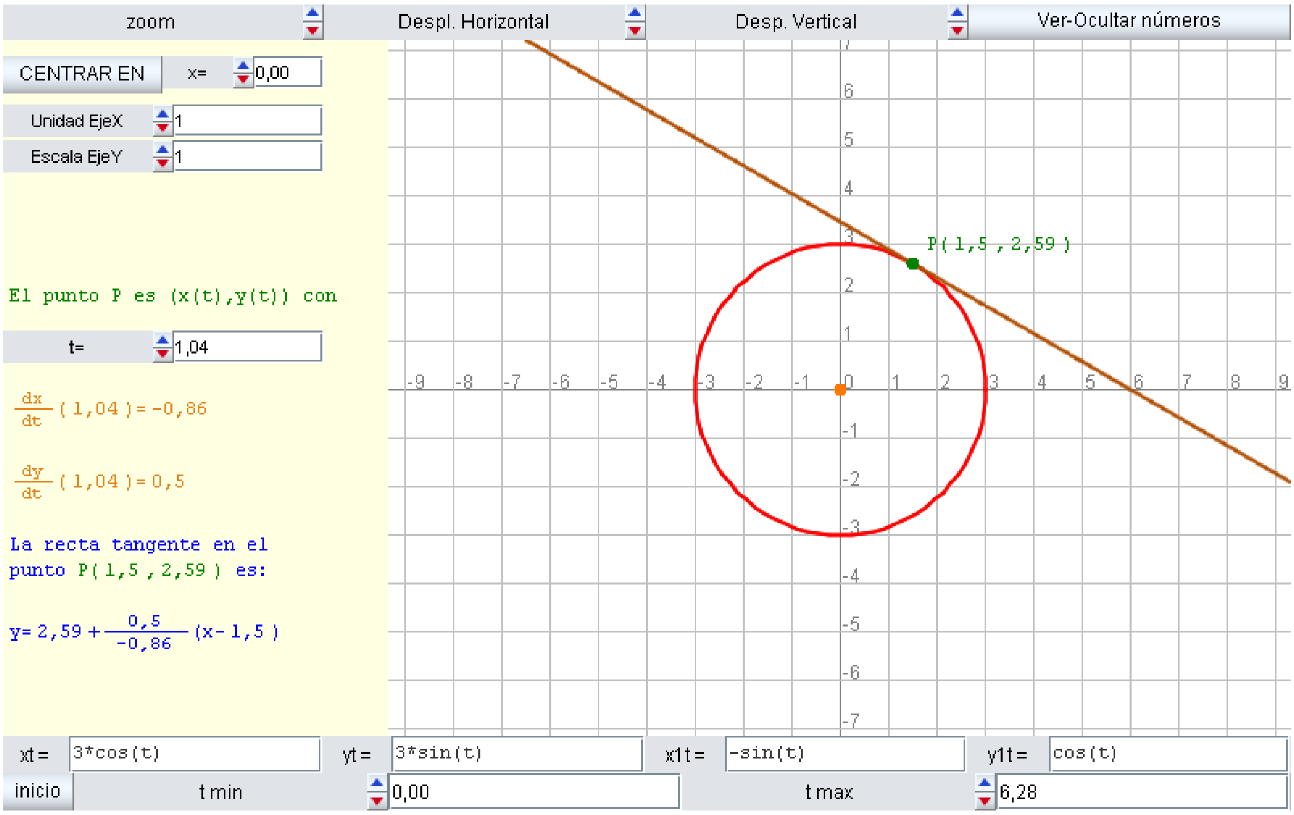
Laboratorio: Curvas paramétricas



En el applet de la figura siguiente puedes representar curvas dadas en paramétricas. Los valores a introducir son:

- **xt**: La expresión de x(t)
- **yt**: La expresión de y(t)
- **x1t**: La derivada de la función x(t) respecto de t
- **y1t**: La derivada de la función y(t) respecto de t
- **tmin**:Valor mínimo del parámetro
- **tmax**: Valor máximo del parámetro

En el caso de la figura se ha representado una circunferencia centrada en el origen de radio 3

$$\begin{cases} x(t) = 3\cos(t) \\ y(t) = 3\,sen(t) \end{cases} \qquad t \in [0, 2\pi]$$

1 Para esta curva elige tres valores de t y observa cómo se obtiene la derivada de y respecto de x en el punto correspondiente. Observa también como se puede obtener la recta tangente a la curva en un punto.

Rellena la siguiente tabla a mano, ayudado por una calculadora, y comprueba los resultados obtenidos en el applet:

Valor de t	Punto de la curva	$\frac{dy}{dx}$ para el punto elegido

Escribe la deducción de la fórmula que permite calcular la derivada de y respecto de x en un punto $(x_o, y_o) = (x(t_o), y(t_o))$.

