

# I. Sistemas de representación métricos. (Sistemas diédrico y planos acotados).

**Tema 1: Nociones generales de sistemas de representación métricos. (S. Diédrico y planos acotados):**

## **Proyección de un punto sobre un plano.**

Se exponen de forma muy elemental, las nociones de geometría proyectiva que fundamentan los sistemas de representación.

Proyectar es una operación geométrica que consiste en hacer pasar un rayo proyectivo por un punto determinado.

Un haz de rayos proyectivos, es el conjunto de líneas que parte de un punto denominado vértice de la radiación (que se encuentra en el espacio finito o punto propio, o en el infinito o punto impropio).

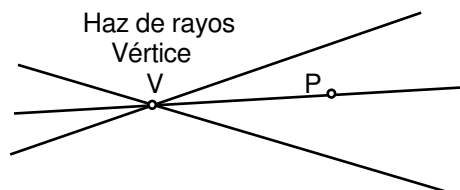


Figura 1. Proyección del punto P.

Cortar hace referencia a la intersección que un rayo proyectivo tiene sobre un plano, al que se denomina de proyección.

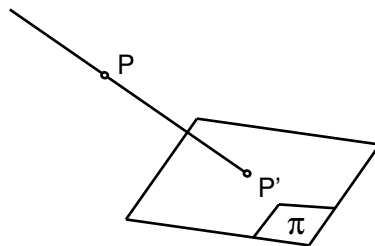


Figura 2. Corte del rayo proyectivo del punto P con el plano  $\pi$ .

Proyección de un punto P sobre un plano es obtener mediante las operaciones de proyectar y cortar el punto P' de intersección del rayo proyectivo con el plano de proyección.

## **Determinación de un punto por sus proyecciones.**

Puede decirse que es el proceso inverso a la proyección del punto. Se observa que para ello es preciso tener algún dato adicional para situarlo con precisión en su correspondiente rayo proyectivo, tal como la distancia del plano de proyección al punto o bien otra proyección.

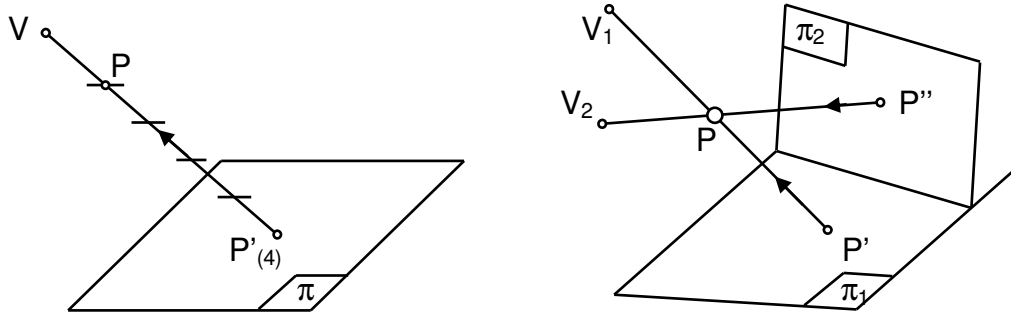


Figura 3. Visualización del punto a partir de sus proyecciones.

### Sistemas de representación: idea general.

Un sistema de representación es el procedimiento que se aplica para representar un objeto.

El objetivo principal en la representación de un objeto es conocer las características geométricas del mismo, es decir, ser capaces de obtener a partir de su representación, el modelo espacial, en tres dimensiones. (Pueden transmitirse otras informaciones de tipo estético, como color, textura, o de tipo tecnológico, como el proceso de fabricación).

La dificultad que se presenta al representar un objeto tridimensional sobre un formato bidimensional (papel, pantalla), es debido a que se dispone de una dimensión menos.

Por consiguiente, al representar un objeto, es preciso realizar ciertas 'operaciones geométricas' que permitan reconocer como es dicho objeto en tres dimensiones a partir del dibujo, que está realizado en dos dimensiones.

Un sistema de representación es el conjunto de operaciones geométricas que se realizan para representar un objeto sobre un formato con una dimensión menos, de modo que quede definido geoméricamente. Estas operaciones se basan en el proceso seguido para la proyección de un punto, que se acaba de ver.

Para facilitar su comprensión se van a exponer los fundamentos de los sistemas de representación aplicando la similitud que tienen con el funcionamiento de un proyector de diapositivas, identificando: el vértice de la radiación con el punto de luz o con el punto de vista del observador; el haz de rayos proyectivos con los rayos luminosos; el objeto puntual o tridimensional con la diapositiva; y el plano de corte con la pantalla o formato bidimensional de proyección o plano  $\pi$  de dibujo o referencia en la representación (figura 4).

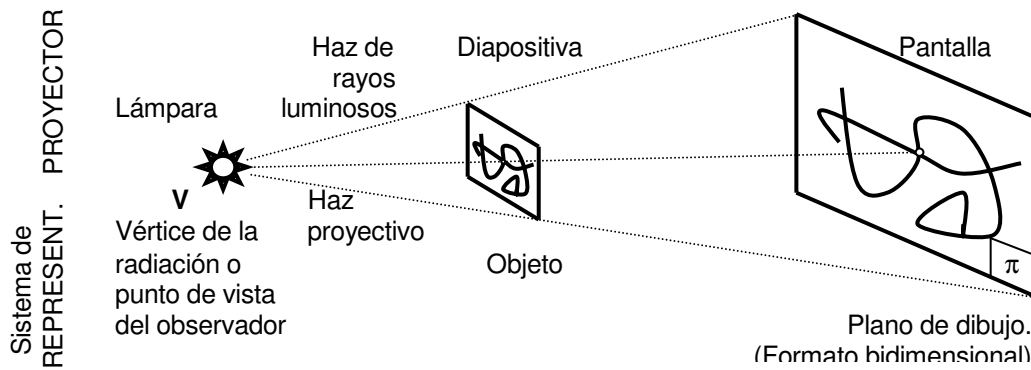


Figura 4. Proyección de diapositiva - objeto.

A partir de los elementos básicos representados en la figura 4, se dan los siguientes casos de sistemas de representación:

- Si el punto de vista o vértice de la radiación es un punto propio (es decir, está en la zona finita del espacio), el haz proyectivo tiene forma cónica, resultando el **Sistema Cónico**, empleado más usualmente en arte, así como en arquitectura e ingeniería, principalmente cuando se trata de representar grandes volúmenes, como edificios o naves industriales en los que interesa una percepción más real del objeto.

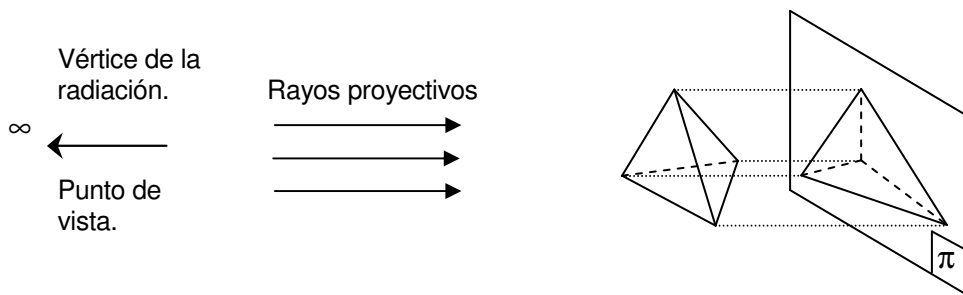


Figura 5. Proyección paralela.

