OCW Universidad de Cantabria
Curso 2012/13
Cálculo Simbólico y Numérico en ED

Hoja 6 - Desarrollos en series de Potencias. Funciones especiales

1. Encontrar los términos del desarrollo en serie de potencias de la solución de los problemas de Cauchy para la ecuación de tipo Schrödinger
$$y'' + (3 - x^2)y = 0$$
y para
$$y'' + e^x y' + (1 + x^2)y = 0$$
en función de las condiciones inciales $a0$ y $a1$, i.e., para $y(0) = a0, \quad y'(0) = a1$.

2. Programar una función Matlab que nos permita leer las condiciones inciales $a0$, $a1$ y n el número de términos del desarrollo y nos de la aproximación de la solución de los problemas anteriores con los n primeros términos del desarrollo en serie de potencias.

3. Hacer una gráfica de la solución de la primera ecuación, comparando con la solución explícita exacta para los valores $a0 = 0$, $a1 = 1$, en distintos intervalos $[0, A]$, $\forall A > 0$.

4. Repetir el ejercicio 1 para la ecuación de Airy
$$y'' - xy = 0$$
encontrando el desarrollo en serie de las dos soluciones linealmente independientes.

5. Reducir la ecuación de tipo Schrödinger $y'' + (a^2 - x^{-2})y = 0$ a una ecuación de Bessel haciendo el cambio de variable $y = u\sqrt{x}$ y resolver (a es una constante).

6. Reducir la ecuación de Riccati $y' = x^2 + y^2$ a una lineal de segundo orden y resolver mediante desarrollos en series de potencias en términos de las funciones de Bessel.

7. Resolver el problema de Cauchy:
$$\left\{ \begin{array}{rcl} y_1' & = & -\frac{x}{1-x^2} y_1 + \frac{1}{1-x^2} y_2 + 1 \\ y_2' & = & \frac{1}{1-x^2} y_1 - \frac{x}{1-x^2} y_2 + 1 \end{array} \right.$$
$$y_1(0) = 0 \, , y_2(0) = 1 \, .$$
sabiendo que la matriz fundamental del sistema del sistema homogéneo asociado en $(-1, 1)$ es
$$\Phi(x) = \begin{pmatrix} 1 & x \\ x & 1 \end{pmatrix}$$
Buscar la solución mediante un desarrollo en serie de potencias y comparar con la solución exacta en el intervalo $(-1, 1)$.