intersección de la superficie gráfica de f con los planos horizontales z=k.

(a) Representa en una matriz de gráficos 1x2 la superficie en el lado izquierdo y diez curvas de nivel de $f(x,y)=\sqrt{64-4x^2+y^2}$ cuando $x\in[-2,2]$, $y\in[-3,3]$ en la parte derecha.

(b) Representa en una matriz de gráficos 1x2 la superficie en el lado izquierdo y las curvas de nivel de $f(x,y)=\dfrac{\frac{5}{4}+\cos(5.4y)}{6+6(3x-1)^2}$ cuando $x\in[-1,1]$, $y\in[-1,1]$ en la parte derecha para los valores de k=0.1, 0.2 y 0.3.

Solución

(a) *Código Matlab*

```
%Para representar unas líneas de contorno utilizaremos el
%comando contour(X,Y,f(X,Y),n), siendo n las líneas de contorno
%equiespaciados. Se puede sustituir el argumento n por un vector
%con las coordenadas que nos interesen
x=-2:.5:2;
y=-3:.5:3;
[X,Y]=meshgrid(x,y);
f=inline('sqrt(64-4*x.^2-y.^2)','x','y');
Z=f(X,Y);
subplot(1,2,1); surf(X,Y,Z);
subplot(1,2,2)
contour(X,Y,Z,10)
```

(b) *Código Matlab*

```
numPuntos=40;
x = linspace(0,1,numPuntos);
y = linspace(0,1,numPuntos);
[X,Y] = meshgrid(x,y);
Z=(5/4 + cos(5.4.*Y))./(6 + 6.*(3.*X-1).^2);
subplot(1,2,1)
mesh(X,Y,Z);
%El siguiente comando nos permite un punto desde donde ver la
superficie
view(3);
subplot(1,2,2)
contour(X,Y,Z,[0.1 0.2 0.3])
```

Ejercicios propuestos

1

Introducción a la derivada parcial

Para medir la variación de una función, se considera la restricción de la función a rectas paralelas a los ejes x e y , sobre las que se estudia el incremento en la otra variable, que queda fija.

(a) Representar en una misma figura la gráfica de la función $f(x,y)=x^2-y^2$ y el plano x=2. ¿Cuál es la curva intersección de estas dos superficies? Esta curva intersección es la imagen de unos puntos del dominio de f ¿qué ecuación cumplen estos puntos?

(b) Representar en una misma figura la gráfica de la función $z=x^2-y^2$ y el plano y=2. ¿Cuál es la curva intersección de estas dos superficies? Esta curva intersección es la imagen de unos puntos del dominio de f ¿qué ecuación cumplen estos puntos?

Nota: Observar que la curva imagen de los puntos que se encuentran en una recta paralela la eje X (resp. al eje Y) son la intersección de la grafica de la función y el plano vertical que contiene a la recta paralela al eje X (resp. al ejey).

2

Superficies cuadráticas.

El gráfico de una función de tres variables sería una superficie tridimensional contenida en un espacio de cuatro dimensiones, por lo tanto, no puede ser visualizado. Sin embargo las superficies de ecuación

$$F(x, y, z) = c$$

pueden considerarse como las superficies de nivel de una función de tres variables.

Así, por ejemplo, la esfera de ecuación $x^2 + y^2 + z^2 = r^2$ es la superficie de nivel de la función $w = F(x, y, z) = x^2 + y^2 + z^2 - r^2$ para k=0.

Puede utilizarse el siguiente código para representar esta superficie cuando r=3

```
x=linspace(-20,20,100);
y=linspace(-20,20,100);
z=linspace(-20,20,100);
[X,Y,Z]=meshgrid(x,y,z);
%Se define Q(x,y,z)=x^2+y^2+z^2-9
Q= X.^2 +(Y.^2) +(Z.^2) -9;
%Se representa la superficie de nivel Q(x,y,z)=0
H=patch(isosurface(X,Y,Z,Q,0));
isonormals(X,Y,Z,Q, H);
%Para dibujar la superficie en color rojo
%e iluminada
set(H, 'FaceColor', 'red', 'EdgeColor', 'none');
daspect([1 1 1])
view(3)
camlight
lighting phong
axis equal
xlabel('x'); ylabel('y'); zlabel('z')
```

Se pide:

(a) Elegir dos superficies cuadráticas (ver nota) y representar su gráfica

Nota. - Una superficie cuadrática tiene por ecuación

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 + Dx + Ey + Fz + G = 0$$

(b) Representar la superficie

$$-x^2 z^3 - \frac{9}{80} y^2 z^3 + \left(x^2 + \frac{9}{4} y^2 + z^2 - 1 \right)^3 = 0$$

para x, y, z en [-3,3]