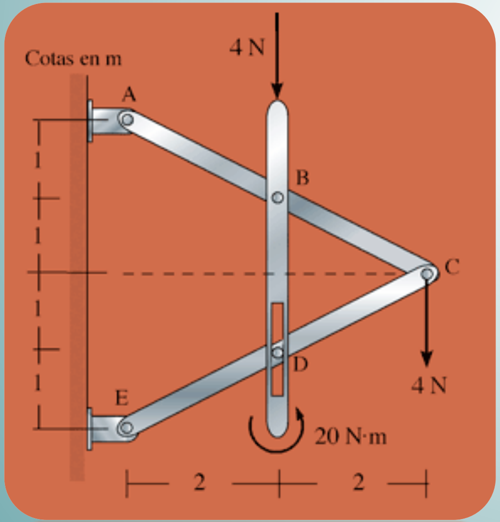
Mecánica

Tema 03. Sistemas articulados.



Cecilia Pardo Sanjurjo

DPTO. DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y MECÁNICA

Sistemas articulados

Sistemas formados por barras unidas mediante articulaciones

Adaptables y ligeros, muy empleados para la construcción de puentes, cubiertas , torres, grúas, etc


by www.mpicatdg.com

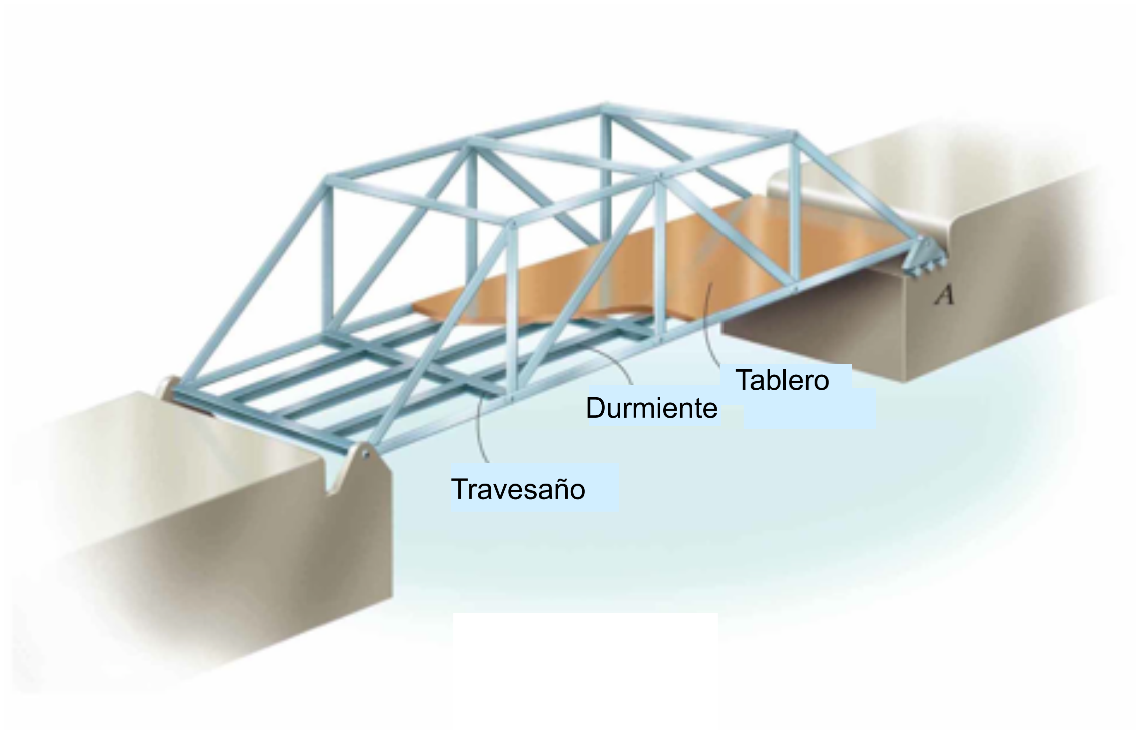

Hispago.com


noticiaaldia.com

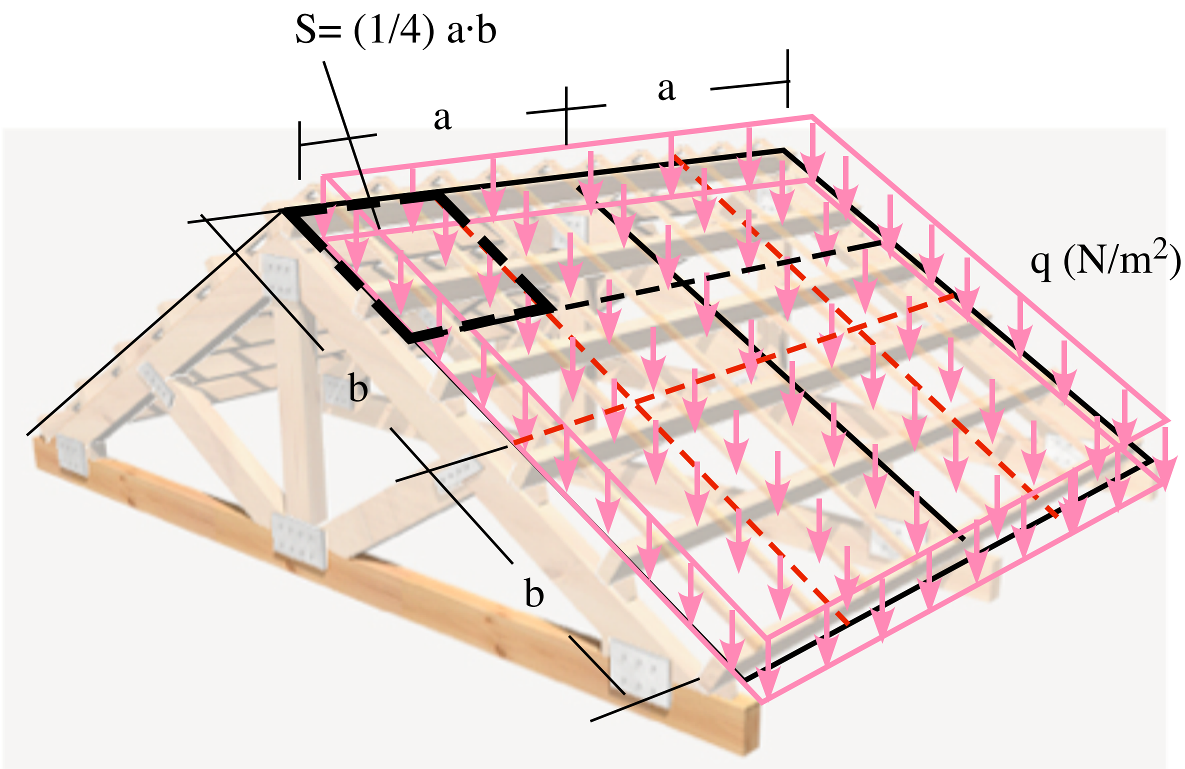

urbanity.es

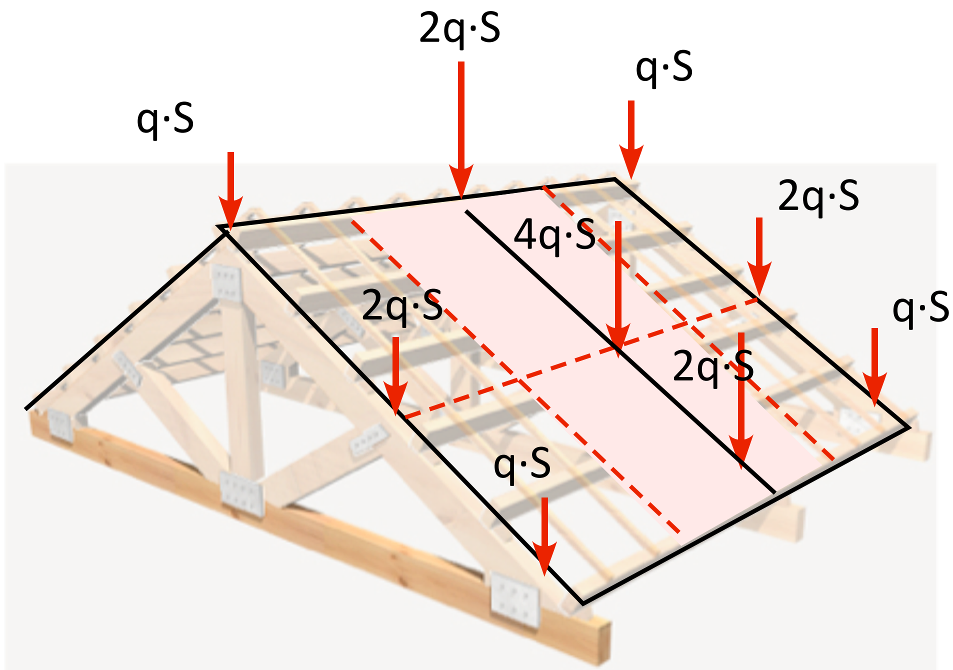
Problema a resolver: determinar las fuerzas que sufren sus elementos bajo un sistema de cargas. En el diseño de la estructura, éste sería el primer paso antes de proceder a su dimensionado

Nos vamos a limitar a sistemas planos. No es una situación irreal, ya que muchas aplicaciones utilizan armaduras planas en parejas.



En el dibujo se muestra un tejado (carga constante por unidad de área, q) que se transmite mediante travesaños a los nudos de 3 sistemas articulados idénticos situados en los extremos y centro de la cubierta.





La carga total en el área entre dos armaduras se reparte la mitad para cada una, de forma que la central recibe el doble de carga (correspondiente a la zona rosa) que las laterales . Análogamente se hace el reparto entre los nudos en cada estructura (al nudo del centro le llega el doble de carga)

