

OPERACIONES CON COTAS: ADICIÓN Y TRANSFERENCIA.

Cuando se define un objeto por medio de una cadena de cotas funcionales con sus tolerancias respectivas, se puede dar la circunstancia de que sea preciso conocer otra de las cotas no especificadas en el plano con la tolerancia que le correspondería. Observando la figura 1, en la que las cotas longitudinales definen el objeto representado, se desea conocer la cota CN o cota nueva con su tolerancia.

Se pueden plantear dos situaciones: que la pieza esté fabricada y se trata de conocer la tolerancia resultante o que la pieza se vaya a fabricar o verificar considerando CN. En el primer caso se aplica la **adición de cotas** y en el segundo la **transferencia de cotas**.

- Adición de cotas.

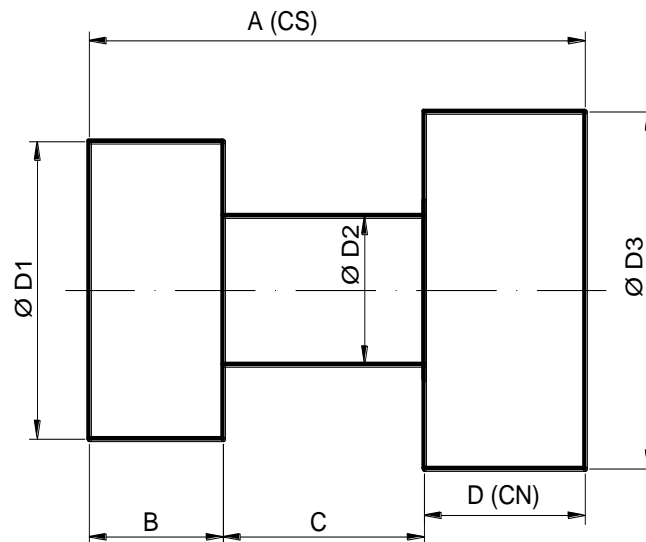


Figura 1. Objeto definido por las cotas A, B, C, en la que D es la cota nueva CN.

La adición de cotas consiste en obtener la cota D_{CN} como suma de las cotas de la cadena, así la dimensión nominal es:

$$D_{CN} = A - B - C$$

Para obtener la tolerancia de dicha cota CN se obtiene su mayor y menor longitud:

$$D_{Max} = A_{Máx} - B_{mín} - C_{mín}$$

$$D_{mín} = A_{mín} - B_{Máx} - C_{Máx}$$

Si se sustituye por sus valores nominales con su desviación respectiva:

$$D + es_{CN} = A + es_A - B - ei_B - C - ei_C$$

$$D + ei_{CN} = A + ei_A - B - es_B - C - es_C$$

O bien, dejando sólo las diferencias de la tolerancia, queda:

$$es_{CN} = es_A - ei_B - ei_C$$

$$ei_{CN} = ei_A - es_B - es_C$$

Obteniendo la diferencia de ambas ecuaciones, quedan las tolerancias correspondientes:

$$T_{D_{CN}} = T_{A_{CS}} + T_B + T_C$$

De modo que la tolerancia de la cota nueva es la suma de las tolerancias de las demás cotas de la cadena.

- Observación.

La cota D_{CN} obtenida mediante adición se observa que **no** cumple los requisitos previos de la pieza definidos por las cotas A, B, C.

Para verificarlo, se realiza el proceso inverso, es decir, se considera que la pieza está definida por B, C y D, que D pasa a ser la cota sustituida CS y que la nueva cota CN es A (figura 2).

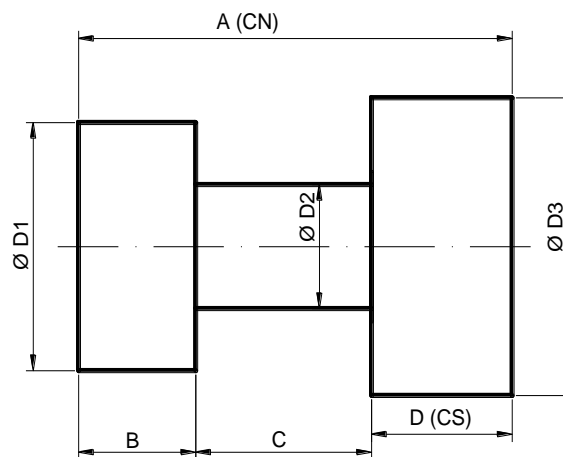


Figura 2: Adición de cotas partiendo de los datos obtenidos anteriores.

