

Dimensionamiento y Planificación de Redes

Ejercicios Tema 4. Modelo M/M/S/S y Extensiones



Ramón Agüero Calvo

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



**E.T.S.I.I.T - Grado en Ingeniería de
Tecnologías de Telecomunicación**
Dimensionado y Planificación de Redes

Hoja de Ejercicios - Tema 4
Sistemas M/M/S/S y extensiones

Problema 1.

Un operador de una red móvil de 3ª Generación tiene asignada cierta capacidad en el espectro UMTS (2100 MHz), y otra en el correspondiente a HSPA (2600 MHz). Reserva, para satisfacer el tráfico del servicio de voz, sendos túneles de 200 kbps en cada uno de los sistemas. El operador ofrece el servicio de voz con AMR-NB, que requiere un ancho de banda de 12.2 kbps en el estado ON de la fuente de voz, estimándose el factor de actividad en 0.65. Se estima que en la hora cargada hay, en la macro-célula, 600 usuarios, y que el tráfico generado por usuario es de 0.04 *Erlangs*. El operador establece un bloqueo máximo del 1% y que la capacidad del túnel se ocupe, como máximo, al 80%. La tabla siguiente resume los datos del problema.

Macro-célula UMTS/HSPA - Características			
Frecuencia UMTS/HSPA (GHz)	2.1 / 2.6	P_B	0.01
Túnel UMTS (kbps)	2000	AMR-NB BW (kbps)	12.2
# Terminales (hora cargada)	600	Factor actividad	0.65
Tráfico por terminal (Erlangs)	0.04	Ocupación relativa túnel	0.8

Para analizar el rendimiento del sistema, se llevan a cabo los siguientes cálculos.

- (a) Se calcula el tráfico total de voz que se ofrece, y la capacidad equivalente que requiere una conexión de voz en el túnel, teniendo en cuenta el factor de actividad y el parámetro de máxima ocupación. Después se calcula el número de conexiones que ofrece cada túnel (valor real y entero). Finalmente se establece el número de conexiones que se necesitarían para satisfacer el requerimiento del bloqueo en el servicio de voz. Los resultados se resumen en una tabla como la que se muestra a continuación.

BW equivalente por conexión		# Conexiones túnel UMTS	
Tráfico total		# Conexiones túnel HSPA	
		# Conexiones total	

- (b) Con los resultados del apartado anterior, se calcula el tráfico A_C que se cursa en el sistema UMTS y la probabilidad de desbordamiento al sistema HSPA. Calcular el valor medio, la varianza y el índice de dispersión del tráfico desbordado. Calcular el número de conexiones necesarias en el túnel HSPA, utilizando modelos M/G/S/S y G/G/S/S para el tráfico desbordado. Aplicar la probabilidad de bloqueo a ambos sistemas. A partir de los resultados del modelo G/G/S/S calcular el ancho de banda del túnel HSPA, teniendo en cuenta que las capacidades se asignan en múltiplos enteros de 10 kbps. Establecer el factor de uso para los sistemas UMTS, HSPA y total.

P_d (Fórmula)		A_d	
$V(A_d)$		$Id(A_d)$	
P_b en HSPA		P_b total	
# Conexiones HSPA ($Id = 1$)		# Conexiones HSPA ($Id > 1$)	
BW HSPA		ρ HSPA	
ρ UMTS		ρ Total	

- (c) Ahora se considera que al sistema HSPA se ofrece también tráfico directo de los usuarios cercanos al Nodo-B correspondiente, estimado en 15 *Erlangs*. Calcular los valores que se indican en la tabla,

comparando los tres factores de uso con los calculados en el apartado anterior.

Tráfico directo HSPA	15	Tráfico total HSPA	
$V(A_{\text{HSPA}})$		$Id(A_{\text{HSPA}})$	
# Conexiones HSPA			
BW HSPA		ρ HSPA	
ρ UMTS		ρ Total	

Problema 2.