Sólo se muestra el reparto de la carga en una vertiente del tejado. La otra es idéntica y contribuye también a los nudos centrales, en los que por tanto es el doble de la mostrada.

Simplificaciones:

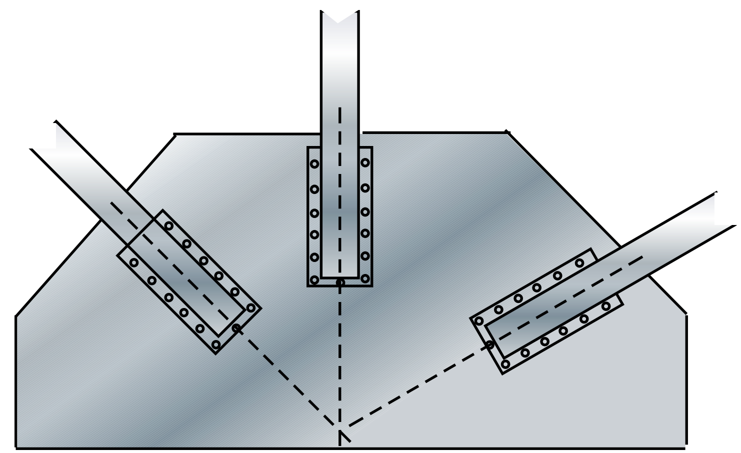
Todos los elementos son sólidos rígidos. Se suponen las barras indeformables

Las uniones entre barras o nudos, son articulaciones ideales (sin rozamiento).

Las cargas están aplicadas exclusivamente en los nudos

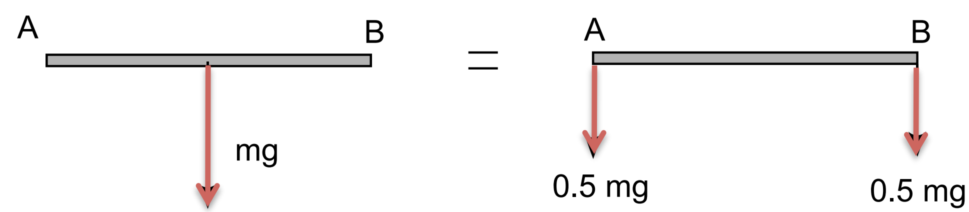
Las uniones reales no son puntuales, se hacen mediante unos elementos que se llaman cartelas, a las cuales las barras van soldadas, roblonadas o atornilladas.

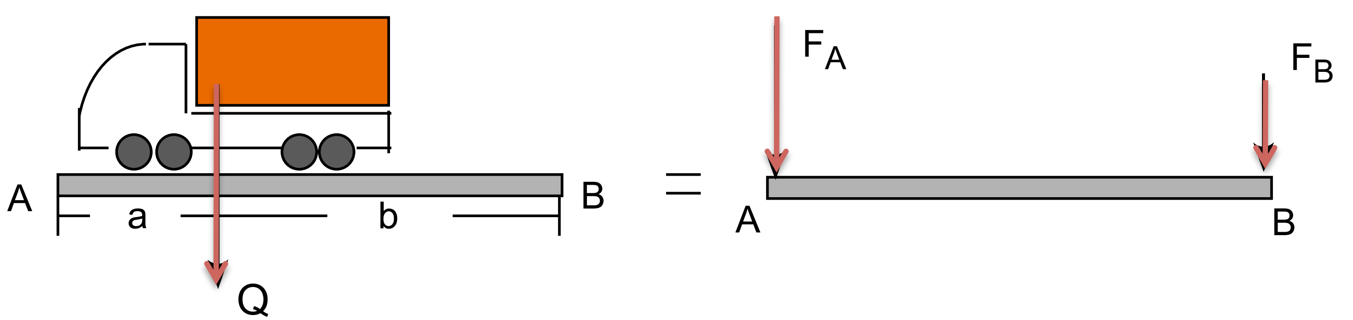
Estas juntas se consideran buena aproximación a articulaciones puntuales cuando los ejes de las barras conectadas a ellas concurren en un punto



Las cargas conviene aplicarlas en los nudos, ya que barras largas y delgadas tienen poca capacidad para soportar cargas transversales aplicadas lejos de sus extremos, sobre todo si están a compresión

El peso de los elementos se suele despreciar, pero si se quiere tener en cuenta, se sustituye por un sistema equivalente en los extremos. Y lo mismo si existe una carga en algún punto interior:

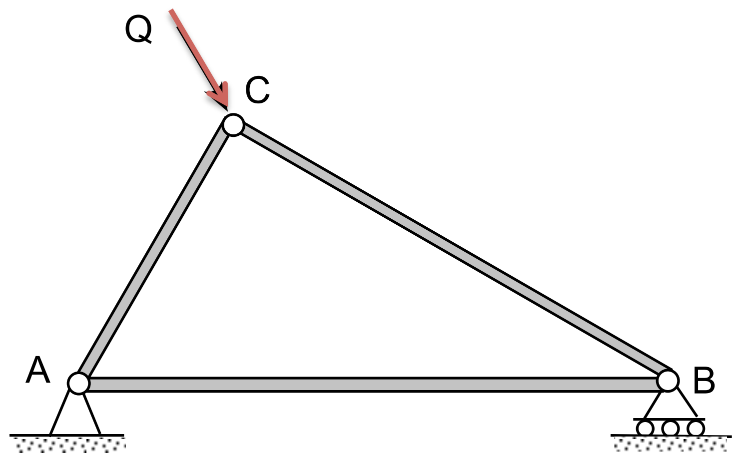




$$M_A = Q \cdot a = F_B \cdot (a+b) \rightarrow F_B = \frac{a}{a+b} Q$$

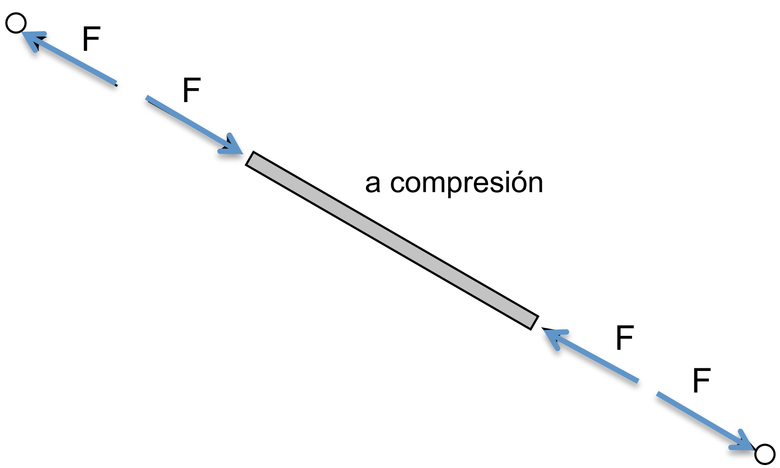
$$R_y = Q = F_A + F_B \rightarrow F_A = \frac{b}{a+b} Q$$

