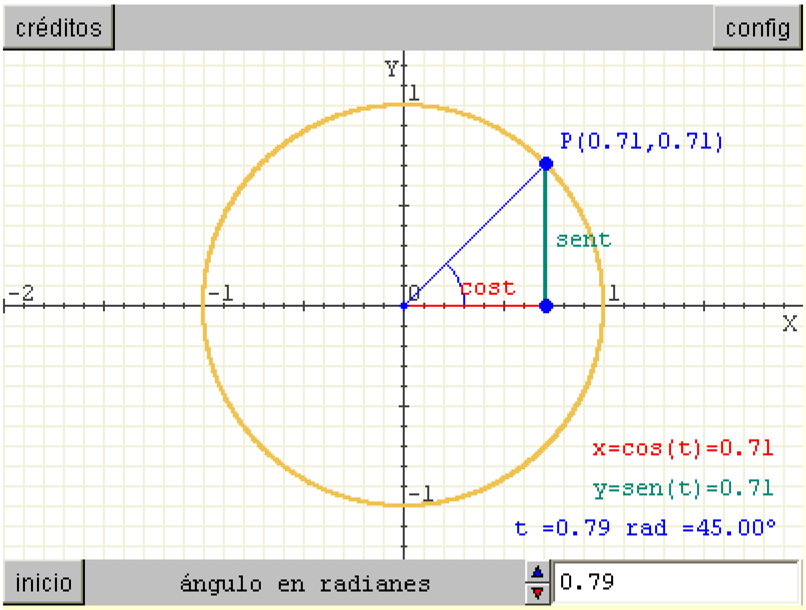
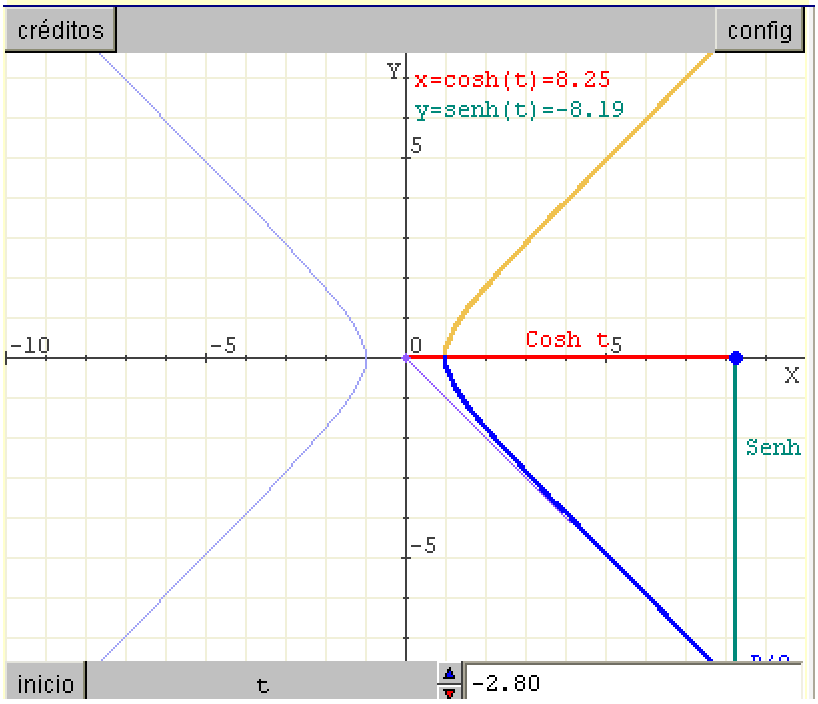
Laboratorio: Funciones hiperbólicas





1

(a) Representa la circunferencia unidad $x^2 + y^2 = 1$

(b) Observa que cualquier punto de la circunferencia unidad se puede escribir como: $(\cos t, sent)$ con $t \in [0, 2\pi]$ moviendo el punto P seleccionando distintos valores para el argumento.

(c) Comprueba que las coordenadas de un punto cualquiera de la circunferencia $x^2 + y^2 = r^2$ se puede expresar de la forma $x = r\cos t$, $y = r\,sent$

(d) Representa la gráfica de las funciones trigonométricas reales: $y = \cos x$, $y = senx$

2 (a) Representa la hipérbola equilátera unidad $x^2 - y^2 = 1$

(b) Observa que cualquier punto de la hipérbola unidad se puede escribir como:

- $\left(\dfrac{e^t + e^{-t}}{2}, \dfrac{e^t - e^{-t}}{2}\right)$ con $t \in \mathbb{R}$ (rama de la derecha)
- $\left(-\dfrac{e^t + e^{-t}}{2}, \dfrac{e^t - e^{-t}}{2}\right)$ con $t \in \mathbb{R}$ (rama de la izquierda)

Para ello mueve el punto P variando el valor de t en el applet:

(c) ¿Qué puntos de la hipérbola recorres cuando $t \in \mathbb{R}^+$? y, ¿cuándo $t \in \mathbb{R}^-$?

Para un $t \in \mathbb{R}$ se define el valor de

- $\dfrac{e^t + e^{-t}}{2}$ como coseno hiperbólico y se escribe $\boxed{Cht = \dfrac{e^t + e^{-t}}{2}}$
- $\dfrac{e^t - e^{-t}}{2}$ como seno hiperbólico y se escribe $\boxed{Sht = \dfrac{e^t - e^{-t}}{2}}$

Observa que el seno y el coseno trigonométrico son a la circunferencia lo que el seno y el coseno hiperbólico a la hipérbola.

3 Haz una representación aproximada de las gráficas de las funciones reales $y = Chx$, $y = Shx$

Comprueba si las representaciones obtenidas se corresponden con la gráfica de las curvas pulsando en el enlace del final de la página "Funciones hiperbólicas en R".

4 ¿Cuál sería la parametrización de la hipérbola $\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1$? Indica como obtendrías los puntos de la hipérbola de la rama izquierda y los de la derecha en función del parámetro.

Para un $z \in \mathbb{C}$ se define el valor de

- $\frac{e^z + e^{-z}}{2}$ como coseno hiperbólico y se escribe $\boxed{Chz = \frac{e^z + e^{-z}}{2}}$
- $\frac{e^z - e^{-z}}{2}$ como seno hiperbólico y se escribe $\boxed{Shz = \frac{e^z - e^{-z}}{2}}$