Para realizar estos ejercicios debes conocer:

- La representación gráfica y las propiedades de las funciones elementales.
- La definición de continuidad y derivabilidad de una función en un punto y la relación entre ambos conceptos.
- Técnicas de cálculo de derivadas:
  - Derivadas de funciones elementales
  - Calculo de la derivada de la función suma, producto y cociente
  - Cálculo de la derivada de la función compuesta
  - Cálculo de la derivada de la función inversa
  - Derivación logarítmica

FUNCIONES DE UNA VARIABLE

1 La función $f(x) = e^{-x}$ es:

a. Negativa para todo x>0
b. La misma que $-e^{x}$
c. Decreciente para todo x
d. Siempre mayor que 1

2 Representa conjuntamente en el intervalo $[-\pi, \pi]$ las funciones $f(x) = sen(x)$ y $g(x) = \cos(2x)$

3 Sea $f(x) = sen\left(\log\left(1+x^2\right)\right)$. Calcular $f'(x)$

4 Calcular la derivada de la siguiente función: $f(x) = \dfrac{1}{\log\left(x^{1/2} + 2x\right)}$

5 Analizar la continuidad y derivabilidad de la función $f(x) = 4 + |x+2|$. Hacer también la representación gráfica de la función.

6 Calcula $\lim_{x \to 0} \frac{|x|}{x^2 + x}$

7 ¿Cuál es la ecuación de la recta tangente a la curva $y = \log(x^2 + 1)$ en el punto cuya abscisa es 2?

8 De los posibles extremos de la función $f(x) = \frac{x^3 - x}{x - 2}$ sobre el intervalo $(2,5]$ puede asegurarse:

a. No existen porque f'(x) no se anula en el intervalo
b. Tiene un máximo en x=2
c. Tiene un mínimo en el intervalo
d. Tiene un máximo en x=5

9 Encuentra la ecuación de la tangente a la gráfica de f en el punto de abscisa 2 siendo $f(x) = x^3 - 2x^2 + 4$

10 Sea $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 3x + 1$. Halla los puntos de la gráfica de f en los cuales la tangente es horizontal.

11 Sea $f(x) = log|2x+1|$. Halla los puntos en los que la tangente a la gráfica de f es paralela a la recta de ecuación $2x - 3y + 20 = 0$

12 Encuentra los valores de a y b para que $f(x) = e^x$ y $g(x) = -x^2 + ax + b$ tengan tangente común

en el punto de abscisa 0

13 En cada uno de los siguientes casos investiga la continuidad y la derivabilidad de la función f

$$f(x) = \begin{cases} e^x & si\ x < 0 \\ -x^2 + x + 1 & si\ x \geq 0 \end{cases} \qquad f(x) = \begin{cases} -x + 1 & si\ x < 1 \\ -x^2 + ax + b & si\ x \geq 1 \end{cases}$$

CALCULO DE DERIVADAS

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo potencial	$y = x^a$	$y' = ax^{a-1}$
	$y = [f(x)]^a$	$y' = a[f(x)]^{a-1}.f'(x)$

Ejemplos:

- $y = x^4\,;\quad y' = 4x^3$
- $y = \dfrac{\sqrt{x}}{x^2}\,;\quad y = \dfrac{x^{1/2}}{x^2} = x^{1/2}.x^{-2} = x^{-3/2}\,;$

  $y' = \dfrac{-3}{2}.x^{\frac{-3}{2}-1} = -\dfrac{3}{2}x^{-\frac{5}{2}} = -\dfrac{3}{2}.\dfrac{1}{x^{5/2}} = -\dfrac{3}{2}.\dfrac{1}{\sqrt{x^5}} = -\dfrac{3}{2\sqrt{x^5}} = -\dfrac{3}{2x^2\sqrt{x}}$
- $y = (3x^2 - 2)^5\,;\quad y' = 5(3x^2 - 2)^4.(3x^2 - 2)' = 30x(3x^2 - 2)$
- $y = \sqrt[3]{x^2 - 3}\,;\quad y = (x^2 - 3)^{1/3}\,;\quad y' = \dfrac{1}{3}(x^2 - 3)^{\frac{1}{3}-1} = \dfrac{1}{3}(x^2 - 3)^{-2/3}$
- $y = \dfrac{1}{(2x + 5)^2}\,;\quad y = (2x + 5)^{-2}\,;$

