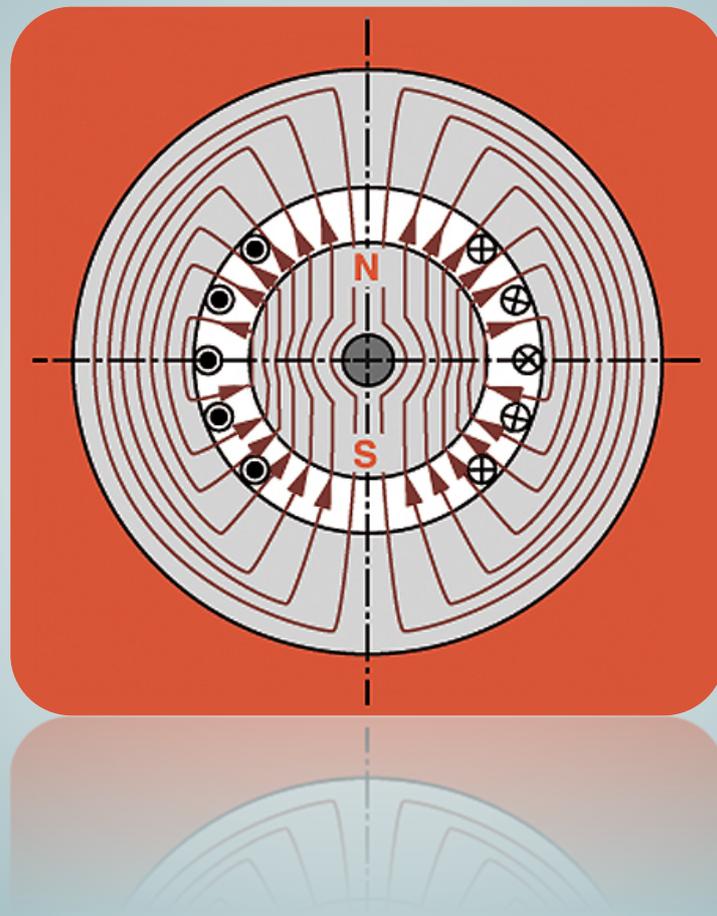


Máquinas Eléctricas I - G862

Tema 1. Principios Generales de las Máquinas Eléctricas



Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

© 2015, Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Universidad de Cantabria (España)

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.



Está permitida la reproducción total o parcial de este documento bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Unported que incluye, entre otras, la condición inexcusable de citar su autoría (Miguel Angel Rodríguez Pozueta - Universidad de Cantabria) y su carácter gratuito.

Puede encontrar más documentación gratuita en la página web del autor: <http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>

ÍNDICE

ASPECTOS BÁSICOS DEL ELECTROMAGNETISMO APLICADO A LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Campos eléctrico y magnético.....	2
Propiedades del campo magnético. Polos magnéticos.....	4
Enlaces de flujo	5
Teorema de Ampére	6
Condiciones de contorno del campo magnético en el límite entre dos medios materiales distintos	8
Fuerza de Laplace	9
Inducción electromagnética. Leyes de Faraday y de Lenz.....	10
F.e.m. inducida sobre una espira	11
F.e.m. inducida sobre una fase de un devanado.....	13
F.e.m. inducida sobre un conductor abierto en movimiento.....	14
Inductancias	16
Energía almacenada en el campo magnético.....	17
Bibliografía.....	18

MATERIALES Y CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Materiales magnéticos.....	20
Materiales diamagnéticos	21
Materiales paramagnéticos	22
Materiales ferromagnéticos.....	22
Curva de imanación	23
Histéresis magnética	26
Circuitos magnéticos	28
Pérdidas magnéticas	31
Introducción.....	31
Pérdidas por histéresis.....	32
Pérdidas por corrientes de Foucault.....	33
Pérdidas magnéticas totales	34
Consecuencias prácticas.....	35
Histéresis rotativa	37
Circuitos magnéticos alimentados con corriente alterna.....	38
Circuito magnético sin pérdidas en el hierro	38
Circuito magnético con pérdidas en el hierro.....	41

ÍNDICE

Circuito magnético con resistencia, dispersión y pérdidas en el hierro.....	42
Fuerzas y pares en el campo magnético.....	44
Energía y coenergía magnéticas.....	44
Principio de los trabajos virtuales.....	45
Bibliografía.....	47

CONSTITUCIÓN Y PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

CONSTITUCIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Constitución de una máquina eléctrica rotativa.....	50
Estator y rotor. Entrehierro.....	50
Circuitos magnético y eléctrico.....	52
Colectores.....	54
Configuraciones básicas.....	55
Paso polar. Ángulos eléctricos o magnéticos.....	56
Devanados.....	57
Definición y clasificación.....	57
Devanados de tambor. Definiciones.....	59

CAMPO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS SIMÉTRICAS

Campos magnéticos total, común y de dispersión. Flujo por polo.....	61
Máquinas eléctricas simétricas.....	61
Hipótesis simplificadoras. Máquina eléctrica ideal.....	62
Fuerza magnetomotriz del entrehierro \mathcal{F}	63
F.m.m. de un devanado monofásico.....	64
F.m.m. de un devanado monofásico alimentado con c.a.....	66
F.m.m. de un devanado polifásico. Teorema de Ferraris.....	68
Teorema de Leblanc.....	72
Nomenclatura.....	72

PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Principio de reversibilidad.....	73
Las máquinas eléctricas clásicas. Clasificación y características básicas.....	73
Clasificación.....	73
Transformadores.....	74
Máquinas síncronas.....	74
Máquinas asíncronas o de inducción.....	76

ÍNDICE

Máquinas de corriente continua.....	79
Máquinas de corriente alterna de colector.....	81
Bibliografía	82

F.E.M.S INDUCIDAS EN LOS DEVANADOS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

F.e.m. de rotación	84
F.e.m. de transformación	86
Caso general	87
Bibliografía	88

