

Dimensionamiento y Planificación de Redes

Ejercicios Tema 6. Redes de Sistemas de Colas



Ramón Agüero Calvo

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

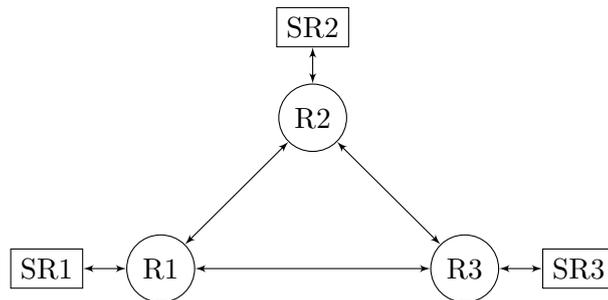
Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

Hoja de Ejercicios - Tema 6
Redes de Sistemas de Cola

Problema 1.

Una empresa con varias delegaciones interconecta las subredes correspondientes (SR1, SR2, SR3) a través de tres routers (R1, R2, R3). Las interconexiones de éstos se realizan con enlaces tipo 'Frame Relay'. En el análisis de la configuración no se consideran las subredes $SR_i, i = 1, 2, 3$, ya que, debido a su alta velocidad (1 Gbps Ethernet), no contribuyen de manera significativa al retardo total. La figura muestra la topología final de la red.



Se sabe que el tráfico total generado por la subred 1 (SR1) es 80 paquetes por segundo, que el tráfico total que llega a la subred 2 (SR2) es 100 p/s. Medidas más detalladas permiten estimar que la tasa desde los terminales de la subred 1 hasta los de la subred 3 es de 40 paquetes por segundo, que se generan 25 paquetes por segundo entre SR2 y SR1, 40 paquetes por segundo entre la subred 2 y la subred 3 y, finalmente, 70 paquetes por segundo entre SR3 y SR1.

El tiempo de llegada entre dos paquetes consecutivos se distribuye con una fdp exponencial negativa, siendo la longitud media de los paquetes de 512 bytes, estando distribuida según una fdp geométrica.

- Dibujar el grafo de la red de sistemas de cola correspondiente a la topología anterior. Indicar el tipo de la red y los dos teoremas más importantes para el análisis de su rendimiento. Indicar la importancia de los dos teoremas en relación con el análisis del rendimiento de una red de paquetes.
- Completar la matriz de demanda, en paquetes por segundo, entre las subredes, así como los valores totales de llegada y salida entre la subred y el router correspondiente. Exponer el resultado en una tabla como la que se muestra a continuación.

| | 1 | 2 | 3 | Suma |
|------|---|---|---|------|
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| 3 | | | | |
| Suma | | | | |

- Calcular el flujo en paquetes por segundo por cada nodo de la red de sistemas de cola, teniendo en cuenta que el gestor de la red programa los routers de manera que el flujo entre las subredes i y j se envíen por ambos caminos en partes iguales (por razones de fiabilidad). Indicar en una tabla el flujo de entrada y salida de los routers, comparando los valores obtenidos.
- Indicar ahora en una tabla como la que se indica a continuación el flujo de cada nodo y establecer la velocidad necesaria en cada uno de forma que el tráfico no supere, en ningún caso, 0.75. Asumir que las velocidades de los routers pueden ser múltiplos de 150 kBytes/s (150, 300, 450,...) y que la capacidad de las líneas Frame Relay se da en unidades de 64 kbps (64, 128, 192..). Calcular los valores

de ocupación de cada nodo (n) y el retardo medio para que un paquete atravesase completamente el nodo (τ).

| Tipo nodo | λ (pkt/s) | Velocidad (kBytes/s) | t_s (ms) | A (Erlang) | n (paquetes) | τ (ms) |
|-----------|-------------------|----------------------|------------|--------------|----------------|-------------|
| Fuente 0 | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| | | | | | | |
| Global | – | – | – | – | | |

(e) Calcular el retardo medio entre las subredes i y j , con $i \neq j$ y exponer los resultados en una matriz como la indicada a continuación. Calcular el retardo medio para toda la red, a partir de los valores individuales y aplicando la fórmula de Little, comparando los resultados.