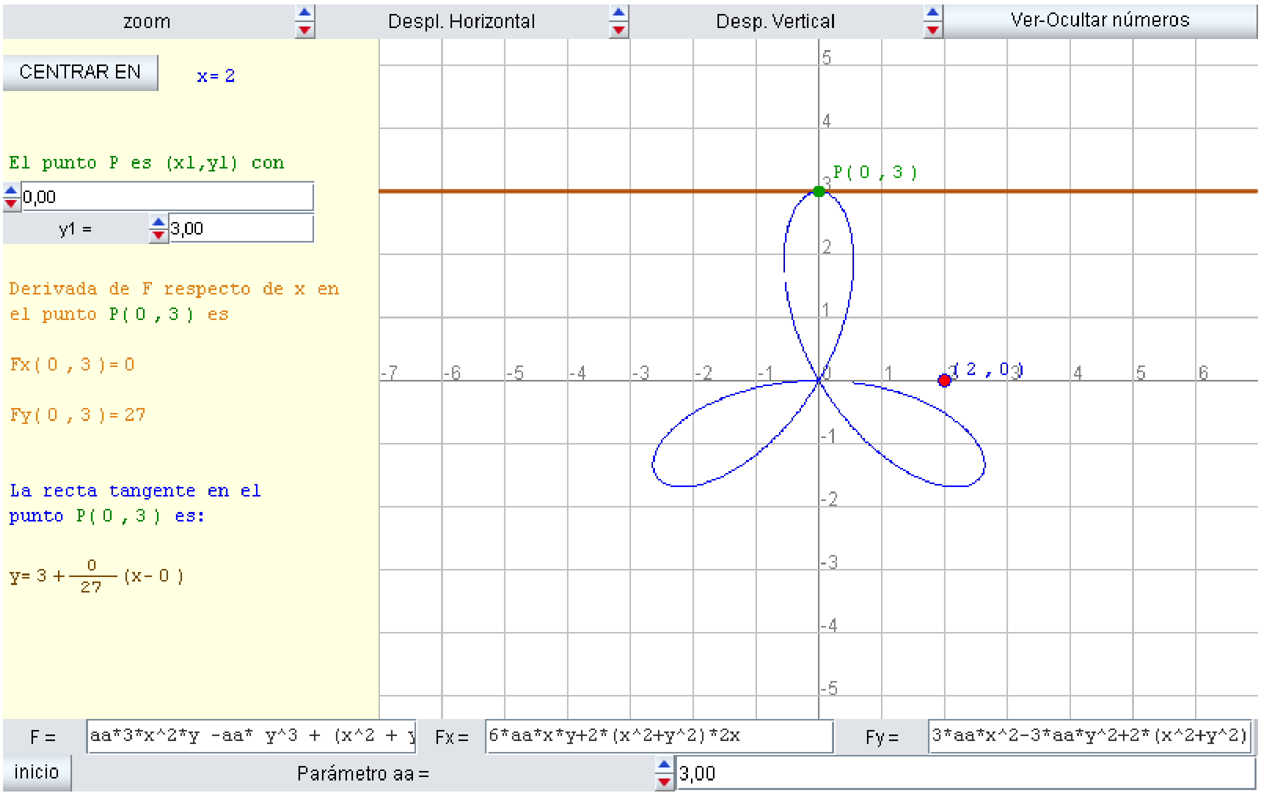
2 Introduce ahora en el applet los valores que te permitan representar la elipse $\frac{(x-1)^2}{4}+\frac{(y+1)^2}{25}=1$. La parametrización de esta elipse es:

Haz después los mismos cálculos que en el ejercicio anterior y comprueba los resultados en el applet.

Valor de t	Punto de la curva	$\frac{dy}{dx}$ para el punto elegido

Si la elipse es $\frac{(x-x_o)^2}{a^2}+\frac{(y-y_o)^2}{b^2}=1$, demuestra que la recta tangente en el punto (x_o, y_o+b) es horizontal. Haz después un dibujo de la elipse y la recta tangente.

Laboratorio: Curvas implícitas



En el applet se considera una curva definida implícitamente mediante F(x,y)=0. Se denota por:

- **Fx**: a la derivada de F respecto de x dejando la y constante (Fx recibe el nombre de derivada parcial de F respecto de x).
- **Fy**: a la derivada de F respecto de y dejando la x constante (Fy recibe el nombre de derivada parcial de F respecto de y).

Se recuerda que en el caso de que F(x,y)=0 defina a y como función de x entonces:

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{\text{Derivada de F respecto de x dejando y como constante}}{\text{Derivada de F respecto de } y \text{ dejando } x \text{ como constante}}$$