POTENCIAS, CALENTAMIENTO, RENDIMIENTO Y CARACTERIZACIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Introducción.....	90
Potencias en una máquina eléctrica. Pérdidas	90
Origen de las pérdidas	91
Pérdidas en el cobre P_{Cu}	92
Pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe}	92
Pérdidas mecánicas P_m	92
Sistemas de refrigeración. Calentamiento y enfriamiento.....	93
Clase térmica de los sistemas de aislamiento	96
Carga. Funcionamiento en vacío y en reposos. Servicio.....	97
Potencias nominal y asignada	98
Marcha industrial. Índice de carga	100
Marcha industrial.....	100
Índice de carga.....	100
Clasificación de las pérdidas	101
Rendimiento	102
Definición de rendimiento	102
Rendimiento en generadores de corriente alterna y transformadores. Rendimiento máximo.....	103
Códigos IP e IK	105
Código IP	105
Código IK.....	108
Otros aspectos tecnológicos.....	108
Sistema de refrigeración	109
Formas constructivas	109
Tamaño de carcasa.....	109

ÍNDICE

Designación de bornes.....	109
Ruido y vibraciones	110
Clases de rendimiento.....	110
Compatibilidad electromagnética	110
Placa de características	110
Bibliografía	111

Los números de página de este índice son hipervínculos a dichas páginas



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA



ASPECTOS BÁSICOS DEL **ELECTROMAGNETISMO** **APLICADO A LAS** **MÁQUINAS ELÉCTRICAS**

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Doctor Ingeniero Industrial

ASPECTOS BÁSICOS DEL ELECTROMAGNETISMO APLICADO A LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

CAMPOS ELÉCTRICO Y MAGNÉTICO

Se denomina **campo** a una zona del espacio que goza de la propiedad de que en él se manifiesta un fenómeno físico. Así, por ejemplo, un campo gravitatorio es una zona del espacio que tiene la propiedad de que si se coloca una masa en uno de sus puntos sobre ella aparece una fuerza.

Los campos se caracterizan por una magnitud que varía de un punto a otro del espacio. Si esta magnitud es vectorial se trata de un *campo vectorial*.

En un campo vectorial una *línea de campo* es una línea que es tangente en todos sus puntos a la magnitud vectorial que define dicho campo.

Un **campo eléctrico** es una zona del espacio que tiene la propiedad física de que si se coloca una carga eléctrica en uno de sus puntos sobre ella aparece una fuerza.

Este campo vectorial se caracteriza por la magnitud *intensidad del campo eléctrico* \vec{E} que es el valor para cada punto del espacio de la fuerza que se ejercería sobre una carga de valor unidad situada en dicho punto. En el Sistema Internacional \vec{E} se mide en Voltios/metro (V/m).

El *desplazamiento eléctrico* \vec{D} es una magnitud que no depende del medio donde se manifiesta un campo eléctrico, que se mide en C/cm^2 (Culombios/cm²) y que en medios lineales e isótropos se calcula mediante la siguiente expresión

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

donde ϵ es la *permitividad absoluta* del medio.

Un campo eléctrico puede ser originado por la presencia de otras cargas eléctricas o por la existencia de un campo magnético variable en el tiempo.

Un **campo magnético** es una zona del espacio que tiene la propiedad de que si se coloca una carga eléctrica en movimiento en uno de sus puntos sobre ella aparece una fuerza. Normalmente las cargas en movimiento con las que se va a tratar en este texto son corrientes eléctricas circulando por un conductor.

Este campo vectorial se caracteriza por la magnitud *inducción magnética* \vec{B} que en el Sistema Internacional se mide en Teslas (T) y que se define a partir de la fuerza (fuerza de Lorentz) que aparece sobre una carga eléctrica q que se mueve con velocidad \vec{v} en el seno de un campo magnético:

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B})$$

(\times = Producto vectorial de vectores)

Un campo magnético puede ser originado por la presencia de otras cargas eléctricas en movimiento (normalmente corrientes eléctricas) y también por la existencia de campos eléctricos variables en el tiempo. Al analizar las máquinas eléctricas nos referiremos exclusivamente a campos magnéticos creados sólo por corrientes eléctricas.

La inducción magnética \vec{B} en un medio lineal e isótropo se puede expresar así:

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

La **permeabilidad magnética absoluta** μ es un parámetro que representa la influencia de las propiedades magnéticas del medio sobre \vec{B} . La **excitación magnética o intensidad magnetizante** \vec{H} es una magnitud que depende de las causas que crean el campo magnético (corrientes y variaciones del campo eléctrico) y es independiente de las características del medio. En el Sistema Internacional μ se mide en Henrios/metro (H/m) -unidad que también se denomina Newtons/Amperios² (N/A²) - y \vec{H} en Amperios/metro (A/m).

La **permeabilidad relativa** μ_r de un medio es un parámetro adimensional y se obtiene por cociente de su permeabilidad magnética μ entre la del vacío μ_0 ($\mu_0 = 4 \pi \cdot 10^{-7}$ H/m).

Las **líneas de inducción magnética** son líneas tangentes en cada uno de sus puntos al vector inducción magnética \vec{B} .

La concentración de líneas de inducción en una zona del espacio es proporcional al valor de la inducción magnética en dicha zona.

El **flujo magnético** Φ a través de una superficie S se obtiene mediante esta integral de superficie (Fig. 1):

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (1)$$

(\cdot = Producto escalar de vectores)

donde el vector $d\vec{S}$ en cada punto es perpendicular a la superficie S.

Según el sentido de $d\vec{S}$ en la expresión (1) se habla de flujo entrante o saliente. En el caso de que S sea una superficie cerrada se toma usualmente $d\vec{S}$ con sentido saliente.

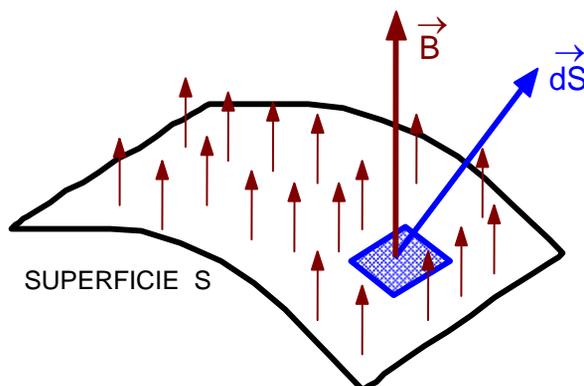


Fig. 1: Definición de flujo magnético Φ

PROPIEDADES DEL CAMPO MAGNÉTICO. POLOS MAGNÉTICOS

La inducción \vec{B} tiene divergencia nula en todos sus puntos, por consiguiente se trata de un campo solenoidal y posee estas propiedades:

- Carece de puntos fuente y sumidero; es decir, es imposible encontrar un polo magnético aislado. Aunque un imán sea troceado muchas veces, cada una de sus partes tendrá siempre dos polos magnéticos.
- Las líneas de inducción, por lo tanto, no podrán nacer en un punto y morir en otro. Esto significa que estas líneas son siempre cerradas.
- Como consecuencia de lo anterior, el flujo magnético a través de cualquier superficie cerrada es siempre nulo.
- La propiedad anterior conlleva el que los flujos magnéticos a través de superficies abiertas limitadas por el mismo contorno L (Fig. 2) son iguales.
- Aunque inicialmente el flujo es un concepto ligado a una superficie, la propiedad anterior permite definir el **flujo de una espira** (la cuál es un hilo conductor en forma de línea cerrada) como el flujo que atraviesa cualquiera de las superficies limitadas por dicha espira.