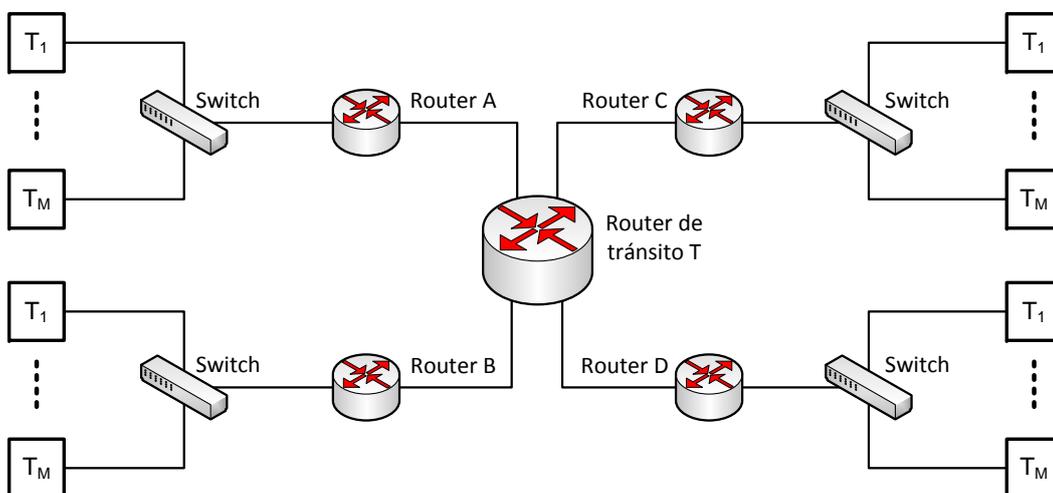
| | | | |
|---|---|---|---|
| | 1 | 2 | 3 |
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| 3 | | | |

(f) Calcular, a partir de los resultados del apartado c), las probabilidades de la matriz de transición. Calcular la suma de los valores de cada fila, comentando el resultado.

(g) Calcular el valor máximo de paquetes total λ_0 que puede entrar en la red para que la ocupación máxima de cualquier nodo de la misma no sea superior a 0.8, sin modificar las velocidades de los routers y líneas Frame Relay. Generar, con esta λ_0 , una tabla similar a la del apartado d); calcular el retardo medio de toda la red. ¿Es necesario modificar la matriz \mathbf{T} calculada en el apartado f)?

Problema 2.

Se considera una empresa con delegaciones en las ciudades A y B . Los terminales de los empleados de la empresa envían paquetes a unas bases de datos que se encuentran en las ciudades C y D . Para ello se conectan a un *switch* Ethernet de 100 Mbps, cuya salida se conecta, a su vez, a un *router* en A y B . Las bases de datos se conectan directamente a un *router* en C y D . Los cuatro *routers* de acceso se conectan mediante circuitos arrendados a un nodo de tránsito, tal y como se muestra en la Figura.



La longitud media de un paquete (variable aleatoria exponencial negativa) es 1 KByte y se supone que la memoria en los buffers de entrada y salida en los routers es suficientemente larga. La tasa de paquetes que se mandan desde los terminales a las bases de datos es la que se establece en la matriz de tráfico que se

muestra seguidamente. Las medidas de las que se dispone permiten establecer que los paquetes se generan según procesos de *Poisson*.

| | | |
|-----------------|-----|-----|
| λ (p/s) | C | D |
| A | 7 | 2 |
| B | 4 | 4 |

- Dibujar el grafo de la red de sistemas de cola correspondiente a la topología anterior.
- Calcular el flujo en paquetes por segundo por cada nodo de la red de sistemas de cola. Indicar en una tabla el flujo de entrada y salida de los routers, comparando los valores obtenidos.
- Indicar, para cada nodo de la red, el flujo total de paquetes; calcular los valores de ocupación de cada nodo (n) y el retardo medio para que un paquete lo atravesase completamente (τ), teniendo en cuenta que la velocidad de procesamiento de los *routers* de acceso es 102.4 kbps, la del nodo de tránsito 1024 kbps y la capacidad de los enlaces alquilados es 128 kbps.
- Calcular el retardo medio entre cada par de puntos y, a partir de esos resultados, el retardo medio (global) en la red. Comprobar que el resultado es correcto, utilizando los valores obtenidos en el apartado anterior.

