Estadística y Métodos Numéricos

Ejercicios TEMA 2. Curso 2010/2011

Grado de Ingeniería Civil

2.1 (Problema con R) Utilizar la visión frecuentista de la probabilidad para deducir la probabilidad de obtener cara al lanzar una moneda al aire. Para ello, utilizar la función `sample` para tomar 500 muestras aleatorias del espacio muestral `c("cara","cruz")`. Representar gráficamente el cociente entre el número de caras y el número de veces que se ha lanzado.

2.2 Suponiendo que $P(A) = 1/3$, $P(B) = 1/4$ y $P(A \cap B) = 1/10$. Hallar: $P(A|B)$, $P(B|A)$, $P(A|A \cap B)$, $P(A \cap B|B)$ y $P(A|B^c)$.

2.3 Dado que $P(A) = 1/3$, $P(B|A) = 1/2$ y $P(A \cup B) = 5/6$.

a) ¿Son los sucesos A y B independientes?

b) ¿Son los sucesos A y B incompatibles?

c) Calcular la $P(A \cap B|B)$

2.4 El 80 % de la población es mayor de 25 años. El 70 % de la población tiene los ojos oscuros. Determinar la probabilidad de

a) ser mayor de 25 dado que se tienen los ojos oscuros (justifica las suposiciones que hagas)

b) no ser mayor de 25 o tener los ojos claros

c) ser mayor de 25 y tener los ojos claros

2.5 Sean los sucesos A y B, donde $P(A) = 0.5$ y $P(A \cup B) = 0.8$. Asignar el valor de $P(B)$ para que

a) A y B sean sucesos incompatibles

b) A y B sean sucesos independientes

2.6 En cierto lugar se ha instalado una alarma. Si hay peligro, la alarma se pone en funcionamiento con un 99 % de probabilidad. Por otra parte, la probabilidad de que en una noche se produzca una alarma si no hay peligro es de 0.005, y la prob. de que se presente un peligro es 0.001. Si se declara una alarma, ¿cuál es la probabilidad de que sea falsa (no haya peligro)?

2.7 En un instituto el 40 % de los alumnos están en primer curso, el 35 % en segundo y el 25 % restante, en tercero. Al final de curso, suspenden el 20 % de los alumnos de primero y el 15 % de los de tercer curso. Elegido un alumno al azar, tiene un 20 % de probabilidad de haber suspendido.

a) ¿Cuál es la probabilidad de estar en primero y suspender?

b) ¿Cuál es la probabilidad de estar en primero o suspender?

c) Tomando un alumno de segundo ¿Cuál es la probabilidad de que haya suspendido?

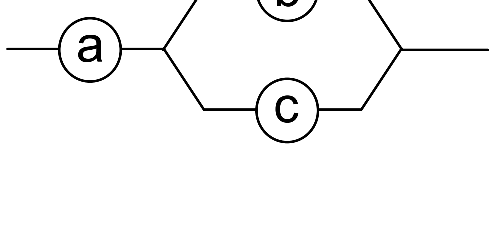
d) ¿Son los sucesos “ser de primer curso” y “suspender” dependientes o independientes?

e) Hallar la probabilidad de que al elegir un alumno que se sabe que ha suspendido, sea de tercer curso.

2.8 Se considera el sistema de componentes conectados de la figura siguiente. El componente a y el subsistema $b - c$ están conectados en serie. Dentro del subsistema $b - c$, el componente b y el componente c están conectados en paralelo. Un subsistema formado por elementos colocados en serie funciona cuando funcionan todos ellos; un subsistema formado por elementos en paralelo funciona cuando funciona al menos uno de ellos. Los tres componentes son independientes y la probabilidad de que uno cualquiera de ellos funcione es de 0.9.

a) Calcular la probabilidad de que el sistema funcione.

b) Sabiendo que el sistema no ha funcionado, calcular la probabilidad de que el componente b esté estropeado.



2.9 Considerar la variable aleatoria obtenida mediante el proceso de lanzar un dado y multiplicar el resultado por 2. Hallar su función de probabilidad. Hallar su valor esperado y su varianza.

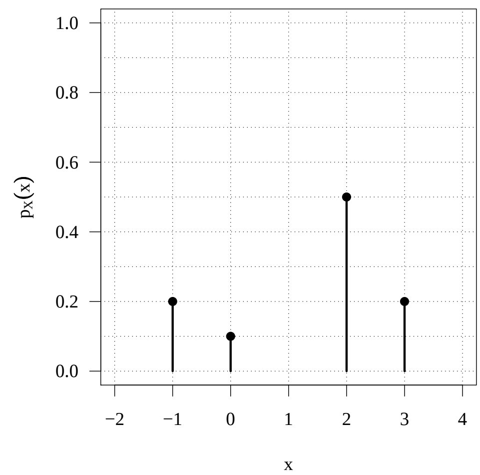
2.10 La figura de la derecha representa la función de probabilidad de una variable aleatoria:

a) Obtener su media

b) Obtener su desviación estándar

c) Escribir su función de distribución

d) Obtener su mediana



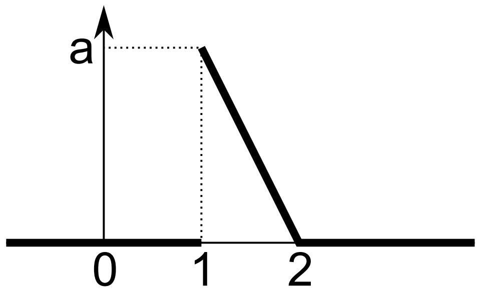
2.11 (4 puntos) La función de densidad de la variable aleatoria X viene dada por la siguiente gráfica

a) Determinar el valor de a

b) Determinar las expresiones de la función de densidad f_X y de la de distribución F_X de la variable X.

c) Calcular la esperanza de X

d) Calcular la probabilidad de que X tome valores situados a distancia 1/3 o más de su esperanza.