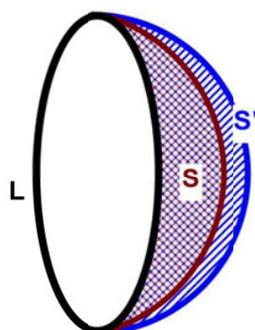


Fig. 2: Las superficies abiertas S y S' están limitadas por el mismo contorno L , luego están sometidas al mismo flujo magnético

De las propiedades que se acaban de exponer se deduce que el concepto de **polo magnético**, como zona fuente o sumidero de las líneas de inducción magnética, no tiene un sentido físico riguroso. Sin embargo, resulta cómodo utilizar esta noción de polo referida a un cuerpo que está en el seno de un campo magnético. De esta manera, un polo Norte de un cuerpo es una zona del mismo de donde salen líneas de inducción magnética hacia el exterior y un polo Sur es una zona del cuerpo donde penetran líneas de inducción magnética procedentes del exterior (Fig. 3).

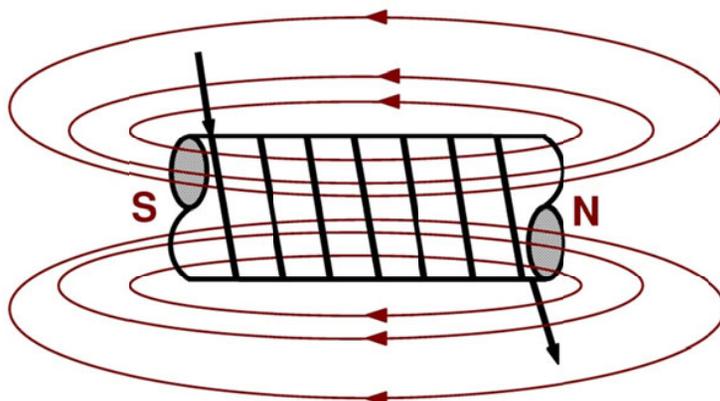


Fig. 3: Polos Norte y Sur de un solenoide

Las líneas del campo magnético creado por un conductor rectilíneo muy largo recorrido por una corriente eléctrica (Fig. 4) son circunferencias concéntricas cuyo centro está sobre el conductor y cuyo sentido viene dado por la **regla del sacacorchos**: *el sentido de las líneas de este campo magnético es el del giro de un sacacorchos para conseguir que avance en el sentido de la corriente eléctrica.*

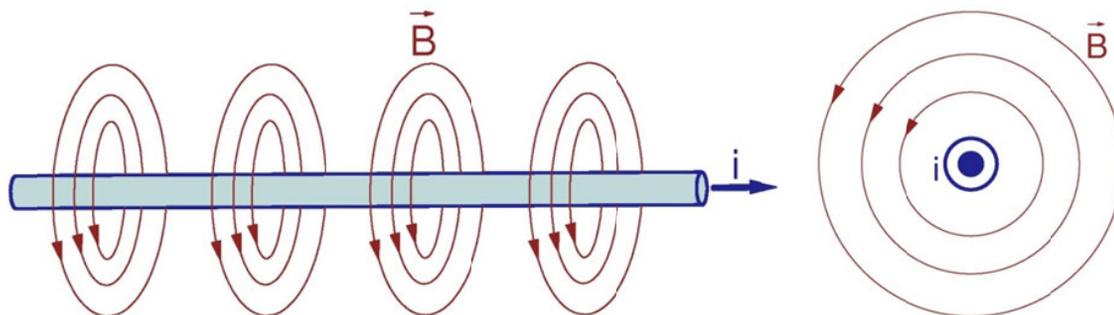


Fig. 4: Líneas del campo magnético originado por un conductor rectilíneo con corriente.

En el caso del campo magnético creado por una espira o una bobina con corriente (Figs. 3 y 10) también se puede usar la regla del sacacorchos, aunque aplicándola de una manera algo diferente: *si un sacacorchos imaginario gira en el sentido con el que la corriente eléctrica circula por la espira o bobina, dicho sacacorchos avanza con el mismo sentido que tienen las líneas de campo magnético en el interior de la espira o bobina.*

ENLACES DE FLUJO

En un apartado anterior se ha definido el flujo de una **espira**, pero muchas veces lo que se tiene es una **bobina**, que es un conjunto de espiras conectadas en serie (como el solenoide de la Fig. 3), o una **fase** del bobinado de una máquina eléctrica. En este caso se emplea otra magnitud de flujo denominada **enlaces de flujo** o **flujo total concatenado** ψ ¹.

Sea una **bobina** compuesta por n espiras en serie las cuáles tienen los siguientes flujos magnéticos: $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_n$. Los enlaces de flujo ψ de esta bobina es la suma de los flujos magnéticos de todas sus espiras:

$$\psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_n \quad (2)$$

Más adelante se describirán las máquinas eléctricas. Entonces se observará que sus bobinados (también denominados devanados o arrollamientos) están divididos en una o más **fases**, cada una de las cuáles está conectada a una tensión de la red eléctrica. Cada fase es un circuito constituido por una o varias **ramas en paralelo** idénticas cada una de las cuáles, a su vez, está formada por una o varias bobinas en serie. El conjunto de bobinas en serie que constituye una rama en paralelo forman un conjunto de N espiras en serie cuyos flujos magnéticos son $\Phi_1, \Phi_2, \dots, \Phi_N$. Los enlaces de flujo o flujo total concatenado de una fase ψ son los correspondientes a una de sus ramas en paralelo:

$$\psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_N \quad (3)$$

¹ En los países de habla inglesa esta magnitud se suele representar por λ .

