APÉNDICE II: EL PROBLEMA DE LOS SIGNOS

Aparte del manejo de las unidades, otra cosa que suele traer de cabeza a los estudiantes de física son los signos negativos. Hay incluso algunos que desarrollan una habilidad especial para hacerlos aparecer y desaparecer mágicamente con tal de llegar al resultado que se les pide, y cuando van a la revisión de exámenes preguntan "¿pero el resultado no es correcto?". Lo único que han demostrado es que saben cuál debe ser el resultado (lo que es digno de tenerse en cuenta), pero han sido incapaces de operar y razonar correctamente para llegar a él (lo que es mucho más importante). Veamos algunos ejemplos.

Supongamos un objeto que es lanzado verticalmente hacia arriba con una cierta velocidad inicial $\vec{V}_0$, y se nos pide calcular la velocidad $\vec{V}$ en cualquier momento. La aceleración del objeto es constante, y es la aceleración de la gravedad $\vec{g} = -9.8\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\hat{j}$ (aceleración vertical dirigida hacia abajo). Todos los vectores que entran en juego en el problema son verticales, sólo van a tener componente *y*, por lo tanto la ecuación que nos piden será:

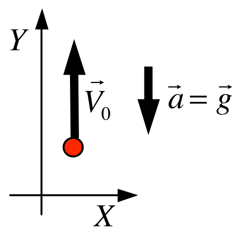

Fig. 34: Movimiento vertical de un cuerpo.

$$\vec{V}(t) = \vec{V}_0 + \vec{a}\,t = \vec{V}_0 + \vec{g}\,t \quad \Rightarrow \quad V_y(t) = V_0 + (-g)\,t = V_0 - g\,t$$

ya que la componente *y* del vector $\vec{g}$ es su módulo con signo menos (es una componente negativa). El error de muchos estudiantes consiste en escribir: $V_y(t) = V_0 - g\,t$ cuando el cuerpo sube, "porque la aceleración es negativa" razonan, y $V_y(t) = V_0 + g\,t$ cuando el cuerpo baja, "porque la aceleración es positiva". La expresión correcta es siempre la primera, y vale tanto para cuando el cuerpo sube como para cuando baja, porque **¡la aceleración siempre es negativa!** Ya que hemos tomado el sentido positivo del eje *Y* hacia arriba, velocidades hacia arriba son positivas, y velocidades hacia abajo son negativas. A medida que el cuerpo baja el módulo del vector velocidad aumenta, pero V_y que es negativa se hace cada vez más negativa, luego la aceleración vertical sigue siendo negativa.

Supongamos un cuerpo de masa M sometido a dos fuerzas opuestas, $\vec{F}_1$ y $\vec{F}_2$ (fig. 15) y se nos pide calcular su aceleración $\vec{a}$ aplicando la segunda ley de Newton. Un error consiste en escribir $\vec{F}_1 - \vec{F}_2 = M\vec{a}$. El estudiante suele argumentar que el signo negativo lo introduce porque la segunda fuerza tiene sentido opuesto a la primera. ¡A este estudiante se le podría poner en un apuro preguntándole que signo pondría delante de $\vec{F}_2$ si esta fuerza tuviese una orientación oblicua o perpendicular a la primera fuerza $\vec{F}_1$! La expresión correcta es $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = M\vec{a}$. La ley de Newton dice que la **suma** de las fuerzas que actúan sobre un cuerpo es igual al producto de la masa de éste por su aceleración. Otra cosa es que a la hora de descomponer en componentes la ecuación vectorial tengamos:

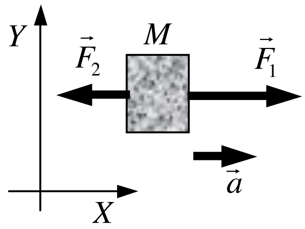

Fig. 35: Fuerzas y aceleración de un cuerpo, 2ª ley de Newton.

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = M\vec{a} \quad \Rightarrow \quad F_{1,x} + F_{2,x} = M a \quad \Rightarrow \quad F_1 - F_2 = M a$$

y aquí sí que aparece un signo negativo, ya que la componente x de $\vec{F}_2$ es su módulo con signo menos (es una componente negativa).