Operando como antes resulta:

$$A_{CN} = B + C + D_{CS}$$

Por consiguiente:

$$es_{A_{CN}} = es_B + es_C + es_{D_{CS}}$$

$$ei_{A_{CN}} = ei_B + ei_C + ei_{D_{CS}}$$

Obteniendo la diferencia de ambas ecuaciones, quedan las tolerancias correspondientes:

$$T_B = T_A + T_C + T_D$$

Como la tolerancia de D es: $T_D = T_A + T_B + T_C$;

Quedaría que: $T_A = T_B + T_C + T_D = T_B + T_C + (T_A + T_B + T_C)$

$$T_A = T_A + 2 T_B + 2 T_C$$

Es decir, incumple las especificaciones de la pieza.

- Transferencia de cotas

Para resolver esta situación, en el que la tolerancia de la nueva cota CN cumpla las especificaciones iniciales, se aplica **la transferencia de cotas, que es la adición sobre la "cota sustituida"**.

De este modo se obtiene la tolerancia mayor posible, es decir, la más económica de fabricar, que cumple con el resto de las tolerancias especificadas en el plano.

La "cota sustituida" es la que se extrae de la cadena de cotas que define la pieza, en este caso B.

El resto de las cotas que continúan en la nueva cadena, son las "cotas conservadas" CC, en este caso A y C (figura 3).

CS = Cota Sustituida = B (conocida)

CC = Cotas Conservadas = A, C (conocidas)

CN = Cota Nueva = D (incógnita)

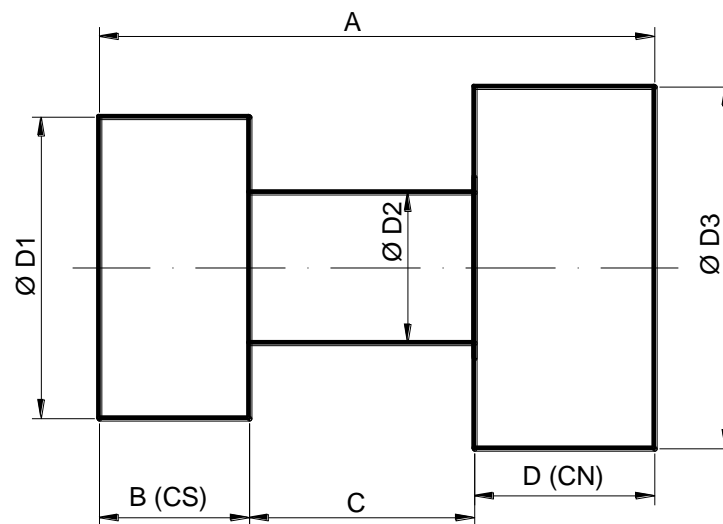


Figura 3: Datos para la transferencia de cotas.

La cadena de cotas a partir de la cota sustituida:

$$B = A - C - D$$

Por lo que las diferencias de la tolerancia son:

$$\begin{aligned} es_B &= es_A - ei_C - ei_{D\ CN} \\ ei_B &= ei_A - es_C - es_{D\ CN} \end{aligned}$$

Se despejan las diferencias de la cota nueva CN:

$$\begin{aligned} ei_{D\ CN} &= -es_{B\ CS} + es_A - ei_C \\ es_{D\ CN} &= -ei_{B\ CS} + ei_A - es_C \end{aligned}$$

Expresado en intervalos de tolerancia (restando las anteriores):

$$T_{D\ CN} = T_{B\ CS} - T_A - T_C$$

Generalizando:

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC}$$

Como el valor de la tolerancia debe ser mayor que cero, ya que no puede haber una amplitud de la tolerancia negativa.

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} ; T_{CN} > 0$$

- Análisis del resultado.