Consideremos uno de estos sistemas en equilibrio y veamos como son las fuerzas que actúan sobre cada uno de sus elementos bajo esas simplificaciones: barras, nudos y apoyos

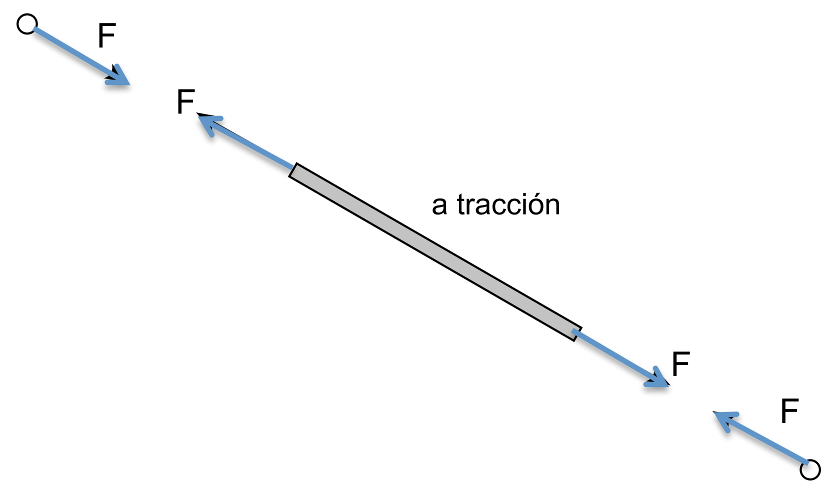


Barras: son **sólidos a dos fuerzas**, las fuerzas han de ser colineales en la dirección que fijan los nudos, iguales en módulo y opuestas en sentido.

Si las fuerzas empujan los extremos de la barra, el esfuerzo es de **compresión**



Si las fuerzas tiran de los extremos de la barra, el esfuerzo es de **tracción**:

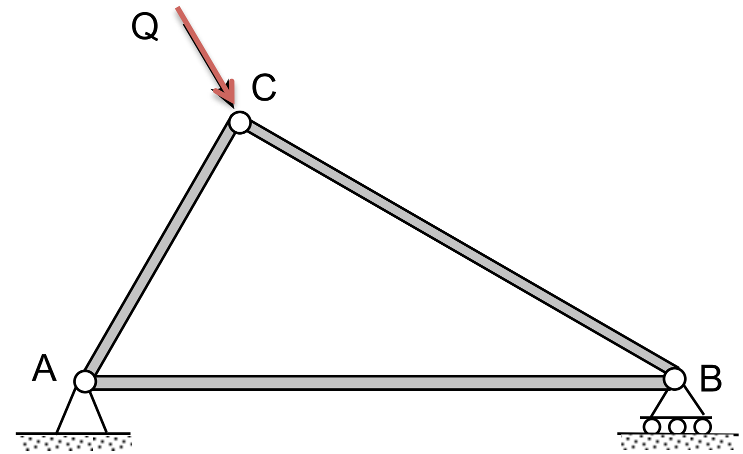


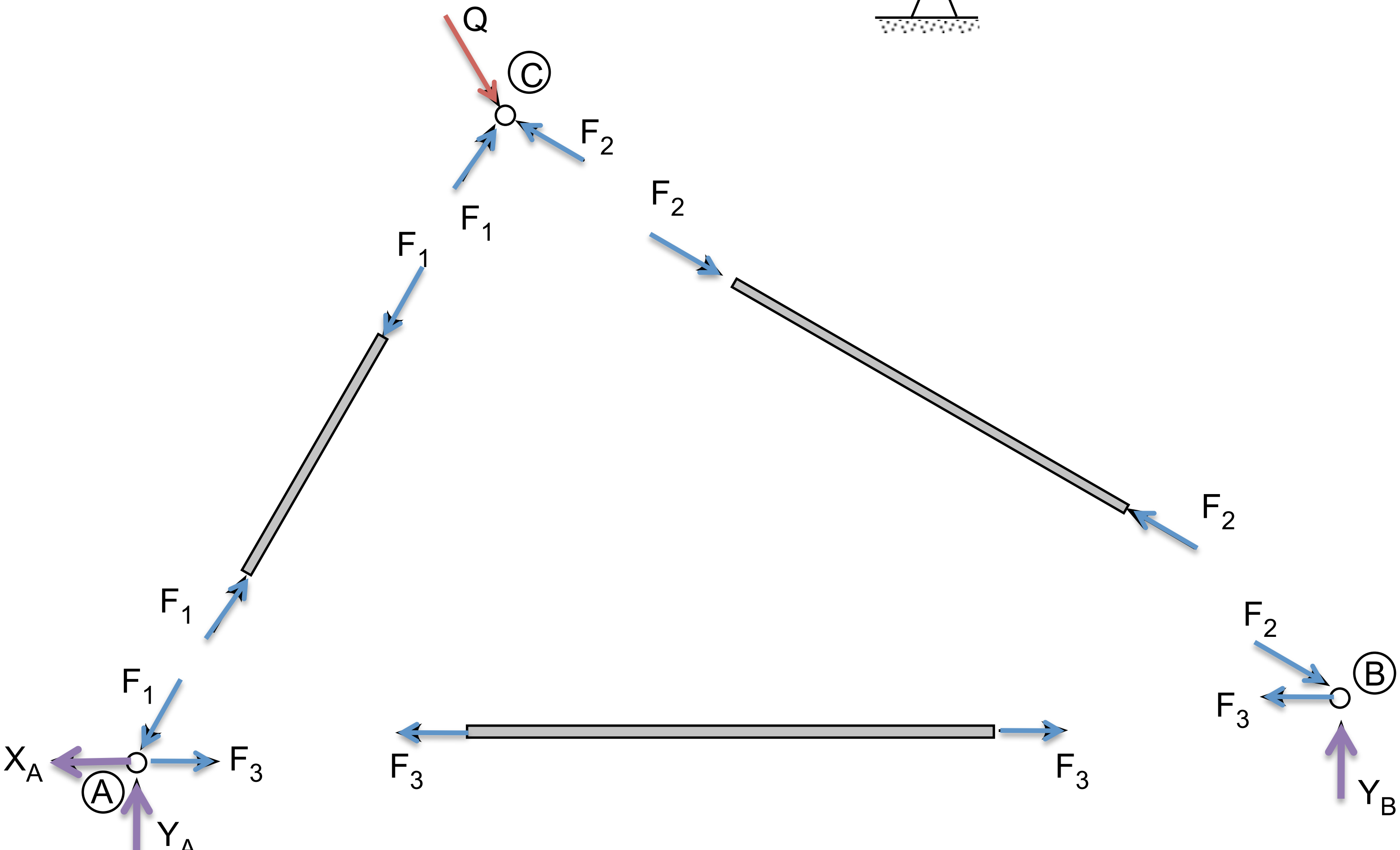
Sobre los nudos contiguos las fuerzas son iguales y opuestas

Es importante determinar que elementos están a tracción y a compresión. En una armadura metálica barras largas y esbeltas resisten bien a tracción, pero los que están a compresión tienden a sufrir flexión o pandeo y habrá que tenerlo en cuenta.