Si la fase pertenece a un devanado concentrado, de tal manera que todas sus espiras están sometidas simultáneamente al mismo flujo Φ , se cumplirá que

$$\psi = \Phi_1 + \Phi_2 + \dots + \Phi_N = N \cdot \Phi \quad (4)$$

Si, como es habitual en las máquinas eléctricas, la fase forma parte de un devanado distribuido, las espiras que la forman están sometidas a flujos diferentes. En el caso de que la inducción magnética que actúa sobre la fase esté distribuida sinusoidalmente en el espacio se puede demostrar que se cumple esta relación:

$$\psi = N \cdot \xi_b \cdot \Phi \quad (5)$$

Los símbolos empleados en las fórmulas anteriores son:

- N es el número de espiras en serie de una de las ramas en paralelo de la fase.
- ξ_b es el factor de bobinado de la fase (en algunos textos este coeficiente se le designa como k o k_w).
- Φ es el flujo que atravesaría a una espira de paso diametral situada de tal forma que sus ejes coincidieran con los de la fase.

Recuérdese que en el Sistema Internacional la inducción magnética B se mide en Teslas (T) y los flujos Φ y los enlaces de flujo ψ se miden en Webers (Wb).

TEOREMA DE AMPÉRE

El Teorema de Ampère permite analizar campos magnéticos originados exclusivamente por corrientes eléctricas y viene dado por la siguiente expresión:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_j i_j \quad (6)$$

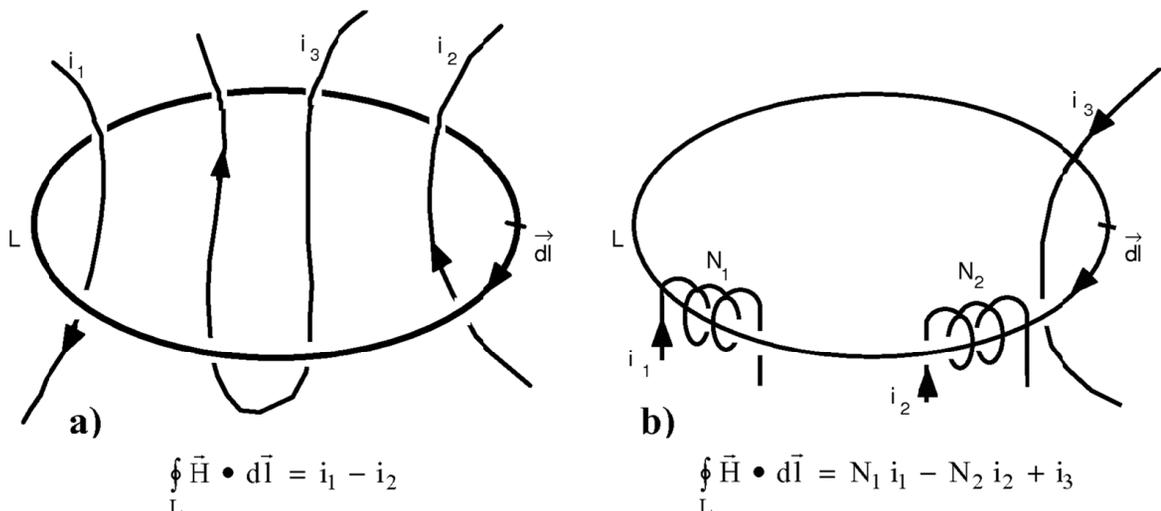


Fig. 5: Ejemplos de aplicación del Teorema de Ampère.

Este teorema dice que si se integra el vector excitación \vec{H} a lo largo del camino cerrado L (circulación de \vec{H} a lo largo de L) el resultado obtenido es igual a la suma de todas las corrientes que encierra el contorno L. Para ello es preciso tener en cuenta que se

consideran positivas las corrientes dirigidas en el sentido de un sacacorchos cuando se lo gira en el sentido que se haya tomado como positivo para $d\vec{l}$ al realizar la integral anterior. Así, en la Fig. 5a, $d\vec{l}$ visto desde arriba, tiene sentido horario, por lo que la corriente i_1 es positiva y la corriente i_2 es negativa. La corriente i_3 tiene un efecto nulo.

Si el camino L incluye N bobinas a las que recorre por su interior (Fig. 5b), el Teorema de Ampère se puede escribir así:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{j=1}^N N_j \cdot i_j \quad (7)$$

En la expresión anterior N_j e i_j son, respectivamente, el número de espiras en serie y la corriente de la bobina j . En el cómputo de las N bobinas abrazadas por el camino L se incluyen también los conductores con corriente, como la i_3 de la Fig. 5b, los cuáles se consideran como bobinas de una sola espira.

A la circulación $\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l}$ se le denomina **fuerza magnetomotriz (f.m.m.)** del recorrido L y se la representa por \mathcal{F} .

Se denomina **fuerza magnetomotriz de la bobina j** a la f.m.m. que existiría si no hubiera más corriente que la de la bobina j . Se lo representa por \mathcal{F}_j y su valor es igual al producto $N_j \cdot i_j$. La f.m.m. se mide en Amperios-vuelta o, simplemente, en Amperios.

Nótese que, a pesar de su nombre, la fuerza magnetomotriz no se trata de una fuerza mecánica que se mida en Newtons. No confunda esta magnitud con la fuerza electromotriz (f.e.m.) de los circuitos eléctricos.

De las definiciones anteriores se deduce que la ecuación (7) se puede escribir así:

$$\mathcal{F} = \sum_{j=1}^N \mathcal{F}_j \quad (8)$$

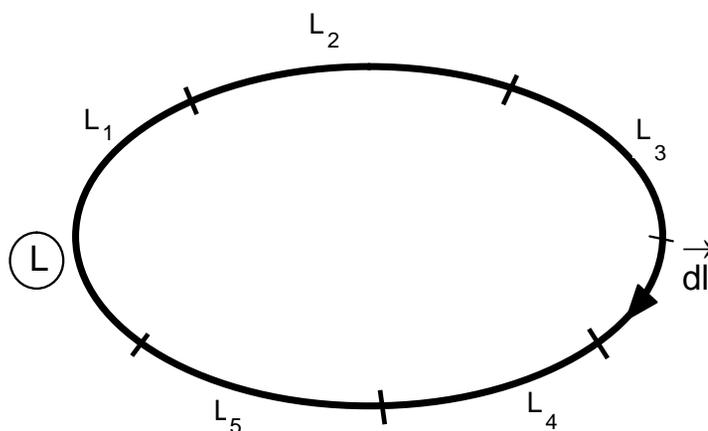


Fig. 6: Descomposición del recorrido L en los tramos L_1, L_2, \dots, L_5 .

