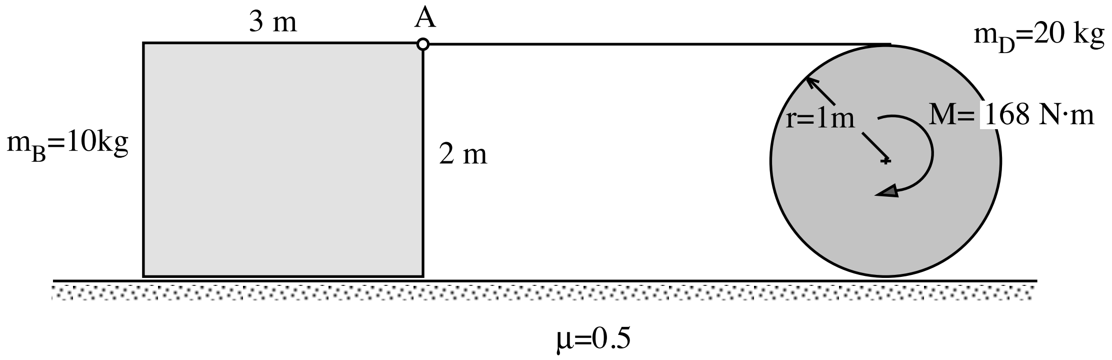
Parcial 4 de Mecánica IC. Grupo D. Curso 10/11

Nombre y apellidos……………………………………………………………………………….

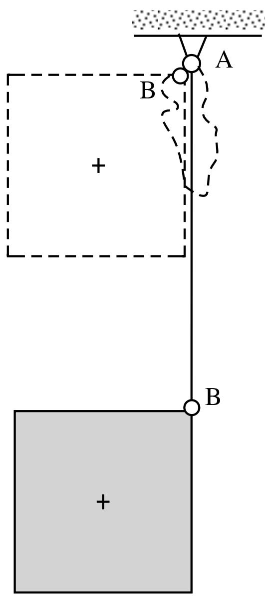
Ejercicio 1

Un bloque rectangular de masa **10 kg**, es arrastrado por un disco de masa **m_D=20 kg** mediante un hilo atado al punto A del bloque y enrollado en el borde del disco, como se muestra en la figura. Sobre el disco hay aplicado un par constante de **168 N·m.**
El coeficiente de rozamiento en todos los contactos con el suelo es **μ=0.5**
(El momento de inercia de un disco respecto a su centro I_G=0.5 mr^2)
Suponiendo que el disco **rueda sin deslizar en el suelo**, y que el bloque **no vuelca** hallar:

a) La aceleración del bloque y la aceleración angular del disco
b) Comprobar si las hipótesis que se han hecho sobre el movimiento son correctas



Ejercicio 2
El bloque cuadrado de la figura mide **2 m** de lado y su masa es de **3 kg**. Su esquina B está atada mediante un hilo ideal, de longitud **10 m**, al techo (A).
El bloque se suelta desde el reposo en la posición dibujada a trazos en el dibujo en que A y B coinciden, y cae verticalmente hasta que el hilo se tensa. Se pide:

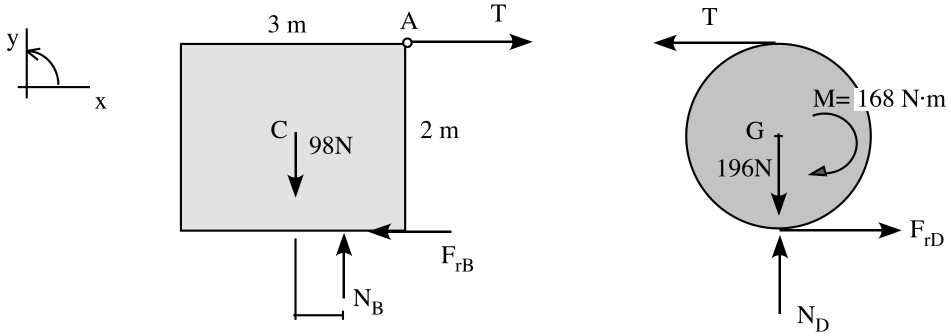


a) Velocidades angulares del bloque y del hilo inmediatamente después de tensarse el hilo

b) Calcular la energía cinética del bloque justo antes y después de tensarse el hilo

