

Estadística y Métodos Numéricos (Grado de Ingeniería Civil)

Prueba escrita del Bloque II. Curso 2010/11

Apellidos:

Nombre:

Grupo:

1. (3+3+2 puntos) Una empresa química se dedica a la producción de dos productos diferentes: A y B. La fabricación de una tonelada de cada uno de ellos requiere dos procesos diferentes I y II. Cada tonelada del producto A requiere de 2 horas del proceso I y 3 horas del proceso II, mientras que para producir una tonelada del producto B se necesitan 3 horas de proceso I y 4 horas de proceso II.

Cada uno de los procesos debe estar supervisado en todo momento por un ingeniero. El ingeniero que supervisa el proceso I dispone para esa labor de 16 horas esta semana, mientras que el encargado de supervisar el proceso II dispone de 24 horas.

En los procesos de producción se genera un residuo tóxico que debe ser depurado, siendo la capacidad máxima de depuración de la planta de 20 unidades de residuo para esta semana. En la producción de cada tonelada de A se generan 2 unidades del residuo, mientras que en la producción de cada tonelada de B se genera 1 unidad del residuo.

Finalmente, la empresa obtiene unos beneficios por cada tonelada del producto A de 7 unidades monetarias, y por cada tonelada de B de 10.

Con todos estos datos se pide:

- plantear el programa lineal que permita determinar las toneladas que deben ser producidas de cada producto a fin de maximizar los beneficios
 - representar gráficamente el problema planteado
 - Resolver el problema e indicar cuáles serían las producciones óptimas y cuál el beneficio logrado.
2. (3+3+2 puntos) Un laboratorio desarrolla hormigón que en 24 horas obtiene el 80 % de su resistencia máxima. El valor de su resistencia (medida en MPa) en función del tiempo de secado se puede estimar usando la función $g(t) = \frac{t^2}{4 \ln(t)}$.
- Usando un algoritmo de punto fijo, calcular el tiempo que se tarda en obtener 17 MPa de resistencia, partiendo del punto inicial $t_0 = 5$ con un error relativo menor o igual a 0.01 %
 - Si en lugar de utilizar un algoritmo de punto fijo en el apartado anterior, usamos el algoritmo de Newton-Raphson, ¿qué error relativo se comete con la aproximación t_3 ?
 - Si quisiéramos usar el método de la bisección en un intervalo [11,14], cuántas iteraciones son necesarias para tener un error absoluto menor o igual a 0.0001
3. (8 puntos) Se ha tabulado una función $f(x)$ en los siguientes nodos.

x_i	-2	-4/3	-2/3	0	2/3	4/3	2
$f(x_i)$	7.4434	12.1548	19.5669	31.0000	48.2605	73.7658	110.8358

- Hallar $f(0.5)$ por interpolación cuadrática adecuada, usando diferencias divididas de Newton, y dar una estimación del error cometido.
- Expresar, sin desarrollar, el polinomio anterior como polinomio de Lagrange.
- Hallar $\int_{-2}^2 f(x) dx$ con la regla de Simpson compuesta.
- Conociendo que $f(x) = e^x(x^2 - 10x + 31)$. Hallar el mínimo número de nodos para estimar

$$\int_{-2}^2 f(x) dx$$

por el método de Simpson con un error menor que 10^{-4} .

4. (6 puntos) Indica si las siguientes cuestiones son Verdaderas (V) o Falsas (F) al lado de cada una. Las respuestas acertadas valen 1 punto, los fallos -1 y las no contestadas 0.

- La relación lineal entre la variable independiente Y y la variable dependiente X se refleja de la forma: $Y = a + bX$.
- Sea la relación lineal entre X e Y de la forma $Y=a+0.8x$. Entonces, si $S_x^2 = 2542$ y $S_y^2 = 1956$, la correlación entre ambas variables es 0.912
- El vector gradiente de una función siempre señala la dirección de decrecimiento de la función.
- Sea $f(x)$ una función cualquiera. Si $f(a)f(b) < 0$ entonces en $[a,b]$ hay un número impar de raíces.

- e) Dada $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -4 & 2 \end{pmatrix}$ se tiene que $\|A\|_1 = 5$

- f) Dada $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 10 & 0 \\ 0 & 3 & -1 & 8 \\ 10 & -1 & 2 & 0 \\ -1 & 11 & -1 & 3 \end{pmatrix}$ la matriz de Jacobi asociada es $J = \begin{pmatrix} 0 & 1/2 & -5 & 0 \\ 0 & 0 & 1/3 & -8/3 \\ -5 & 1/2 & 0 & 0 \\ 1/3 & -11/3 & 1/3 & 0 \end{pmatrix}$