Por otra parte, en muchas ocasiones el camino L interesa descomponerlo en M tramos L_1, L_2, \dots, L_M (Fig. 6) de tal forma que:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \int_{L_1} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \int_{L_2} \vec{H} \cdot d\vec{l} + \dots + \int_{L_M} \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_{k=1}^M \left(\int_{L_k} \vec{H} \cdot d\vec{l} \right)$$

Se denomina **diferencia de potencial magnético o caída de tensión magnética** (F_k) en el tramo L_k a

$$F_k = \int_{L_k} \vec{H} \cdot d\vec{l} \quad (9)$$

Luego, el Teorema de Ampère se puede expresar así:

$$\mathcal{F} = \sum_{j=1}^N \mathcal{F}_j = \sum_{k=1}^M F_k \quad (10)$$

Si se tiene un campo eléctrico variando en el tiempo con frecuencias altas -muy superiores a las habituales en la Electrotecnia- el campo magnético es debido no sólo a las corrientes eléctricas, sino también a las variaciones temporales del desplazamiento eléctrico y en lugar del Teorema de Ampère habría que utilizar el **Teorema de Ampère-Maxwell**:

$$\oint_L \vec{H} \cdot d\vec{l} = \sum_j i_j + \iint_{S_j} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

Dadas las frecuencias que se usan en la Electrotecnia, que raramente superan el kilohercio, en las máquinas eléctricas no es necesario usar el Teorema de Ampère-Maxwell y bastará con emplear el Teorema de Ampère.

CONDICIONES DE CONTORNO DEL CAMPO MAGNÉTICO EN EL LÍMITE ENTRE DOS MEDIOS MATERIALES DISTINTOS

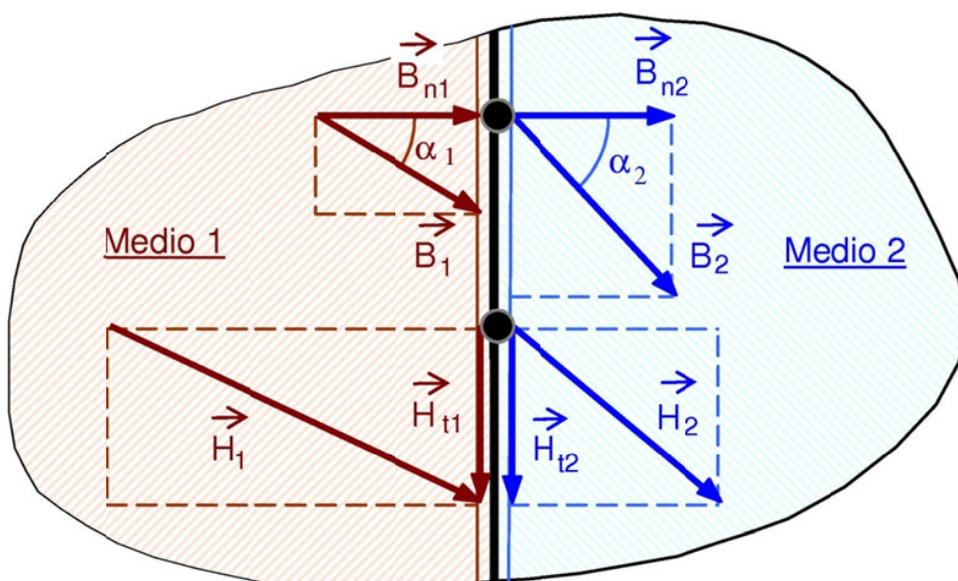


Fig. 7: Condiciones de contorno en el límite de dos medios magnéticos

Sean dos medios materiales de permeabilidades magnéticas μ_1 y μ_2 , respectivamente (permeabilidades relativas μ_{r1} y μ_{r2}), separados por una superficie donde la densidad de corriente J es nula en todos sus puntos (Fig. 7). En dicha superficie se cumplen las siguientes condiciones:

$$B_{n1} = B_{n2}$$

$$H_{t1} = H_{t2}$$

$$\frac{\operatorname{tg} \alpha_1}{\operatorname{tg} \alpha_2} = \frac{\mu_1}{\mu_2} = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \quad (11)$$

donde B_n es la componente de la inducción magnética perpendicular a la superficie de separación y H_t es la componente de la excitación magnética paralela a dicha superficie. Los subíndices 1 y 2 se refieren a los dos medios materiales.

En el caso de que el medio 1 sea un medio amagnético (con una permeabilidad prácticamente igual a la del vacío) y el medio 2 sea ferromagnético (con una permeabilidad elevada), se tiene que:

$$\mu_{r2} \gg \mu_{r1}$$

Luego

$$\operatorname{tg} \alpha_1 = \frac{\mu_{r1}}{\mu_{r2}} \operatorname{tg} \alpha_2 \approx 0 \rightarrow \boxed{\alpha_1 \approx 0} \quad (12)$$

Por lo tanto, las líneas de inducción magnética en la superficie de separación entre un medio amagnético y un medio ferromagnético son perpendiculares a dicha superficie en el lado del medio amagnético.

FUERZA DE LAPLACE

Cuando un elemento conductor de longitud diferencial $d\vec{l}$ está recorrido por una corriente i en el seno de un campo magnético cuya inducción es \vec{B} , aparece sobre él una fuerza diferencial $d\vec{F}$ que se calcula así:

$$d\vec{F} = i d\vec{l} \times \vec{B} \quad (13)$$

(\times = Producto vectorial de vectores)

A la expresión anterior se la denomina fuerza de Laplace.

