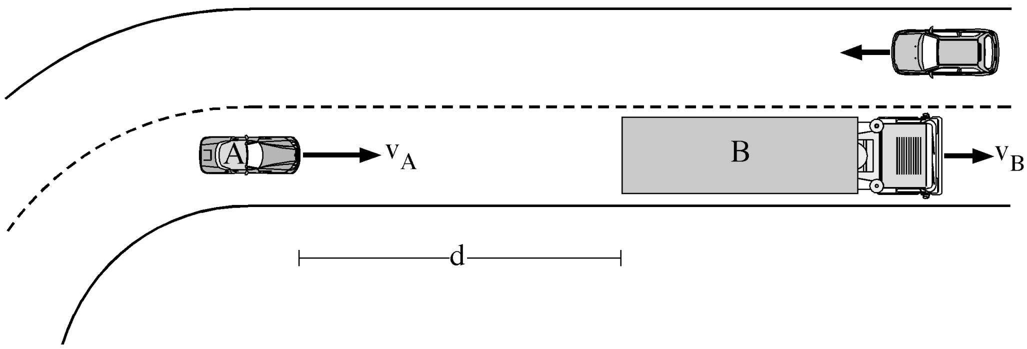
GRADO EN INGENIERÍA CIVIL

3er Examen Parcial de MECÁNICA. Grupo A
29 de Noviembre de 2011

Problema 1. [*5 puntos*]

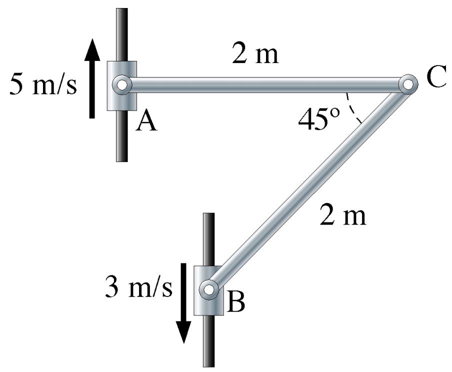
El deportivo A, que imprudentemente viaja con v_A = 288 km/h, al salir de una curva descubre que tiene un camión B por delante a una distancia d = 160 metros, que circula apaciblemente con una velocidad constante v_B = 72 km/h, y no puede adelantarlo al estar ocupado el carril contrario. El tiempo que tarda en reaccionar el conductor para pisar el freno es de medio segundo y la máxima deceleración de frenado que puede tener el deportivo es de 54 (km/h)/s. Se pide:

a) Determinar si el automóvil A colisionará con el camión B, o logrará evitar el accidente
b) Determinar que ocurriría si cuando A descubre al camión B con v_B = 72 km/h, éste no se está moviendo con velocidad constante sino que está frenando para parar completamente, con una deceleración constante de 36 (km/h)/s.



Problema 2. [*5 puntos*]

Dos barras idénticas AC y BC, de 2 m de longitud, están articuladas en el punto C, mientras que en su otro extremo cada una de ellas va unida a una corredera que sólo puede moverse verticalmente. Durante un cierto tiempo la corredera en A se mueve hacia arriba con una velocidad constante de 5 m/s y la B hacia abajo con un velocidad de 3 m/s también constante. En el instante en que la barra AC está en posición horizontal y la BC formando 45º, se pide:



a) Calcular velocidad del punto C y la velocidad angular de ambas barras.
b) Determinar la posición de los correspondientes centros instantáneos de rotación.
c) Calcular la aceleración del punto C y la aceleración angular de ambas barras .

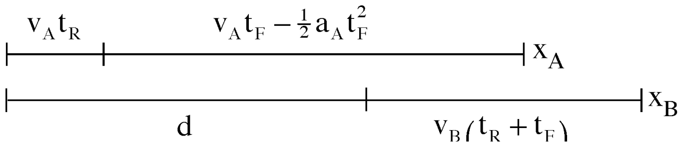
Tiempo: 1 hora 30 minutos

Solución Problema 1.

a) *Los datos del problema son:*

$$v_A = 288 \ \text{km/h} = 80 \ \text{m/s} \ ; \ v_B = 72 \ \text{km/h} = 20 \ \text{m/s} \quad y \quad a_A = 54 \ (\text{km/h})/\text{s} = 15 \ \text{m/s}^2$$

Inicialmente durante el tiempo de reacción del conductor t_R *el deportivo* A *recorre una distancia* $v_A t_R = 80 \cdot 0{,}5 = 4 \ \text{m}$.