Una compañía de seguros cuenta con aproximadamente $M = 10^6$ clientes y pretende instalar una serie de centros de atención al cliente utilizando la RTC. Se asume que cada cliente llama, en promedio, una vez al mes y que el 20% de las llamadas se llevan a cabo en la hora cargada (asumir que el mes tiene 20 días laborables). El centro de atención al cliente solamente gestiona las incidencias genéricas y, para casos especiales, la llamada se transfiere automáticamente a la delegación local. Se asume que las llamadas llegan según un proceso de Poisson y que la duración de una llamada se puede modelar con una *va* exponencial negativa, con un valor medio de 90 segundos. La compañía estudia la instalación de entre uno y diez centros, buscando la solución óptima según criterios de eficacia, coste y fiabilidad.

Calcular el tráfico total que generan los clientes y calcular, en función del número de centros instalados (1-10), los siguientes valores: tráfico ofrecido por centro, número de líneas por centro y número de líneas total, considerando una pérdida máxima del 1%. Calcular asimismo la ocupación de los empleados (el número de líneas es igual al número de empleados). Estudiar el grado de ocupación por empleado, y explicar su evolución a medida que se instalan más centros.

Problema 3.

Un proveedor de servicio Internet (ISP) tiene cien mil clientes que se conectan a través de un modem, utilizando la RTC. Para facilitar la interconexión entre la RTC y su propia red IP, el ISP tiene que instalar una serie de puntos de presencia (PoP). El operador de la red proporciona a los ISP la posibilidad de desplegar hasta 50 PoP, con las condiciones que se indican a continuación.

- La interconexión se realiza por grupos (x) de 30 circuitos
- Los costes por grupo, $\xi(x)$, en un PoP disminuyen a medida que se contrate capacidad para más grupos, de acuerdo a la siguiente expresión

$$\xi(x) = c_1 \cdot x^{\alpha-1}$$

- Para la facturación de los costes totales se usa la siguiente expresión, donde A_t es el tráfico total del ISP cursado en la RTC, m es el número total de PoPs.

$$\Psi = c_2 \frac{A_t}{m^\beta}$$

Los valores para los parámetros anteriores son los siguientes: $c_1 = 2000$, $c_2 = 200$, $\alpha = 0.6$, $\beta = 0.7$.

Se cuenta con un conjunto de medidas por las que se sabe que, en promedio, un cliente se conecta una vez cada tres días al ISP, y las sesiones tienen una duración media de 20 min. Además, se sabe que el 50% de las conexiones se llevan a cabo en la hora cargada (bh).

- Calcular el tráfico total diario y el tráfico total en la bh .
- Calcular, para $m = 2, 4, 6, 8, 10$ los siguientes valores: tráfico por PoP en la bh ; circuitos necesarios en cada PoP, si se pretende asegurar un bloqueo máximo del 1% en la bh ; número de grupos (x) por PoP número de grupos totales.
- Calcular, en los mismos supuestos que el apartado anterior, los costes totales, tanto para los PoPs como para las conexiones con la RTC.

Problema 4.

Una red corporativa tiene instaladas centralitas en tres sedes (A, B, C). Se estima que, en la hora cargada, se produce un tráfico interno (entre los teléfonos conectados a las tres centralitas) como el que se muestra en la matriz.

	A	B	C
A	0	8	8
B	5	0	6
C	9	4	7

Las centralitas se conectan con enlaces digitales unidireccionales tanto internamente como a la RTC. Los enlaces internos se usan únicamente para el tráfico entre las sedes, mientras que los enlaces a la RTC se pueden usar tanto para las llamadas externas como para el tráfico que se desborda desde los enlaces internos. Se estima que el tráfico externo en la hora cargada es, para cada sede, 1.25 veces superior al interno correspondiente.

