Estadística y Métodos Numéricos

Ejercicios TEMA 3. Curso 2010/2011

Grado de Ingeniería Civil

3.1 Como parte de un entrenamiento diario en el Real Madrid, cada delantero debe anotar 20 penaltis. Cristiano Ronaldo tiene una tasa de acierto en lanzamientos desde el punto de penalti del 90 %. Para este jugador se pide:

a) Función de probabilidad del número de lanzamientos que tiene que realizar hasta que termina esta parte del entrenamiento.

b) Función de probabilidad del número de lanzamientos hasta que marca el primer penalti.

c) Probabilidad de que en los 20 primeros lanzamientos marque 15.

d) Si cada lanzamiento le lleva 30 segundos, ¿Cuál es la función de probabilidad del tiempo que tarda en terminar esta parte del entrenamiento?

e) Función de probabilidad del tiempo que tarda en anotar la mitad de los penaties requeridos en un día (es decir, 10 penaltis anotados).

f) Función de probabilidad de la mitad del tiempo de esta parte del entrenamiento diario. Compararla con la del apartado anterior.

3.2 Un examen de tipo test consta de 8 preguntas de verdadero o falso. Las respuestas acertadas valen 1 punto, las falladas -1 punto y las no contestadas 0 puntos. Perico se ha presentado al examen, pero no ha estudiado, de forma que responde a las preguntas al azar.

a) Obtener el valor esperado de la nota de Perico en el test si responde a todas las cuestiones.

b) Obtener la probabilidad de que saque más de 2 puntos en el test si contesta a todas las preguntas.

c) Obtener la probabilidad de que saque más de 2 puntos en el test si contesta a 4 de las 8 preguntas.

d) Aunque saque una nota negativa, la profesora le va a asignar un 0 en el test. Obtener la función de probabilidad de la nota de Perico si responde a 4 preguntas. ¿Cambia el valor esperado de la nota de Perico por el hecho de que no le asignen notas negativas?

3.3 (Overbooking) En el restaurante Perico sólo se cena mediante reserva. Por experiencia, el dueño sabe que el 20 % de las personas que reservan una mesa no asistirán. Por esta razón, cada noche acepta 40 reservas aunque sólo dispone de 32 mesas,

a) ¿cuál es la probabilidad de que tenga mesa para todas las reservas que asistan una noche?

b) ¿cuántas mesas debería colocar para garantizar con una probabilidad del 90 % que todo el que venga tendrá su mesa disponible?

3.4 Se lanza un dado tantas veces como sea necesario hasta obtener tres seises. Si la variable aleatoria X mide el número de lanzamiento en que se obtiene el tercer seis: Escribir la función de probabilidad de X. Calcular $P(X = 4)$ y $P(X > 4)$.

3.5 Un servidor web recibe un número de peticiones por segundo que sigue una ley de Poisson con parámetro 0.2. Determinar:

a) La probabilidad de que se reciban dos peticiones en un segundo.

b) La probabilidad de que se reciban un máximo de 3 peticiones en un segundo.

c) La probabilidad de que el servidor se colapse si no puede atender más de 4 peticiones por segundo.

d) La probabilidad de que se reciban 20 peticiones en un minuto.

e) La probabilidad de que se reciban 20 peticiones o menos en un minuto.

3.6 A un hotel llegan dos carreteras A y B. El número de llegadas diarias por cada carretera siguen distribuciones de Poisson independientes con parámetros 8 y 9 respectivamente. Si un día llegaron 12 personas, ¿cuál es la probabilidad de que 7 llegaran por la carretera A?

3.7 Para las oposiciones de Justicia, los candidatos a oficiales deben estudiar 35 temas. El dia del examen, se seleccionan de forma aleatoria 3 temas, de los cuales los candidatos deben desarrollar el que ellos elijan. Dado que disponen de esta última libertad, es práctica habitual no estudiar todos los temas, esperando que sea poco probable que de 3 temas al azar no salga ninguno de los que han decidido estudiar.

a) Determinar la probabilidad de que no se haya estudiado ningún tema de los 3 que proponen si se han dejado sin estudiar 10 de los 35 temas.

b) Determinar el número de temas que se pueden dejar sin estudiar para garantizar un 99 % de probabilidad de poder desarrollar el tema en el examen.

