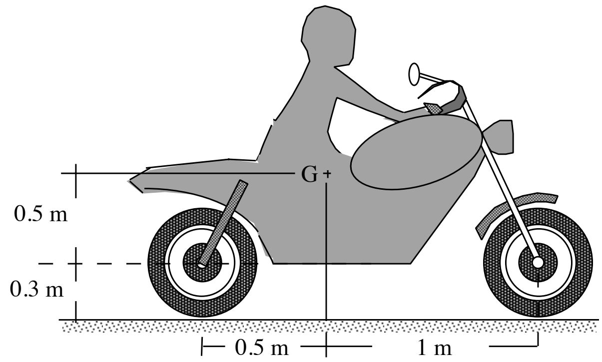
Parcial 4 de Mecánica IC. Grupo C. Curso 11/12

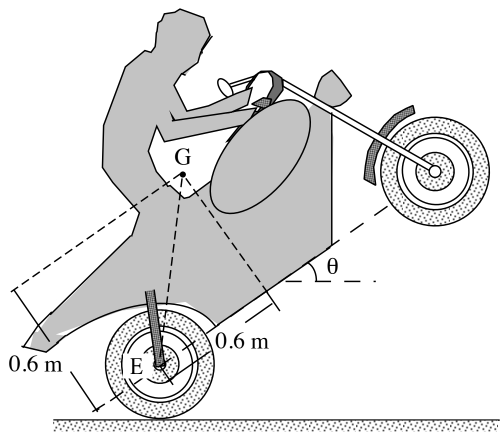
Ejercicio 1

Una motorista circula por una carretera. La moto tiene tracción trasera. Las ruedas, de radio 0.3 m, son de masa despreciable. La masa del conjunto hombre - moto es de 160 kg y el centro de masas conjunto está en G. El coeficiente de rozamiento estático entre ruedas y suelo es 0.8

a) Hallar la aceleración máxima que puede alcanzar la moto para que no haya vuelco o deslizamiento



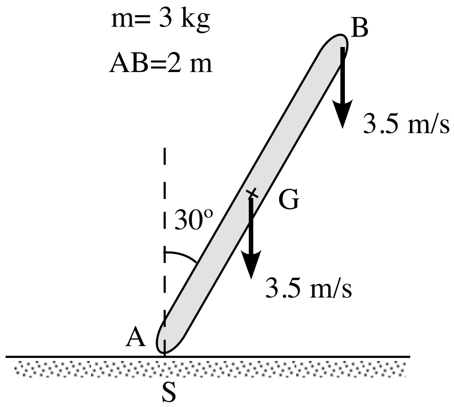
b) El motorista quiere circular sobre una rueda (totalmente prohibido en carreteras) manteniendo la moto inclinada un ángulo constante. Para ello modifica su postura, con lo que varía la posición del centro de gravedad G. Si el nuevo G está en el punto mostrado en el dibujo, determinar que aceleración tendría que llevar para <u>mantener</u> una inclinación constante de θ=36.87º y si esto sería posible.



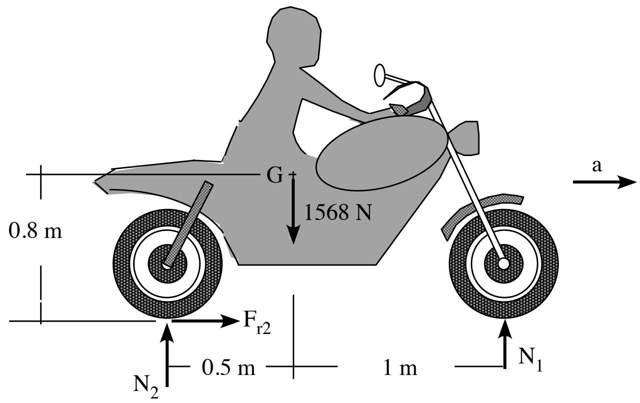
Ejercicio 2

Una barra de masa **3 kg** de masa y longitud **2 m** , que forma un ángulo de **30º** con la vertical, choca contra un suelo sin rozamiento en A con la velocidad que se muestra en la figura. Si el choque tiene un coeficiente de restitución de **0.5**, hallar:

a) La velocidad angular de la barra inmediatamente después del choque
b) La energía cinética de la barra antes y después del choque



