PERCUSIÓN ENTRE UN MARTILLO Y UN DISCO DESLIZANTE. COEFICIENTE DE ROZAMIENTO

Objetivo .- Con esta práctica se persiguen dos objetivos, por un lado se realizarán experimentos de la percusión de un martillo basculante contra un disco en reposo, donde intervienen los principios de conservación, y por otro lado se estudiarán los coeficientes de rozamiento entre el disco y la superficie en la que se apoya, al analizar el deslizamiento del disco posterior a la percusión.

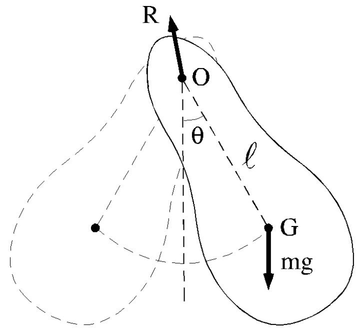
Material .- Plataforma con martillo basculante, disco de madera, cronómetro.

Método Operativo .-

A. Medidas previas

Antes de realizar las percusiones necesitamos conocer las dimensiones, masa y momento de inercia del martillo y la masa del disco. Algunos datos están impresos en cada martillo como su masa **m** y la distancia que hay entre el punto de suspensión y el centro de gravedad ℓ.

Obtendremos el momento de inercia a partir del periodo de oscilación del martillo. Cuando tenemos un sólido rígido suspendido de un eje fijo, que no pase por su centro de gravedad, y lo separamos de su posición de equilibrio dejándolo libre a continuación, el sólido oscila alrededor de esta posición. Las fuerzas que actúan sobre él, son el peso y la reacción en el eje. Aplicando la ecuación fundamental de la dinámica de rotación tenemos:



$$\sum M_O = -\ell \operatorname{sen}\theta \cdot mg = I_O \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

Aproximando $\operatorname{sen}\theta \simeq \theta$ cuando las oscilaciones son pequeñas, podemos despejar la aceleración angular obteniendo: $\dfrac{d^2\theta}{dt^2} = -\dfrac{\ell mg}{I_O}\theta$.

Esta es la ecuación de una oscilación armónica simple de frecuencia : $2\pi f = \sqrt{\dfrac{\ell mg}{I_O}}$

Recordando que el periodo **T** = 1/f es el tiempo necesario para realizar una oscilación completa, si conocemos su valor podemos determinar el momento de inercia con respecto al eje de giro a partir de la expresión:

$$I_O = \frac{\ell mgT^2}{4\pi^2} \qquad [1]$$

1.) Medir el periodo de oscilación del martillo alrededor de un eje que pasa por su mango. Para ello, se realizará un pequeño desplazamiento angular del martillo, dejándolo libre a continuación y se medirá con un cronómetro el tiempo t que tarda en realizar 15 oscilaciones completas, calculando luego el valor del periodo: $\mathbf{T} = t/15$

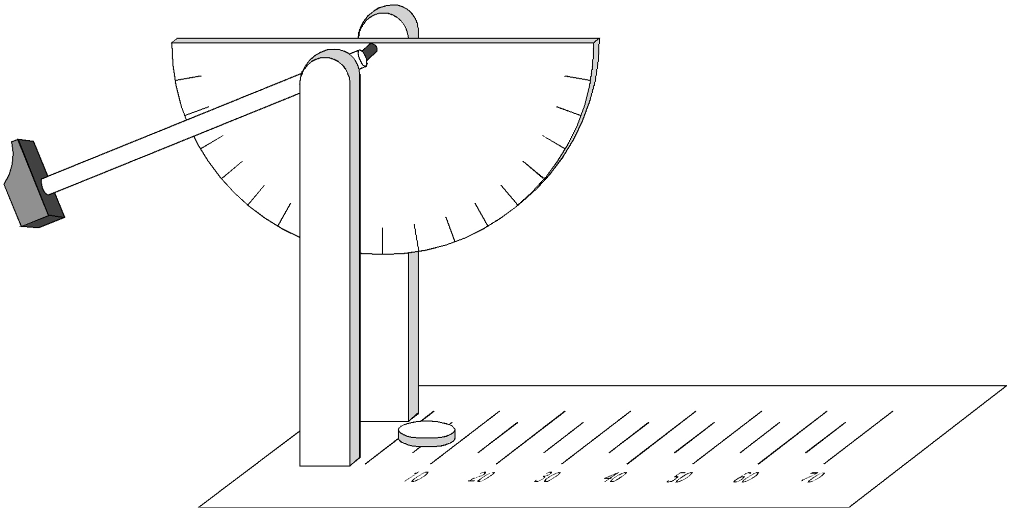
2.) Se repite varias veces la medición anterior (al menos una vez cada alumno) y se toma como valor definitivo del periodo el valor medio de todas las mediciones.