Otros sistemas de representación resultan al situar el punto de vista en el  $\infty$ , con lo cual los rayos proyectivos son paralelos. A estos sistemas se les denomina de proyección cilíndrica o paralela y tienen importantes ventajas debido a que simplifican la representación.

Si estos rayos proyectivos son perpendiculares al plano de proyección, se dice que el sistema de representación es ortogonal, en caso contrario es oblicuo.

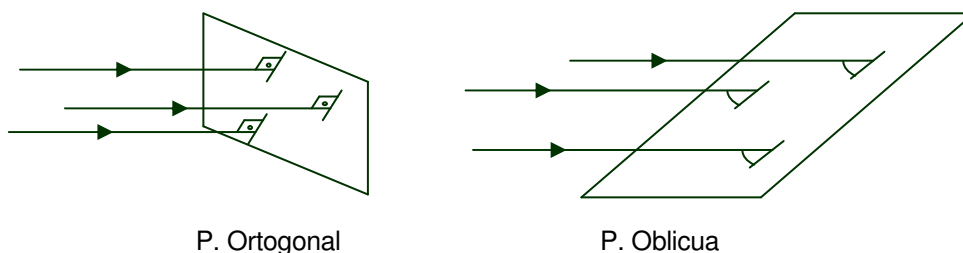


Figura 6. Proyección ortogonal y oblicua.

Estas propiedades de las proyecciones se emplean en los siguientes sistemas de representación:

- Sistema de Planos Acotados.

Es un sistema de representación en el que la proyección es paralela y ortogonal sobre un plano de proyección, en el que a cada punto proyectado se le asocia con un valor, que es la cota o distancia con el plano de dibujo o referencia.

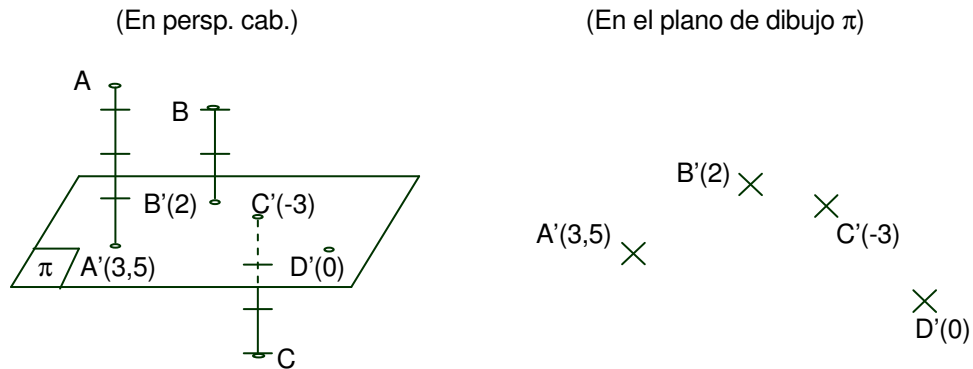


Figura 7. Sistema de planos acotados.

Se emplea principalmente en las representaciones topográficas, ya que usualmente a cada punto del plano sólo le corresponde uno del espacio.

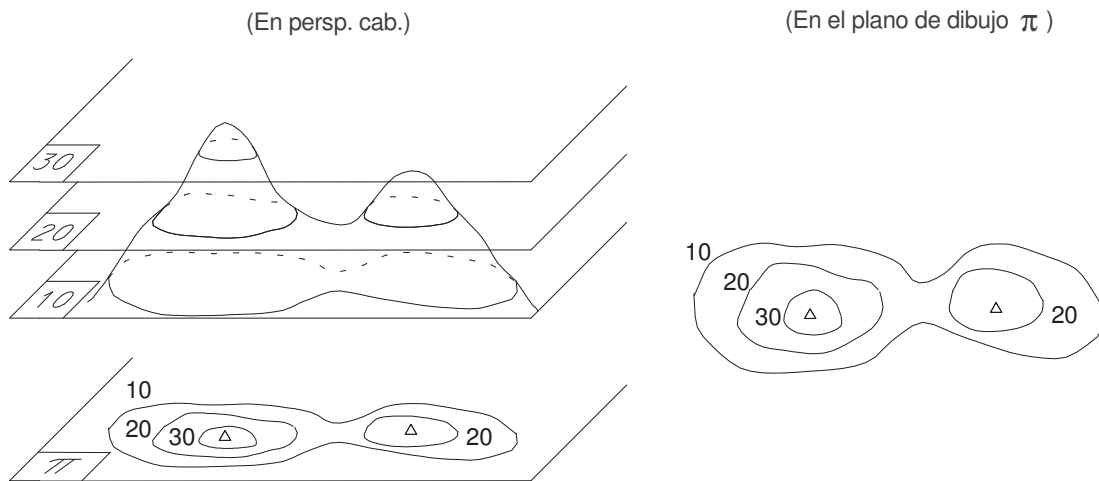


Figura 8. Representación topográfica.

En el plano de dibujo estos relieves vienen definidos por las curvas de nivel resultantes de la intersección del terreno con planos a cotas determinadas.

- Sistema Diédrico.

Es un sistema de representación en el que la proyección es paralela y ortogonal, sobre dos planos de proyección, horizontal y vertical, perpendiculares entre sí, realizando posteriormente el abatimiento de uno sobre otro, al que se hace coincidir con el plano de dibujo.

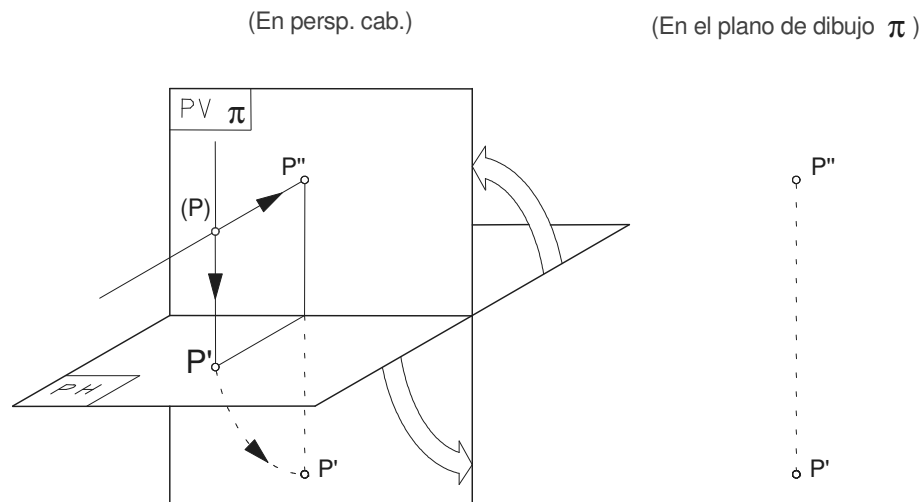


Figura 9. Sistema diédrico.