- Calcular, para cada sede, el tráfico interno y externo, diferenciando entre entrante y saliente.
- Dimensionar los circuitos internos entre las tres sedes, teniendo en cuenta que se desborda el 5% a los enlaces de la RTC. ¿Cuántos circuitos tendrían que alquilarse en cada caso?
- Dimensionar los circuitos de cada sede a la RTC asumiendo que el bloqueo tiene que ser inferior al 1%. Utilizar las fórmulas de *Kosten* para el tráfico desbordado y comparar el resultado con el que se obtiene al asumir que sigue una distribución de Poisson.
- Realizar un dimensionado sin enlaces directos (corporativos) entre sedes, comparando el número de circuitos totales con los obtenidos en los apartados anteriores.

Problema 5.

Un operador de una red GSM tiene asignado espectro en las bandas de 900 MHz y 1800 MHz. Se estima que, en la hora cargada, hay 222 terminales activos en una macro-célula, cada uno de ellos generando un tráfico de 100 *mE*.

- Calcular el tráfico total que se ofrece a la macro-célula y el número de circuitos totales para garantizar una pérdida menor del 2%. Si cada portadora (TRX) ofrece 6 ranuras para el tráfico anterior, ¿cuántas TRX serán necesarias?
- El operador dimensiona la BTS de la macro-célula con 3 TRX (frecuencia de 900 MHz); esta primera alternativa de acceso desbordaría a los TRX en la banda de 1800 MHz. Calcular la pérdida p_d en los circuitos proporcionados por las TRX en 900 MHz, así como el tráfico de desbordamiento que se ofrecería a los circuitos de las TRX en 1800 MHz. ¿Cuántos circuitos y TRX serían necesarios en la segunda banda de frecuencias para garantizar una pérdida global del 2%? Utilizar las expresiones de *Kosten* para el tráfico desbordado.
- ¿Cuál es el bloqueo final del sistema? ¿Cuál es la utilización de los circuitos desplegados en cada banda?

Problema 6.

En una célula de una red móvil de tercera generación los usuarios generan llamadas de tres tipos de servicios, cuyas características se indican en la siguiente tabla. La célula ofrece un ancho de banda de 360 kbps.

	λ (BH) (llamadas/hora)	T_s (minutos)	BW (kbps)
Voz	0.5	3	12
Vídeo	0.02	15	60
Datos	0.6	6	24

- Calcular tráfico correspondiente por usuario en cada categoría. Encontrar el tráfico equivalente total por usuario. Obtener el resultado para las tres normalizaciones que se pueden utilizar.

- (b) Asumiendo que el sistema permite establecer circuitos virtuales y que se pretende que la pérdida sea inferior al 2%, ¿a cuántos usuarios podría darse servicio, para los tres supuestos del apartado anterior?

Problema 7.

Al concentrador de una red corporativa se conectan tres tipos de terminales, cuyas características se muestran seguidamente.

- Tipo A: terminal de voz - $R_b = 16$ kbps.
- Tipo B: terminal multimedia - $R_b = 128$ kbps.
- Tipo C: terminal videoconferencia profesional - $R_b = 384$ kbps.

Asumimos que cada terminal de tipo A genera, en la hora cargada, 3 peticiones, con una duración media de 2 minutos y que, además, hay 500 terminales conectados; para los terminales de tipo B las cifras son 0.6 peticiones por hora, con duración media de 20 minutos (se estima que hay 40 terminales conectados); finalmente, los 30 terminales de tipo C conectados generan en media (cada uno) 1 llamada con una duración media de 30 minutos.

El concentrador se conecta a un multiplexor dinámico, que asigna a una petición entrante (independientemente del tipo de terminal) capacidad correspondiente, siempre que esté disponible; en caso contrario, la petición se perdería.

- (a) Calcular la velocidad necesaria para satisfacer la demanda de cada tipo de tráfico, asumiendo que se reservan las capacidades de manera exclusiva en función de los servicios y que se pretende que la pérdida sea inferior al 1%
- (b) Dimensionar la capacidad del sistema, si ésta es compartida por todos los servicios y se necesita mantener la misma probabilidad de bloqueo que en el apartado anterior. Utilizar para la normalización la capacidad requerida por el servicio generado por los terminales de tipo B.

Problema 8.