Por lo tanto, un conductor de longitud L recorrido por una corriente i y situado en el seno de un campo magnético se ve sometido a una fuerza \vec{F} que se obtiene integrando la expresión (13):

$$\vec{F} = \int_L i d\vec{l} \times \vec{B} \quad (14)$$

En el caso particular de que el conductor sea rectilíneo y de que la inducción magnética \vec{B} a lo largo de todo el conductor tenga el mismo valor y sea perpendicular al mismo (Fig. 8), de la expresión (14) se deduce que la fuerza \vec{F} que actúa sobre este conductor tiene un módulo F cuyo valor es

$$F = B i L \quad (15)$$

y cuyo sentido se puede determinar por la *regla de la mano izquierda* (Fig. 9). En efecto, si se colocan los dedos pulgar, índice y corazón de la mano izquierda en tres direcciones en el espacio perpendiculares entre sí, dichos dedos indican, respectivamente, los sentidos de la fuerza \vec{F} , de la inducción magnética \vec{B} y de la corriente i . Para acordarse del significado de cada dedo se puede usar la regla mnemotécnica del **FBI**:

F (Fuerza \vec{F}):	Pulgar
B (Inducción \vec{B})	Índice
I (Corriente i)	Medio

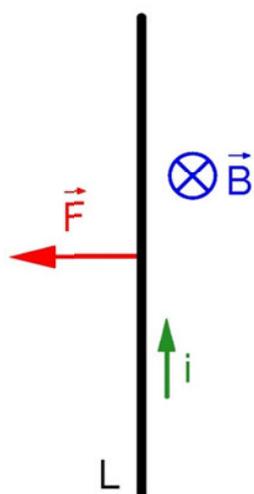


Fig. 8: Fuerza de Laplace sobre un conductor rectilíneo y perpendicular a la inducción magnética \vec{B} (la cuál en esta figura es un vector perpendicular al plano del papel y entrante a éste)

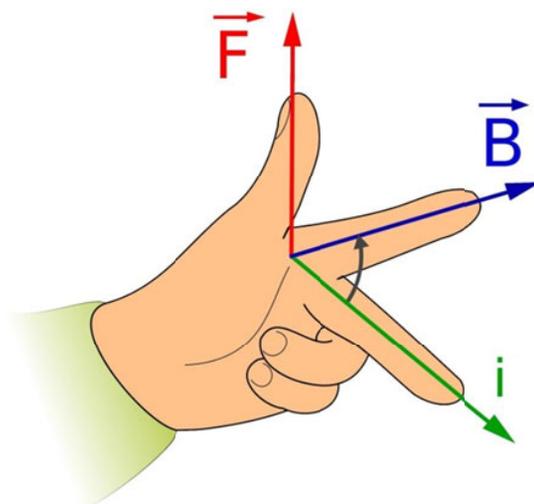


Fig. 9: Regla de la mano izquierda para determinar el sentido de la fuerza de Laplace. (Imagen modificada de la dibujada por J. F. Melero y que está disponible en Wikipedia Commons)

INDUCCIÓN ELECTROMAGNÉTICA. LEYES DE FARADAY Y DE LENZ

El fenómeno de la inducción electromagnética, descubierto por Faraday, consiste en que un campo magnético que varía en el tiempo da lugar a un campo eléctrico; lo cual conlleva que en un conductor sometido a la acción de un campo magnético variable en el tiempo aparezca una fuerza electromotriz (f.e.m.) que se puede aprovechar para generar una corriente eléctrica.

A continuación se va a analizar este fenómeno sobre una espira, una bobina o una fase y un conductor abierto.

F.e.m. inducida sobre una espira

Una espira es un conductor que forma una curva cerrada y que, como se mostró en un apartado anterior (Fig. 2), tiene un flujo magnético igual al correspondiente a una superficie cualquiera que tenga dicha espira como contorno límite.

La **Ley de Faraday** indica que cuando el flujo magnético de una espira varía con el tiempo se induce sobre ella una fuerza electromotriz (f.e.m.) de valor igual a la derivada temporal de dicho flujo. El sentido de dicha f.e.m. viene dado por la **Ley de Lenz**: la f.e.m. inducida tiene un sentido tal que intenta dar lugar a una corriente que, a su vez, origina un campo magnético adicional que se opone a las variaciones de flujo que iniciaron todo este fenómeno.

La Ley de Faraday se puede escribir de dos maneras distintas según que se quiera trabajar con fuerzas electromotrices (f.e.m.s) o con fuerzas contraelectromotrices (f.c.e.m.s).

En el caso más frecuente de trabajar con la fuerza electromotriz, la Ley de Faraday para una espira es así

$$e = - \frac{d \Phi}{d t} \tag{16}$$

(e = f.e.m. de la espira)

Mientras que en el caso de trabajar con la fuerza contraelectromotriz, la Ley de Faraday para una espira es así:

$$e = + \frac{d \Phi}{d t} \tag{17}$$

(e = f.c.e.m. de la espira)

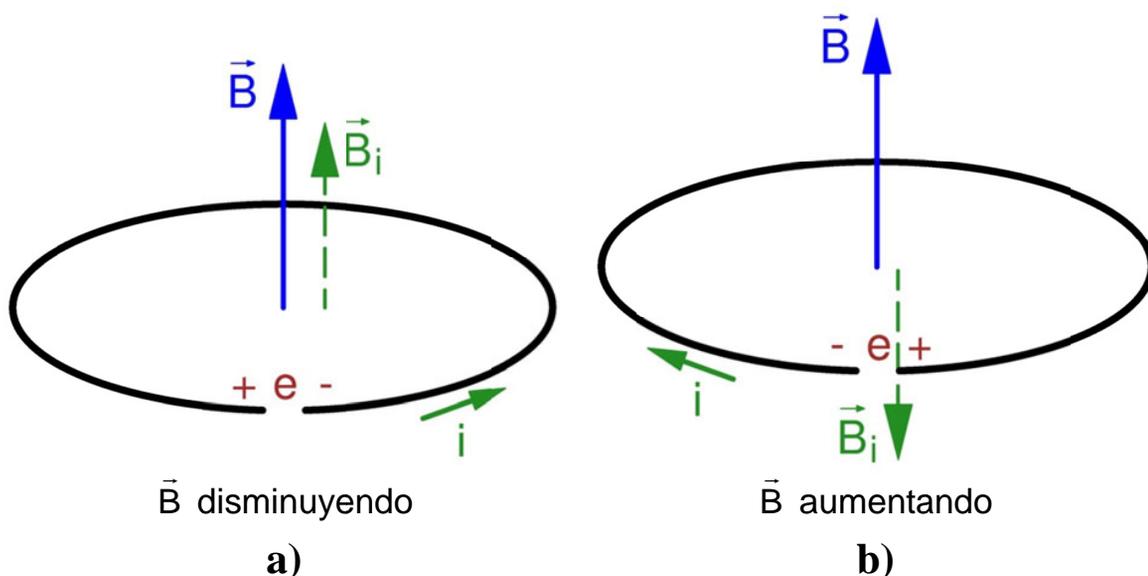


Fig. 10: Convenios de signos para la Ley de Faraday en una espira: a) F.e.m.; b) F.c.e.m.