Nudos: fuerzas iguales y opuestas a las de las barras y cargas aplicadas

Apoyos: nudos especiales a los que llegan además las fuerzas de reacción del apoyo





Como el equilibrio de las barras está asegurado sometiendo las barras a su esfuerzo incógnita, el problema del equilibrio de estos sistemas articulados se reduce a plantear el equilibrio de los nudos.

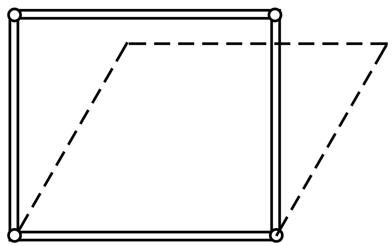
El planteamiento del **equilibrio de un nudo** supone dos ecuaciones en el plano:

$$\boxed{\sum F_x = 0 \qquad \sum F_y = 0}$$

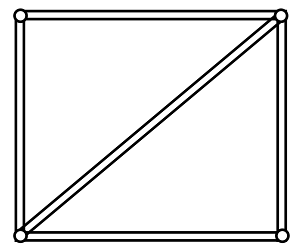
Si hay n nudos hay 2n ecuaciones ; las incógnitas son la fuerzas de las barras y las reacciones en los apoyos, por tanto, si hay b barras y r componentes de reacción desconocidas, habrá b+r incógnitas.

Para resolver el sistema de ecuaciones será necesario: **2n= b+r**

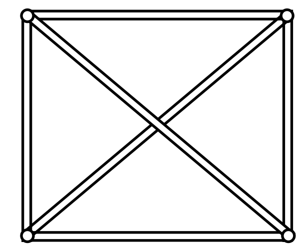
No todas las uniones de barras articuladas conducen a sistemas útiles para soportar cargas.



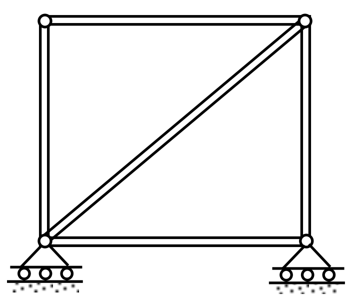
Deformable



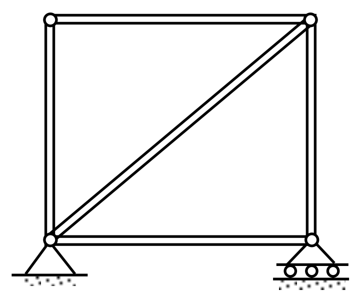
Rígido
barras justas



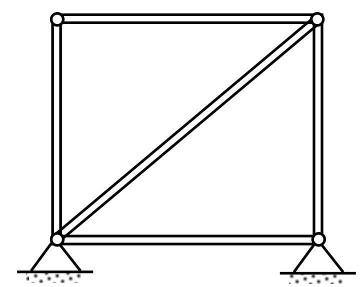
Rígido
barras de sobra



Pocos apoyos
Mecanismo



Apoyos justos para
inmovilizarlo



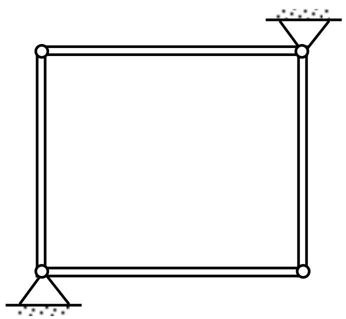
Apoyos de más
para inmovilizarlo

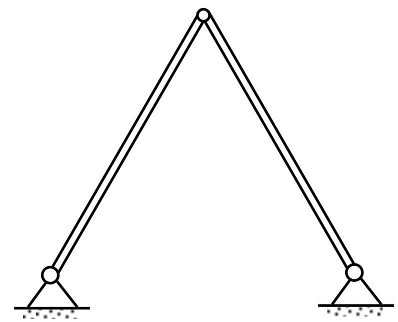
Los sistemas que se pueden deformar o bien tienen ligaduras insuficientes (mecanismos) no son útiles para soportar cargas ya que no mantienen en equilibrio.

Los sistemas que disponen de las barras y apoyos justos para mantenerse en equilibrio son isostáticos (interna y externamente). Si se les retira una barra o una condición de apoyo se convierten en mecanismos. Necesitan las mismas condiciones de apoyo que un sólido rígido. Se pueden resolver con las ecs de la Estática

Los sistemas en equilibrio pero con más barras o apoyos de los necesarios son hiperestáticos , y se pueden eliminar algunas barras o condiciones de apoyo sin que el sistema deje de estar en equilibrio. Se resolverán en asignaturas posteriores.

De todas formas los sistemas deformables se pueden convertir en isostáticos mediante apoyos externos convenientemente colocados

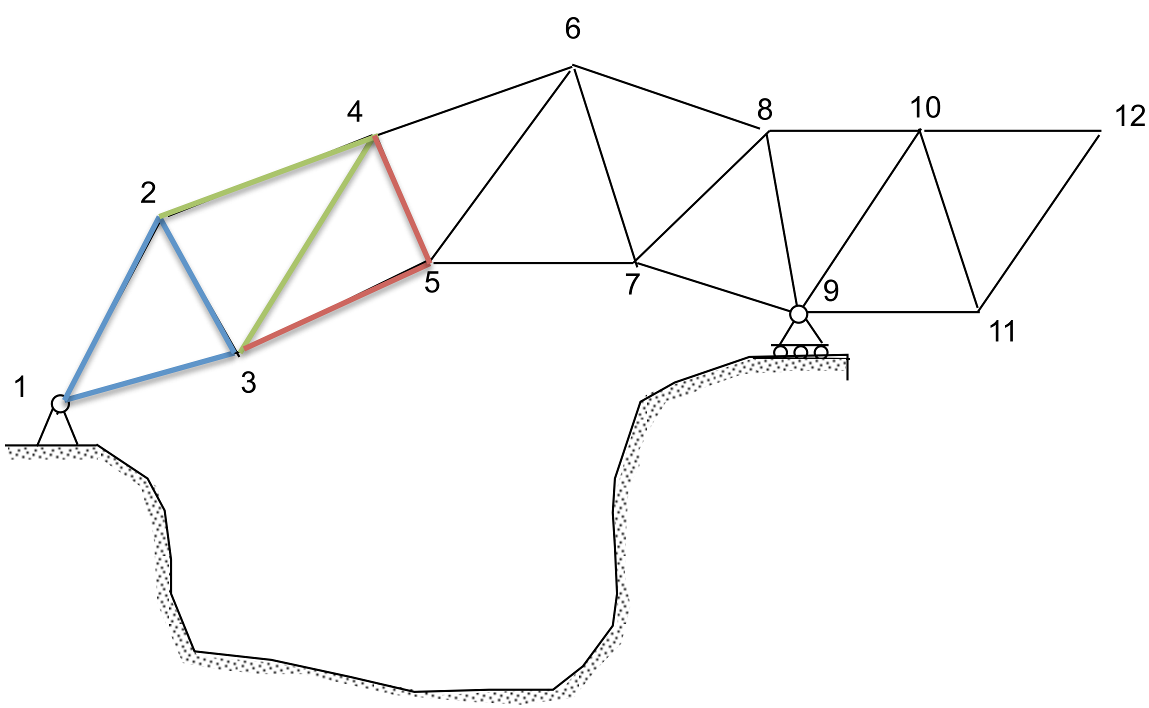




Sistemas simples

Se llaman así los generados a partir del sistema rígido más sencillo, el triángulo, formado por tres barras unidas por sus extremos

Si un nuevo nudo se fija a los del triángulo mediante dos barras se sigue teniendo un sistema rígido. El siguiente nudo se fija con otras dos barras a dos nudos de la estructura previa y así sucesivamente. Mediante este procedimiento se obtienen sistemas de rigidez garantizada que con tres condiciones de apoyo quedarían inmovilizados y serían isostáticos.



