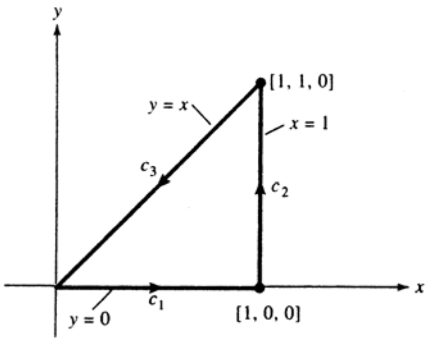
Electricidad y Magnetismo

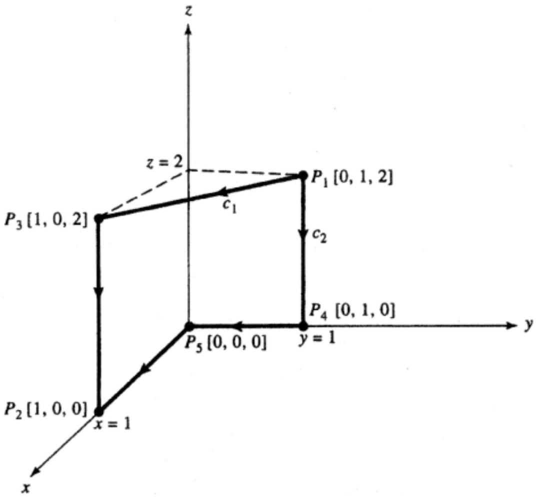
Tema 1; Hoja 3: Problemas de Integrales de Línea, Superficie y Volumen

1. Calcular la integral de línea del campo vectorial
$$\vec{F}(x,y) = 2y\hat{x} + 2x\hat{y}$$
a lo largo del camino cerrado C formado por los caminos $C_1 + C_2 + C_3$ mostrados en la figura



   (a) 2
   (b) -2
   (c) $\frac{3}{2}$
   (d) $-\frac{4}{3}$
   (e) Ninguna de las anteriores

2. Calcular la integral de línea del campo vectorial
$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = (x+y)\hat{x} - x\hat{y} + xz\hat{z}$$
desde $P_1(0,1,2)$ a $P_2(1,0,0)$; primero a lo largo del camino C_1 y después a lo largo del camino C_2, tal y como muestra la figura.



   (a) $-\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$
   (b) $-\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{3}$
   (c) $-\frac{1}{2}$, $-\frac{1}{2}$
   (d) $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{2}$
   (e) $\frac{1}{3}$, $-\frac{1}{2}$

3. Si la fuerza ejercida sobre un objeto viene dada por
$$\vec{F}(x,y,z) = 2x\hat{x} + 3z\hat{y} - 4\hat{z}$$
hallar el trabajo necesario para mover el objeto en línea recta i) desde $(0,0,1)$ m hasta $(0,0,-3)$ m. ii) desde $(1,1,0)$ m hasta $(0,1,0)$ m iii) desde $(1,1,1)$ m hasta $(0,0,1)$ m.

   (a) i) 5 J, ii) -2 J, iii) 4 J
   (b) i) 16 J, ii) -1 J, iii) 4 J
   (c) i) 5 J, ii) -2 J, iii) -4 J
   (d) i) 16 J, ii) -1 J, iii) -4 J
   (e) i) 5 J, ii) -1 J, iii) 4 J

4. Calcular la integral de línea de
$$\vec{F}(x,y,z) = x\hat{x} + 2xy\hat{y} - y\hat{z}$$
desde $(1,-1,0)$ hasta $(0,0,0)$ a lo largo de los siguientes caminos: i) una línea recta entre los dos puntos; ii) un camino dividido en dos partes con el segmento 1 desde $(1,-1,0)$ hasta $(1,0,0)$ y con el segmento 2 desde $(1,0,0)$ hasta $(0,0,0)$.

   (a) i)$-\frac{7}{6}$, ii) $-\frac{3}{2}$
   (b) i) -3, ii) 0
   (c) i) $-\frac{5}{6}$, ii) -1
   (d) i) $\frac{2}{5}$, ii) $\frac{5}{6}$
   (e) i) 1, ii) $\frac{2}{5}$.

5. Calcular la integral de línea del campo vectorial

$$\vec{F}(x,y,z) = \hat{x} + 2\hat{y} + \hat{z}$$

a lo largo de un camino circular de radio 1, que va desde el punto $(1,0,1)$ hasta el punto $(0,1,1)$.

(a) 0
(b) $\frac{\pi}{2}$
(c) π
(d) 1
(e) $-\pi$.

6. Hallar la integral de línea de

$$\vec{F}(\rho,\phi,z) = 2\rho\hat{\rho} + 3\hat{\phi} - z\hat{z}$$

desde el punto $\mathrm{P}_1(\rho = 1, \phi = 0, z = 0)$ hasta $\mathrm{P}_2(\rho = 2, \phi = 90°, z = 3)$ a lo largo de los siguientes contornos: i) un camino con 3 segmentos que consta de un arco de radio 1 desde $(1,0°,0)$ hasta $(1,90°,0)$, una línea recta desde $(1,90°,0)$ a $(2,90°,0)$ y una línea recta desde $(2,90°,0)$ hasta $(2,90°,3)$; ii) líneas rectas desde $(1,0°,0)$ a $(0,0°,0)$ a $(0,0°,3)$ a $(2,90°,3)$.

(a) i) $4,75$; ii) $-\frac{3}{2}$
(b) i) $-5,24$; ii) $\frac{2}{5}$
(c) i) 2; ii) 0
(d) i) $3,21$; ii) $-\frac{3}{2}$
(e) i) $3,21$; ii) $\frac{1}{3}$

7. Hallar la integral de línea del campo vectorial

$$\vec{F}(x,y,z) = y\hat{x} + (x+z)\hat{y} + 3yz\hat{z}$$

a lo largo de líneas rectas que unen los puntos siguientes

$$(1,0,0) \to (0,1,0) \to (0,1,1) \to (0,0,1)$$

(a) -1
(b) $-\frac{1}{2}$
(c) $\frac{3}{5}$
(d) 0
(e) $\frac{1}{2}$

8. Hallar el flujo neto del vector

$$\overrightarrow{F}(x,y,z) = xy\widehat{x} + 2\widehat{y} - z\widehat{z}$$

a través de un cubo cuadrado con lados de longitud unidad que está centrado en el origen y alineado con los ejes coordenados de un sistema de coordenadas rectangular.

(a) 0
(b) 1
(c) -1
(d) 2
(e) -2

9. Hallar el flujo neto del campo vectorial

$$\overrightarrow{F}(\rho,\phi,z) = \rho\widehat{\rho} + 2\widehat{\phi} - z\widehat{z}$$

a través de un cilindro de radio 1 y longitud 1 que está centrado en el origen de coordenadas de un sistema cilíndrico y alineado con el eje Z.

(a) 0
(b) $-\pi$
(c) $\frac{\pi}{2}$
(d) π
(e) $\frac{\pi}{3}$