Los sistemas de planos acotados y diédrico, se les considera sistemas métricos de representación pues a partir de ellos se obtienen las medidas del objeto con más facilidad que en los otros, que seguidamente se describen, a los que se denominan perspectivas, pues dan mas idea de las formas del objeto.

- Sistemas axonométricos.

a) Sistema Axonométrico ortogonal.

Es un sistema de representación en que la proyección es paralela, ortogonal, sobre un plano  $\pi$ , en el cual el triedro de referencia del objeto no tiene ninguno de sus planos paralelo al de dibujo o proyección  $\pi$  (figura 10).

Se entiende por triedro de referencia, al triedro trirectángulo situado de la forma más favorable o que mejor se adapta a la pieza (las piezas generalmente tienen planos o ejes de forma que pueden situarse paralelos a los de un triedro). Un triedro trirectángulo consiste en tres planos perpendiculares entre sí, cuyas intersecciones son tres líneas o ejes ortogonales a los que se nombra como z, y, z.

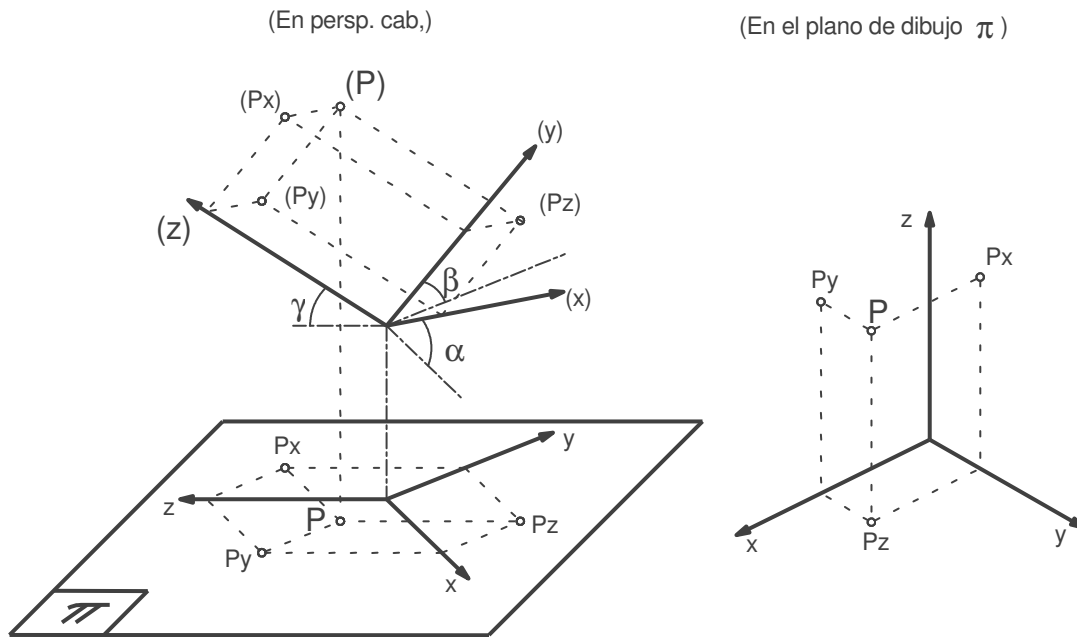


Figura 10. Perspectiva axonométrica ortogonal.

Los ángulos que forman los ejes  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , del triedro de referencia con el de dibujo  $\pi$ , se denominan  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , respectivamente y sirven para definirlo.

El sistema axonométrico atendiendo a los ángulos  $\alpha$ ,  $\beta$ ,  $\gamma$ , es:

- Trimétrico, cuando los tres ángulos son distintos, es decir:  $\alpha \neq \beta \neq \gamma$
- Dimétrico, cuando dos de los ángulos son iguales, por ej.  $\alpha = \beta \neq \gamma$
- Isométrico, en que los tres ángulos son iguales  $\alpha = \beta = \gamma$

Los ángulos indicados están directamente relacionados con la reducción de los ejes al proyectarse sobre el plano de dibujo. Así pues, el sistema isométrico tiene la misma reducción en las tres direcciones del espacio,  $x$ ,  $y$ ,  $z$ , simplificando el dibujo de la perspectiva, que da una idea muy real de la forma del objeto, por lo que su aplicación está muy extendida.

Los sistemas axonométrico ortogonal y diédrico son similares, la diferencia estriba en la posición del objeto con respecto a los planos de proyección (o bien del triedro trirectángulo de referencia, que en el s. diédrico se sitúa de modo que dos de sus planos sean paralelos a los de proyección), y en la metodología que se aplica en cada caso.

#### b) Perspectiva axonométrica oblicua.

Es un sistema de representación paralela, oblicua, sobre un plano de proyección, en el que se sitúa el triedro trirectángulo de referencia de modo que una de sus caras, la  $zx$ , coincide o es paralela a él.