Solución 1:



Leyes de la dinámica:

$$\sum F_x = ma_{Gx}\big)\ F_{r_2} = 160a \quad [1]$$

$$\sum F_y = ma_{Gy}\big)\ N_1 + N_2 - mg = 0 \rightarrow N_1 + N_2 = 1568 \quad [2]$$

$$M_G = I_G\alpha\big)\ 1\cdot N_1 - 0.5\cdot N_2 + 0.8\cdot F_{r2} = 0 \quad [3]$$

$$\text{Inecs}: \quad N_1 \ge 0 \quad N_2 \ge 0 \quad F_{r2} \le 0.8N_2$$

De estas 3 ecs podemos obtener las dos normales en función de la aceleración a:

$$N_2 = \frac{256}{3}a + \frac{3136}{3} \qquad N_1 = \frac{1568}{3} - \frac{256}{3}a$$

De ellas se ve que $N_2 > 0$, así que la $a_{máx}$ viene dada por los límites de la fuerza de rozamiento o por que N_1 se haga cero.

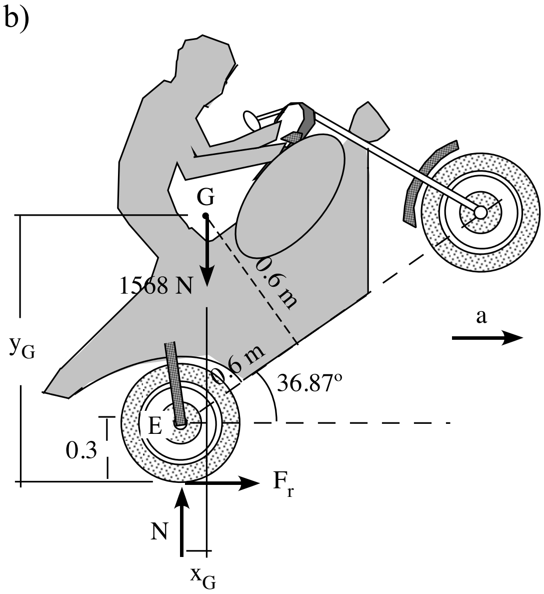
Supongo que está a punto de levantarse del suelo la rueda delantera: $N_1 = 0$

$$1568 = 256a \rightarrow a = 6.125 \text{ m/s}^2 \quad F_{r_2} = 160 \cdot 6.125 = 980 \text{ N} \quad N_2 = 1568 \text{ N}$$

$F_{r_2} = 980 < 0.8\ N_2 = 1254.4$ cumple la inecuación, no desliza

por tanto la hipótesis es correcta: $a_{máx}$= 6.125 m/s^2

b)



$$\sum F_x = ma_{Gx}\big)\ F_r = 160\ a \quad [1]$$

$$\sum F_y = ma_{Gy}\big)\ N = 1568 \quad [2]$$

$$M_G = I_G\alpha\big)\ -x_G\ N + y_G\ F_r = 0 \quad [3]$$

$$F_r \le 0.8N \rightarrow F_r \le 1254.4$$

De la ec 3 y de la geometría:

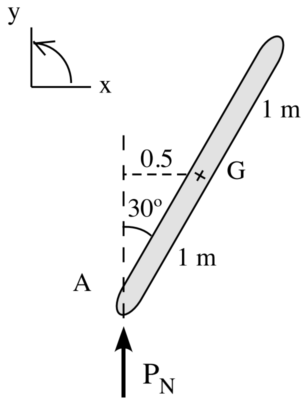
$$\frac{F_r}{N} = \frac{x_G}{y_G} = \frac{0.6(\cos 36.87 - \text{sen}36.87)}{0.3 + 0.6(\text{sen}36.87 + \cos 36.87)} = \frac{0.12}{1.14}$$

$$F_r = \frac{0.12}{1.14}1568 = 165.05 < 1254.4$$

De la ec 1: a = 1.03 m/s^2

Se cumple la condición de no deslizamiento. Y tampoco supera el ángulo máximo de 45+$\theta_{máx}$=90º (a=0) , en este caso de $\theta_{máx}$=45º