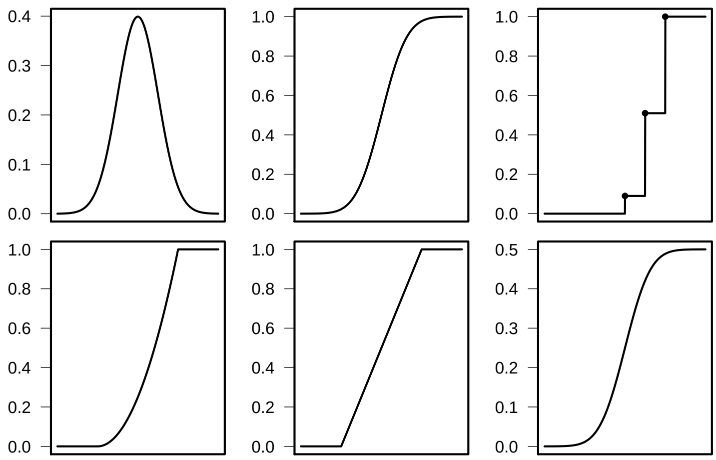
2.12 Dada la función $f(x) = a(1 + x^2)$ si $x \in [0, 3]$ (y 0 en otro caso)

a) Hallar el valor de a para que sea una función de densidad.

b) Hallar el valor esperado y la varianza de la distribución.

c) Hallar la probabilidad de que la variable aleatoria sea mayor que su valor esperado.

2.13 Indicar si las siguientes curvas pueden representar la función de distribución para alguna variable aleatoria. Justificarlo e indicar si se trata de una v.a. continua, discreta o mixta.



2.14 Contestar <u>razonadamente</u> a las siguientes preguntas referidas a la figura de la derecha:

a) La función representada, ¿puede ser función de distribución de alguna variable aleatoria?. Si es así, ¿de qué tipo de variable aleatoria se trata?

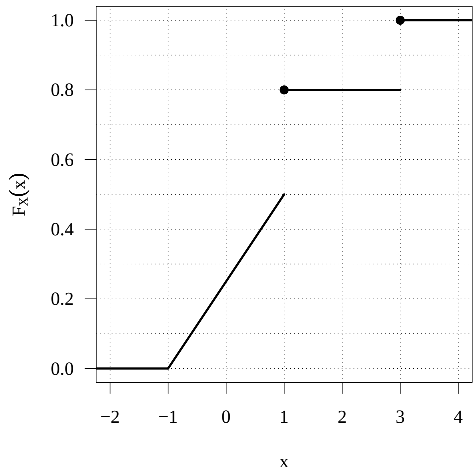
b) ¿Cuánto vale $P(X = 0)$?

c) ¿Cuánto vale $P(X = 1)$?

d) ¿Cuánto vale $P(X \leq 2)$?

e) ¿Cuánto vale la mediana de esta variable aleatoria?

f) ¿Y su rango intercuartílico?



2.15 Una estructura metálica puede sufrir, debido al calor, una dilatación que (medida en cm) es una variable aleatoria X con función de densidad dada por:

$$f_X(x) = \begin{cases} ax & 0 \leq x \leq 3 \\ b & 3 < x < 5 \\ \frac{b}{3}(8 - x) & 5 \leq x \leq 8 \end{cases}$$

a) Sabiendo que la función de densidad es una función continua de x, determinar a y b.

b) Calcular la probabilidad de que la dilatación sea inferior a 3 cm.

c) Si con un aparato se ha observado que la estructura ha dilatado más de 3 cm, ¿con qué probabilidad la dilatación estará entre 3 y 5 cm?

2.16 Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justificarlo brevemente:

a) De forma general, se tiene que $P(A \cap B) = P(A)P(B)$

b) De los sucesos A y B se sabe que son incompatibles, que $P(A) = 0.2$ y que $P(B) = 0.5$. Por tanto, la probabilidad de que ocurra A o B es 0.1

c) Dados los siguientes sucesos del experimento aleatorio consistente en lanzar un dado: $A = \{3, 5\}$ y $B = \{1, 3\}$, el suceso $A - B = \{2, 2\}$

d) Los cuantiles de cualquier distribución de probabilidad son probabilidades y, por tanto, valen siempre entre 0 y 1.

e) La función $F_X(x) = e^x$, para $x \leq 0$, junto con $F_X(x) = 1$, para $x > 0$, puede ser la función de distribución de alguna variable aleatoria.