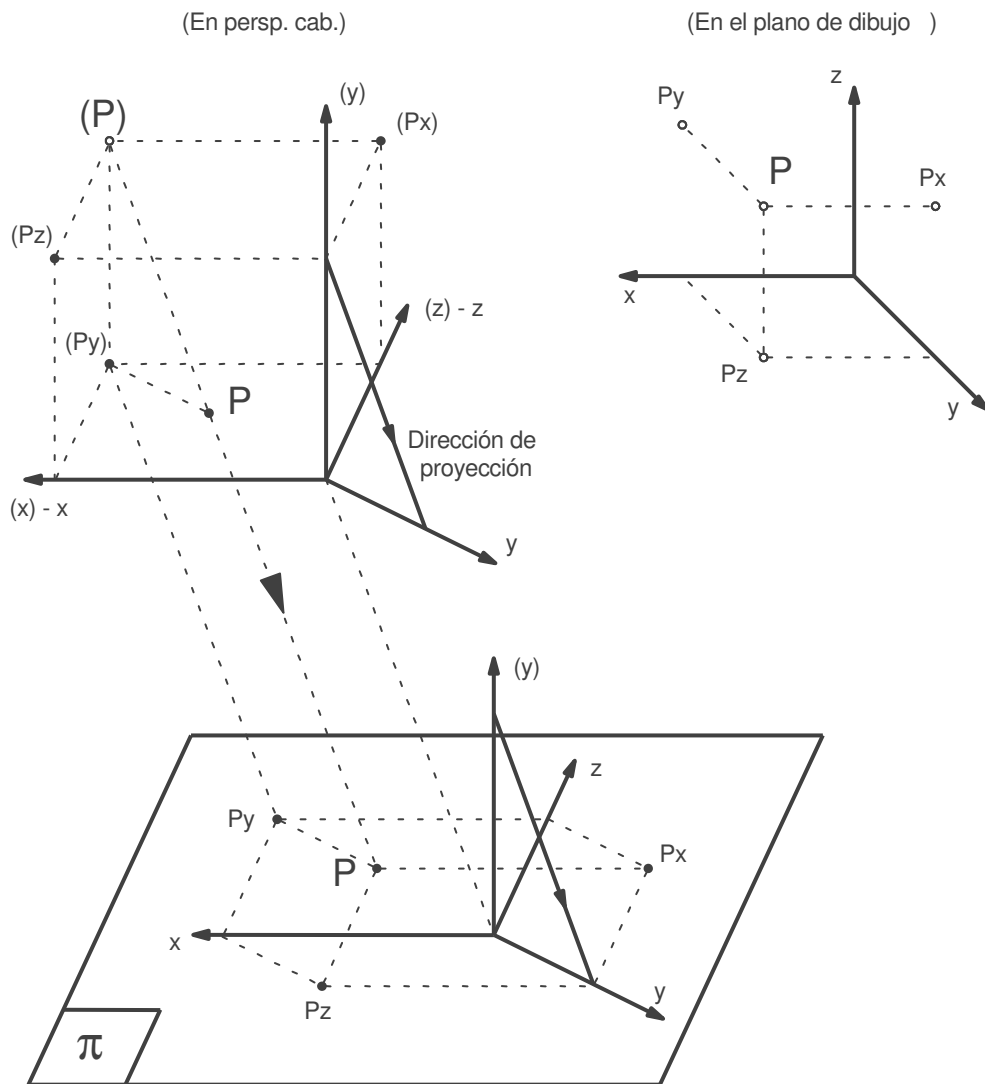
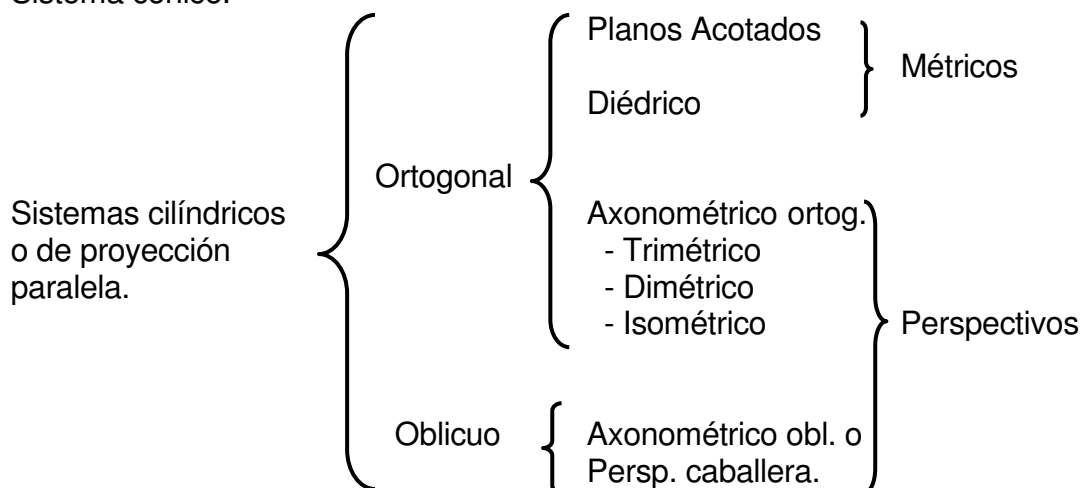


Figura 11. Perspectiva caballera.

Esquematizando, se pueden presentar los sistemas expuestos, como sigue:

Sistema cónico.



Hay otros sistemas, tales como los aplicados en cartografía, que tienen en consideración la forma de elipsoide-geoide (forma muy próxima a la esfera) de la superficie terrestre, como son: la proyección gnomónica en que el vértice de la radiación o punto de vista es el centro de la esfera y el plano de proyección es tangente a uno de los polos (Norte o Sur), la estereográfica, en que el vértice de la radiación es uno de los polos y el plano de proyección es el del ecuador, las proyecciones de Lambert y Mercator en que el paso de los puntos de la superficie esférica al plano se lleva a cabo mediante superficies desarrollables como el cono y el cilindro, siendo el vértice de la radiación el centro de la esfera.

### **Sistema diédrico “tradicional o de Monge” y directo. Elementos fundamentales en la representación.**

En el sistema diédrico, se hace la diferenciación entre el “tradicional o de Monge”, en nombre del autor que lo dio a conocer en 1789 y el método directo desarrollado por Adam V. Millar en 1908. Uno y otro se basan en el mismo fundamento y se puede trabajar con ambos a la vez, siendo difícil señalar un límite o frontera que los separe. Los dos procedimientos son igualmente buenos y no se trata de emplear uno de ellos por considerarlo mejor, sino más bien por el objetivo que se pretende cubrir. El método directo se ha considerado que se adecua más y resulta más próximo al uso del sistema de representación en dibujos técnicos y es por ello que es el que se va a desarrollar aquí, sin pretender, en modo alguno, menospreciar el de Monge, al cual se va a hacer rereferencia y aplicar inevitablemente, en más de una ocasión.

Seguidamente se habla de los elementos básicos de ambos y de sus diferencias.

- Método tradicional o de Monge.

Se toman como planos de referencia, un plano horizontal y otro vertical fijos, su intersección es la “línea de tierra”, que en el plano de dibujo se indica con dos trazos grueso en la parte inferior de sus extremos.



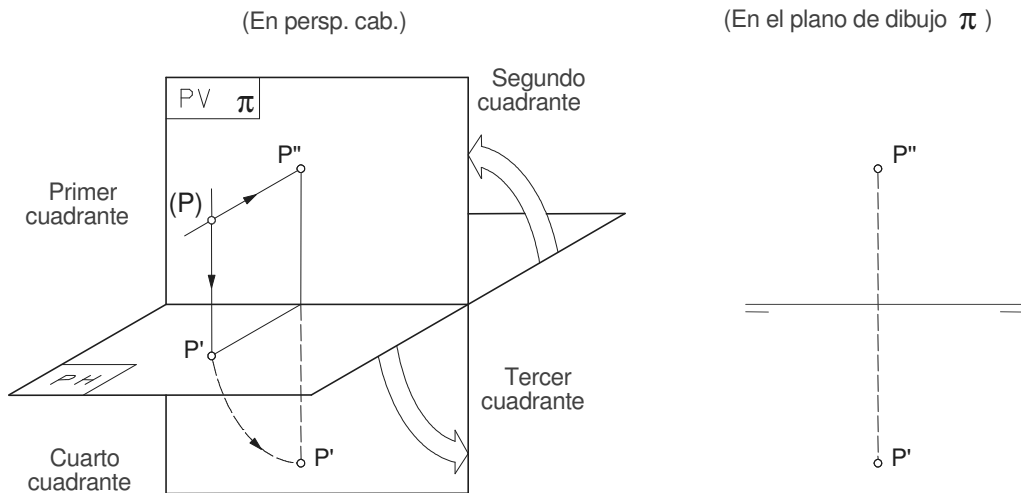


Figura 12. Sistema diédrico "tradicional".

Se ha de señalar, que aunque los planos y las líneas se dibujan como si estas fueran limitadas, de hecho son infinitas y así, por ejemplo, el plano horizontal se extiende ilimitadamente en todas las direcciones y la línea de tierra no tiene fin ni a un lado ni a otro.