Geoméricamente se puede interpretar que la tolerancia de la cota sustituida CS se distribuye entre los valores de las cotas conservadas CC y la cota nueva CN (Figura 4). Si la resultante de las cotas conservadas es mayor que la de la cota sustituida, no queda tolerancia para la nueva cota. En este caso, habría que reducir la tolerancia de las cotas conservadas (hacerlas más estrictas) y se podría aplicar la transferencia de cotas.

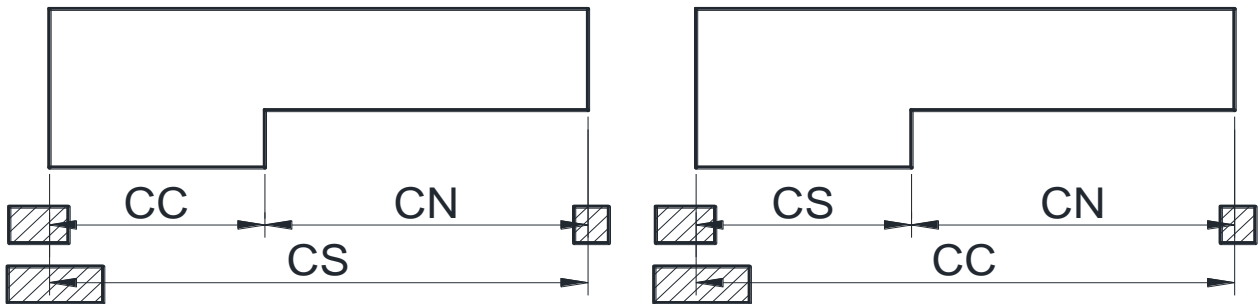


Figura 4. La transferencia de cota es viable en la primera figura y **no** en la segunda.

Ejercicio 1: En el plano de la pieza, figura 5, están definidas las cotas A y B, siendo preciso obtener la cota C. $A = 50 \begin{matrix} +0,250 \\ -0,075 \end{matrix}$ $B = 30 \begin{matrix} +0,120 \\ -0,050 \end{matrix}$

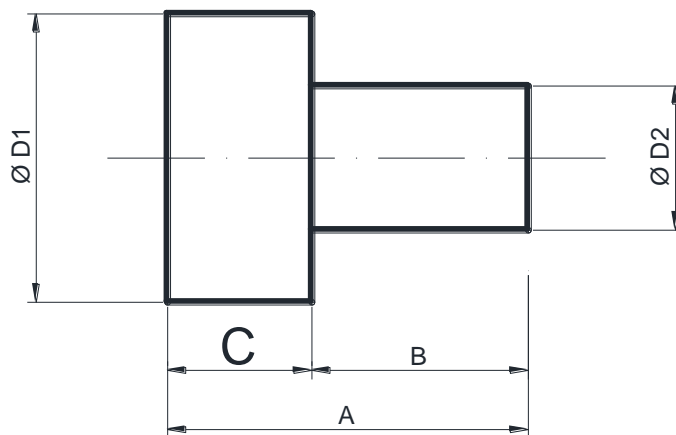


Figura 5.

Resolución:

Para calcular la nueva cota $C_N = C$, cuyo valor nominal es 20, pueden presentarse dos situaciones:

1. Que se sustituya la cota A ($CS = A$) y se conserve la B ($CC = B$). Es decir, las longitudes quedan definidas mediante B y C.
2. Que se sustituya la cota B ($CS = B$) y se conserve la A ($CC = A$). Quedan definidas mediante A y C.

En el caso 1:

$$CS = A$$

$$CC = B$$

$$CN = C$$

Primero se analiza si es viable

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC}$$

$$T_C = T_A - T_B = 0,325 - 0,170 = 0,155 > 0 \quad \text{Luego es viable.}$$

Segundo se calculan las tolerancias

$$A = B + C$$

$$es_A = es_B + es_{CN}$$

$$ei_A = ei_B + ei_{CN}$$

$$\begin{aligned} 0,250 &= 0,120 + es_{CN}; & es_{CN} &= 0,130 \\ -0,075 &= -0,050 + ei_{CN}; & ei_{CN} &= -0,025 \end{aligned}$$

