OCW Universidad de Cantabria
Curso 2012/13
Cálculo Simbólico y Numérico en ED

Hoja 3 - ED de primer orden. Comportamientos cualitativos de soluciones y campos de direcciones

1.- Dibujar el campo de direcciones asociados a los modelos de Malthus y Verhulst para crecimiento de poblaciones:

$$\frac{dN}{dt} = \gamma N$$

$$\frac{dN}{dt} = \gamma N(1 - \frac{N}{N_\infty})$$

(ver sección 1.6.1 del libro de apuntes). Tomar $t \in [0, 10]$, $N \in [0, 6]$, y los distintos valores de las constantes $N_\infty = 2$, $\gamma = \pm 0.3$. Interpretar los resultados en términos del comportamiento de la población.

2.- Utilizar el comando *quiver* de Matlab para dibujar el campo de direcciones asociado a la ecuación diferencial $y' = x$ en $[-2, 2]$. Dibujar una curva solución $y = x^2/2$. Dibujar varias isoclinas $x = constante$ para distintos valores de la constante (usar *ezplot* o *ezcontour*).

3.- Utilizar el comando *quiver* de Matlab para dibujar el campo de direcciones asociado a la ecuación diferencial $y' = y^2 - x$ en $[-2, 2]$. Dibujar varias isoclinas $x = constante$ para distintos valores de la constante (usar *ezplot* o *ezcontour*). Comparar el resultado con el obtenido con el entorno $dfield8$.

4.- Utilizando MATLAB ($dfield$), dibujar los campos de direcciones asociados a las ecuaciones cuaciones diferenciales ordinarias de primer orden del libro de apuntes (o de las hojas de problemas de clase). En particular, dibujar los campos de direcciones asocidados a las siguientes ecuaciones:

1. La ecuación de Riccati: $y' = y^2 - t$

   Utilizar el comando *ezplot* para dibujar curvas isoclinas para distintas pendientes, e.g., pendiente 0, ± 1, ± 2,

   Dar un punto y dibujar la solución pasando por él en un intervalo. Elegir los distintos métodos numéricos que permite el entorno, variando tamaños de paso e intervalos de aproximación.

2. La ecuación lineal $y' = -y + 3 + \cos(t)$, para $(t, y) \in [-2, 14] \times [-2, 6]$.

   Calcular con *dsolve* y dibujar con *ezplot* la curva hacia la que tienden asintóticamente todas las soluciones cuando $t \to \infty$

3. La ecuación homogénea $y' = \dfrac{t+y}{y-t}$. Considerar $y, t \in [-4, 4]$.

   Dibujar las regiones del plano donde las curvas integrales cambian de crecimiento y donde cambian de concavidad (esto es, pasan de crecientes a decrecientes y de cóncavas a convexas respectivamente).

4. La ecuación homogénea $y' = \dfrac{y+t}{t-y}$. Considerar $y, t \in [-4, 4]$.

   Dibujar la solución del problema de Cauchy : $y' = \dfrac{t+y}{t-y}$, $y(-2) = 0$, en [-2.5, -1.5]. Ampliar el intervalo.

5. La ecuación homogénea $y' = \dfrac{y-t}{t+y}$. Considerar $y, t \in [-4, 4]$.

   Dibujar la solución de: $y' = \dfrac{y-t}{t+y}$, $y(0) = 1$, ampliando el intervalo

6. La ecuación de Bernouilli $y' = y(1-y^2)$ para $y \in [0, 0.1]$ y $t \in [0, 2]$.

   En particular dibujar y comparar las soluciones pasando por (0, 0.01), (0, 0.001). .

7. La ecuación de variables separadas $y' = -\dfrac{y}{\sin(t)}$. Considerar $(t, y) \in [-2\pi, 2\pi] \times [-4, 4]$.

   Dibujar las isoclinas para las pendientes $k = 0,\ -2,\ 1/2,\ \infty$.

   Encontrar los puntos del plano donde el campo de direcciones no está definido.

8. La ecuación de Riccati $y' = y^2 - t^2$. Dibujar la isoclina para la pendiente 0

9. Ecuación de Riccati $y' = t^2 + y^2$ Dibujar las isoclinas para pendientes 0, 1 y 2.

   Comparar la aproximación de la solución numérica que pasa por $(0, 1)$ con la aproximación de la solución mediante su desarrollo en serie de Taylor (tomar 4, 5 y 10 términos de dicho desarrollo, respectivamente, comparando grficas.).

10. La ecuación $y' = \sqrt{|1 - t^2 - y^2|}$ Dibujar las isoclinas para las pendientes 0, 1, 1/2 y 2.

    Comparar la aproximación de la solución numérica que pasa por $(0, 1)$ con la aproximación de la solución mediante su desarrollo en serie de Taylor (tomar 4, 5 y 10 términos de dicho desarrollo, respectivamente, comparando grficas.).

Interpretar los resultados obtenidos.