Estos planos de proyección dividen el espacio en cuatro partes o cuadrantes y sirven de referencia para determinar la posición de un punto, entendiéndose por cota, la distancia del punto al plano horizontal, siendo positiva si está sobre él y alejamiento, a la distancia del punto al plano vertical, siendo positiva cuando está en la parte anterior con respecto al observador. Esto se aprecia en la figura 13.

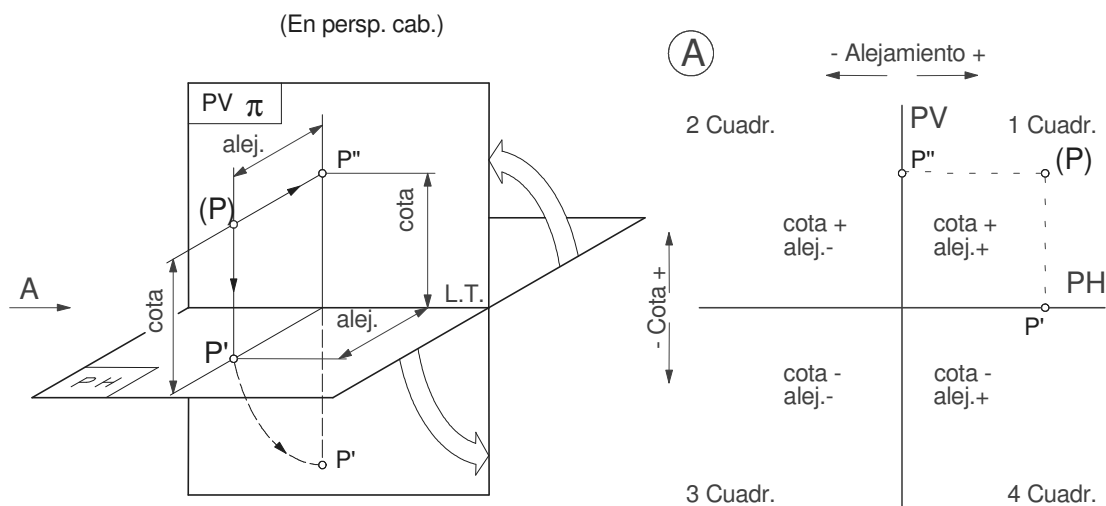


Figura 13. Cuadrante, cota y alejamiento en el sistema diédrico.

- Método directo.

En este caso los planos horizontal y vertical no son unos planos determinados; el horizontal es un plano genérico perpendicular a la dirección de proyección sobre el horizontal y el vertical es otro plano genérico perpendicular a la dirección de proyección sobre el vertical (figura 14 a). Por ello no se trabaja con línea de tierra en este sistema (aunque en muchos casos se empleará como herramienta auxiliar en la resolución de ejercicios).

Aunque en principio, el renunciar a unos planos horizontal y vertical de proyección definidos con su línea de tierra correspondiente, requiere hacer un esfuerzo de abstracción, puede ayudar a entender esta forma de trabajar la representación que usualmente se realiza de un objeto (figura 14 b).

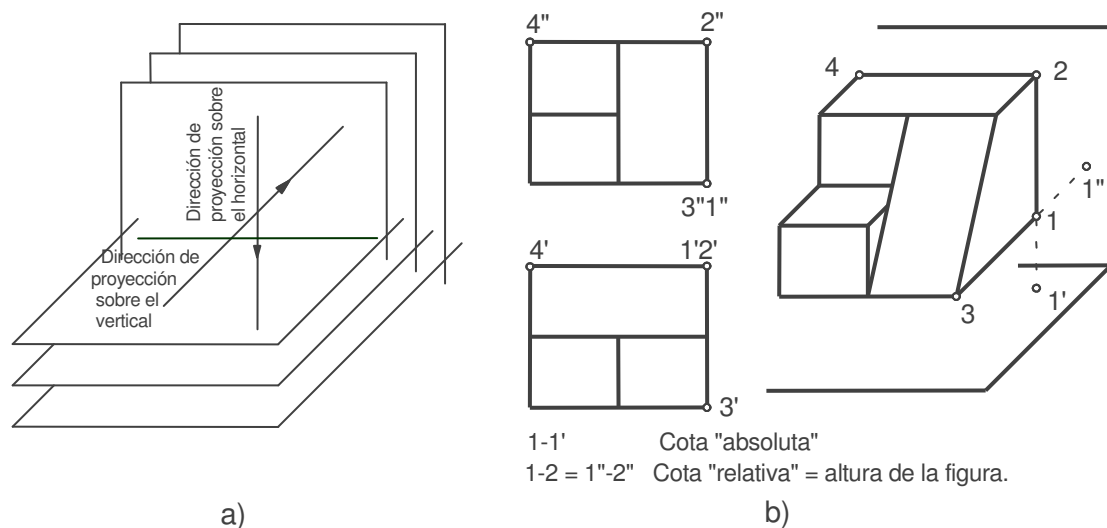


Figura 14. Método directo.

En la representación del objeto que se muestra en la figura 14 b , no se hace alusión a la línea de tierra ni a los planos horizontal y vertical de proyección. Tampoco tiene importancia la distancia de un punto del objeto, por ejemplo el 1, sobre cierto plano horizontal o vertical de proyección, es decir las nociones de alejamiento y cota "absolutas" definidas en el "método tradicional".

Es más interesante hablar de la diferencia de cota entre los puntos 1-2, que es la magnitud de la medida vertical entre 1 y 2. Análogamente se puede razonar con la diferencia de alejamiento entre 1 y 3, y con la diferencia de desviación (dirección paralela a los dos planos de proyección) entre 2 y 4. Las desviaciones, cotas y alejamientos así entendidos se van a denominar "coordenadas relativas".

## Sistema A. Isométrico. Reducción isométrica. Representación de formas planas (y circunferencias) en los planos coordenados.

Al ser los ángulos de los ejes del triedro trirectángulo de referencia con el plano de proyección iguales  $\alpha = \beta = \gamma$  la reducción de las magnitudes paralelas a los ejes  $x, y, z$  es de 0,816, igual en los tres. Gráficamente se resuelve según la figura 15.

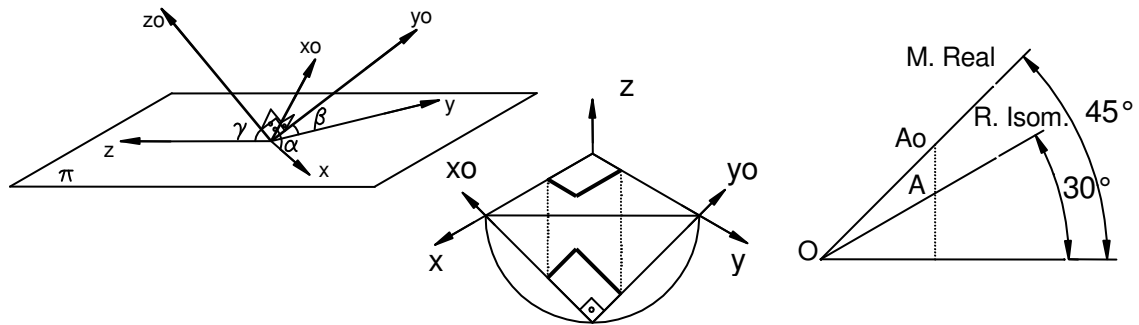


Figura 15. Reducción isométrica.