Se ofrecen dos flujos de tráfico de 10 y 5 *Erlangs* a dos grupos de circuitos S_1 y S_2 , respectivamente. Se asume que el número de circuitos en cada enlace es igual al tráfico ofrecido. El tráfico perdido por ambos se ofrece a un tercer enlace.

- (a) ¿Cuántos circuitos son necesarios en este tercer enlace, si se pretende que tenga un bloqueo del 10%?
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de bloqueo del sistema global?
- (c) Con el resultado del apartado (a), calcular nuevamente las pérdidas del tercer enlace y global, si los dos flujos de tráfico se incrementan en un 50%.

Problema 9.

La empresa **soCIOTal** pretende instalar un centro de atención al cliente, asumiendo que el número de líneas es igual al de operadores (esto es, no hay espera).

- (a) Si se estima que el tráfico ofrecido al sistema en la hora cargada sigue un proceso de *Poisson*, con un valor medio de 45 *Erlangs*, ¿cuántos operadores serán necesarios, si se pretende que la pérdida sea inferior al 5%? ¿Cuántos minutos estará un operador atendiendo llamadas durante la hora cargada, si se supone que las llamadas entrantes se distribuyen aleatoriamente entre los operadores libres?
- (b) Los ingenieros se percatan de que el tráfico entrante no tiene un carácter completamente de tipo *Poisson*, determinando que su varianza es, aproximadamente, 61.4 *Erlangs*². Si se mantuvieran los operadores calculadores en el apartado anterior, ¿se podría asegurar la probabilidad de bloqueo en el 5%? Determinar, en caso contrario, cuántos operadores adicionales serían necesarios.
Proporcionar la respuesta más 'exacta' posible, contando con la información que se dispone, y utilizar el método Erlang-B extendido que se prefiera.

Problema 10.

La compañía **TrustCOM** ofrece servicio de comunicaciones móviles en una determinada zona. Se asume que el servicio de voz requiere una capacidad de 16 kbps. **TrustCOM** dispone de una picocélula con una capacidad total de 128 kbps.

- (a) ¿A cuántos usuarios podría dar servicio, si se estima que cada uno de ellos genera un tráfico (en la hora cargada) de 72 *mErlangs* y se pretende tener una probabilidad de bloqueo del 2%?

Debido a un incremento estacional de la población, el número de usuarios cubiertos por la picocélula se sitúa en 125, **TrustCOM** decide mantener la capacidad inicial y desviar las llamadas que no puedan ser atendidas por la picocélula a una célula paraguas.

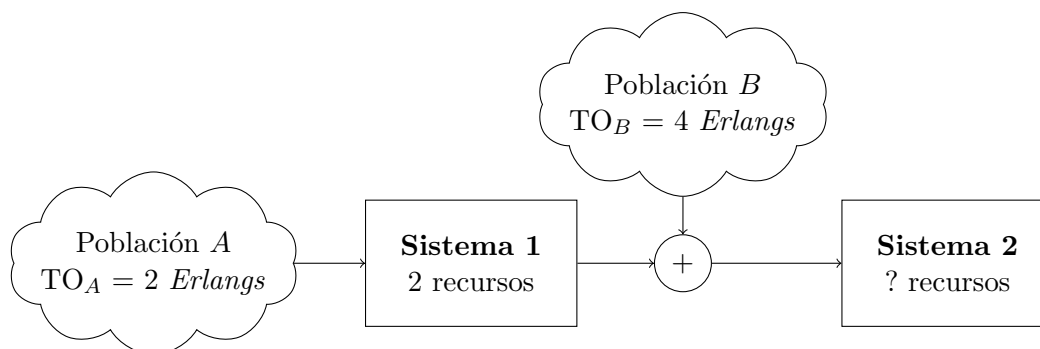
- (b) ¿Qué capacidad se necesita en la célula paraguas para que la probabilidad de bloqueo siga siendo inferior al 2%?

Asumir que no hay ningún tráfico adicional en la célula paraguas.