nº de barras $b= 21$

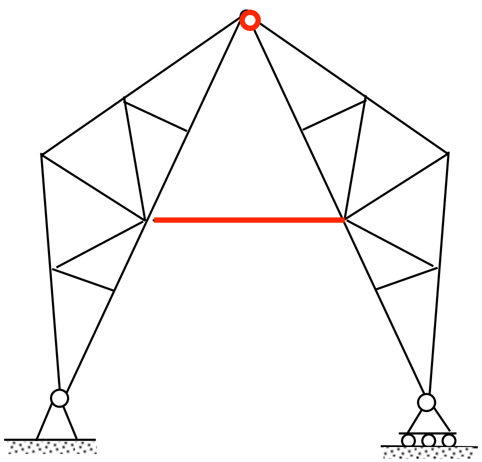
nº de nudos $n= 12$

Excepto en el primer triángulo, que tiene 3 barras y 3 nudos, el resto de la estructura tiene el doble de barras que de nudos: (b-3)=2(n-3), es decir,

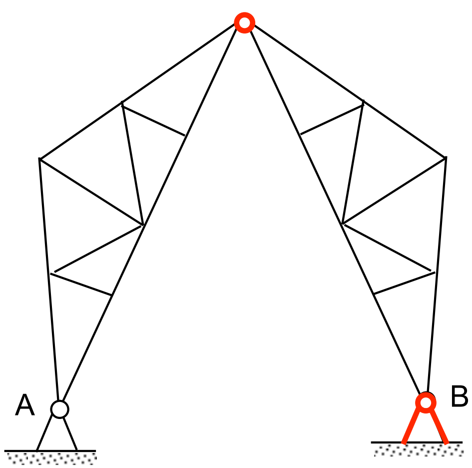
$$\boxed{b = 2n-3}$$

Todos los sistemas simples cumplen esta relación, pero puede haber sistemas que la cumplan y no lo sean.

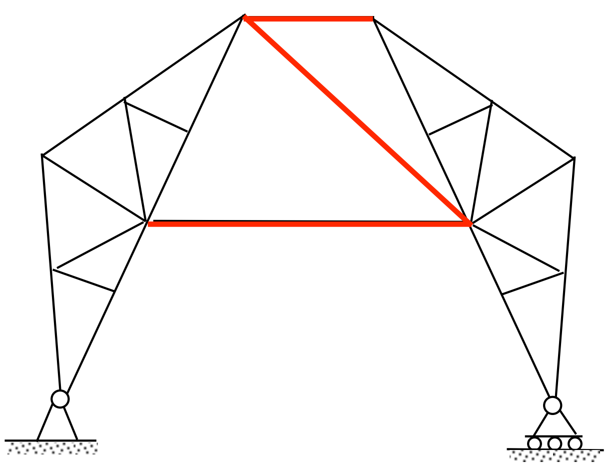
Los sistemas que no son simples pero están hechos a base de unir estructuras simples reciben el nombre de **sistemas compuestos.**



1 nudo y 1 barra unen 2 simples



1 nudo y se fija AB mejorando el apoyo B

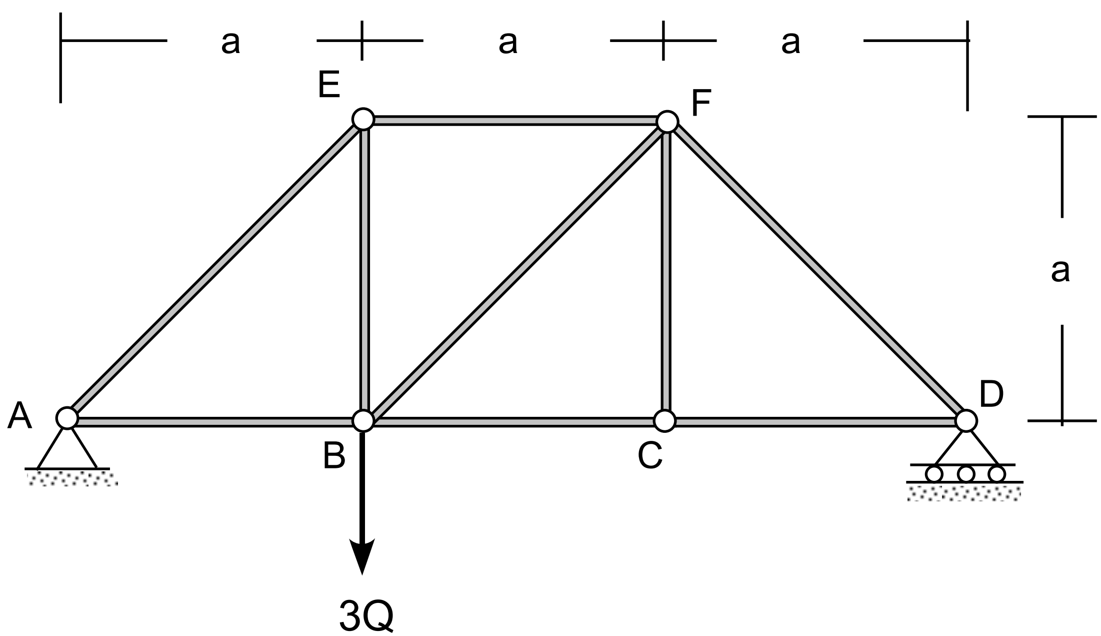


3 barras ni todas paralelas ni todas concurrentes

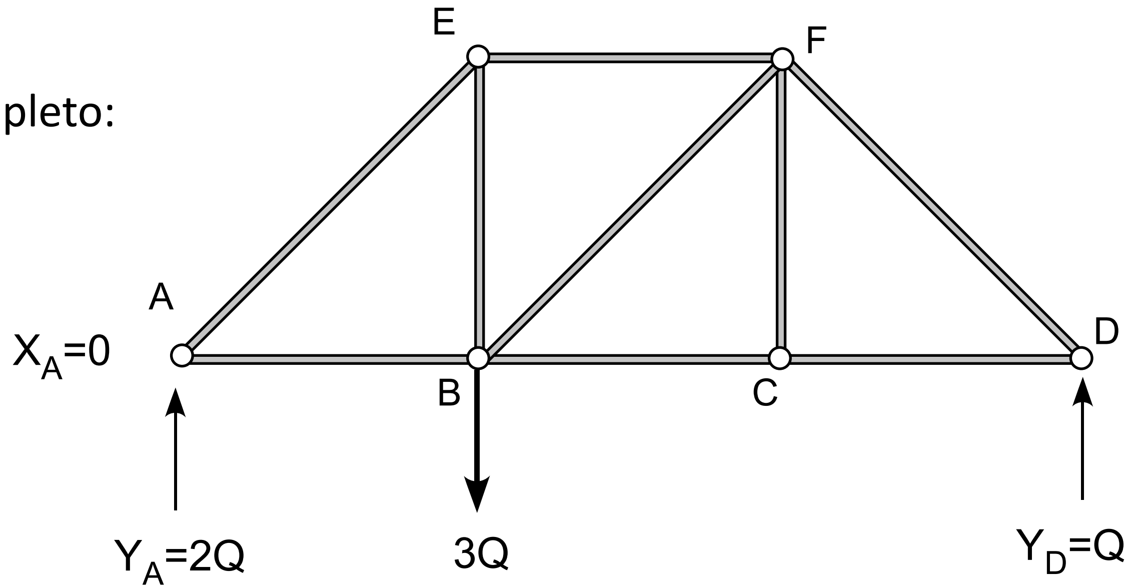
Método de los nudos

Consiste en plantear y resolver secuencialmente el equilibrio nudo a nudo.

Cada nudo tiene dos ecuaciones de equilibrio, por tanto se pueden resolver **los nudos que sólo presenten dos incógnitas** (barras o componentes de reacción)

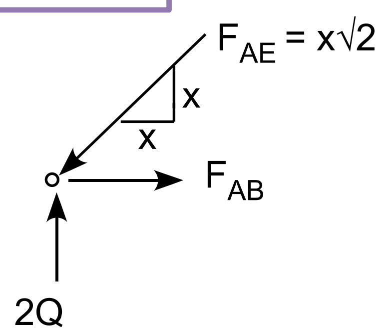


Equilibrio del sistema completo:



Se busca un nudo con 2 incógnitas, por ejemplo al A sólo llegan dos barras o sea dos fuerzas desconocidas. El D estaría en la misma situación.

