Nombre y Apellidos

Entrega: 16 Enero

Una lámina de metal se sitúa en el plano XY y ocupa el rectángulo $0 \leq x \leq 10$, $0 \leq y \leq 8$, donde x e y se miden en metros. La temperatura en el punto (x,y) del plano es T(x,y) (T se mide en grados Celsius). Se toma la temperatura en puntos con el mismo espaciamiento y se registraron en la tabla que aparece a continuación.

x \ y	0	2	4	6	8
0	30	38	45	51	55
2	52	56	60	62	61
4	78	74	72	68	66
6	98	87	80	75	71
8	96	90	86	80	75
10	92	92	91	87	78

Se pide:

(a) Estimar los valores de $T_x(6,4)$ y de $T_y(6,4)$ ¿Cuáles son sus unidades? ¿En cuál de las dos direcciones se produce un mayor crecimiento de la temperatura?

(b) Estimar el valor de la derivada direccional de T en el punto (6,4) donde $u = \frac{1}{\sqrt{2}}(i + j)$. Interpretar el resultado.

(c) Estimar el valor de $T_{xy}(6,4)$.

(d) Determinar una aproximación lineal a la función de temperatura cerca del punto (6,4) con objeto de estimar la temperatura en el punto (5, 3).

Puntuación: 7

Nota: Se valorará la capacidad de razonamiento y la claridad en la explicación y exposición de la resolución del ejercicio.

Nombre y Apellidos

16 Enero

Puntuación: 8

GRUPO

(a) Calcular los extremos absolutos de la función $f(x,y)=x^2y+y^2-4xy+2y+5$ suponiendo que (x,y) están en el segmento que une A(4,2) y B(0,2) analíticamente.

(b) Verifica en el applet que los puntos obtenidos en el apartado anterior son realmente máximos o mínimos reproduciendo la situación que te muestra la zona de la derecha del applet en la que se representa el plano z=0 . Escribe también para las curvas, puntos y vectores que dibujes sus ecuaciones o coordenadas.

21 Enero

Puntuación: 30

Pregunta 1:

- **Apartados (a) (b) (c) (f) (g) 2 puntos**
- **Apartados (d) (e) 3 puntos**
- **Apartados (h) 4 puntos**

Pregunta 2: 5 puntos

Pregunta 3: 5 puntos

IMPORTANTE: En todos los apartados se deberá justificar la respuesta.

Pregunta 1

Se considera $f(x,y)=\log(10-x^2-2y^2)$. Se pide:

(a) Representa el dominio de la función $f(x,y)=\log(10-x^2-2y^2)$.

(b) Determina las curvas de nivel de $f(x,y)=\log(10-x^2-2y^2)$ y representa la que pasa por el punto (1, 2).

Nombre y Apellidos

(c) ¿Es la función $f(x,y)=\log\left(10-x^2-2y^2\right)$ diferenciable en el punto de coordenadas (1, 2)? Justifica la respuesta.

(d) Demuestra que el vector gradiente a $f(x,y)=\log\left(10-x^2-2y^2\right)$ en un punto (a, b) de su dominio es ortogonal a la curva de nivel que pasa por (a, b).

(e) Calcula la recta tangente a la curva intersección de la superficie definida por $f(x,y)=\log\left(10-x^2-2y^2\right)$ y el plano que es perpendicular a z=0 y contiene a la recta que pasa por (1, 2, 0) y tiene por vector director $\left(\cos(\alpha), sen(\alpha), 0\right)$.

(f) Calcula un vector normal al plano tangente a la superficie definida por $z\cdot e^z=\log\left(10-x^2-2y^2\right)$ en el punto (1, 2, 0).

(g) ¿Cuál es el valor máximo que toma la función $f(x,y)=\log\left(10-x^2-2y^2\right)$ condicionado a que (x,y) están sobre la curva de nivel que pasa por el punto (a,b)?

(h) Calcula la derivada direccional de $f(x,y)=\log\left(10-x^2-2y^2\right)$ en el punto (1, 2) en cualquier dirección $\vec{u}$ utilizando y sin utilizar la definición.

Pregunta 2

Se mide el radio y la altura de un cono circular recto con errores, a lo más, 3% y 2% respectivamente. Utilice incrementos para aproximar el porcentaje máximo de error que se puede cometer al calcular el volumen del cono si se utilizan estas medidas (la fórmula es $V=\frac{1}{3}\pi r^2 h$).

Pregunta 3

Si $z=f(x,y)$ y $x=x(u,v)$, $y=y(u,v)$ calcula la expresión de $\frac{\partial^2 z}{\partial u^2}$ mediante las derivadas parciales de z respecto de "x" e "y" y respecto de "u" y "v".