2. CÁLCULO VECTORIAL

FORMULARIO

Suma de vectores: $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$

$$R_x = A_x + B_x + C_x$$
$$R_y = A_y + B_y + C_y$$
$$R_z = A_z + B_z + C_z$$
$$R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2 + R_z^2}$$

Diferencia de vectores: $\vec{V} = \vec{A} - \vec{B}$

$$V_x = A_x - B_x$$
$$V_y = A_y - B_y$$
$$V_z = A_z - B_z$$

Producto escalar. Es un escalar: $\vec{A}.\vec{B} = A.B\cos\alpha = A_x.B_x + A_y.B_y + A_z.B_z$

Producto vectorial. Es un vector: $\vec{A} \wedge \vec{B} = A\,B\,sen\alpha = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ A_x & A_y & A_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix}$

Momento de un vector respecto a un punto. Es un vector:

(x, y, z) *coordenadas del vector A*

$(x_0, y_0\ z_0)$ *coordenadas del punto O*

$$\overrightarrow{M_O A} = \overrightarrow{OA} \wedge \vec{A} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ A_x & A_y & A_z \end{vmatrix}$$

Momento de un vector respecto a un eje. Es un escalar:

$M_e = proy\,(\vec{r} \wedge \vec{A})$

($\vec{r}$ *vector de posición de* $\vec{A}$ *respecto a cualquier punto del eje*)

Si $\cos\alpha, \cos\beta, \cos\gamma$ *son los cosenos directores del eje e*:

$$M_e = \begin{vmatrix} \cos\alpha & \cos\beta & \cos\gamma \\ x - x_0 & y - y_0 & z - z_0 \\ r_x & r_y & r_z \end{vmatrix}$$

2.1) La suma de dos vectores **A** y **B** es un vector **C** de módulo 24 y cuyos cosenos directores son 1/3, -2/3, 2/3, además, el vector 3**A**-2**B** tiene por componentes (7,9,3). Calcular las componentes de los vectores **A** y **B**.

2.2) Entre los cosenos directores de un vector **A** existen las siguientes relaciones: $\cos\alpha/\cos\beta=2/3$, $\cos\beta/\cos\gamma=3/4$ y el módulo de este vector es la unidad. Calcular el producto vectorial de este vector por el **B**=√29(**i**+**j**+**k**).

2.3) Dado el vector **A** de módulo 14 y **B** de módulo 21, cuyos cosenos directores son respectivamente proporcionales a -2, -3 y 6 y 1,2 y 2. Calcular: 1º) La resultante del sistema, 2º) El momento del vector resultante respecto al punto (1,-1,2); 3º) El momento resultante respecto al eje Z; 4º) El producto vectorial de **A**∧**B**; 5º) El producto escalar **A.B**.

2.4) Calcular $d/dt M_o$**A** (O es el origen), siendo **A**=**i**-2**j**+3**k** y el punto de aplicación de este vector $(3t,2,gt^2)$.

2.5)

$$Calcular:\quad \frac{d}{dt}\frac{\vec{A}\wedge\vec{B}}{\vec{A}.\vec{B}}$$

siendo: **A**=t**i**-2t**j**+t^2**k**, **B**=**i**+**j**+**k**.

2.6) Un automóvil recorre 5 millas hacia el este, luego 4 millas hacia el sur y por último, 2 millas hacia el oeste. Hállense la magnitud y dirección del desplazamiento resultante.

2.7) El vector **M** de longitud 5 cm, forma un ángulo de 36,9º en el sentido contrario al giro de las agujas de un reloj sobre el eje + X. Se le suma un vector **N** y la resultante es un vector de magnitud 5 cm, que forma un ángulo de 53,1º en el sentido contrario a las agujas del reloj con el eje + X. Hállense: a) las componentes de **N**; b) la magnitud y la dirección de **N**.

2.8) Hállese el ángulo que forman los dos vectores **A**=3**i+**4**j**+5**k** y **B=**3**i+**4**j**-5**k**.

2.9) Un vector **A**, de 10 unidades de longitud, forma un ángulo de 30º con un vector **B** de seis unidades de longitud. Hállese la magnitud del vector diferencia **A-B** y el ángulo que forma con el vector **A**.

2.10) Hallar el valor de la expresión **A**∧$\mathbf{N_c}$, siendo: **A**=2**i**-**j**+2**k**; **B**=**i**-2**j**+**k** y $\mathbf{N_c}$ el momento del vector **B** que está aplicado al punto B(2,3,1) con respecto al punto C(1,1,1).

2.11) Hallar el valor de la expresión $\mathbf{A} \wedge \mathbf{M_o B}$, siendo $\mathbf{A}=2\mathbf{i}-\mathbf{j}+2\mathbf{k}$, $\mathbf{B}=\mathbf{i}-2\mathbf{j}-\mathbf{k}$, y estando aplicado este último vector en el punto B(1,2,0).

2.12) Demostrar que los vectores libres $\mathbf{A}=\mathbf{i}-2\mathbf{j}+3\mathbf{k}$; $\mathbf{B}=2\mathbf{i}+\mathbf{j}-2\mathbf{k}$, $\mathbf{C}=\mathbf{i}+3\mathbf{j}-5\mathbf{k}$ pueden formar los lados de un triángulo.

2.13) Demostrar que los vectores $\mathbf{A}=-2\mathbf{i}-3\mathbf{j}-\mathbf{k}$; $\mathbf{B}=4(\mathbf{i}-\mathbf{j}+\mathbf{k})$ son perpendiculares.

2.14) Los tres vértices de un triángulo son: A(2, 1, 3); B(2, -1, 1) y C(0, -2, 1). Calcular: 1) Área del triángulo, 2) Ángulo A

2.15) Tres vértices de un paralelogramo ABCD tienen por coordenadas: A(2, 0, 2); B(3, 2, 0) y D(1, 2, -1). Calcular: 1) Las coordenadas del vértice C; 2) Área del paralelogramo; 3) Ángulo en B.

2.16) Dados los vectores $\mathbf{v_1}$(-2, 3. 1) y $\mathbf{v_2}$(-1, 3, 2) ambos aplicados en el punto **P**(2, 3, 2), calcular el momento del sistema respecto del punto **A**((-1, 0, 2) y compruébese que la suma de los dos momentos es igual al momento de la resultante respecto de **A** aplicada en **P.**

2.17) Dados los vectores deslizantes: $\mathbf{v_1}$(3, 2, -3) y $\mathbf{v_2}$(6, -3, 2) que pasan por los puntos $\mathbf{P_1}$(2, -6, 4) y $\mathbf{P_2}$(4, -1, -1), respectivamente, calcúlese: 1) La resultante del sistema de los dos vectores; 2) El momento resultante con respecto al origen; 3) El momento resultante referido al punto O'(2, -1, 5).