En la representación de figuras se han de tener en cuenta que las magnitudes a las que se aplican la reducción isométrica son las paralelas a los ejes. Así, en la figura 16, se observa como se obtienen algunas figuras planas. En el caso de la circunferencia, su representación isométrica es una elipse, pero se simplifica su construcción aproximándolo a un óvalo de cuatro centros (figura 16), como sigue:

1. Se traza el rombo correspondiente al cuadrado circunscrito.
2. Desde los vértices 1,2 más próximos del rombo, se trazan perpendiculares a los lados opuestos (van al punto medio), así se obtienen los puntos 3, 4, centros del óvalo, junto con 1 y 2, y los puntos de tangencia T1, T2, T3, T4.
3. Se traza el óvalo. Los diámetros paralelos a los ejes T1-T3 y T2-T4 tienen reducción isométrica, el AB es el más largo y tiene la medida real (sin reducción) y el CB ( $=\sqrt{3}/3$ ) es el más corto.

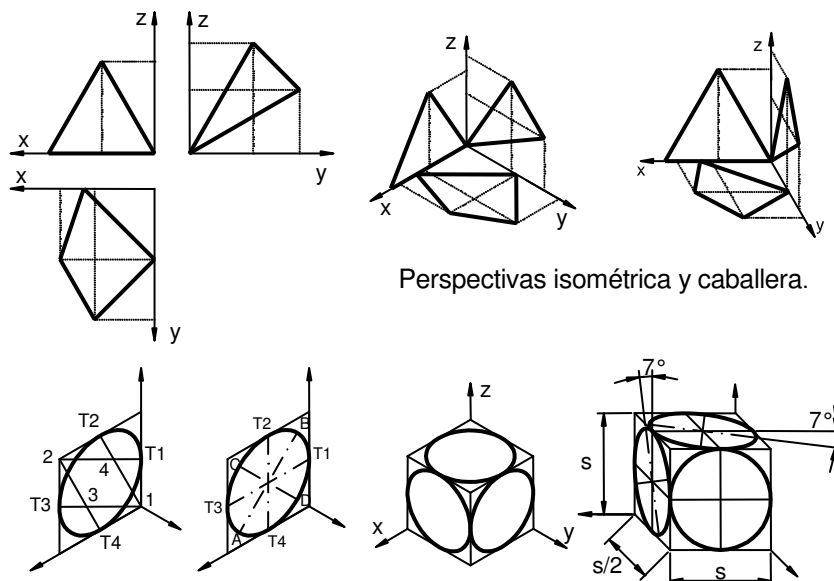


Figura 16. Perspectivas isométrica y caballera de formas planas.

## Perspectiva Caballera.

Es una perspectiva paralela, oblicua, con una cara del triedro de referencia sobre el plano del cuadro (figura 11, 17).

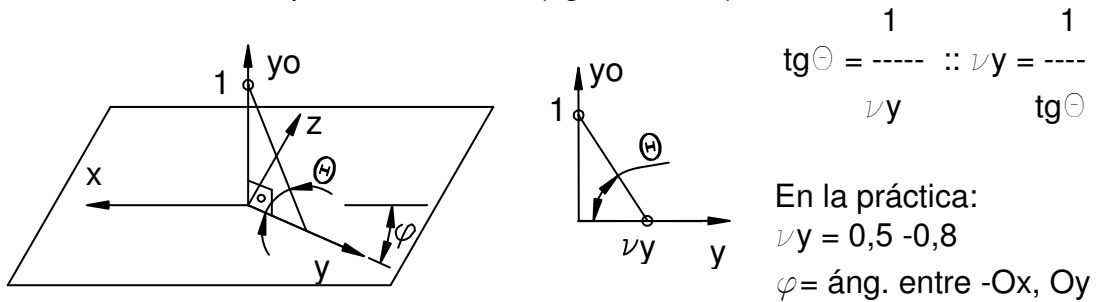


Figura 17: Perspectiva caballera: elementos que la definen.

La norma UNE-EN-ISO 5456-3 recomienda el uso de la perspectiva caballera  $\nu y = 0,5$   $\varphi = 45^\circ$ . En la figura 16 se muestra la representación de formas planas, en la que se observa que los ejes de la elipse correspondiente a dicha perspectiva son:  $a \Rightarrow 1,06 s$ ;  $b \Rightarrow 0,33 s$ . En la figura 18, en círculo, se ven las perspectivas caballerías aconsejables.

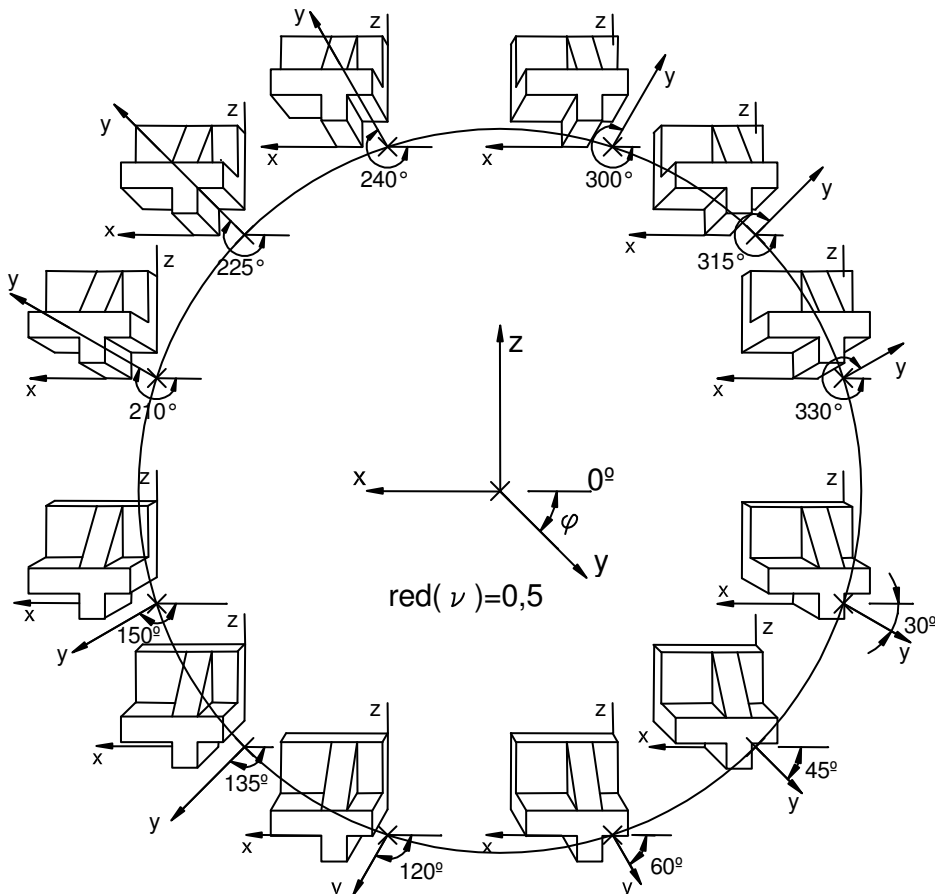


Figura 18: Perspectivas caballerías aconsejables según la norma UNE-EN-ISO 5456-3.