Momento de inercia de un bloque rectangular de lados b y h, respecto a su cdg: $I_G = \frac{1}{12} m\left(b^2 + h^2\right)$

Solución 1



El bloque no vuelca, se traslada horizontalmente y todos sus puntos se mueven igual.

$\left(\vec{a}_C = \vec{a}_A = a\vec{i}\ ;\ \alpha=0\ \right)$. Además tiene que deslizar: $F_{rB} = \mu N_B$

<u>Bloque:</u>

$\sum F_x = ma_{Gx}\big)\ T - F_{rB} = 10{\cdot}a \rightarrow T = 10{\cdot}a + 49 \qquad [1]$

$\sum F_y = ma_{Gy}\big)\ \underline{N_B = 98} \rightarrow F_{rB} = 0.5N_B = 49$

$M_G = I_G\alpha\big)\ x{\cdot}N_B - 1{\cdot}F_{rB} - 1{\cdot}T = 0 \rightarrow x = \dfrac{49 + {\cdot}T}{98} \qquad [2]$

$T > 0 \qquad -1.5 \le x \le 1.5$

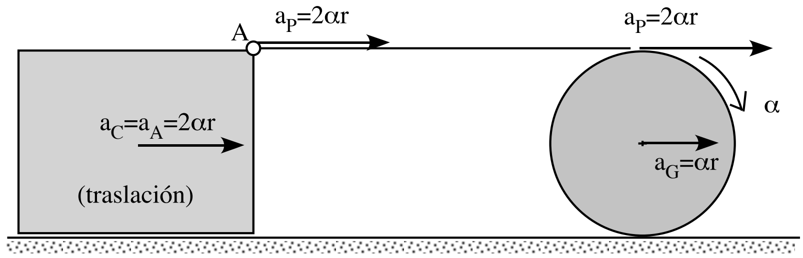
<u>Disco:</u>

$\sum F_x = ma_{Gx}\big)\ -T + F_{rD} = 20{\cdot}a_G \qquad [3]$

$\sum F_y = ma_{Gy}\big)\ \underline{N_D = 196}$

$M_G = I_G\alpha\big)\ -168 + 1{\cdot}F_{rD} + 1{\cdot}T = -\left(\dfrac{1}{2}20{\cdot}1^2\right){\cdot}\alpha \qquad [4]$

<u>Cinemática:</u>



disco r s d: $a_G = \alpha r = \alpha{\cdot}1$

Como en el contacto con el hilo no hay deslizamiento, las componentes tangentes de la aceleración a ambos lados del contacto son iguales: si P es del hilo, $a_P = 2\alpha r$

Al otro lado del hilo $a_A = a_P = 2\alpha r \rightarrow a = 2\alpha r = 2\alpha$

Sustituyendo en las ecs:

$$\left.\begin{array}{ll} T = 20\alpha + 49 & [1] \\ -T + F_{rD} = 20{\cdot}\alpha & [3] \\ -168 + F_{rD} + T = -10{\cdot}\alpha & [4] \end{array}\right\} \rightarrow \quad \alpha = 1\ \text{rad/s}^2 \quad T = 69\ \text{N} \quad F_{rD} = 89\ \text{N}$$

Y la aceleración del bloque es: $a = 2\ \text{m/s}^2$

b) En el bloque la normal debe estar aplicada dentro de la superficie de contacto; de la ec 2: $x = 1.2\ \text{m} < 1.5$ cumple, no llega al extremo.