La Fig. 10a representa el convenio de signos para la f.e.m. Supóngase una espira circular, que de momento supondremos perfectamente cerrada (sin el pequeño corte mostrado en la figura), atravesada por un campo magnético vertical orientado hacia arriba cuya inducción magnética \vec{B} varía en el tiempo. Esto hace que el flujo magnético Φ de la espira varíe en el tiempo e induzca sobre ella una fuerza electromotriz e que viene dada por la relación (16) que incluye un signo negativo.

En consecuencia, según esta relación (16) la f.e.m. e tendrá signo positivo cuando la derivada temporal del flujo sea negativa; es decir, cuando el flujo esté disminuyendo. Según la Ley de Lenz esta f.e.m. se opondrá a las variaciones de flujo que la originan y, por tanto, intentará que el flujo no disminuya procurando originar una corriente como la mostrada en la Fig. 10a que, según la regla del sacacorchos, crea una inducción \vec{B}_i que refuerza el flujo. En resumen, para una inducción magnética \vec{B} vertical orientada hacia arriba la f.e.m. inducida e será positiva cuando trata de crear una corriente que circula en sentido antihorario vista desde arriba (Fig. 10a).

Para analizar la polaridad de esta f.e.m. supóngase ahora que -como se muestra en la Fig. 10a- se ha hecho un pequeño corte en la espira. La f.e.m. tendrá el mismo valor que antes, pero no podrá circular corriente, a no ser que se cierre el circuito de la espira conectando los extremos del corte a un circuito exterior. De esta forma la espira pasa a actuar como un generador que alimenta al circuito exterior donde la corriente deberá circular desde la izquierda a la derecha del corte. De todo esto se deduce que el extremo izquierdo del corte tiene polaridad positiva y el extremo derecho tiene polaridad negativa (véase la Fig. 10a).

La Fig. 10b representa el convenio de signos para la f.c.e.m. Supóngase la misma espira de antes cuyo flujo magnético Φ varía en el tiempo debido a que la inducción magnética vertical \vec{B} también es variable. Esto provoca que se induzca sobre ella una fuerza contraelectromotriz e que viene dada por la relación (17).

En consecuencia, la f.c.e.m. e tendrá signo positivo cuando la derivada temporal del flujo sea positiva; es decir, cuando el flujo esté aumentando. Según la Ley de Lenz esta f.c.e.m. se opondrá a las variaciones de flujo que la originan y, por tanto, intentará que el flujo no aumente procurando originar una corriente como la mostrada en la Fig. 10b que crea una inducción \vec{B}_i que se opone al flujo. En resumen, para una inducción magnética \vec{B} vertical dirigida hacia arriba la f.c.e.m. inducida e será positiva cuando trata de crear una corriente que circula en sentido horario vista desde arriba (Fig. 10b).

Para analizar la polaridad de esta f.c.e.m. supóngase ahora que se ha hecho un pequeño corte en la espira (Fig. 10b). No podrá circular corriente a no ser que se cierre el circuito de la espira conectando los extremos del corte a un circuito exterior donde la corriente deberá circular desde la derecha hacia la izquierda del corte. Luego el extremo derecho del corte tiene polaridad positiva y el extremo izquierdo tiene polaridad negativa (Fig. 10b).

A partir de ahora sólo se va a razonar con fuerzas electromotrices. Es evidente que para el cálculo de fuerzas contraelectromotrices sólo habrá que cambiar el signo de e en las expresiones correspondientes.

Dado que el flujo magnético viene dado por la fórmula (1), sus variaciones en el tiempo pueden ser debidas a tres causas que pueden suceder aislada o conjuntamente:

- La inducción magnética \vec{B} es variable en el tiempo (como se ha supuesto en las Figs. 10a y 10b), lo cual hace que el flujo Φ también lo sea.
- La inducción magnética \vec{B} no varía en el tiempo, pero sí en el espacio y la espira está en movimiento. Esto da lugar a que en diferentes instantes de tiempo la espira esté situada en posiciones diferentes donde la inducción es distinta y, por lo tanto, origina diferentes valores de flujo Φ . Al final, el movimiento de la espira hace que existan variaciones temporales de flujo magnético.
- La espira cambia de forma con el tiempo por lo que se modifica su superficie y, consecuentemente, el flujo magnético abrazado por ella.

F.e.m. inducida sobre una bobina o sobre una fase de un devanado

Si tenemos una fase de un devanado constituida por una o varias ramas en paralelo de N espiras en serie, la f.e.m. total inducida en la fase será igual a la suma de las N f.e.m.s inducidas en las espiras de una rama:

$$e = e_1 + e_2 + \dots + e_N = - \left(\frac{d \Phi_1}{d t} + \frac{d \Phi_2}{d t} + \dots + \frac{d \Phi_N}{d t} \right)$$

Y, por lo tanto, recordando la definición de la magnitud enlaces de flujo ψ , dada por la expresión (3), se llega finalmente a este resultado:

$$e = - \left(\frac{d \Phi_1}{d t} + \frac{d \Phi_2}{d t} + \dots + \frac{d \Phi_N}{d t} \right) = - \frac{d \psi}{d t}$$

$$e = - \frac{d \psi}{d t} \quad (18)$$

(e = f.e.m.)

La expresión (18) también es válida para una bobina y constituye una forma más general de la Ley de Faraday que la relación (16), la cual sólo vale para una espira.

En el caso de aplicar la expresión anterior a un bobinado concentrado, cuyas espiras tienen todas el mismo flujo Φ y que, por lo tanto, cumple la relación (4), se obtiene esta relación menos general que la (18):

Devanado concentrado

$$e = - N \frac{d \Phi}{d t} \quad (19)$$

(e = f.e.m.)