Problema 3.

Una corporación de empresas instala una RDSI corporativa para unir sus sedes. Instala en cuatro de ellas (nodos) centralitas de conmutación de circuitos de Alcatel Lucent, que se interconectan con circuitos de 64 kbps. Se estima que en la hora cargada el tráfico es el que se indica en la siguiente matriz (valores en Erlang).

| | | | | |
|----------|----------|----------|----------|----------|
| | A | B | C | D |
| A | - | 25 | 23 | 17 |
| B | 29 | - | 33 | 19 |
| C | 38 | 24 | - | 27 |
| D | 19 | 24 | 19 | - |

- Calcular el número de circuitos asumiendo un encaminamiento directo del tráfico (sin desbordamiento) asumiendo una probabilidad de pérdida del 1%. Establecer el factor de uso global ρ_1 de los circuitos, teniendo en cuenta que la pérdida es del 1%; ¿será el factor de uso real mayor o menor que ρ_1 ?

| Enlace | Tráfico directo | # de circuitos |
|--------|-----------------|----------------|
| AB | | |
| AD | | |
| BD | | |
| AC | | |
| BC | | |
| CD | | |
| Total | | |

- El operador estudia un esquema de encaminamiento jerárquico, y selecciona C como nodo superior, estableciendo que el resto pertenezcan al nivel inferior. Seleccionar el número de circuitos en los enlaces directos a partir del tráfico ofrecido, redondeando (por arriba/abajo) para que sea un múltiplo de grupos de 30 circuitos. Dimensionar los circuitos de los enlaces finales con un bloqueo del 1%. Calcular el factor de uso ρ_1 de los circuitos. Calcular el bloqueo real por enlace, así como el tráfico cursado por enlace; establecer el factor de uso global (ρ_2). Comparar ambos valores, justificando la diferencia. ¿Hay alguna razón por la que se haya elegido C como nodo superior?

| Enlace | Tráf. directo | Tráf. desb. | Tráf. total | # circuitos | Prob. bloqueo | Tráf. cursado |
|--------|---------------|-------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| AB | | | | | | |
| AD | | | | | | |
| BD | | | | | | |
| AC | | | | | | |
| BC | | | | | | |
| CD | | | | | | |
| Total | | | | | | |

- (c) Se decide aplicar un esquema de encaminamiento DNH (dinámico no jerárquico), con una probabilidad de desbordamiento del 7%. Calcular el tráfico total en cada enlace y el número de circuitos. Calcular los límites inferior y superior del bloqueo global; ¿bajo qué condiciones se da el límite inferior/superior?. ¿Por qué se decide emplear una probabilidad del 7% para el desbordamiento?. Calcular los dos factores de uso de los circuitos ρ_1 (con el valor de bloqueo mínimo) y ρ_2 .

| Enlace | Tráf. directo | Tráf. desb. | Tráf. total | # circuitos | Prob. bloqueo | Tráf. cursado |
|--------|---------------|-------------|-------------|-------------|---------------|---------------|
| AB | | | | | | |
| AD | | | | | | |
| BD | | | | | | |
| AC | | | | | | |
| BC | | | | | | |
| CD | | | | | | |
| Total | | | | | | |

- (d) El operador decide utilizar grupos E1 para interconectar (un grupo E1 proporciona, para el encaminamiento del tráfico, hasta 30 circuitos). Calcular el número de grupos E1 necesarios (para los tres esquemas de encaminamiento) y el factor de uso ρ_1 , comparando los resultados.

| Enlace | DR | HR | DNHR |
|--------|----|----|------|
| AB | | | |
| AD | | | |
| BD | | | |
| AC | | | |
| BC | | | |
| CD | | | |
| Total | | | |

- (e) En los apartados anteriores se ha aproximado el tráfico de desbordamiento con un modelo de Poisson. ¿Cuál es la característica real de este tráfico? ¿Se hubieran obtenido más o menos circuitos que al utilizar la aproximación anterior?