  $y' = -2(2x + 5)^{-3}.(2x + 5)' = -2(2x + 5)^{-3}.2 = \dfrac{-4}{(2x + 5)^3}$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo raíz cuadrada	$y = \sqrt{x}$	$y' = \dfrac{1}{2\sqrt{x}}$

	$y = \sqrt{f(x)}$	$y' = \dfrac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$

Ejemplo:

- $y = \sqrt{x^2 - 3x}$; $y' = \dfrac{2x-3}{2\sqrt{x^2-3x}}$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo exponencial	$y = e^x$	$y' = e^x$
	$y = e^{f(x)}$	$y = e^{f(x)}.f'(x)$
	$y = a^x$	$y = a^x \cdot \log a$
	$y = a^{f(x)}$	$y = a^{f(x)} \cdot f'(x) \cdot \log a$

Ejemplos:

- $y = e^{-x}$; $y' = e^{-x}.(-1) = -e^{-x}$
- $y = e^{3x+2}$; $y' = e^{3x+2}.(3x+2)' = e^{3x+2}.3 = 3e^{3x+2}$
- $y = 2^x$; $y' = 2^{2x}.L2$
- $y = 5^{x^2+1}$; $y' = 5^{x^2+1}.(x^2+1)'.L5 = 2x5^{x^2+1}.L5$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo logarítmico	$y = \log x$	$y' = \dfrac{1}{x}$
	$y = \log f(x)$	$y' = \dfrac{f'(x)}{f(x)}$
	$y = \log_a x$	$y' = \dfrac{1}{x} . \dfrac{1}{\log a}$
	$y = \log_a f(x)$	$y' = \dfrac{f'(x)}{f(x)} . \dfrac{1}{\log a}$

Ejemplos:

- $y = \log(2x^3 + 5x)\,;\qquad y' = \dfrac{(2x^3 + 5x)'}{2x^3 + 5x} = \dfrac{6x^2 + 5}{2x^3 + 5x}$
- $y = \log_2 x\,;\quad y' = \dfrac{1}{x}.\dfrac{1}{\log 2} = \dfrac{1}{x\log 2}$
- $y = \log_3(4x+1)\,;\quad y' = \dfrac{(4x+1)'}{4x+1}.\dfrac{1}{\log 3} = \dfrac{4}{4x+1}.\dfrac{1}{\log 3} = \dfrac{4}{(4x+1)\log 3}$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo seno	$y = sen x$	$y' = \cos x$
	$y = sen\big(f(x)\big)$	$y' = f'(x)\cos f(x)$

Ejemplos:

- $y = sen(4x-1)\,;\quad y' = \cos(4x-1).(4x-1)' = 4\cos(4x-1)$
- $y = sen^3 x\,;\quad y = (sen\ x)^3\,;\quad y' = 3(sen\ x)^2.(sen\ x)' = 3sen^2 x.\cos x$
- $y = sen\ x^2\,;\quad y' = \cos x^2.(x^2)' = 2x\cos x^2$
- $y = sen^2(2x^3 + 2x)\,;\quad y = [sen(2x^3 + 2x)]^2\,;$

  $y' = 2sen(2x^3 + 2x).[sen(2x^3 + 2x)]' = 2\mathrm{sen}(2\mathrm{x}^3 + 2x).\cos(2x^3 + 2x).(6x^2 + 2)$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo coseno	$y = \cos x$	$y' = -sen x$
	$y = \cos\big(f(x)\big)$	$y' = -f'(x)\,sen\big(f(x)\big)$

Ejemplos:

- $;\quad y' = sen5x.(5x)' = -5sen5x$
- $y = \cos\sqrt{x}\,;\quad y' = -sen\sqrt{x}.(\sqrt{x})' = -\dfrac{1}{2\sqrt{x}}sen\sqrt{x} = -\dfrac{sen\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo tangente	$y = tgx$	$y' = \dfrac{1}{\cos^2 x} = 1 + tg^2 x$
	$y = tg\left(f\left(x\right)\right)$	$y' = \dfrac{1}{\cos^2 f\left(x\right)}.f'\left(x\right)$