Solución: $C = 20 \begin{matrix} +0,130 \\ -0,025 \end{matrix} \Rightarrow$

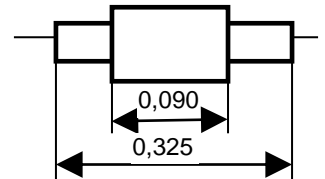
$20 \text{ k } 11 \begin{pmatrix} +0,130 \\ 0 \end{pmatrix}$
--

En el caso 2:

$$\begin{aligned} CS &= B \\ CC &= A \\ CN &= C \end{aligned}$$

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = T_B - T_A = 0,170 - 0,325 = -0,155 < 0 \quad \text{Luego **no** es viable.}$$

Para poder hacer la transferencia de cotas se tendría que reducir la tolerancia de A: T_A a un valor del orden de la mitad de la T_B , por ejemplo unos 0,090 y que se encuentre en el interior de ella.



- Se va a obtener el valor de la tolerancia normalizada más próxima

$$A = 50 \begin{matrix} +0,250 \\ -0,075 \end{matrix} \quad \text{se sustituye por } \mathbf{50\ k\ 10}: \quad A = 50 \begin{matrix} +0,100 \\ 0 \end{matrix}$$

$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = T_B - T_A = 0,170 - 0,100 = 0,070 > 0$ Con este valor ya es viable y se actúa como en el caso anterior.

$$\begin{aligned} B &= -C + A \\ \mathbf{es_B} &= -\mathbf{ei_C} + \mathbf{es_A} \\ \mathbf{ei_B} &= -\mathbf{es_C} + \mathbf{ei_A} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 0,120 &= -\mathbf{ei_C} + 0,100; \quad \mathbf{ei_C} = -0,020 \\ -0,050 &= -\mathbf{es_C} + 0; \quad \mathbf{es_C} = 0,050 \end{aligned}$$

Solución: $C = 20 \begin{matrix} +0,050 \\ -0,020 \end{matrix} \Rightarrow$

$$\mathbf{20\ k\ 8} \begin{pmatrix} +0,033 \\ 0 \end{pmatrix}; \quad \text{ó} \quad \mathbf{20\ js\ 8} \begin{pmatrix} +0,017 \\ -0,016 \end{pmatrix}$$

- Si se sustituye por $\mathbf{50\ k\ 9}$: $A = 50 \begin{matrix} +0,062 \\ 0 \end{matrix}$

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = T_B - T_A = 0,170 - 0,062 = 0,108 > 0$$

Con este valor ya es viable y se resuelve.

$$\begin{aligned} B &= -C + A \\ 0,120 &= -\mathbf{ei_C} + 0,062; \quad \mathbf{ei_C} = -0,058 \\ -0,050 &= -\mathbf{es_C} + 0; \quad \mathbf{es_C} = 0,050 \end{aligned}$$

Solución: $C = 20 \begin{matrix} +0,050 \\ -0,058 \end{matrix} \Rightarrow$

$$\mathbf{20\ js\ 10} \begin{pmatrix} +0,042 \\ -0,042 \end{pmatrix}$$

Esta solución es mejor que la anterior, ya que tiene mayor tolerancia.

Ejercicio 2: Obténganse las cotas de la figura 6 B, a partir de los datos de la figura 6 A.

(Fundamentos Básicos de Metrología Dimensional, Joaquín López Rodríguez, Área de Ingeniería de los Procesos de Fabricación, U P de Cartagena, Febrero, 2011)