Problema 4.

Una red de área local se compone de dos conmutadores conectados entre sí. La velocidad de sus procesadores es de 100 Mbps. Al primer switch (1) se conectan $M_1 = 4$ terminales y al segundo (2) $M_2 = 8$ equipos. Tras una serie de medidas se estima que la distribución de los paquetes generados por cada terminal (α) es la que se indica en la matriz \mathbf{A} (el elemento $a_{i,j}$ indica la tasa que genera un terminal conectado al nodo i , dirigida a equipos conectados al nodo j). Se asume, además, que la longitud de los paquetes sigue una distribución exponencial negativa, con un valor medio de 1024 Bytes.

$$\mathbf{A}(\text{pkt/s}) = \begin{pmatrix} 320 & 384 \\ 256 & 200 \end{pmatrix}$$

- (a) Calcular el tiempo de procesamiento por paquete y las tasas entre terminales conectados al mismo switch y la que se dirige al otro conmutador, generando una tabla similar a la que se muestra a continuación.

| λ (pkt/ms) | 1 | 2 | Suma |
|--------------------|---|---|------|
| 1 | | | |
| 2 | | | |
| Suma | | | |

(b) Establecer la red de *Jackson* correspondiente, y generar la matriz de flujo (**F**) y la de transición (**T**).

| F (pkt/ms) | 0 | 1 | 2 | Suma |
|-------------------|---|---|---|------|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |
| Suma | | | | |

| T | 0 | 1 | 2 | Suma |
|----------|---|---|---|------|
| 0 | | | | |
| 1 | | | | |
| 2 | | | | |

(c) Calcular el factor de utilización y el retardo total para los sistemas M/M/1 de la red de *Jackson* anterior.

(d) ¿Cuál es el retardo medio para un paquete cualquiera?

Problema 5.

La empresa **LogiLEGO** tiene sus dos sedes remotas (*R1* y *R2*) interconectadas con la central (*C*), con líneas alquiladas de 512 kbps (para cada sentido). El router de la sede central tiene una velocidad de procesamiento de 2.048 Mbps, mientras que las de los nodos de las sedes remotas (con unas prestaciones algo inferiores) son de 1.024 Mbps. La matriz de tráfico entre las tres sedes es la que se muestra a continuación.

(a) Modelar el sistema con una red de *Jackson* y establecer las matrices de flujo y de transición.

(b) Teniendo en cuenta que la longitud media de los paquetes es de 512 Bytes, calcular el tiempo que un paquete cualquiera tardaría en llegar de su origen a su destino.

(c) ¿Qué incremento de tráfico se podría asumir, si se pretende que ninguno de los *routers* tenga una carga superior al 80%?

| | <i>C</i> | <i>R1</i> | <i>R2</i> |
|-----------|----------|-----------|-----------|
| <i>C</i> | - | 30 | 70 |
| <i>R1</i> | 50 | - | 30 |
| <i>R2</i> | 80 | - | - |

Problema 6.

Para analizar el comportamiento de una red con tres *routers* (*A*, *B* y *X*), los ingenieros de la empresa **EARTi** establecen la matriz de transición \mathcal{T} , que se corresponde con el grafo de *Jackson* correspondiente, así como los valores de α , para todos los nodos de la red ($\alpha_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_0}$).

$$\mathcal{T} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & & & & & & & & & & \\ \mathbf{1} & (A) & & & & & & & & & \\ \mathbf{2} & (B) & & & & & & & & & \\ \mathbf{3} & (X) & & & & & & & & & \\ \mathbf{4} & (A \rightarrow X) & & & & & & & & & \\ \mathbf{5} & (X \rightarrow A) & & & & & & & & & \\ \mathbf{6} & (B \rightarrow X) & & & & & & & & & \\ \mathbf{7} & (X \rightarrow B) & & & & & & & & & \end{pmatrix}$$

$$\alpha = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{1} & \mathbf{2} & \mathbf{3} & \mathbf{4} & \mathbf{5} & \mathbf{6} & \mathbf{7} \\ 1.0 & 0.8 & 0.9 & 1.0 & 0.4 & 0.4 & 0.6 & 0.3 \end{bmatrix}$$

(a) Asumiendo un tráfico total en la red de 100 paquetes por segundo (λ_0), determinar la matriz de tráfico entre los tres *routers*.