Para que el disco rsd : $F_{rD} < \mu N_D \quad F_{rD} = 89 < 0.5N_D = 0.5{\cdot}196 = 98$ también lo cumple

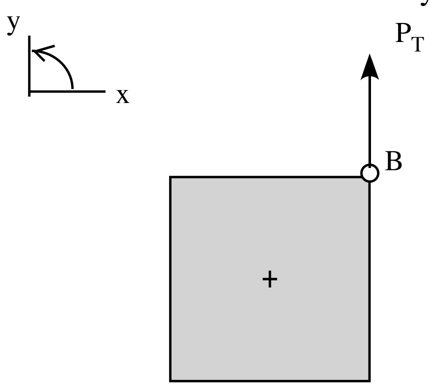
Las hipótesis son correctas.

Solución 2:

Hasta que el hilo se tensa, el bloque cae 10m llegando a dicha posición con:

$v_G = \sqrt{2gh_G} = \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 10} = 14 \text{ m/s} \qquad \vec{v}_G = -14\vec{j}$ (sin girar)

En ese momento el hilo se tensa y se produce una percusión P_T



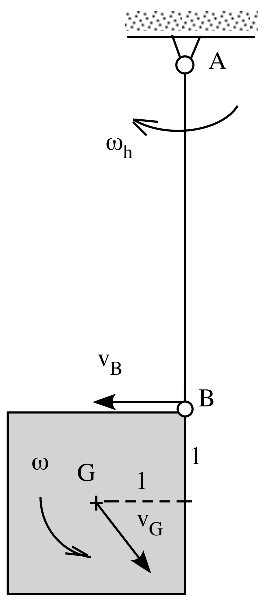
Ecs. percusiones bloque: m=3 kg; lado =2 m

antes $\vec{v}_G = -14\vec{j} \quad \omega=0$; después $\left(v_{G_x}, -v_{Gy}\right) \quad \omega\vec{k}$

$$\sum P_x = m\left(v_{Gx}^d - v_{Gx}^a\right) \qquad 0 = 3\cdot\left(v_{G_x} - 0\right)$$

$$\sum P_y = m\left(v_{Gy}^d - v_{Gy}^a\right) \qquad P_T = 3\cdot\left(-v_{G_y} + 14\right)$$

$$M_G^P = I_G\left(\omega^d - \omega^a\right) \qquad P_T \cdot 1 = \left(\frac{1}{12} 3 \cdot 2 \cdot 2^2\right)\left(\omega - 0\right) = 2\omega$$



Cinemática:

$$B \in \text{ hilo AB} \quad \rightarrow \quad \vec{v}_B = \cancel{\vec{v}_A} + \vec{\omega}_h \wedge \overline{AB} = -10\omega_h \vec{i}$$

B, G $\in$ bloque :

$$\vec{v}_G = \vec{v}_B + \vec{\omega} \wedge \overline{BG} \rightarrow \begin{cases} v_{Gx} = -10\omega_h + \omega \\ -v_{Gy} = -\omega \end{cases}$$

Sustituyendo en las ecs de las percusiones queda:

$0 = -10\omega_h + \omega \rightarrow \omega = 10\omega_h$

$P_T = -3 \cdot \omega + 42$

$P_T = 2\omega$

Se obtiene:

$\omega = 8.4 \text{rad/s} \qquad \omega_h = 0.84 \text{ rad/s} \qquad \vec{v}_G = -8.4\vec{j} \text{ m/s}$

$P_T = 16.8 \text{N}\cdot\text{s} > 0$

Energía cinética antes y después de la percusión:

$$E_{cin}^{antes} = \frac{1}{2} m v_G^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot 14^2 = 294 \text{ J}$$

$$E_{cin}^{después} = \frac{1}{2} m v_G^2 + \frac{1}{2} I_G \omega^2 = \frac{1}{2} 3 \cdot \left(8.4\right)^2 + \frac{1}{2} 2\left(8.4\right)^2 = 176.4 \text{ J}$$

(Energía perdida en la percusión: $E_{cin}^{después} - E_{cin}^{antes} = -117.6 \text{ J}$)