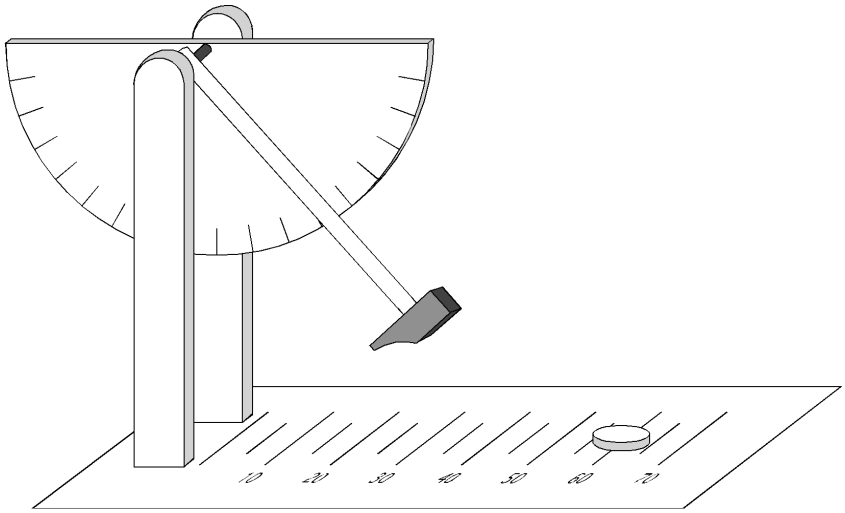
3.) Una vez determinado el periodo se calcula el momento de inercia del martillo respecto a su eje de giro $\mathbf{I_O}$, empleando la expresión [1]. Donde se conocen los datos correspondientes a la masa del martillo y a la distancia del centro de gravedad del martillo al eje de giro.

4.) Determinar con la balanza la masa del disco $\mathbf{m_d}$.

B. Percusión entre el martillo y el disco

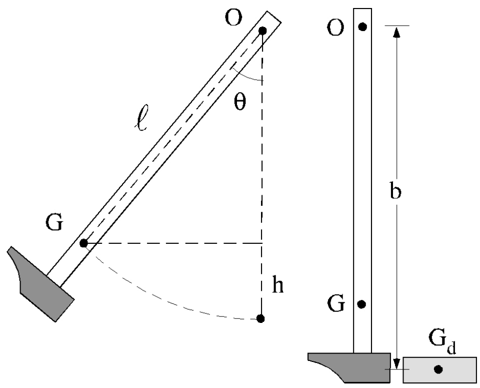
Se estudiará la percusión entre dos sólidos, uno de ellos el martillo girando alrededor de un eje y el otro un disco apoyado en el suelo según el esquema de la figura siguiente:





La energía potencial del martillo cuando se desplaza un ángulo θ de la vertical y se deja caer, se convierte en energía cinética cuando está en la posición vertical. A través de la expresión de conservación de la energía podemos calcular la velocidad angular ω y la velocidad lineal $\mathbf{v}$ del punto del martillo que impacta con el disco, justo antes de la percusión.

Igualando energías tenemos: $mgh = \frac{1}{2} I_o \omega^2$ y como $h = \ell - \ell\cos\theta$ podemos despejar la velocidad angular antes del impacto como: $\omega = \sqrt{\frac{2mg\ell(1-\cos\theta)}{I_o}}$ [2]



Mientras que la velocidad lineal del punto del martillo que impacta en el disco la podemos calcular, conociendo su distancia **b** al eje de giro, como: $v = b\omega$ [3]

Durante la percusión cambiarán estas velocidades y justo después el martillo tendrá una velocidad angular diferente $\boldsymbol{\omega'}$. Ahora la energía cinética que posee el martillo se convertirá nuevamente en la energía potencial que adquiere hasta llegar a un determinado ángulo máximo $\boldsymbol{\theta'}$, donde se detiene antes de volver a caer.

Midiendo este ángulo $\boldsymbol{\theta'}$ podemos determinar la velocidad angular del martillo justo después de la percusión como:

$$\omega' = \sqrt{\frac{2mg\ell(1-\cos\theta')}{I_o}} \qquad [4]$$

y la velocidad lineal del punto de impacto: $v' = b\omega'$ [5]

También es posible obtener la velocidad de salida del disco $\mathbf{v_d}$ teniendo en cuenta que en la percusión se debe de conservar el momento angular total, antes y después del choque. El momento angular del martillo respecto al eje de giro, justo antes del impacto es: $L_O = I_O\omega$ y justo después: $L_O' = I_O\omega'$. Mientras que el momento angular del disco con respecto al eje de giro del martillo justo después del choque será $L_{Od} = bm_d v_d$, siendo $\mathbf{m_d}$ la masa del disco. Entonces como el momento angular se debe conservar tenemos:

$$I_O\omega = I_O\omega' + bm_d v_d \quad \Rightarrow \quad v_d = \frac{I_O(\omega - \omega')}{bm_d} \qquad [6]$$

Conociendo todas estas velocidades, podemos calcular el coeficiente de restitución, a partir del cociente entre las velocidades relativas de ambos cuerpos justo después y justo antes de la percusión:

$$e = -\frac{v' - v_d}{v - 0} = \frac{v_d - v'}{v} \qquad [7]$$

Cuando este coeficiente es igual a la unidad, la colisión es elástica y la pérdida en energía cinética del martillo se invierte íntegramente en aumentar la energía cinética del disco de madera; pero cuando este coeficiente es menor que la unidad el choque es inelástico, y parte de la energía se ha invertido en deformar el disco y el martillo.