Sugerencia: encontrar inicialmente la matriz de flujo usando el diagrama del grafo de Jackson correspondiente.

- (b) Calcular el tiempo medio de permanencia en la red para un paquete genérico, a partir de la ocupación de cada uno de los nodos de la red de *Jackson*, asumiendo que el tiempo de servicio es igual para todos los nodos, $t_s = 5 \text{ ms}$.
- (c) Calcular el tiempo medio que tardaría un paquete en ir de *A* a *B*, y de *B* a *A*.

Problema 7.

Una compañía tiene sus dos sedes remotas (*R1* y *R2*) interconectadas con la central (*C*), con líneas alquiladas de 512 kbps (para cada sentido). El conmutador de la sede central tiene una velocidad de procesamiento de 2.048 Mbps, mientras que los conmutadores de los nodos de las sedes remotas (con unas prestaciones algo inferiores) son de 1.024 Mbps. La matriz de tráfico entre las tres sedes es la que se muestra a continuación. Se supone que el retardo correspondiente a la conexión entre los equipos y los conmutadores es despreciable.

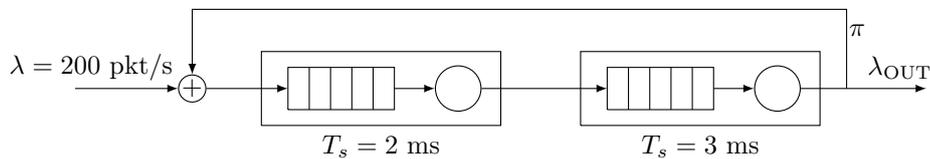
- (a) Modelar el sistema con una red de *Jackson* y establecer las matrices de flujo y de transición.
- (b) Teniendo en cuenta que la longitud media de los paquetes es de 512 Bytes, calcular el tiempo que un paquete cualquiera tardaría en llegar de su origen a su destino.
- (c) ¿Cuál es el tiempo medio en el que una petición originada en *C* llegue a su destino?
- (d) ¿Qué incremento de tráfico se podría asumir, si se pretende que ninguno de los *routers* tenga una ocupación superior al 75 %?

| | | | |
|-----------|----------|-----------|-----------|
| | <i>C</i> | <i>R1</i> | <i>R2</i> |
| <i>C</i> | - | 30 | 70 |
| <i>R1</i> | 50 | 20 | 20 |
| <i>R2</i> | 60 | - | 30 |

Matriz de tráfico

Problema 8.

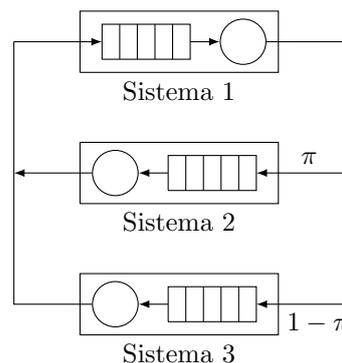
En el sistema de la figura se atraviesan dos sistemas MM1. Cuando abandonan el segundo, se comprueba la existencia de errores en los paquetes, y en caso que los hubiera, se tiene que comenzar el procesamiento desde el comienzo, lo que sucede con una probabilidad π .



- (a) Representar el grafo necesario para analizar el comportamiento del sistema mediante una red de *Jackson*, y establecer las matrices de flujo y transición en función de π .
Tener en cuenta que la tasa de salida λ_{OUT} tiene que ser igual a la tasa de entrada λ .
- (b) Calcular la ocupación individual de cada uno de los sistemas MM1 y el tiempo medio de permanencia en el sistema para $\pi = 0$ y $\pi = 0.2$.
- (c) ¿Cuál es valor máximo de λ que se puede aceptar en el sistema si se pretende que ninguno de los nodos MM1 tengan una ocupación mayor del 90 %, y $\pi = 0.2$?