Ejemplos:

- $y = tg5x\,;\quad y' = \dfrac{1}{\cos^2 5x}.(5x)' = \dfrac{5}{\cos^2 5x}$
- $y = tg^2 x\,;\quad y = (tg\ x)^2\,;\quad y' = 2tg\ x.(tg\ x)' = 2tg\ x.\dfrac{1}{\cos^2 x} = \dfrac{2tg\ x}{\cos^2 x}$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Tipo cotangente	$y = ctgx$	$y' = \dfrac{-1}{sen^2 x}$
	$y = ctg\left(f\left(x\right)\right)$	$y' = \dfrac{-1}{sen^2 f\left(x\right)}.f'\left(x\right)$

Ejemplos:

- $y = ctg\ x^2\,;\quad y' = \dfrac{-1}{sen^2 x^2}.(x^2)' = \dfrac{-2x}{sen^2 x^2}$
- $y = ctg\ e^x\,;\quad y' = \dfrac{-1}{sen^2 e^x}.(e^x)' = \dfrac{-e^x}{sen^2 e^x}$

TIPO	FUNCIÓN	DERIVADA
Funciones arco	$y = arcsenx$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$
	$y = arcsenf\left(x\right)$	$y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-f^2\left(x\right)}}.f'\left(x\right)$
	$y = \arccos x$	$y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$

	$y = \arccos f\left(x\right)$	$y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1-f^2\left(x\right)}}.f'\left(x\right)$
	$y = arctgx$	$y' = \dfrac{1}{1+x^2}$
	$y = arctgf\left(x\right)$	$y' = \dfrac{1}{1+f^2\left(x\right)}.f'\left(x\right)$

Ejemplos:

- $y = arcsen\ x^2\,;\quad y' = \dfrac{1}{\sqrt{1-(x^2)^2}}.(x^2)' = \dfrac{2x}{\sqrt{1-x^4}}$
- $;\quad y' = \dfrac{1}{1+(e^x)^2}.(e^x)' = \dfrac{e^x}{1+e^{2x}}$
- $y = arc\ \ \cos 5x\,;\quad y' = \dfrac{-1}{\sqrt{1+(5x)^2}}.(5x)' = \dfrac{-5}{\sqrt{1+25x^2}}$

14 Calcular las derivadas de las siguientes funciones

1) $f(x) = 3x^3 + \dfrac{2}{3}x^2 - x + 3\sqrt[3]{x}$	2) $f(x) = \dfrac{x^4}{4} + \dfrac{3x^2}{2} - 2 - \dfrac{3}{x} + \dfrac{6}{x^3}$	3) $f(x) = x\sqrt{x} + \dfrac{1}{x^2\sqrt{x}} - \dfrac{3}{x\sqrt[3]{x^2}}$
4) $f(x) = \dfrac{3x^2\sqrt[4]{x} - 2x\sqrt{x}}{5\sqrt[4]{x^3}}$	5) $f(x) = x^2 senx + \sqrt{x}\cos x$	6) $f(x) = x^3\ln x - \dfrac{1}{\sqrt{x}}tgx$
7) $f(x) = \dfrac{ctgx}{\sqrt[3]{x^2}} - e^x$	8) $f(x) = e^x senx + e^x\cos x$	9) $f(x) = 4^x arcsenx$
10) $f(x) = \sqrt{x}arctgx$	11) $f(x) = \dfrac{5x-2}{4x^2-1}$	12) $f(x) = \dfrac{x+e^x}{x-e^x}$
13) $f(x) = \dfrac{x - arctgx}{arcsenx}$	14) $f(x) = \dfrac{\sqrt{x}}{1 - arctgx}$	15) $f(x) = \dfrac{x+\ln x}{x^3}$
16) $f(x) = \dfrac{senx + \cos x}{senx - \cos x}$	17) $f(x) = \dfrac{tgx - ctgx}{xsenx}$	18) $f(x) = \dfrac{1}{x} + 2\ln x - \dfrac{\ln x}{x}$
19) $f(x) = xe^x senx$	20) $f(x) = \dfrac{x^3 senx}{\ln x}$	21) $f(x) = \sqrt{x}e^x$

