Ampliación de Matemáticas. Primera Prueba -15-4-2010

1. a) Hallar el centro, foco y el vértice de la elipse $x^2+2y^2-3x+4y+\frac{1}{4}=0$ (1 p)

b) Sea $z=f(x,y)=3-\frac{x}{3}-\frac{y}{2}$, calcular la derivada direccional de f en el punto (3,2) si v es un vector que va desde el punto A(1,2) al punto B (4 ,5) (0.75 p)

c) Calcular la ecuación del plano tangente a la superficie $xy^2+3x-z^2=4$ en el punto (2,1,-2) (1p)

d) Calcular el rotacional del campo vectorial $\vec{F}=\left(\text{Arco Tangente}\frac{x}{y}\right)\vec{i}+L\left(\sqrt{x^2+y^2}\right)\vec{j}+\vec{k}$ (1 p)

e)Calcular las coordenadas esfericas del punto $(x,y,z)=\left(\frac{\sqrt{2}}{2},\frac{\sqrt{2}}{2},-1\right)$ solución correcta ($\sqrt{2},\frac{\pi}{4},\frac{3\pi}{4}$)

f) Calcular la derivada de $z=f(x,y)=y\,e^{xy}$ en P (0, $\sqrt{2}$) en la dirección del vector v (-3 ,-4) (Solucion -2)

g) Calcular la derivada de $z=f(x,y)=x^3-xy+y^2$ en P (1, 1) en la dirección del vector $v(\frac{3}{5},\frac{4}{5})$ (Solucion 2)

h)Dada la funcion $R^3\to R$, $f(x,y,z)=x\,y^2\,z^3$ .Calcular el valor de $fx(1,-2,1)+fy(1,-2,1)+fz(1,-2,1)$ (Solucion 12)

i)Calcular utlizando integrales eulerianas $I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\sqrt{\text{tang}\,\theta}\,d\theta$

2. Dada la función $z=f(x,y)=\frac{2x^3+2xy^2}{y}$

a) ¿Cuál es la dirección de máximo crecimiento de z en (x = y = 1) (1 p)

b) ¿Y la de máxima disminución? (0.75 p)

c) Determinar la derivada direccional en el punto dado en la dirección en la que w crece con mayor rapidez. (1p)

d) Calcular $d^2 z$ en el punto (3,2). (1p)

3. Calcular $\int_C \vec{f}.\overrightarrow{dr}$ siendo **f** el campo vectorial $\vec{f}=x\,\vec{i}+y\,\vec{j}+z\,\overline{k}$ sobre la trayectoria de una hélice $\mathbf{r}(t)=(\text{sen}\,t,\cos t,t)$ $t\in[0,2\pi]$

4. Calcular $\int_c f(x,y,z)\,ds$ siendo f el campo escalar $f(x,y,z)=x^2+y^2+z^2$ sobre la hélice $\mathbf{r}(t)=(\text{sen}\,t,\cos t,t)$ $t\in[0,2\pi]$