Problema 9.

Considérese la siguiente red cerrada, en la que los ‘clientes’ que salen de los sistemas 2 y 3 automáticamente pasan al 1. Se considera que los tres nodos tienen la misma tasa de servicio μ .



- (a) Si $\pi = 0.5$ y el número de *clientes* en la red es $N = 2$, calcular la función de probabilidad conjunta para el número de clientes en cada nodo, y establecer la ocupación de cada uno de los sistemas.
- (b) Utilizar el algoritmo de *Buzen* para calcular la ocupación de cada uno de los tres sistemas para $N = 2$, comprobando los resultados con los obtenidos en el apartado anterior, y para $N = 5$, si $\pi = 0.5$ ¿Cuál es el valor medio de '*clientes*' en cada sistema?
- (c) Calcular las medidas de rendimiento de los tres sistemas para $\pi = 0.5$, utilizando el método *MVA*, para $N = 2, 5, 8$, asumiendo que $\mu = 1 \text{ s}^{-1}$.

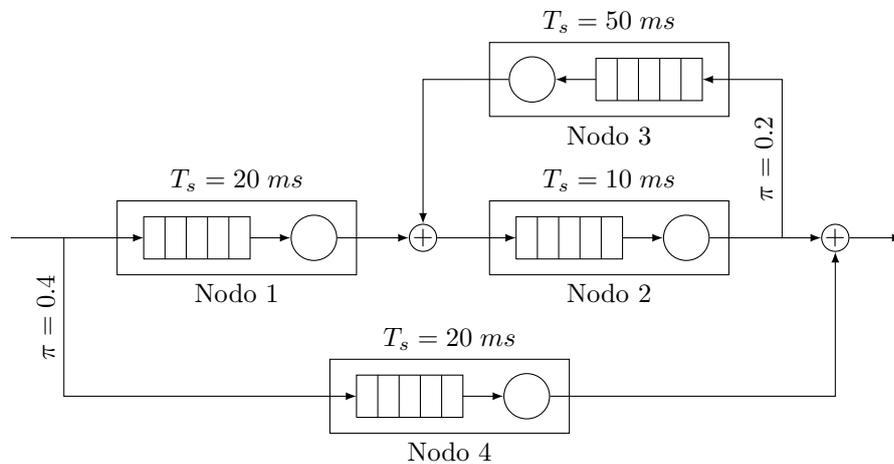
Problema 10.

Considerar un sistema que analiza patrones de ADN, formado por tres procesos diferentes. De los análisis que llegan al sistema, un 20% tienen que pasar un pre-procesado (*fase 1*), lo que lleva un tiempo medio de 2 segundos. El resto pasan directamente a la *fase 2*, con una duración media de 1.8 segundos. Una vez que finaliza el procesamiento de esta segunda fase, hay una probabilidad del 40% de que el análisis no converja, por lo que tendría que volver a analizarse (únicamente por la *fase 2*), tras pasar por un tercer módulo software (*fase 3*), que adapta las características del análisis, para lo que requiere un tiempo medio de 4.8 segundos. Se reciben 15 análisis por minuto y se asume que se dan las condiciones para modelar cada módulo con un MM1.

- (a) Modelar el sistema con una red de *Jackson* abierta, y establecer las matrices de flujo y de transición.
- (b) Calcular el tiempo medio de permanencia en el sistema y, a partir de ese resultado, el número medio de veces que un análisis tendría que pasar por la fase 3 (de adaptación).
- (c) ¿Cuál es la tasa máxima de análisis que se podría aceptar, si se pretende que el retardo máximo en cualquiera de las fases sea 30 segundos?

Problema 11.

Considerar el siguiente sistema, en el que cada uno de los nodos se modela como un MM1. La tasa de entrada (proceso de Poisson) es $\lambda_0 = 50$ paquetes por segundo.