- (c) La célula paraguas tiene que dar servicio, además de las llamadas que no pueden ser atendidas por la picocélula, a un tráfico adicional (se supone de *Poisson*) de 5 *Erlangs*. Se decide incrementar su capacidad hasta los 192 kbps; ¿cuál es la probabilidad de bloqueo para los usuarios cubiertos por la picocélula?

Problema 11.

Considérese el sistema que se muestra en la figura.



- (a) ¿Cuántos recursos son necesarios en el sistema 2 para que la probabilidad de bloqueo de las llamadas de la población B sea inferior al 4%?
- (b) Calcular la probabilidad de bloqueo para las llamadas de la población A, dando la respuesta más exacta posible.
- (c) ¿Cuál es el grado de servicio medio del sistema?

Problema 12.

La empresa **R4DIC4L** pretende instalar un centro de atención para sus clientes y decide externalizar parte del servicio. Así, las llamadas que se generan durante la hora cargada se envían, inicialmente, a un conjunto de operadores subcontratados. Cuando todos ellos están ocupados las llamadas se dirigen a los operadores de la propia compañía. Se asume que cuando todos estos operadores estén ocupados, las llamadas entrantes se pierden (esto es, no hay espera).

Se estima que el tráfico generado, durante la hora cargada, es igual a 20 *Erlangs*. La empresa decide subcontratar a 16 operadores durante la hora cargada.

- (a) ¿Cuál es el tráfico que se desborda a los operadores de la propia empresa? ¿Cuál es el factor de utilización de cada uno de los 16 operadores externos?
- (b) Asumiendo que el tráfico desbordado sigue una distribución de *Poisson*, ¿cuántos operadores deberían atender llamadas en la propia compañía, para mantener la pérdida global por debajo del 5%? ¿Cuál es el factor de utilización de cada uno de estos operadores?
- (c) Repetir el apartado anterior utilizando un modelo más apropiado para el tráfico de desbordamiento.

- (d) La empresa determina que de los 20 *Erlangs*, 4 se corresponde con clientes *VIP*, y decide que sean atendidos directamente por los operadores propios. ¿Cuántos operadores serían necesarios para atender el tráfico en la propia empresa, si se mantienen los 16 externos? Emplear nuevamente el modelo que más se adecúe a las características del tráfico desbordado.

Problema 13.

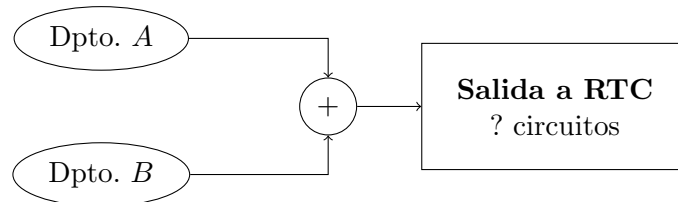
Se pretende modelar la capacidad de un enlace al que le llegan paquetes de diferentes tipos de servicios. Se supone que cuando no tiene capacidad para aceptar una nueva llegada, esta sería rechazada. Se consideran los servicios que se recogen en la tabla que se muestra seguidamente.

Servicio	1	2	3	4
R_b (kbps)	32	64	128	384
λ [h^{-1}]	40	60	4	3
T_S [m]	3	2	24	20

- (a) ¿Cuál es la capacidad que se debería contratar, si se pretende que la pérdida no sea superior al 2% y se reserva una capacidad separada para cada tipo de servicio? Dar la respuesta en múltiplos enteros de 64 *kpbs*.
- (b) Repetir el apartado anterior si se asume que toda la capacidad es compartida por todos los servicios. Dar la respuesta más exacta posible.

Problema 14.