3 Se considera la función definida en forma implícita mediante la ecuación:

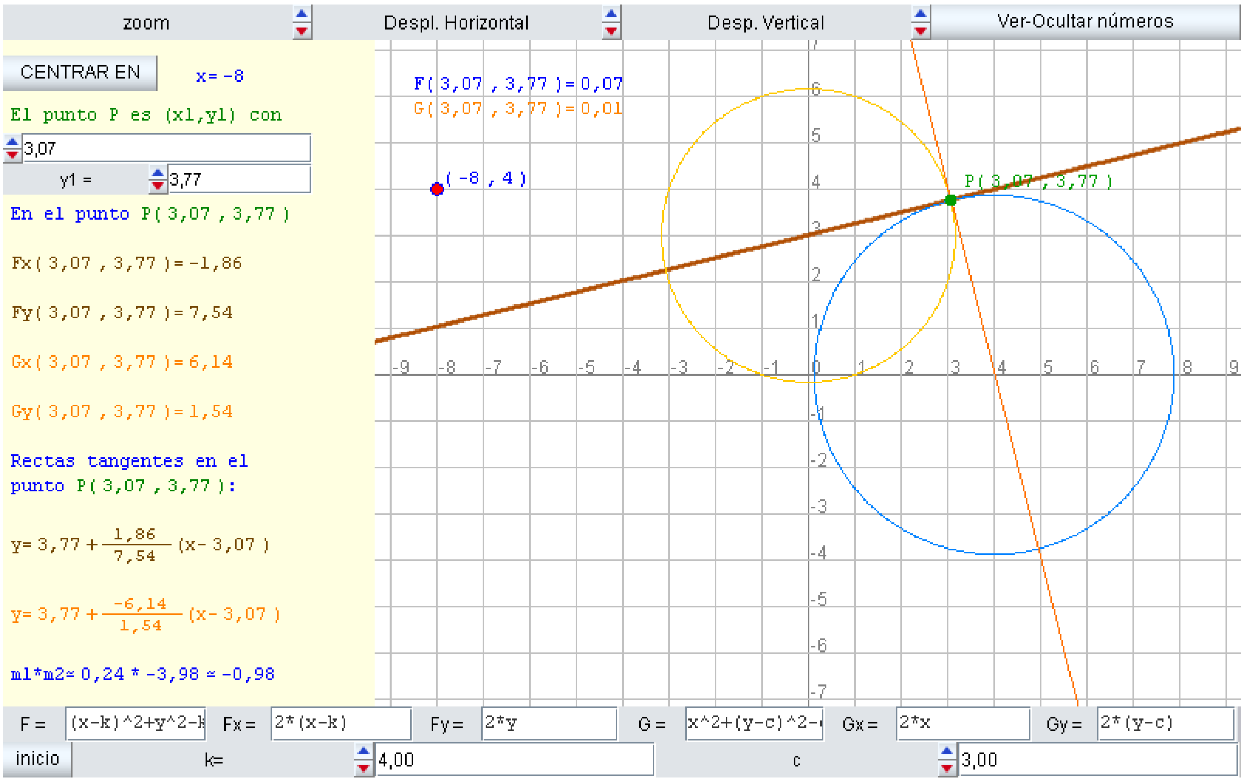
aa*3*x^2*y -aa* y^3 + (x^2 + y^2)^2=0 $3\cdot aa\cdot x^2 - aa\cdot y^3 + \left(x^2+y^2\right)^2 = 0$

donde aa puede tomar distintos valores.

- Elige distintos valores del parámetro aa y observa la gráfica de las funciones que vas obteniendo.
- Fija un valor de aa cualquiera y un punto de la curva obtenida.
- Rellena la siguiente tabla haciendo los cálculos ayudándote con una calculadora. Comprueba después con ayuda del applet los resultados obtenidos.

Punto elegido	Derivada de y respecto de x en el punto elegido	Ecuación de la recta tangente a la curva en el punto elegido

Laboratorio: Curvas ortogonales



Con este applet vamos a analizar el ángulo que forman dos curvas en un punto en el que se corten.

Se recuerda que el **ángulo que forman dos curvas** en un punto de corte P es el ángulo que forman sus rectas tangentes en P.

En este ejercicio se considerarán dos familias de curvas:

(1) (x-k)^2+y^2-k^2+1=0 $\qquad (x-k)^2+y^2=K^2-1$

(2) x^2+(y-c)^2-c^2-1=0 $\qquad x^2+(y-c)^2=c^2+1$

que permiten obtener distintas curvas en función de los parámetros K y c.

La primera familia se trata de circunferencias de distintos radios centradas en puntos (k,0) y la segunda de circunferencias centradas en (0,c).

4

- Elige distintos valores para k y para c y observa las gráficas de las funciones que vas obteniendo.
- Fija el valor de K=4 y el de c=3.
- Sitúa el punto (x_1, y_1) en las coordenadas (3.07, 3.77) que es una aproximación del punto de corte de las dos curvas.

- Calcula las rectas tangentes a ambas curvas y comprueba que son ortogonales haciendo los cálculos a mano ayudado por una calculadora. Comprueba después los valores obtenidos con ayuda del applet.

  Realiza los mismos cálculos en el otro punto de corte (0.12,-0.15). Observa que las rectas tangentes también son ortogonales con ayuda del applet.

Las **familias de curvas** (1) y (2) se dicen que son **ortogonales** ya que cualquier curva de la familia (1) es ortogonal a cualquier curva de la familia (2).