

# Prácticas Matlab

## Práctica 11: Extremos.

### Objetivos

- Analizar los extremos relativos y absolutos de una función de dos variables en un dominio abierto y en un dominio cerrado y acotado.

### Comandos de Matlab

Todos los comandos que se utilizan en esta práctica se han visto en prácticas anteriores.

### Ejercicios resueltos

# 1

#### *Cálculo de los puntos críticos*

Dada la función  $f(x, y) = x^3 + y^3 - 3x - 12y + 25$

- Representar la función.
- Calcular los puntos críticos.
- Calcular los extremos relativos de  $f$ . ¿Alcanza esta función un máximo o un mínimo absoluto?

### Solución

#### (a) Código Matlab

```
[X,Y]=meshgrid(-3:0.2:3);  
Z=X.^3+Y.^3-3*X-12*Y+25;  
figure(1)  
surf(X,Y,Z)  
figure(2)  
contour(X,Y,Z,25);
```

#### (b) Código Matlab

```
syms x y  
f=x^3+y^3-3*x-12*y+25;  
fx=diff(f,x);  
fy=diff(f,y);  
disp('Puntos críticos')  
[a,b]=solve(fx,fy);
```

```
puntos=double([a b])
```

(c) Código Matlab

```
fxx=diff(fx,x);
fxy=diff(fx,y);
fyy=diff(fy,y);
H=fxx*fyy-fxy^2;
valor_hessiano=subs(H,{x,y},{a,b})
valor_fxx=subs(fxx,{x,y},{a,b})
```

## 2

Dada la función  $f(x, y) = x^2y + y^2 - 4xy + 2y + 10$  en el dominio D dado por el triángulo T de vértices A(2,0), B(4,2) y C(0,2), se pide:

- Representar la superficie en un rectángulo que contenga al triángulo T
- Calcular los extremos de f y determinar cuáles de ellos se encuentran en el interior de T.
- Representar en el dominio el segmento que une los puntos A y B y su imagen por f. ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función sobre este segmento?
- Representar en el dominio el segmento que une los puntos B y C y su imagen por f. ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función sobre este segmento?
- Representar en el dominio el segmento que une los puntos C y A y su imagen por f. ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función sobre este segmento?
- ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función f si se considera como dominio el triángulo T?

Nota: Este ejercicio es el propuesto número 17 de la hoja de problemas.

### Solución

(a) Código Matlab

```
[X,Y]=meshgrid(0:.25:4,0:0.25:3);
Z=(X.^2).*Y+Y.^2-4*X.*Y+2*Y+10;
h1=surf(X,Y,Z);
%Dibujamos la superficie en color magenta, con transparencia 0.5
%y color de la retícula en blanco
set(h1,'FaceColor','magenta','FaceAlpha',0.5,'EdgeColor','w')
%Etiquetamos los ejes
xlabel('Eje X')
ylabel('Eje Y')
zlabel('Eje Z')
title('Gráfica de f(x,y) = x^2*y+y^2-4*x*y+2*y+10')
view(22,22)
```

```

hold on
pX=[2 4 0 2];
pY=[0 2 2 0];
pZ=[0 0 0 0];
line(pX,pY,pZ, 'linewidth',2, 'color', 'blue')

```

## (b) Código Matlab

```

syms x y
funcion=x^2*y+y^2-4*x*y+2*y+10;
fx=diff(f,x)
fy=diff(f,y)
[a,b]=solve(fx,fy);
Puntos=double([a b])
fxx=diff(fx,x);
fxy=diff(fx,y);
fyy=diff(fy,y);
H=fxx*fyy-fxy^2;
valor_Hessiano=subs(H, {x,y}, {a,b})
valor_fxx=subs(fxx, {x,y}, {a,b})

```

## (c) Código Matlab

```

%Parametrizamos el segmento que pasa por (2,0,0) y (4,2,0)
t=linspace(0,1);
X1=2+t*2;
Y1=0+t*2;
Z1=0*t;
%La dibujamos con grosor 2 y color azul
Z1=(X1.^2).*Y1+Y1.^2-4*X1.*Y1+2*Y1+10;
line(X1,Y1,Z1, 'linewidth',2, 'color', 'blue')
%Calculamos los extremos de f sobre este segmento
syms u
f_sobre_AB=subs(funcion, {x,y}, {2+u*2,2*u});
der1=diff(f_sobre_AB);
puntos=solve(der1);
puntos_AB=double(puntos)
valorf_puntosCriticosAB=double(subs(f_sobre_AB,u,[0 puntos(2) 1]))

```

## (d) Código Matlab

```

%Parametrizamos el segmento que pasa por (4,2,0) y (0,2,0)
t=linspace(0,1);
X1=4-t*4;
Y1=2+t*0;
Z1=0*t;
%La dibujamos con grosor 2 y color azul
Z1=(X1.^2).*Y1+Y1.^2-4*X1.*Y1+2*Y1+10;
line(X1,Y1,Z1, 'linewidth',2, 'color', 'yellow')
%Calculamos los extremos de f sobre este segmento
f_sobre_BC=subs(funcion, {x,y}, {4-4*u,2});
der1=diff(f_sobre_BC);
puntos=solve(der1);
puntos_BC=double(puntos)
valorf_puntosCriticosBC=double(subs(f_sobre_BC,u,[0 puntos(1) 1]))

```

## (e) Código Matlab

```

%Parametrizamos el segmento que pasa por (0,2,0) y (2,0,0)
t=linspace(0,1);
X1=0+t*2;
Y1=2-t*2;
Z1=0*t;
%La dibujamos con grosor 2 y color azul

```

```

Z1=(X1.^2).*Y1+Y1.^2-4*X1.*Y1+2*Y1+10;
line(X1,Y1,Z1,'linewidth',2,'color','cyan')
%Calculamos los extremos de f sobre este segmento
f_sobre_CA=subs(funcion,{x,y},{2*u,2-u*2});
der1=diff(f_sobre_CA);
puntos=solve(der1);
puntos_CA=double(puntos)
valorf_puntosCriticosCA=double(subs(f_sobre_CA,u,[0 puntos(2) 1]))

```

### Ejercicios propuestos

# 1

Estudiar los extremos absolutos y relativos de las funciones

(a)  $z = f(x, y) = xe^{-x^2-y^2}$

(b)  $f(x, y) = \frac{x^4 + 2x^3y - 6x^2y^2 + y^4}{x^4 + y^4 + 1}$

# 2

Considerar una placa delgada que tiene la forma del triángulo R de vértices A(1,0), B(-1,1) y C(1,-1). Suponiendo que la temperatura en cada punto de la placa viene dada por la función  $T(x, y) = x^2 - xy + y^2$ , se pide:

- Representar la superficie en un rectángulo que contenga al triángulo R
- Calcular los extremos de T y determinar cuáles de ellos se encuentran en el interior de R.
- Representar en el dominio el segmento que une los puntos A y B y su imagen por T. ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función sobre este segmento?
- Representar en el dominio el segmento que une los puntos B y C y su imagen por T. ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función sobre este segmento?
- Representar en el dominio el segmento que une los puntos C y A y su imagen por T. ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función sobre este segmento?
- ¿Cuál es el valor máximo y mínimo que toma la función T si se considera como dominio el triángulo R?