

Ampliación de Matemáticas. Prueba final -6-9-2010

Primera prueba

1. a) Calcular la derivada de $z = f(x, y) = y e^{xy}$ en $P(0, \sqrt{2})$ en la dirección del vector $v(-3, -4)$ (1.25 p)
- b) Dada la función $R^3 \rightarrow R$, $f(x, y, z) = x y^2 z^3$. Calcular el valor de $\frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} + \frac{\partial f}{\partial z}$ en el punto $(1, -2, 1)$ (1.25 p)
- c) Calcular la ecuación del plano tangente al paraboloido $z = 1 - \frac{1}{10}(x^2 + 4y^2)$ en el punto $(1, 1, 1/2)$ (1.5)
- d) Un liquido esta girando en un deposito cilíndrico, y su movimiento viene descrito por el campo de velocidades

$$\vec{F}(x, y, z) = -y\sqrt{x^2 + y^2} \vec{i} + x\sqrt{x^2 + y^2} \vec{k}$$

Calcular el rotacional de F (0.75)

- d) Calcular el centro, el foco y el vértice de la hipérbola. Dibujar la hipérbola $9x^2 - y^2 + 54x + 10y + 55 = 0$ (1.25 p)

-
2. Evaluar la integral de línea $\int_C 8xyz \, ds$. Siendo C la curva $\vec{r}(t) = x(t)\vec{i} + y(t)\vec{j} + z(t)\vec{k} = 12t\vec{i} + 5t\vec{j} + 3t\vec{k}$, $0 \leq t \leq 2$ (2 p)

3. Calcular $\int_C 2xy \, dx + (x^2 + y^2) \, dy$, C es la parábola $y = 4 - x^2$ desde $(2, 0)$ hasta $(0, 4)$ (2 p)

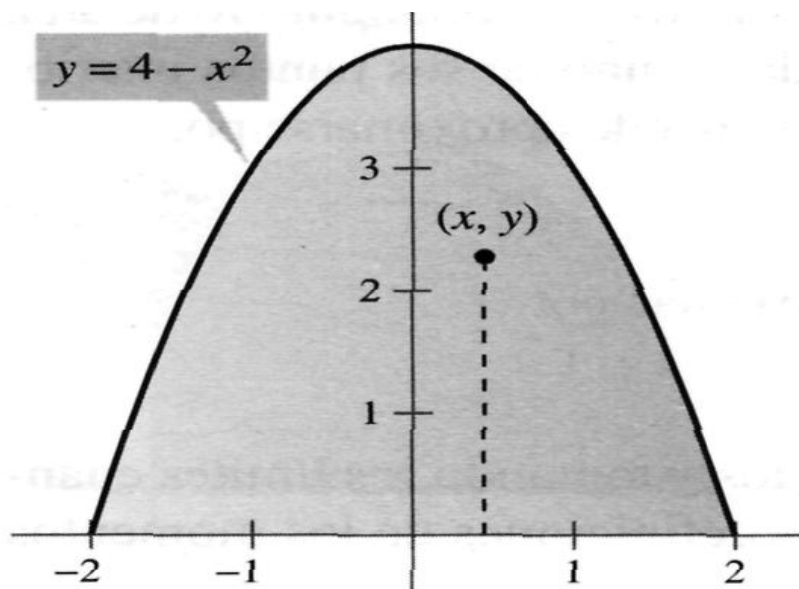
Segunda prueba

4. Resolver la ecuación diferencial de Bernouilli $\frac{dy}{dx} + \frac{y}{x} = \frac{1}{y^2}$ (2 p)

5. Resolver la ecuación diferencial $4x \, dy - y \, dx = x^2 \, dy$ (1p)

6. Integrar la ecuación diferencial mediante un factor integrante $(3xy^3 + 4y) \, dx + (3x^2y^2 + 2x) \, dy = 0$ (2 p)

7. Calcular la masa de la lamina correspondiente a la región parabólica $0 \leq y \leq 4 - x^2$ si la densidad es proporcional a la distancia al eje x , como se indica en la figura. Calcular la componente \bar{y} del centro de masa (3 p)



8. Calcular el volumen del sólido acotado por las graficas de las ecuaciones $z = x + y$, $x^2 + y^2 = 4$ en el primer octante (2 p)