- (a) Modelar el sistema con un grafo (red de *Jackson* abierta), y establecer las matrices de flujo y de transición.
- (b) Calcular el tiempo medio de permanencia en el sistema.
- (c) ¿Cuál es el valor máximo de λ_0 que se podría aceptar en el sistema, si se pretende que la ocupación de los nodos no supere el 90%?

Problema 12.

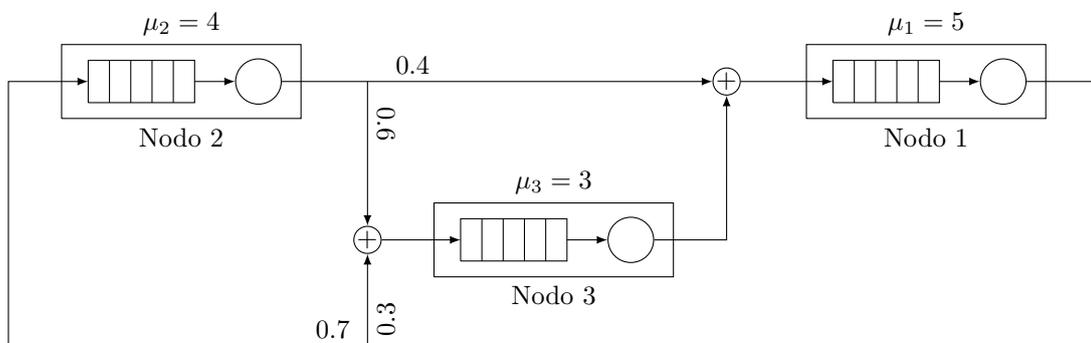
\mathbb{T} es la matriz de transición de una red de *Jackson* abierta (teniendo en cuenta el nodo 0) con tres sistemas MM1 (el nodo 1 se corresponde con la fila/columna 2, el nodo 2 con la fila/columna 3 y el nodo 3 con la fila/columna 4). Se sabe que la tasa de paquetes que entra a la red es $\lambda_0 = 80$ paquetes por segundo, y que los tiempos de servicio en los tres nodos son (todos en milisegundos) $(t_s)_1 = 3.75, (t_s)_2 = 2, (t_s)_3 = 20$.

$$\mathbb{T} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0.8 & 0 & 0 & 0.2 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

- Representar la topología *real* de la red que se está modelando, indicando las tasas de paquetes en cada sistema.
- ¿Cuál es el tiempo medio de permanencia en la red para un paquete cualquiera?
- A partir del resultado anterior, calcular el número de veces que un paquete atraviesa, en media, el sistema 3.
- ¿Cuál es el valor máximo de λ_0 que se podría aceptar, si se pretende que ningún nodo esté ocupado más del 80% del tiempo?

Problema 13.

Considerar la red de Jackson cerrada de la figura, en la que se establece que el número de ‘clientes’ es $N = 4$.



- Establecer la ocupación de cada uno de los sistemas y el número medio de paquetes en cada uno de ellos a partir de la función de probabilidad conjunta de los paquetes en cada nodo.
- Utilizar el algoritmo de *Buzen* para calcular la ocupación de cada uno de los tres sistemas, comparando los resultados con los obtenidos en el apartado anterior. Determinar también el número medio de ‘clientes’ en cada sistema.
- Utilizar el método *MVA* para establecer el rendimiento de los tres sistemas, calculando el tiempo de permanencia y el número medio de paquetes en cada nodo.



Dimensionado y Planificación de Redes

Tema 6 - Redes de Sistemas de Cola Soluciones de la hoja de problemas

Problema 1.

- (a)
- (b)
- (c)
- (d)
- (e) $\bar{\tau} \approx 57.6 \text{ ms}$
- (f)
- (g) $\lambda_0 = 294.11 \text{ paquetes/s}$
 $\bar{\tau} \approx 68.02 \text{ ms}$

Problema 2.

- (a)
- (b)
- (c)
- (d) $\bar{\tau} \approx 1.07 \text{ s}$

Problema 3.