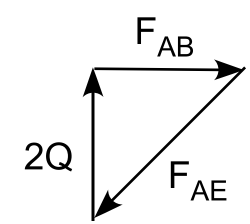
Nudo A:



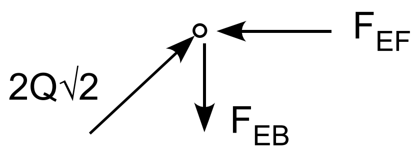
$$\sum F_y = 0) 2Q = x \rightarrow F_{AE} = 2Q\sqrt{2} \text{ (c)}$$

$$\sum F_x = 0) F_{AB} = x \rightarrow F_{AB} = 2Q \text{ (t)}$$

Gráficamente:

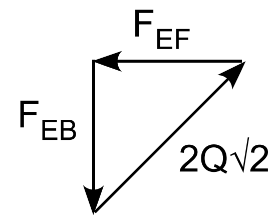


Nudo E

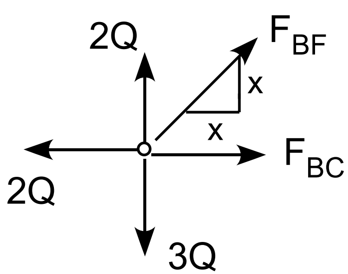


$$\sum F_x = 0) F_{EF} = 2Q \ (c)$$

$$\sum F_y = 0) F_{EB} = 2Q \ (t)$$

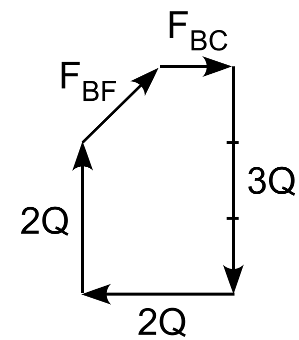


Nudo B

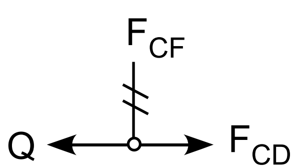


$$\sum F_y = 0) 2Q + x = 3Q \rightarrow x = Q; \ F_{BF} = Q\sqrt{2} \ (t)$$

$$\sum F_x = 0) F_{BC} + x = 2Q \rightarrow F_{BC} = Q \ (t)$$



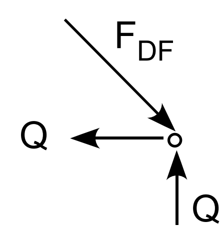
Nudo C



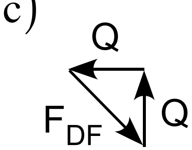
$$\sum F_y = 0) F_{CF} = 0$$

$$\sum F_x = 0) F_{CD} = Q \ (t)$$

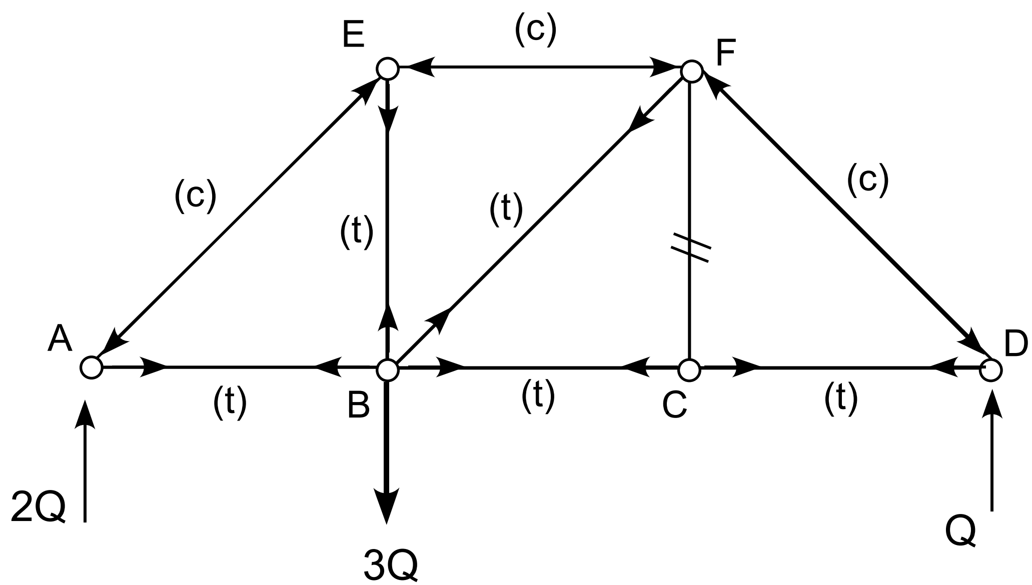
Nudo D



$$F_{DF} = Q\sqrt{2} \ (c)$$



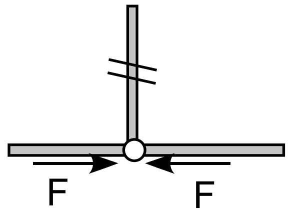
Los sentidos de los esfuerzos hallados se presentan **sobre el diagrama de nudos**, indicando si las barras están a tracción (t) o a compresión (c)

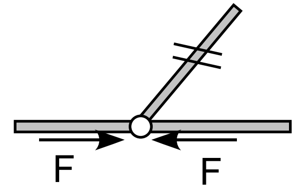


Todos los métodos calculan fuerzas sobre los nudos, así que el diagrama es sobre nudos, no sobre barras. Las fuerzas hacen lo mismo sobre unos u otros: si tiran de los nudos, tiran de las barras (t); si empujan a los nudos, empujan a las barras (c).

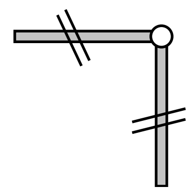
Barras descargadas

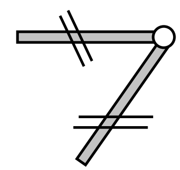
Si a un nudo llegan exclusivamente dos barras colineales y una transversal , sin ninguna carga más, la fuerza en la barra transversal es cero: esa barra está descargada.





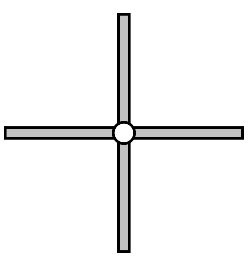
Nudos esquina: Si a un nudo sólo llegan dos barras en ángulo, y no hay cargas, ambas barras están descargadas

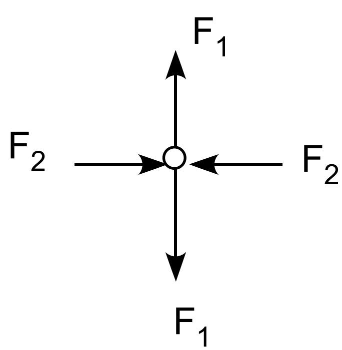


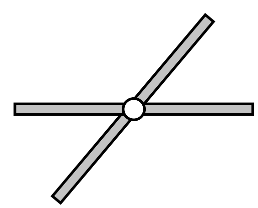


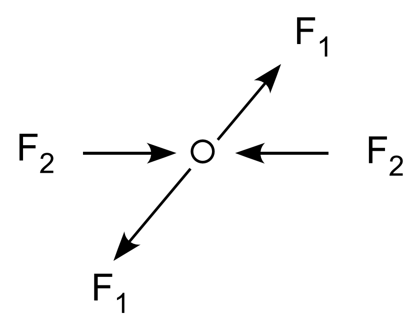
Nudos inmediatos:

Nudos a los que llegan 4 fuerzas que son colineales dos a dos, las fuerzas colineales son iguales y opuestas.