Después comienza a frenar necesitando un tiempo de frenado t_F *para ponerse a la misma velocidad que el camión* B*:*

$$v_B = v_A - a_A t_F \quad \Rightarrow \quad t_F = \frac{v_B - v_A}{a_A} = \frac{80 - 20}{15} = 4 \ \text{s}$$

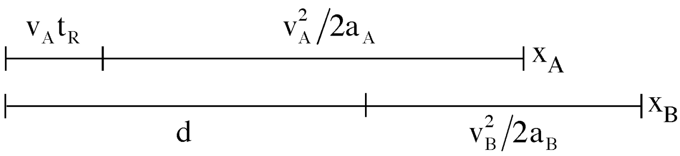
El espacio recorrido en ese tiempo es : $v_A t_F - \dfrac{1}{2} a_A t_F^2 = 80 \cdot 4 - \dfrac{1}{2} 15 \cdot 4^2 = 200 \ \text{m}$

Por tanto la distancia total recorrida A *es :* $x_A = v_A t_R + v_A t_F - \dfrac{1}{2} a_A t_F^2 = 40 + 200 = 240 \ \text{m}$

Mientras tanto el camión B *estará en :* $x_B = d + v_B (t_R + t_F) = 160 + 20 \cdot (0{,}5 + 4) = 250 \ \text{m}$

El deportivo A consigue no colisionar con el camión B.
Cuando se pone a la misma velocidad hay todavía 10 m de separación.

b) *Ahora los dos vehículos necesitan detenerse completamente. Recordando que un móvil de velocidad* v *frenando con deceleración* a *recorre hasta pararse una distancia:* $x = v^2/2a$



El espacio que necesita el deportivo A *será :* $x_A = v_A t_R + \dfrac{v_A^2}{2a_A} = 80 \cdot 0{,}5 + \dfrac{80^2}{2 \cdot 15} = 253{,}3 \ \text{m}$

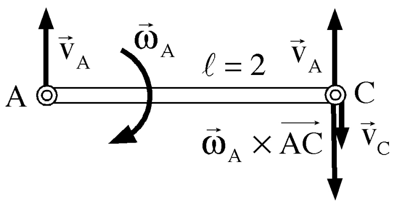
El camión ***B*** *frena con una deceleración* $a_B = 36 \ (\text{km/h})/\text{s} = 10 \ \text{m/s}^2$

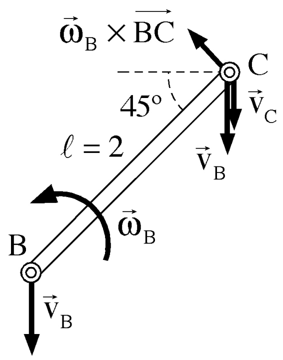
Y se quedará parado en : $x_B = d + \dfrac{v_B^2}{2a_B} = 160 + \dfrac{20^2}{2 \cdot 10} = 180 \ \text{m}$

El deportivo A colisiona con el camión B.
No tiene suficiente espacio para conseguir quedarse parado detrás de él.

Solución Problema 2.

a) *La velocidad del punto* C *la podemos calcular aplicando las expresiones del campo de velocidades a la barra* AC *y también a la barra* BC*:*





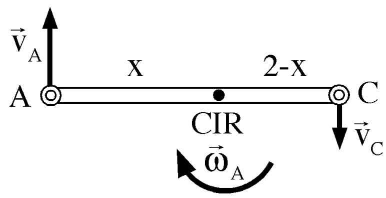
$$\left.\begin{aligned}\vec{v}_C &= \vec{v}_A + \vec{\omega}_A \times \overrightarrow{AC} = 5\vec{j} - \omega_A\vec{k} \times 2\vec{i} = (5 - 2\omega_A)\vec{j}\\ \vec{v}_C &= \vec{v}_B + \vec{\omega}_B \times \overrightarrow{BC} = -3\vec{j} + \omega_B\vec{k} \times 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) = -\sqrt{2}\omega_B\vec{i} + \left(-3 + \omega_B\sqrt{2}\right)\vec{j}\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} -\sqrt{2}\omega_B = 0 \quad &\Rightarrow \quad \omega_B = 0\\ -3 + \omega_B\sqrt{2} = 5 - 2\omega_A \quad &\Rightarrow \quad \omega_A = \frac{5+3}{2} = 4 \text{ rad/s}\end{aligned}\right.$$