- (a) $\# = 378, \rho_1 = 0.78$
- (b) $\# = 383, \rho_1 = 0.77, \rho_2 = 0.84$
- (c) $\# = 358, \rho_1 = 0.77/0.82, \rho_2 = 0.88$
- (d) **DR:** $E1 = 15, \rho_1 = 0.66, \rho_2 = 0.66$
HR: $E1 = 13, \rho_1 = 0.75, \rho_2 = 0.82$
DNHR: $E1 = 15, \rho_1 = 0.66, \rho_2 = 0.75$

Problema 4.

- (a)
- (b)
- (c)
- (d) $\bar{\tau} \approx 0.217 \text{ ms}$

Problema 5.

- (a)
- (b) $\bar{\tau} \approx 47.36 \text{ ms}$
- (c) $\lambda = 288.89 \text{ paquetes/s (11 \% más)}$

Problema 6.

- (a)
- (b) $\bar{\tau} \approx 36 \text{ ms}$
- (c) $\tau_{A \rightarrow B} \approx 39.55 \text{ ms}$
 $\tau_{B \rightarrow A} \approx 40.81 \text{ ms}$

Problema 7.

- (a)
- (b) $\bar{\tau} \approx 33.676 \text{ ms}$
- (c) $\tau_C \approx 39.17 \text{ ms}$
- (d) $\lambda = 291.65 \text{ paquetes/s (4.16 \% más)}$

Problema 8.

- (a)
- (b) $\pi = 0 : \rho = \{0.4, 0.6\}, \bar{\tau} = 10.83 \text{ ms}$
 $\pi = 0.2 : \rho = \{0.5, 0.75\}, \bar{\tau} = 20 \text{ ms}$
- (c) $\lambda = 240 \text{ paquetes/s}$

Problema 9.

- (a) $\mathcal{P}(n_1, n_2, n_3) = \frac{4}{11} \left(\frac{1}{2}\right)^{2-n_1}$
 $\rho_1 = \frac{8}{11}, \rho_2 = \rho_3 = \frac{7}{11}$
- (b) ($N = 2$) $N_1 = \frac{12}{11}, N_2 = N_3 = \frac{5}{11}$
 ($N = 5$) $\rho_1 = \frac{19}{20}, \rho_2 = \rho_3 = \frac{57}{120}$
 $N_1 = \frac{67}{20}, N_2 = N_3 = \frac{33}{40}$
- (c) ($N = 2$) $\tau_1 = \frac{3}{2}, \tau_2 = \tau_3 = \frac{5}{4}$ (s)
 ($N = 5$) $\tau_1 = \frac{201}{57}, \tau_2 = \tau_3 = \frac{99}{57}$ (s)
 ($N = 8$) $N_1 = 6.09, N_2 = N_3 = 0.96$
 $\tau_1 = 6.14, \tau_2 = \tau_3 = 1.93$ (s)

Problema 10.

- (a)
- (b) 28.445 ms, $\overline{\text{\#fase3}} = \frac{2}{3}$
- (c) $\lambda_{\max} = 15.75$ llegadas/s

Problema 11.

- (a)
- (b) 67.3 ms
- (c) $\lambda_{\max} = 75$ llegadas/s

Problema 12.

- (a) $\lambda_1 = 100, \lambda_2 = 100, \lambda_3 = 20$ (p/s)
- (b) 18.96 ms
- (c) $\overline{\text{\#sistema3}} = \frac{1}{4}$
- (d) $\lambda_{\max} = 160$ p/s

Problema 13.

- (a) $\mathcal{P}(n_1, n_2, n_3) = \frac{1}{0.0272} (0.2)^{n_1} (0.175)^{n_2} (0.24)^{n_3}$
 $\rho_1 = 0.643, \rho_2 = 0.562, \rho_3 = 0.772$
 $N_1 = 1.253, N_2 = 1.003, N_3 = 1.743$
- (b)
- (c) $\tau_1 = 0.3908, \tau_2 = 0.4463, \tau_3 = 0.7536$