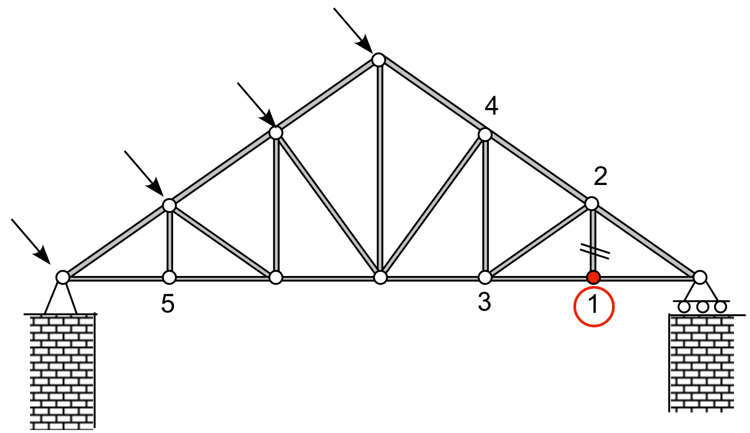


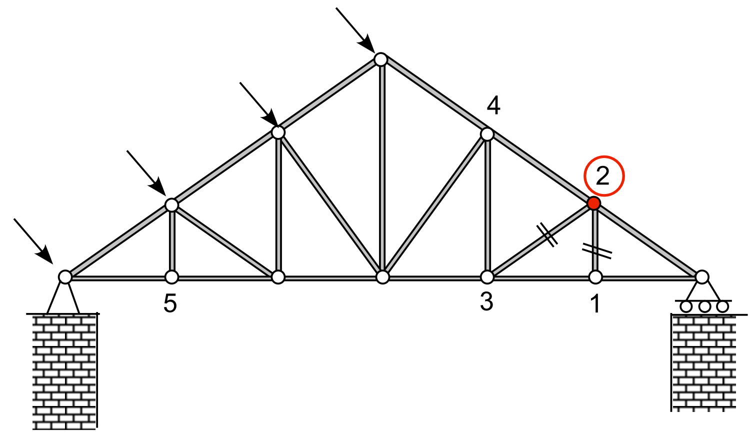


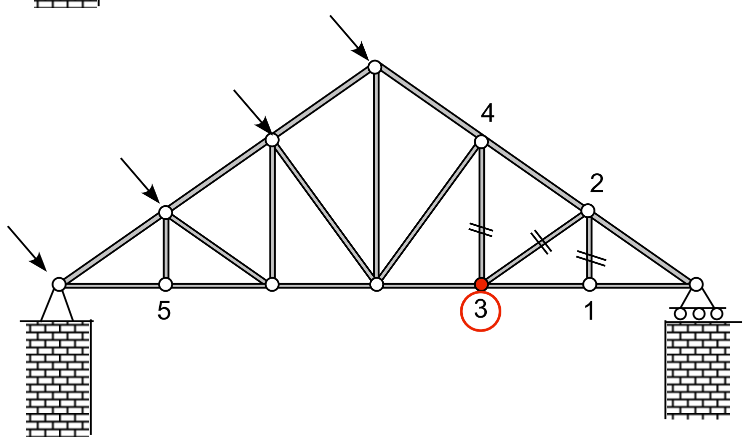


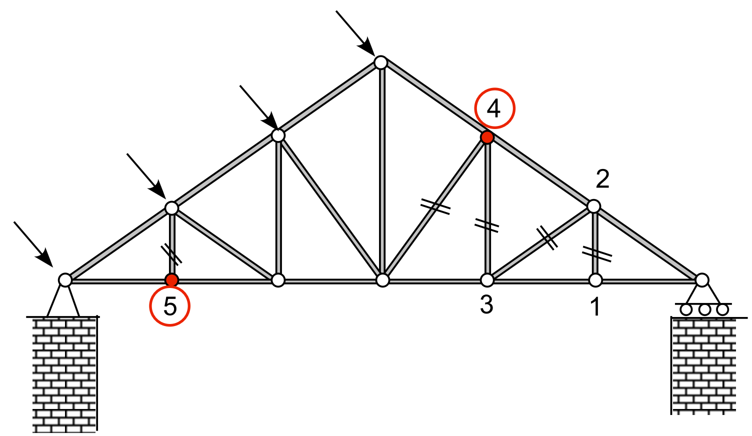


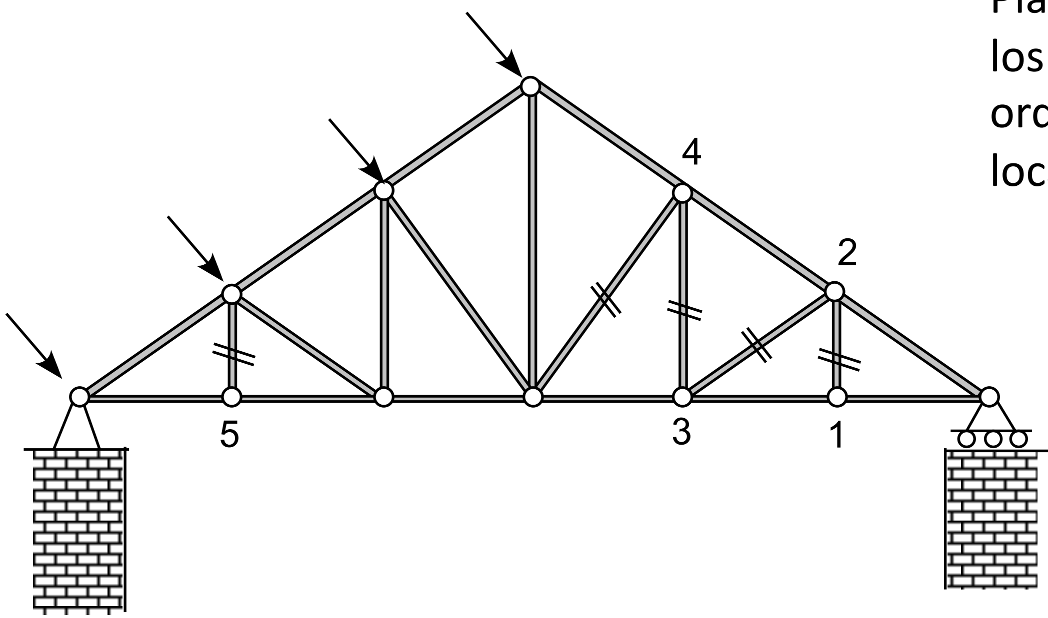
Estos nudos conviene identificarlos desde el principio, ya que simplifican la estructura











Planteando el equilibrio de los los nudos numerados en el orden que se indica, se pueden localizar 5 barras descargadas

Una barra descargada se puede eliminar a efectos de cálculo, pero no del sistema, ya que le da rigidez .

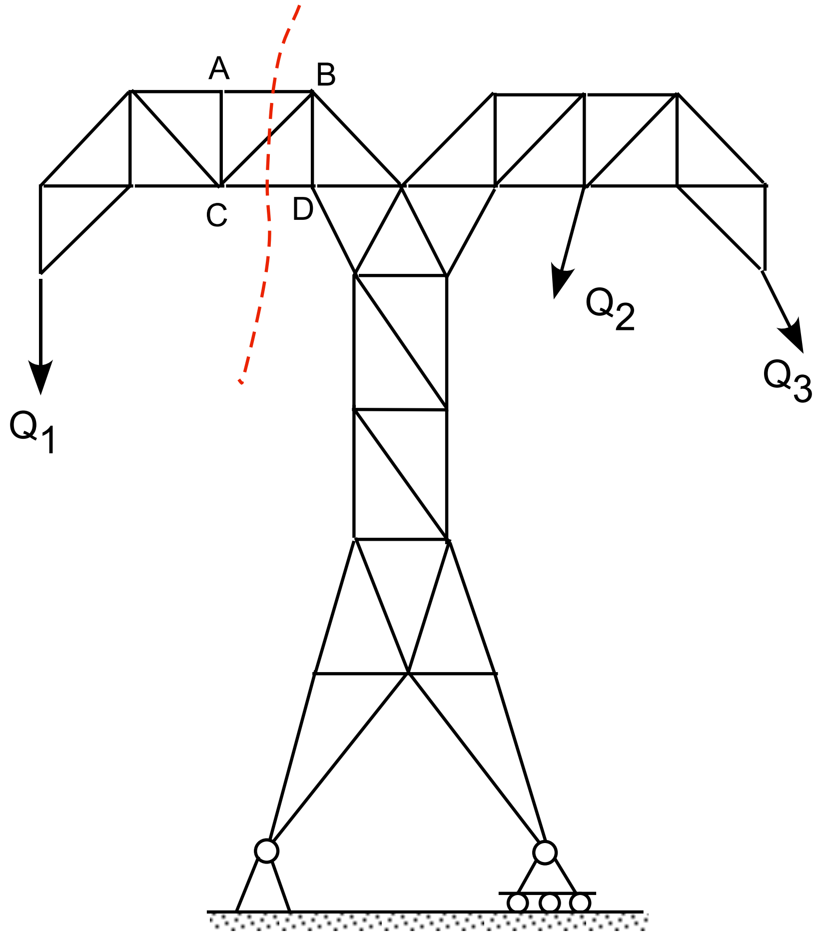
Método de las secciones

Si no se quiere calcular los esfuerzos en todas las barras (a veces son muchas) sino sólo en unas pocas, puede convenir plantear **el equilibrio de una porción de la armadura.**