1.) Dejar caer martillo desde ocho diferentes ángulos $\boldsymbol{\theta}$, para que golpee al disco situado en la posición "0" de la plataforma, midiendo a continuación los ángulos máximos $\boldsymbol{\theta'}$ que alcanza el martillo después del choque.

2.) Medir también la distancia **x** recorrida por el disco dentro de la plataforma para cada ángulo de partida $\boldsymbol{\theta}$.

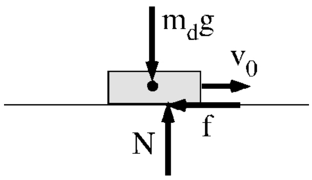
3.) Repetir el procedimiento 2 veces por cada cara del disco y tomar como valores definitivos de $\boldsymbol{\theta'}$ y **x**, el valor medio de los cuatro valores obtenidos en cada caso.

4.) Anotar en una tabla los valores del ángulo de partida $\boldsymbol{\theta}$, el ángulo máximo después del choque $\boldsymbol{\theta'}$, y la distancia horizontal que recorre el disco **x**. Añadir en la tabla las velocidades angulares y lineales del martillo justo antes y justo después de la percusión $\boldsymbol{\omega}$, $\boldsymbol{\omega'}$, $\mathbf{v}$ y $\mathbf{v'}$, calculadas con las expresiones [2], [3], [4] y [5], y la velocidad del disco justo después del choque v_d calculada a partir de [6].

5.) Calcular el coeficiente de restitución en cada caso con la expresión [7] y comprobar si es aproximadamente el mismo en todas las percusiones

C. Rozamiento estático y dinámico del disco

Con los datos obtenidos anteriormente podremos calcular el coeficiente de rozamiento dinámico del disco con el tablero por el que desliza.

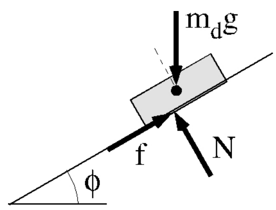


La fuerza de rozamiento valdrá: $f = \mu_d N = \mu_d m_d g$ generando una deceleración de frenado del disco $a = -\mu_d g$. Empleando la relación que existe en los movimientos uniformemente acelerados $v_{final}^2 - v_{inicial}^2 = 2ax$, en nuestro caso nos queda:

$$0 - v_d^2 = -2\mu_d g x \qquad \Rightarrow \qquad \mu_d = \frac{v_d^2}{2gx} \qquad [8]$$

El coeficiente de rozamiento estático se puede obtener colocando el disco sobre el tablero inclinado un cierto ángulo ϕ.

El disco deslizará cuando la componente tangencial del peso supere el máximo valor posible de la fuerza de rozamiento estática: $m_d g \operatorname{sen}\phi > \mu_e N = \mu_e m_d g \cos\phi$ o sea cuando $\tan\phi > \mu_e$. Entonces determinando el ángulo límite $\boldsymbol{\phi_d}$ para el cual el disco comienza a deslizar, el coeficiente de rozamiento será



$$\mu_e = \tan\phi_d \qquad [9]$$

1.) Con la tabla del apartado anterior calcular el coeficiente de rozamiento dinámico $\boldsymbol{\mu_d}$, empleando la expresión [8]. Comprobar si sale aproximadamente el mismo para cada valor de la velocidad de partida del disco.

2.) Elevar lentamente el tablero respecto de uno de sus lados menores, con el disco colocado en el extremo superior, justo hasta que el disco comience a deslizar. El ángulo de inclinación del tablero justo en ese momento nos permite determinar el coeficiente de rozamiento estático $\boldsymbol{\mu_e}$ empleando la expresión [9]. Este ángulo se determina observando el que forma el martillo sobre el cuadrante graduado.

3.) Realizar la medición del coeficiente estático varias veces y obtener el valor medio.

Cuestiones .-

1.) Comentar los resultados obtenidos para el coeficiente de restitución, ¿ es un coeficiente constante ?, o por el contrario es una cantidad que cambia en cada percusión y por tanto no sirve de nada.

2.) Comentar los resultados obtenidos para los coeficientes de rozamiento estático y dinámico. ¿ Son aproximadamente constantes o no ?. ¿ Cúal es mayor ?