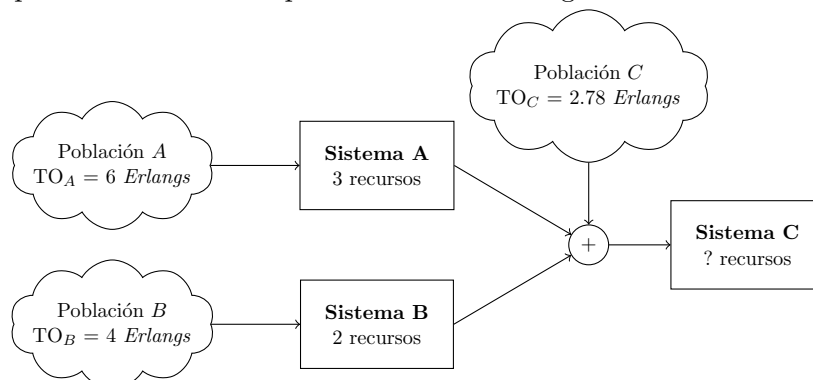
Una empresa decide contratar un número de circuitos telefónicos para atender las necesidades de las centralitas de dos departamentos, tal y como se observa en la figura. Tras haber monitorizado la actividad durante suficiente tiempo, se establece que el tráfico generado por el departamento *A* tiene un valor medio de 2 *Erlangs* y un *VMR* de 1.3 *Erlangs*. Se sabe, además, que el tráfico generado por el departamento *B* tiene un valor medio de 1 *Erlang*.



- (a) ¿Cuántos circuitos harían falta contratar si se asumiera que el tráfico total es de *Poisson* y se pretendiera que la probabilidad de bloqueo fuera inferior al 4%? ¿Cuál debería ser la varianza del tráfico generado por el departamento *B* para que el dimensionado anterior fuera preciso?
- (b) Calcular la probabilidad de bloqueo promedio del sistema, si se estima que el tráfico generado por el departamento *B* es de *Poisson*. Dar la respuesta más exacta posible.

Problema 15.

Considérese el sistema de la figura, en la que las llamadas perdidas por los grupos de circuitos **A** y **B** se ofrecen a **C**. Se sabe que todos los tráficos presentan una *VMR* igual a la unidad.



- (a) Considerando que el tráfico desbordado es de *Poisson*, calcular el número de circuitos necesarios en **C**, para que las probabilidades de bloqueo que afectan a cada una de las poblaciones sean inferiores al 5%.
- (b) Utilizando un modelo más apropiado para el tráfico desbordado, calcular la probabilidad de bloqueo real para cada una de las tres poblaciones, dando el resultado más exacto posible. ¿Cuál sería la probabilidad de bloqueo promedio?
- (c) Si se asume que el sistema está en funcionamiento durante 12 horas al día, ¿cuántas horas estarán activos cada uno de los circuitos en los tres grupos?
Asumir que la estrategia de ocupación es aleatoria.

Problema 16.

Se pretende dimensionar la capacidad necesaria en una pico-celda de un sistema de comunicaciones celulares que recibe tres tipos de servicios, con las características que se muestran en la tabla.

Servicio	1	2	3
R_b (kbps)	150	50	200
λ [h^{-1}]	40	15	5
T_S [m]	3	20	12

- (a) ¿Qué capacidad se debería contratar si se pretende que la probabilidad de pérdida sea inferior al 4% y se utilizan túneles (esto es, se reservan capacidades diferenciadas) para cada tipo de servicio? ¿Cuál es el factor de utilización? Asumir que la capacidad se puede contratar en múltiplos de 100 kbps.
- (b) Repetir el apartado anterior, si se decide utilizar la capacidad total de manera común para todos los servicios.

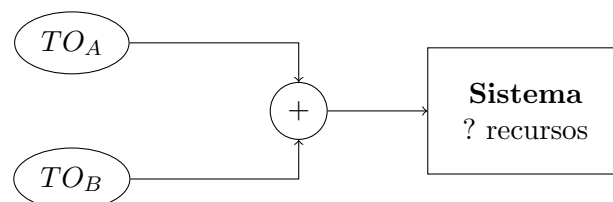
Problema 17.

En un sistema de atención al cliente las llamadas son atendidas inicialmente por tres operadores. Si éstos estuvieran ocupados, las llamadas se pasarían a los dos supervisores. Se estima que el tráfico generado por los clientes es 3.5 *Erlangs*.