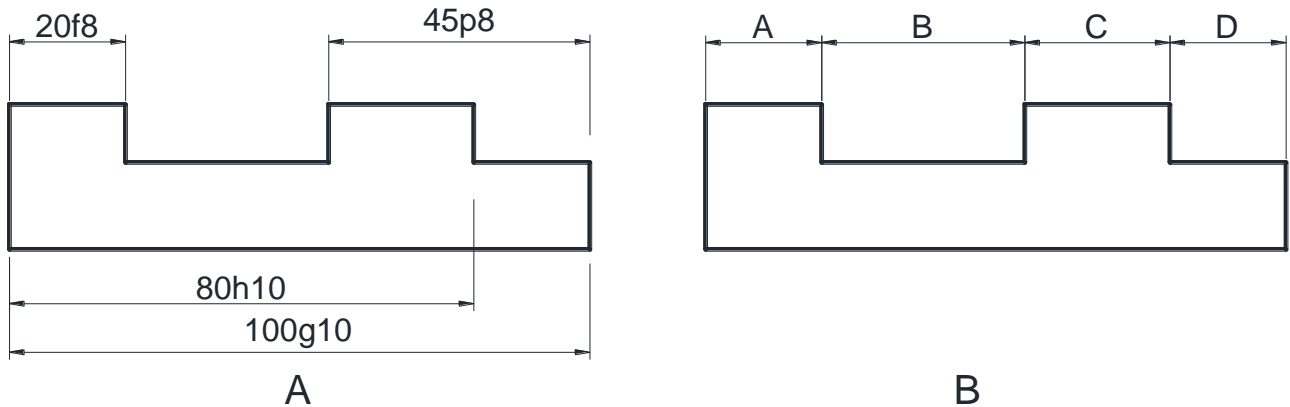


Figura 6.

Resolución:

$$20f8 = 20 \begin{pmatrix} -0,020 \\ -0,053 \end{pmatrix}; 45p8 = 45 \begin{pmatrix} +0,065 \\ +0,026 \end{pmatrix}; 80h10 = 80 \begin{pmatrix} +0 \\ -0,120 \end{pmatrix}; 100g10 = 100 \begin{pmatrix} -0,012 \\ -0,152 \end{pmatrix}$$

1. CN = D = 20
CS = 80h10
CC = 100g10

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = 0,120 - 0,140 = -0,020 < 0 \text{ NO VALE}$$

CN = D = 20
CS = 100g10
CC = 80h10

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = 0,140 - 0,120 = +0,020 > 0 \text{ VALE}$$

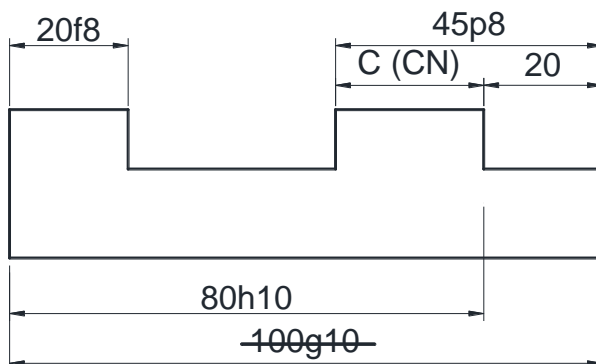
$$CS = CN + CC; 100 = 80 + 20(CN)$$

$$e_{s100} = e_{s80} + e_{sCN}; e_{sCN} = -0,012 - 0 = -0,012$$

$$e_{i100} = e_{i80} + e_{iCN}; e_{iCN} = -0,152 - (-0,120) = -0,032$$

$$D = 20 \begin{pmatrix} -0,012 \\ -0,032 \end{pmatrix} \Rightarrow 20f5 = 20 \begin{pmatrix} -0,020 \\ -0,029 \end{pmatrix}$$

2.



Para la obtención de la cota C se aplica:

$$CN = C = 25$$

$$CS = 45p8 \begin{pmatrix} +0,065 \\ +0,026 \end{pmatrix}$$

$$CC = 20f5 \begin{pmatrix} -0,020 \\ -0,029 \end{pmatrix}$$

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = 0,039 - 0,009 = +0,030 > 0 \quad \text{VALE}$$

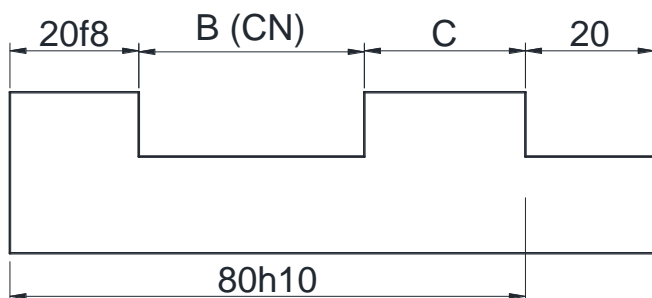
$$CS = CN + CC; \quad 45 = 20 + 25(CN)$$