3.8 (Distribución uniforme) Una de las variables aleatorias continuas más sencillas es la variable aleatoria uniforme U(a,b). La función de densidad de esta variable aleatoria toma un valor constante en el intervalo $[a, b]$ y vale cero fuera de él. Obtener, en función de los parámetros a y b, las expresiones de la función de densidad, de la función de distribución, el valor esperado y la varianza.

3.9 La duración de una bombilla es Ex(α). La probabilidad de que sobrepase las 1000 horas de uso es 0,9.

a) ¿Cuál es la probabilidad de que sobrepase las 2000 horas de uso?

b) ¿Cuántas horas se mantiene funcionando con una probabilidad de 0,95?

3.10 Si X es una variable Ex(α), calcular $P(X \leq x_0 + x|X > x_0)$

3.11 El restaurante Perico sólo sirve cocido montañés en su menú de mediodía. Cada día a las 12:00 tiene listas 100 raciones de cocido y atiende clientes a partir de esa hora mientras le queden raciones. Si los clientes llegan a un promedio de 30 clientes por hora y siguen una distribución de Poisson:

a) Determinar la función de densidad del tiempo durante el que sirven comidas cada día en el restaurante.

b) ¿Con qué probabilidad siguen atendiendo clientes más allá de las 16:00?

3.12 Jaimito acaba de comprarse un cronómetro y ha bajado a probarlo a la calle, donde sabe que los coches pasan siguiendo una ley de Poisson de media 10 coches/hora. Se sienta en la acera y mide los tiempos entre el paso de los coches.

a) Determinar la función de densidad del tiempo que transcurre entre que pasa un coche y el siguiente.

b) Determinar la función de densidad del tiempo que tiene que esperar hasta que llega el quinto coche.

c) Una tortuga comienza a cruzar la calle. Jaimito ha visto tortugas de esa raza en otras ocasiones y sabe que tardan un tiempo (determinista) de 30 minutos en cruzar. Hallar la probabilidad de que la tortuga sobreviva al cruce de la calle si la tortuga sigue la ley de Murphy y, por tanto, cualquier coche que venga mientras está cruzando acabará con ella a pesar de que el ancho de las ruedas es muy inferior al del tramo de calzada que tiene que atravesar.

3.13 El 20 % de los chips fabricados en una planta son defectuosos. Cuales son las probabilidades de que en un lote de 100 chips aleatoriamente seleccionados

a) más de 15 sean defectuosos.

b) entre 10 y 15 sean defectuosos

3.14 Calcular el rango intercuartílico de la distribución normal tipificada.

3.15 Según los patrones de crecimiento de la Organización Mundial de la Salud[1], la altura de los niños de 3 años se distribuye según una distribución normal de media 96,10 cm y desviación estandar 3,76 cm Se pide:

a) Encontrar la probabilidad de que un niño de 3 años mida más de 1 metro.

b) Encontrar la probabilidad de que un niño de 3 años mida entre 90 y 100 cm.

[1] `http://www.who.int/entity/childgrowth/standards/cht_hfa_ninos_p_2_5.pdf`

3.16 Según los patrones de crecimiento de la Organización Mundial de la Salud[2], la altura de los niños de 4 años se distribuye según una distribución normal cuyo percentil 15 es 99,0cm y el percentil 97 es 111,2cm. Se pide:

a) Encontrar la media y la desviación típica de la altura de los niños de 4 años

b) Encontrar la altura que solo es superada por uno de cada 100 niños.

3.17 Indicar si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas:

a) El número de lanzamientos de un dado regular hasta que obtengo el primer 6 es una variable aleatoria binomial B(6, 1/6)

b) El número de reyes en una mano de mus (es decir, en un grupo de 4 cartas tomado de una baraja de 40 cartas donde hay 8 reyes) es una variable aleatoria binomial B(4, 8/40).

c) Si voy sacando cartas de una baraja, el número de cartas que tengo que sacar hasta que me sale una de espadas es una variable aleatoria geométrica G(10/40)

d) La suma de dos variables aleatorias independientes, ambas con distribución Ex(α), sigue una distribución $Ga(2, \alpha)$.

e) Si X$\sim$Ex(α), entonces la variable aleatoria Y=2X es Y$\sim$Ex($\alpha/2$).

[2] `http://www.who.int/entity/childgrowth/standards/cht_hfa_ninos_p_2_5.pdf`