Para ello hay que aislar la parte de la estructura, para lo cual habrá que soltar algunas barras y sustituirlas por las fuerzas que llegan por ellas (desconocidas); se hace así el esquema de fuerzas para esa parte o sección y se escriben las 3 ecuaciones de equilibrio. Como interesa poder resolver, **como máximo se pueden cortar 3 barras que no han de ser ni todas paralelas ni todas concurrentes.**

(Si las 3 barras fuesen concurrentes o paralelas perderíamos 1 ecuación)

A este método también se lo conoce como de **Ritter**



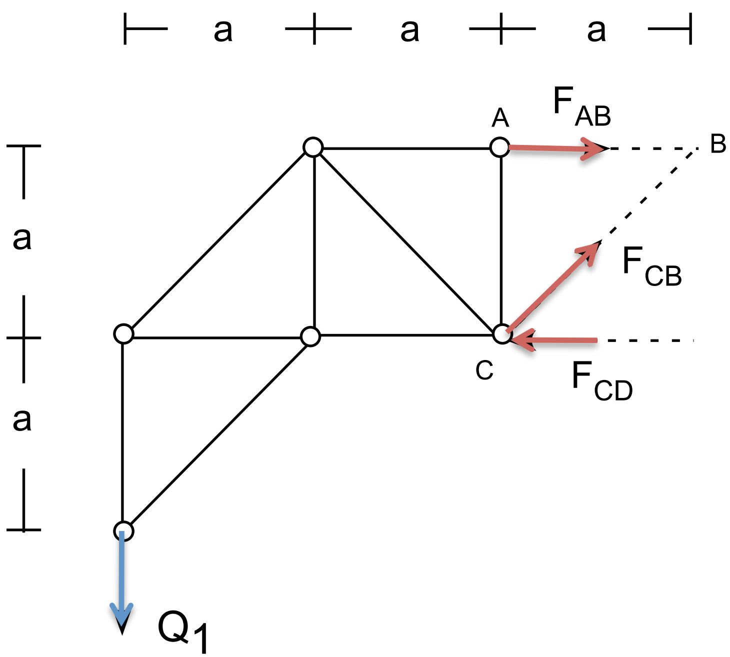
Supongamos que me interesa saber la fuerza de la barra CD en esta estructura.

(En esta estructura hay 3 barras descargadas ¿cuáles son?)

Hago un corte de la estructura por la línea de puntos y me quedo con la mitad más sencilla en cuanto a fuerzas.

Las barras que suelto (AB, CB y CD) las sustituyo por las fuerzas que hacen en los nudos.

El esquema de la sección elegida queda:



Escribo las 3 ecuaciones de equilibrio y obtengo las fuerzas en las 3 barras cortadas

Si quiero calcular directamente F_{CD}, tomo **momentos en el punto de concurrencia** de las otras 2 incógnitas, es decir, en B

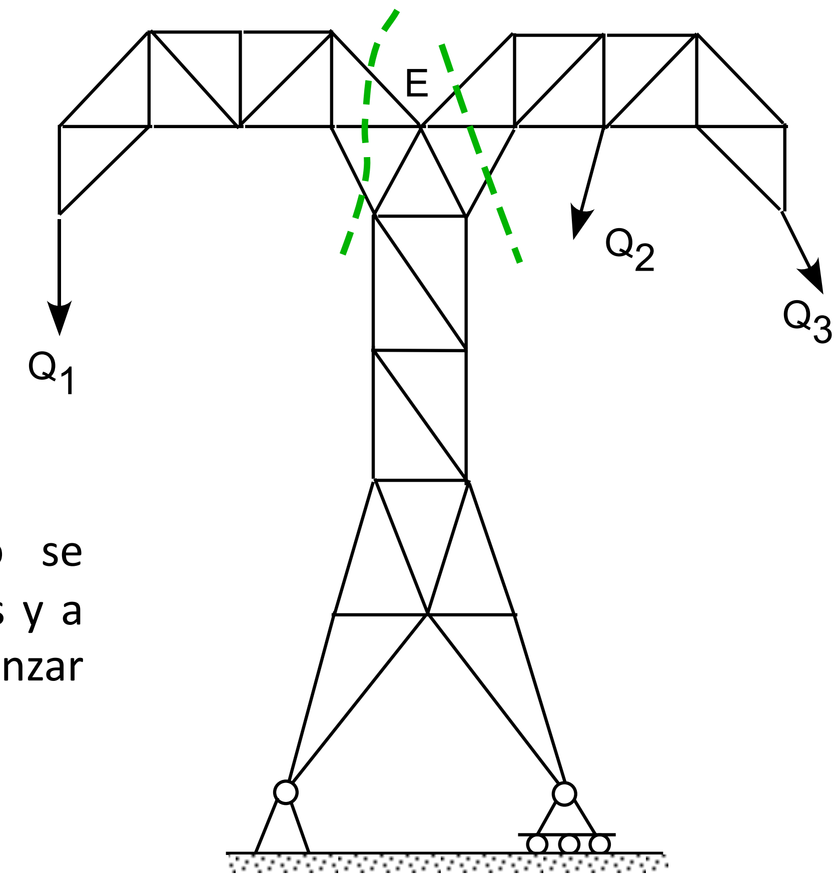
$$M_B = 0)\ 3a \cdot Q_1 = a \cdot F_{CD} \rightarrow \boxed{F_{CD} = 3Q_1 \quad (c)}$$

Y de las otras 2 ecuaciones de equilibrio:

$$\sum F_y = 0)\ F_{CB}\frac{\sqrt{2}}{2} = Q_1 \rightarrow \boxed{F_{CB} = Q_1\sqrt{2} \quad (t)}$$

$$M_C = 0)\ 2a \cdot Q_1 = a \cdot F_{AB} \rightarrow \boxed{F_{AB} = 2Q_1 \quad (t)}$$

Si me piden fuerzas en las barras que llegan al nudo E:
2 cortes y un nudo puede ser más rápido que todo nudos



En algunos sistemas no se puede empezar por nudos y a la fuerza hay que comenzar por una sección

Estos métodos se pueden aplicar en cualquier sistema articulado

Usando exclusivamente **el método de los nudos se resuelve cualquier sistema simple**. El usar equilibrio de secciones es **opcional** en este caso.

Los sistemas compuestos se resuelven **combinando nudos y secciones**

Los métodos explicados son trasladables a sistemas articulados espaciales, el cambio es el número de ecuaciones de que se dispone.

El equilibrio de nudos supone 3 ecuaciones y se puede resolver si presenta 3 incógnitas.

Se puede también aislar un trozo de la estructura soltando 6 barras y plantear las ecuaciones de equilibrio del sólido rígido en 3 dimensiones (6 ecuaciones).

Los apoyos han de restringir en este caso las traslaciones y el giro en las tres direcciones del espacio (6 reacciones)

La estructura rígida más sencilla en este caso es el tetraedro. Se pueden generar sistemas rígidos fijando nuevos nudos mediante 3 barras a los ya puestos.