$$e_{s45} = e_{s20} + e_{sCN}; \quad e_{sCN} = 0,065 - (-0,020) = +0,085$$

$$e_{i45} = e_{i20} + e_{iCN}; \quad e_{iCN} = 0,026 - (-0,029) = +0,055$$

$$C = 25 \begin{pmatrix} +0,085 \\ +0,05 \end{pmatrix} \Rightarrow 25v7 = 25 \begin{pmatrix} +0,076 \\ +0,055 \end{pmatrix}; \quad 25x7 = 25 \begin{pmatrix} +0,085 \\ +0,064 \end{pmatrix}$$

3.



Con las cotas que quedan se va a obtener la cota B:

$$CN = B = 35$$

$$CS = 80h10 \begin{pmatrix} +0 \\ -0,120 \end{pmatrix}$$

$$CC = (A) 20f8 \begin{pmatrix} -0,020 \\ -0,053 \end{pmatrix} \quad \text{y}$$

$$(C) 25v7 \begin{pmatrix} +0,076 \\ +0,055 \end{pmatrix} \quad \text{ó} \quad (25x7 \begin{pmatrix} +0,085 \\ +0,064 \end{pmatrix})$$

$$T_{CN} = T_{CS} - \sum T_{CC} = 0,120 - (0,019 + 0,021) = +0,080 > 0 \quad \text{VALE}$$

$$CS = CN + CC; \quad 80 = 35(CN) + 20 + 25$$

$$e_{s80} = e_{sCN} + e_{sA} + e_{sC}; \quad e_{sCN} = 0 - (-0,020) - 0,076 = -0,056$$

$$e_{i80} = e_{iCN} + e_{iA} + e_{iC}; \quad e_{iCN} = -0,120 - (-0,053) - 0,055 = -0,122$$

$$B = 35 \begin{pmatrix} -0,056 \\ -0,122 \end{pmatrix} \Rightarrow 35d8 = 35 \begin{pmatrix} -0,080 \\ -0,119 \end{pmatrix}$$

Ejercicio 3: Obténganse la nueva acotación de la figura 7 introduciendo las nuevas cotas mediante la sustitución de las cotas (CS).

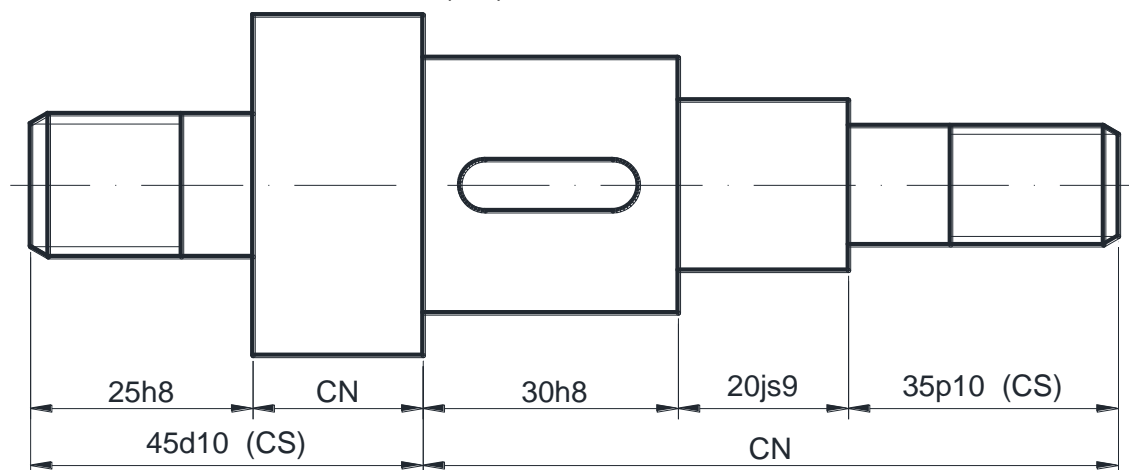


Figura 7.

$$\text{Solución: } 20 \begin{pmatrix} -0,080 \\ -0,147 \end{pmatrix}; \quad 85 \begin{pmatrix} +0,067 \\ +0,052 \end{pmatrix}$$