15 Calcular las funciones derivadas de:

1) $y=\left(4x^3+6x-2\right)^{17}$	2) $y=\sqrt{x^4-3x^2+6}$	3) $y=\dfrac{1}{\sqrt[3]{x^2-5}}$	4) $y=\left(senx-\cos x\right)^5$
5) $y=x\left(arctgx\right)^3$	6) $y=\left(1-x^2\right)^5\left(arcsenx\right)^3$	7) $y=\dfrac{1}{\left(2x+1\right)^3}$	8) $y=sen3x+sen^2 3x$
9) $y=\cos^3 x-\cos\left(x^3\right)$	10) $y=\ln\left(senx\right)$	11) $y=\log\left(sen\sqrt{x}\right)$	12) $y=\dfrac{x+\cos\sqrt{x}}{x-\cos\sqrt{x}}$
13) $y=arcsen\sqrt{1-x^2}$	14) $y=\left(\dfrac{sen5x+\cos 5x}{sen5x-\cos 5x}\right)^3$	15) $y=\arccos\sqrt{1-\dfrac{1}{x^2}}$	16) $y=arctg\sqrt{\dfrac{1-x}{1+x}}$
17) $y=arcsen\dfrac{x^2-1}{x^2}$	18) $y=arcsen\left(1-e^x\right)$	19) $y=\ln\left(e^x+\sqrt{e^{2x}-1}\right)$	20) $y=x^5e^{-\frac{1}{x^6}}$
21) $y=8^{arcsen\left(\frac{1}{x}\right)}$	22) $y=\ln\sqrt{\dfrac{1-\cos^2 x}{1+\cos^2 x}}$	23) $y=arcsen\left(1-x\right)+\sqrt{2x-x^2}$	
24) $y=\sqrt{a^2-x^2}+a\cdot arcsen\left(\dfrac{x}{a}\right)$		25) $y=x\sqrt{a^2-x^2}+a^2\,arcsen\left(\dfrac{x}{a}\right)$	
26) $y=\dfrac{arcsenx}{\sqrt{1-x^2}}$	27) $y=\dfrac{x}{2}\sqrt{x^2-4}-2\ln\left(x+\sqrt{x^{2-4}}\right)$		28) $y=\ln\left(x+\sqrt{x^2+1}\right)$
29) $y=\ln\left(arcsenx\right)+arcsen\left(\ln x\right)$		30) $y=arcsen\dfrac{x}{\sqrt{1+x^2}}$	31) $y=\ln\left(\ln\left(\ln\dfrac{1-x}{1+x}\right)\right)$
32) $y=sen^2\left(sen^2\left(sen^2 x\right)\right)$	33) $y=\cos\left(\dfrac{1}{\arccos\left(senx\right)}\right)$	34) $y=\sqrt{x+\sqrt{x+\sqrt{x}}}$	35) $y=arctg\left(tg^2 x\right)$

16 Calcula la derivada de las siguientes funciones utilizando derivación logarítmica:

1) $y=x^{3x}$	2) $y=x^{x^2}$	3) $y=\sqrt{x}^{\sqrt{x}}$
4) $y=\left(\dfrac{1}{x}\right)^{\frac{1}{senx}}$	5) $y=\sqrt[x]{\ln x}$	6) $y=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)^x$
7) $y=x^{x^x}$	8) $y=\sqrt[3]{x^2}\left(sen^7x\right)5^{x^3}$	9) $y=\dfrac{\left(x+2\right)^9}{\sqrt{\left(x-3\right)^7\left(x+8\right)^{11}}}$

10) $y=\dfrac{x^{-\frac{1}{5}}sen^3x\ln x}{\left(arcsenx\right)^3}$	11) $\dfrac{\left(1-\cos x\right)^7 tg^3x}{\sqrt{x^2+1}\sqrt[3]{senx}}$	12) $x^4\sqrt[5]{\dfrac{x^3}{x^2+3}}$

SOLUCIÓN: Puedes obtener la derivada de una función en Matlab utilizando el comando "diff"

```
>>syms x
>>diff(x^2+cos(x)*log(x),x)
>>pretty(diff(x^2+cos(x)*log(x),x))
```