Supongamos ahora un objeto sometido a la acción de un muelle y que puede moverse a lo largo del eje X. La teoría nos dice que va a experimentar una fuerza elástica $\vec{F}$ que va a estar relacionada con el alargamiento o contracción $\vec{x}$ sufrido por el muelle (es un vector porque es un desplazamiento). La relación es de la forma: $\vec{F} = -k\vec{x}$. El signo menos lo único que indica es que los dos vectores, $\vec{F}$ y $\vec{x}$, tienen la misma dirección pero sentidos contrarios (fig. 16). El vector $\vec{x}$ al estar dirigido a lo largo del eje X vendrá expresado de la forma: $\vec{x} = x\hat{i}$, con $x > 0$ si es un alargamiento y $x < 0$ si es una contracción. Cuando en los cálculos necesitamos utilizar el módulo F de la fuerza la expresión que es necesario utilizar es:

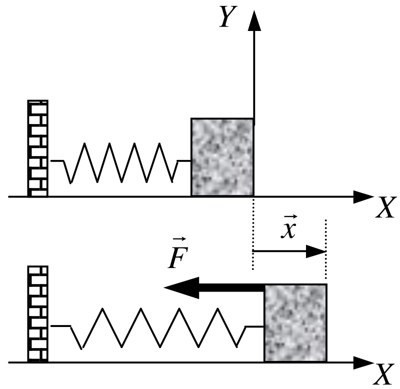

Fig. 36: Fuerza elástica producida por un muelle.

$$\left|\vec{F}\right| = \left|-k\vec{x}\right| = k\left|\vec{x}\right| = k\sqrt{x^2 + 0^2 + 0^2} = k\left|x\right| \quad \Rightarrow \quad F = k\left|x\right|$$

y no $F=-k\,x$ como suelen escribir muchos estudiantes, **¡el módulo de un vector siempre es positivo!** Podremos escribir $F=k\,x$ si estamos seguros de que x es una cantidad positiva (un alargamiento en nuestro caso) o $F_x=-k\,x$ para la componente x de la fuerza.

Algunos son conscientes de este problema y no cometen el error, pero en cambio cometen un error similar al calcular la energía potencial elástica. Si consideramos el nivel de referencia nulo para la energía potencial elástica cuando el muelle está sin estirar, la energía potencial elástica cuando se realiza un alargamiento o contracción $\vec{x}$ es igual a menos el trabajo realizado por la fuerza elástica durante dicho alargamiento.

El estudiante comienza por escribir erróneamente:

$$\mathcal{E}_{\substack{\text{potencial}\\ \text{elástica}}}=-W_{\substack{\text{fuerza}\\ \text{elástica}}}=-\int_0^x \vec{F}\cdot d\vec{x}=-\int_0^x k\,x\,dx=-\frac{1}{2}k\,x^2$$

pero se da cuenta de que al final le sobra un signo negativo pues él sabe que el resultado correcto es $\frac{1}{2}k\,x^2$. En vez de buscar dónde está el error que cometió comete un segundo error quitando el signo menos delante del trabajo y escribiendo:

$$\mathcal{E}_{\substack{\text{potencial}\\ \text{elástica}}}=W_{\substack{\text{fuerza}\\ \text{elástica}}}=\int_0^x \vec{F}\cdot d\vec{x}=\int_0^x k\,x\,dx=\frac{1}{2}k\,x^2$$

lo cual tiene mejor pinta porque al final no hay ningún signo negativo que nos moleste y el resultado es el correcto. El alumno ha demostrado que tiene graves deficiencias conceptuales, como cuál es la relación entre la energía potencial y el trabajo, o cómo trabajar con vectores. El cálculo correcto sería:

$$\mathcal{E}_{\substack{\text{potencial}\\ \text{elástica}}}=-W_{\substack{\text{fuerza}\\ \text{elástica}}}=-\int_0^x \vec{F}\cdot d\vec{x}=-\int_0^x (-k\,x)\,dx=\int_0^x k\,x\,dx=\frac{1}{2}k\,x^2$$

La explicación es que el producto escalar que hay dentro de la integral, según lo visto en el tema de vectores, debe ser igual al producto de las componentes x de los dos vectores: $\vec{F}\cdot d\vec{x}=F_x\,dx=(-k\,x)\,dx$.