- (a) Calcular, de la manera más precisa posible, la probabilidad de que una llamada transferida a los supervisores se pierda.
- (b) ¿Cuál es la probabilidad de pérdida global? ¿Se podría haber calculado de alguna manera alternativa?
- (c) ¿Cuánto tiempo estaría cada supervisor atendiendo llamadas en una jornada laboral de ocho horas, asumiendo ocupación aleatoria?

Problema 18.

Considérese el sistema de la Figura. Se sabe que el tráfico generado por *A* tiene un valor medio de 2 *Erlangs* y una varianza de 2.5 *Erlangs*², mientras que el generado por *B* tiene un valor medio de 1.5 *Erlangs* y su *VMR* es 2.045 *Erlangs*.



- (a) ¿Cuántos recursos serían necesarios para asegurar una pérdida inferior al 4%?
- (b) ¿Cuál sería la probabilidad de pérdida si se añade una tercera corriente de tráfico, que se puede considerar de *Poisson*, de 1 *Erlang*?
- (c) Si se asume que el sistema está activo durante 8 horas, calcular el tiempo de inactividad para cada recurso, asumiendo que la estrategia de ocupación es aleatoria, para el supuesto del apartado (b) (esto es, con el tráfico adicional de 1 *Erlang*).



Dimensionado y Planificación de Redes

Tema 4 - Sistemas M/M/S/S y extensiones Soluciones de la hoja de problemas

Problema 1.

- (a) 20 conexiones por sistema
Son necesarias 35.
- (b) Prob desbordamiento ≈ 0.26
Se necesitan 150 kbps
 $\rho_{UMTS} = 0.71$, $\rho_{HSPA} = 0.32$
 $\rho_{total} = 0.54$
- (c) Se necesitan 340 kbps
 $\rho_{UMTS} = 0.71$, $\rho_{HSPA} = 0.49$
 $\rho_{total} = 0.57$

Problema 5.

- (a) 31 circuitos (6 TRX).
- (b) PB = 0.278, 3 TRX.
- (c) PB = 0.003
 $\rho_{900} = 0.89$, $\rho_{1800} = 0.34$

Problema 6.

- (a) Voz: 0.17 Erlangs
Video: 0.034 Erlangs
Datos: 0.085 Erlangs.
- (b) Voz: 128
Video: 66
Datos: 105
Aplicando un modelo más exacto:
100 para las tres normalizaciones

Problema 7.

- (a) $C = 12.16$ Mbps.
- (b) $C = 10.83$ Mbps.

Problema 8.

- (a) 8 circuitos
- (b) 0.018
- (c) 0.364 y 0.155

Problema 9.

- (a) 51 operadores, 50.53 min
- (b) 53 operadores

Problema 10.

- (a) 50 usuarios
- (b) 112 kpbs [*exacto*], 128 kpbs [*aprox*]
- (c) 0.018

Problema 11.

- (a) 9 recursos [*exacto*], 10 [*aprox*]
- (b) 0.015
- (c) 0.03

Problema 12.

- (a) 5.84 Erlangs, 0.885
- (b) 8 operadores, 64.5 %
- (c) 9 operadores, 53.7 %
- (d) 13 operadores

Problema 13.

- (a) 2.752 Mbps
- (b) 1.856 Mbps

Problema 14.

- (a) 7 circuitos
0.4 Erlangs²
- (b) 3.5 %

Problema 15.

- (a) 13 circuitos
- (b) $PB_A = 0.0386$, $PB_B = 0.0402$
 $PB_C = 0.0654$, $\overline{PB} = 0.045$
- (c) A: 9.83 h, B: 9.23 h, C: 7.57 h

Problema 16.

- (a) BW = 2000 kbps, $\rho = 36.3\%$
- (b) BW = 1300 kbps, $\rho = 55.5\%$

Problema 17.

- (a) $PB_{\text{supervisores}} = 38\%$
- (b) $PB_{\text{global}} = 15.3\%$
- (c) 3.49 horas

Problema 18.

- (a) 9 recursos
- (b) $PB = 5.22\%$
- (c) 4 horas, 13 minutos