Solución 2:



Ecs. de las percusiones de la barra:

$$I_G = \frac{1}{12} 3 \cdot 2^2 = 1\ \text{kg} \cdot \text{m}^2$$

Antes: $\omega^a = 0 \quad \vec{v}_G^a = -3.5\,\vec{j}$

Después: $\vec{v}_G^d = \left(v_{Gx}\ , v_{Gy}\right) \quad \vec{\omega}^d = -\omega\,\vec{k}$

$$\sum P_x = m\Delta v_{Gx}\big)\ 0 = 3\left(v_{Gx} - 0\right) \rightarrow \underline{v_{Gx} = 0}$$

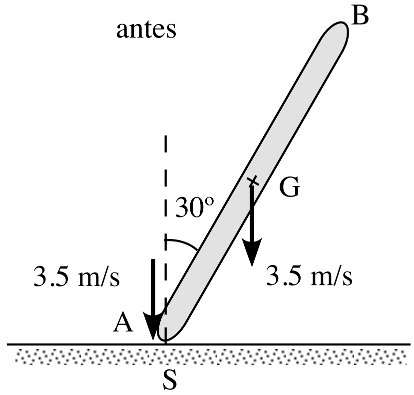
$$\sum P_y = m\Delta v_{Gy}\big)\ P_N = 3\left(v_{Gy} + 3.5\right)$$

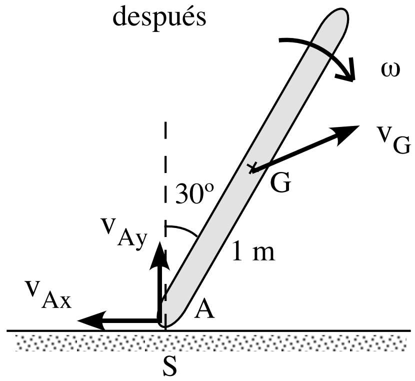
$$M_G^P = I_G \Delta\omega\big) - 0.5 \cdot P_N = 1 \cdot \left(-\omega - 0\right)$$

$$P_N \geq 0$$

Coeficiente de restitución e= 0.5: $e = -\dfrac{\left(\vec{v}_A^d - \vec{v}_S^d\right) \bullet \vec{n}}{\left(\vec{v}_A^a - \vec{v}_S^a\right) \bullet \vec{n}} = 0.5\ ;\ \vec{n} = \vec{j}$

$$0.5 = -\frac{v_{Ay}}{-3.5} \rightarrow v_{A_y} = 0.5 \cdot 3.5 = 1.75$$





Cinemática:

$$\vec{v}_G = \vec{v}_A + \vec{\omega} \wedge \overline{AG} \rightarrow \begin{cases} x)\ v_{Gx} = -v_{Ax} + \omega \cdot 1 \cdot \cos 30 = 0 \rightarrow v_{Ax} = \omega \dfrac{\sqrt{3}}{2} \\ y)\ v_{Gy} = v_{Ay} - \omega \cdot 1 \cdot \text{sen} 30 \rightarrow \underline{v_{Gy} = 1.75 - 0.5\omega} \end{cases}$$

Sustituyendo en las ecs y resolviendo:

$$\left.\begin{array}{l} P_N = 15.75 - 1.5\omega \\ P_N = 2\omega \end{array}\right\} \quad \omega = 4.5\ \text{rad/s} \qquad v_{G_y} = -0.5\ \text{m/s} \qquad P_N = 9\ \text{N} \cdot \text{s}\ >\ 0$$

b) $E_c = \dfrac{1}{2} m v_G^2 + \dfrac{1}{2} I_G \omega^2$:

$$E_c^a = \frac{1}{2} 3 \cdot (3.5)^2 + 0 = 18.375\ \text{J} \qquad E_c^d = \frac{1}{2} 3 (0.5)^2 + \frac{1}{2} 1 \cdot 4.5^2 = 10.5\ \text{J}$$