**Ejemplo de representación de un objeto en diferentes sistemas.**

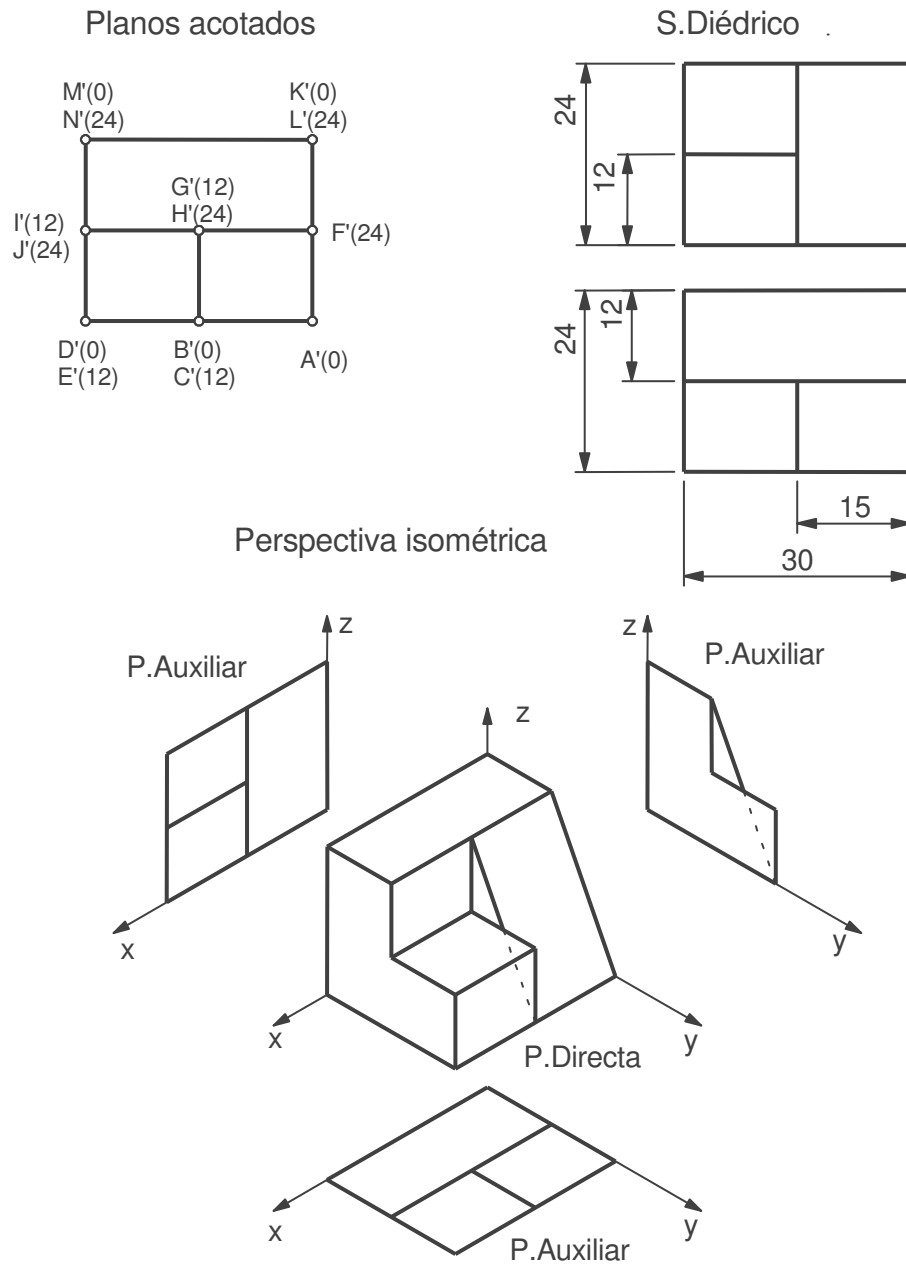
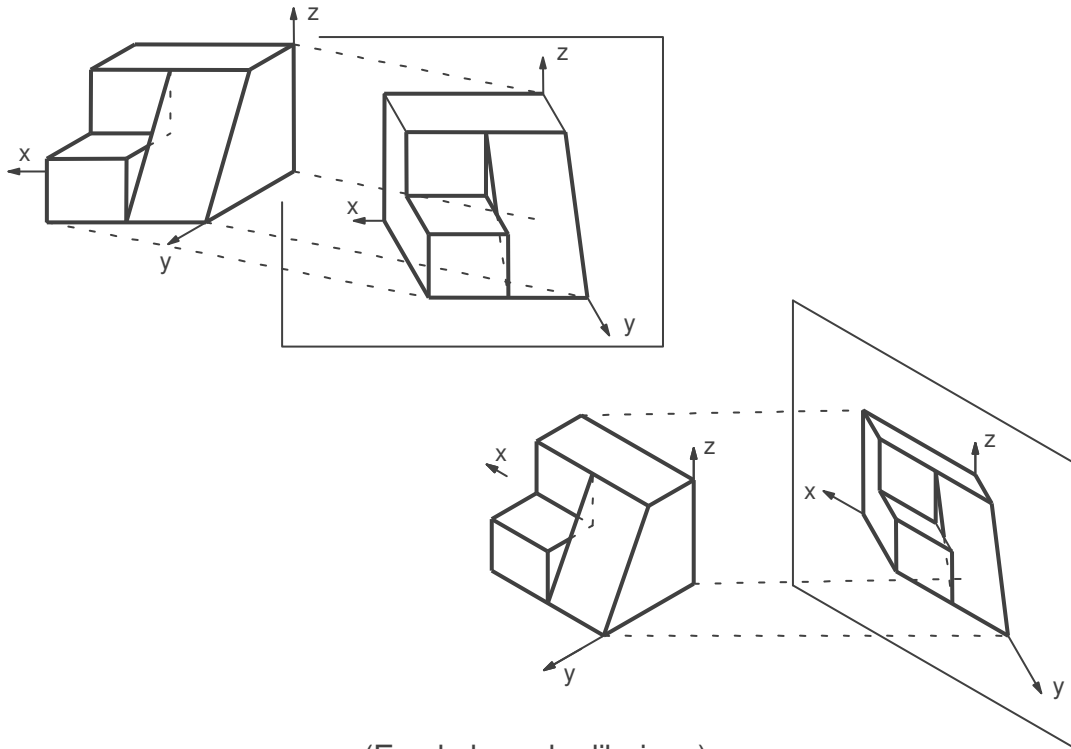


Figura 19. Representación en los sistemas de planos acotados, diédrico e isométrica.