Entonces la velocidad de C *será:* $\vec{v}_C = (5 - 2\cdot 4)\vec{j} = -3\vec{j}$ m/s

La velocidad del punto C es: $\vec{v}_C = -3\vec{j}$ m/s ,
la velocidad angular de la barra AC es $\vec{\omega}_A = -4\vec{k}$ rad/s y la de la barra BC es: $\vec{\omega}_B = 0$.

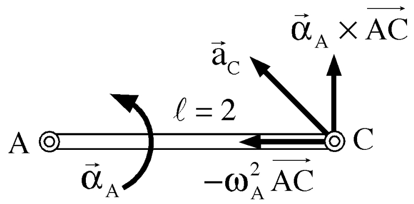
b) *La barra* BC *al ser nula su velocidad angular no tendrá CIR o lo tendrá en el infinito. El CIR de la barra AC estará en la propia barra a una distancia de A que cumpla:*

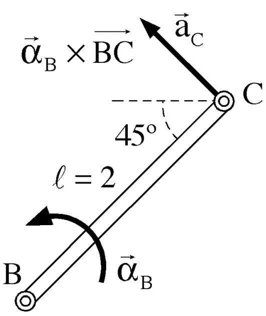


$$\left.\begin{aligned} x\omega_A &= v_A\\ (2-x)\omega_A &= v_c\end{aligned}\right\} \Rightarrow \quad x = \frac{v_A}{\omega_A} = \frac{5}{4} = 1{,}25 \text{ m} \quad ; \quad x = 2 - \frac{v_C}{\omega_A} = 1{,}25 \text{ m}$$

El centro instantáneo de rotación de AC se encuentra en la propia barra a 1,25 m de A

c) *La aceleración del punto* C *la calculamos aplicando las expresiones del campo de aceleraciones a ambas barras:*





$$\left.\begin{aligned}\vec{a}_C &= \vec{a}_A + \vec{\alpha}_A \times \overrightarrow{AC} - \omega_A^2\overrightarrow{AC} = 0 + \alpha_A\vec{k} \times 2\vec{i} - 4^2\cdot 2\vec{i} = -32\vec{i} + 2\alpha_A\vec{j}\\ \vec{a}_C &= \vec{a}_B + \vec{\alpha}_B \times \overrightarrow{BC} - \omega_B^2\overrightarrow{BC} = 0 + \alpha_B\vec{k} \times 2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\vec{i} + \frac{1}{\sqrt{2}}\vec{j}\right) - 0 = -\sqrt{2}\alpha_B\vec{i} + \sqrt{2}\alpha_B\vec{j}\end{aligned}\right\}$$

$$\Rightarrow \left\{\begin{aligned} -32 = -\sqrt{2}\alpha_B \quad &\Rightarrow \quad \alpha_B = 16\sqrt{2} = 22{,}63 \text{ rad/s}^2\\ 2\alpha_A = \sqrt{2}\alpha_B \quad &\Rightarrow \quad \alpha_A = \sqrt{2}\,\frac{16\sqrt{2}}{2} = 16 \text{ rad/s}\end{aligned}\right.$$

Y la aceleración de C *será:* $\vec{a}_C = -32\vec{i} + 2\cdot 16\vec{j} = -32\vec{i} + 32\vec{j}$ m/s^2

La aceleración del punto C es: $\vec{a}_C = -32\vec{i} + 32\vec{j}$ m/s^2 ,
la aceleración angular de la barra AC es $\vec{\alpha}_A = 16\vec{k}$ rad/s^2
y la de la barra BC es: $\vec{\alpha}_B = 16\sqrt{2}\vec{k}$ rad/s^2 = $22{,}63\vec{k}$ rad/s^2 .