(En perspectiva caballera)



(En el plano de dibujo  $\pi$ )

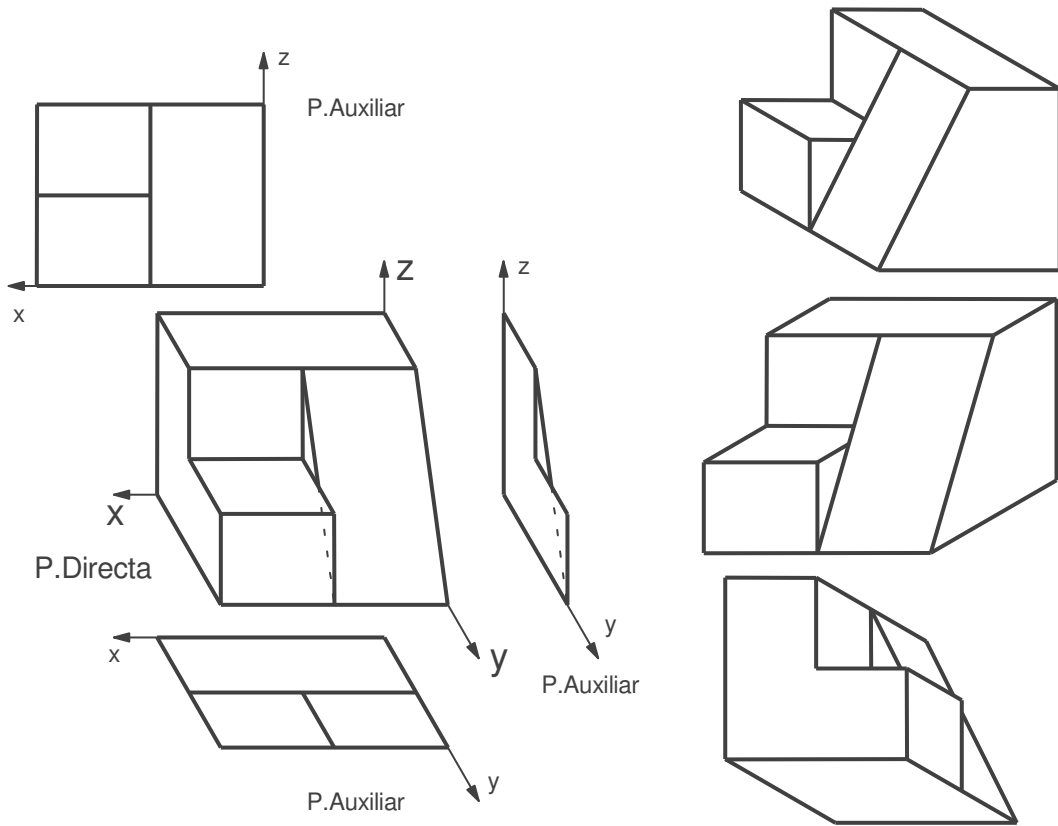


Figura 20. Perspectivas caballeras diversas.

La figura 19 presenta un objeto representado por medio del sistema de planos acotados, sistema diédrico y en perspectiva isométrica. La figura 20 muestra el mismo objeto en diferentes perspectivas caballeras, es decir, con diferentes direcciones de visualización de las infinitas posibles.

La representación en perspectiva cónica se compara con su respectiva perspectiva caballera en la figura 21, apreciándose bastante similitud entre ellas. Sin embargo, en la nave industrial, la sensación de profundidad que aporta la perspectiva cónica, transmite una percepción más realista que la perspectiva caballera correspondiente. El punto desde el que se observa la nave está a una distancia de unos 35 m., a dos de altura, siendo el ángulo horizontal de observación de unos 45° de amplitud, resultando la relación entre la distancia del observador y la nave del orden de la unidad. Por consiguiente, la representación de objetos de gran volumen, como edificios o naves industriales, mejoran notablemente en perspectiva cónica.

La perspectiva axonométrica es muy parecida a la cónica cuando las dimensiones del objeto son pequeñas en comparación con la distancia a la que se encuentra el observador. Así en la figura 21 **a**, el observador está a unos 12 cm, siendo la relación con respecto al tamaño del objeto de cuatro, y en la fig. 21 **b** el observador está a unos 30 cm, es decir, unas diez veces su tamaño. En estos casos basta con aplicar la perspectiva axonométrica.

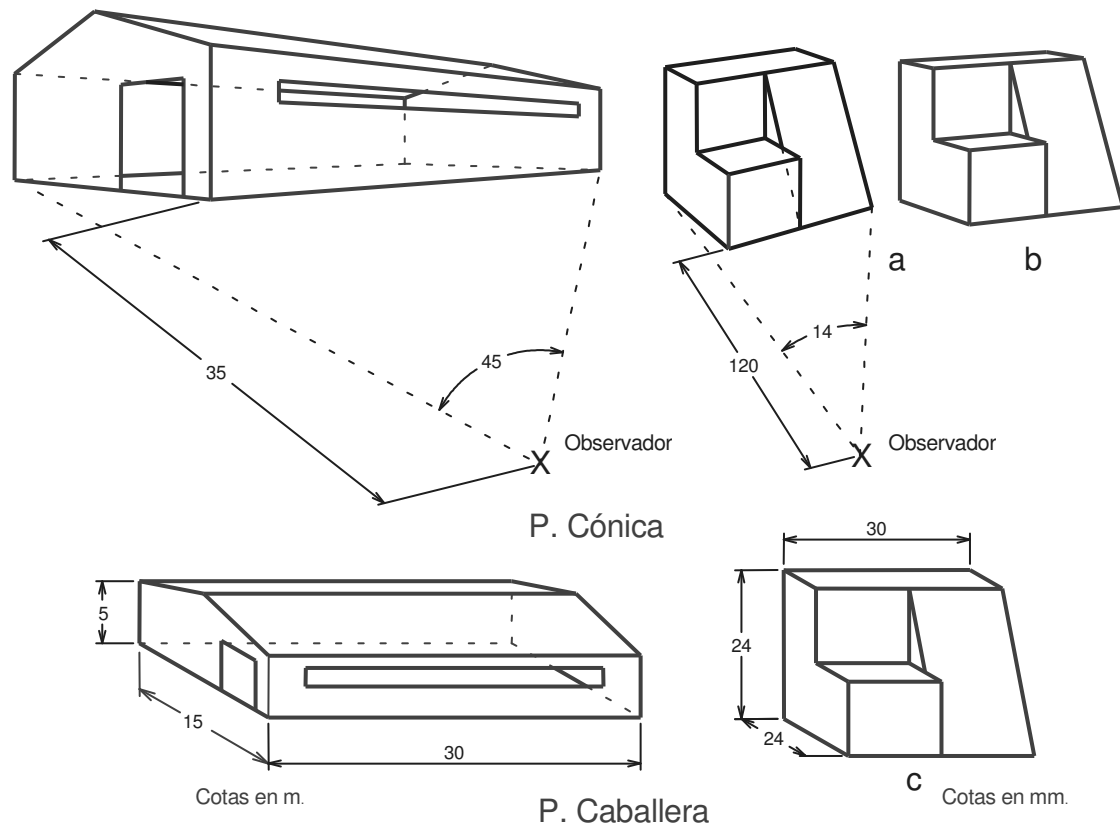


Figura 21. Perspectiva cónica - Perspectiva caballera.