F.e.m. inducida sobre un conductor abierto en movimiento

En el caso de un conductor en movimiento en el seno de un campo magnético, la f.e.m. inducida sobre él se puede calcular aplicando la misma fórmula (16) que en una espira si el flujo magnético Φ se interpreta como el flujo barrido por el conductor en su movimiento. Luego, en un conductor en movimiento la f.e.m. inducida se puede obtener así:

$$e = - \frac{d \Phi}{d t} \quad (20)$$

(e = f.e.m. del conductor; Φ = Flujo barrido por el conductor en su movimiento)

En la Fig. 11 se muestra un conductor que se mueve hacia la derecha con una velocidad \vec{v} en el seno de un campo magnético con una inducción \vec{B} de dirección perpendicular al plano del papel y sentido entrante. Inicialmente el conductor está en la posición 1 y al cabo de un tiempo el conductor se ha movido y ocupa la posición 2. En este movimiento el conductor ha barrido el área sombreada S y el flujo correspondiente a esta área es el que se debe utilizar en la expresión (20).

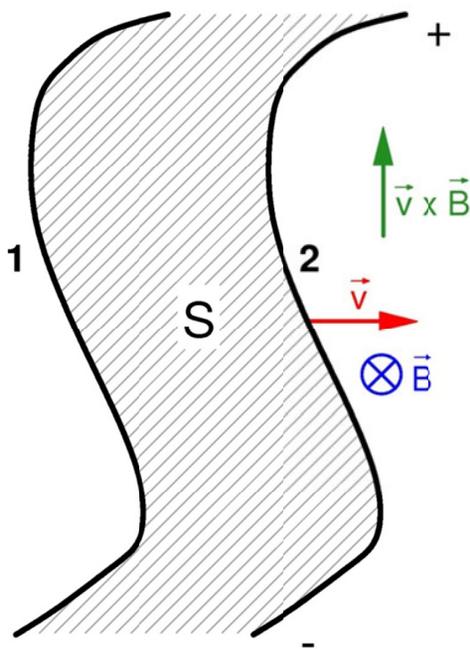


Fig. 11: F.e.m. inducida y flujo barrido por un conductor que se mueve a la derecha con la velocidad \vec{v} en el seno de un campo magnético cuya inducción \vec{B} es perpendicular al plano del papel y de sentido entrante.

Esta f.e.m. inducida se puede entender a partir la **Fuerza de Lorentz** que experimenta una carga eléctrica q que se mueve con velocidad \vec{v} en el seno de un campo magnético cuya inducción es \vec{B} :

$$\vec{F} = q (\vec{v} \times \vec{B}) \quad (21)$$

Por lo tanto, las cargas libres del conductor en movimiento de la Fig. 11 experimentarán una fuerza de dirección vertical (dirección del producto vectorial de \vec{v} por \vec{B}) que desplaza hacia arriba a las cargas positivas y hacia abajo a las negativas. Luego, el conductor quedará cargado positivamente en su extremo superior y negativamente en su extremo inferior.

En el caso particular (Fig. 12) de que el conductor sea rectilíneo, su longitud sea L , la inducción magnética \vec{B} a lo largo de todo el conductor tenga el mismo valor y sea perpendicular al mismo y la velocidad \vec{v} sea perpendicular tanto a la inducción \vec{B} como al conductor se puede deducir que la f.e.m. inducida sobre el conductor vale:

$$e = B L v \quad (22)$$

La polaridad de esta f.e.m. se puede determinar por la *regla de la mano derecha* (Fig. 13). En efecto, si se colocan los dedos pulgar, índice y corazón de la mano derecha en tres direcciones en el espacio perpendiculares entre sí, dichos dedos indican, respectivamente, los sentidos de la velocidad \vec{v} , de la inducción magnética \vec{B} y de la f.e.m. e (aceptando que la f.e.m. apunta hacia el lado del conductor con polaridad positiva).

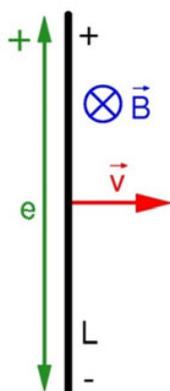


Fig. 12: F.e.m. inducida sobre un conductor rectilíneo que se mueve con la velocidad \vec{v} y es perpendicular a la inducción magnética \vec{B} (la cuál en esta figura es un vector perpendicular al plano del papel y entrante a éste)

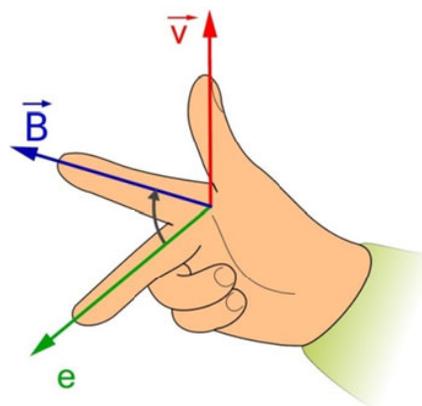


Fig. 13: Regla de la mano derecha para determinar el sentido de la f.e.m. inducida sobre un conductor en movimiento. (Imagen modificada de la dibujada por J. F. Melero y que está disponible en Wikipedia Commons)

Nótese que tanto en las reglas de la mano izquierda como de la mano derecha tenemos una magnitud mecánica (la fuerza \vec{F} o la velocidad \vec{v}), una magnitud magnética (la inducción magnética \vec{B}) y una magnitud eléctrica (la corriente i o la f.e.m. e). Por lo tanto podemos aplicar la regla mnemotécnica del **FBI** en ambos casos si para la mano derecha se interpreta la letra **F** como la magnitud mecánica (que en este caso es la velocidad \vec{v}) y la letra **I** como la magnitud eléctrica (que en este caso es la f.e.m. e). En la Tabla I se resume el uso de esta regla mnemotécnica.

Tabla I: Regla mnemotécnica del FBI

Letra	Dedo	Tipo de magnitud	Regla de la mano izquierda	Regla de la mano derecha
F	Pulgar	Mecánica	Fuerza (\vec{F})	Velocidad (\vec{v})
B	Índice	Magnética	Inducción (\vec{B})	Inducción (\vec{B})
I	Medio	Eléctrica	Corriente (i)	F.e.m. (e)

INDUCTANCIAS

La inductancia mutua es un parámetro que cuantifica la interacción magnética entre dos bobinas mientras que la autoinducción es otro parámetro que cuantifica el efecto del campo magnético creado por una bobina sobre sí misma. En el estudio de máquinas eléctricas se generalizan estos parámetros para aplicarlos, no a bobinas individuales, sino a fases de los bobinados (recordemos que una fase de un devanado, bobinado o arrollamiento es un conjunto de bobinas que están conectadas en serie o que están formando varias ramas idénticas conectadas en paralelo de manera que todas las bobinas están recorridas por corrientes de igual valor).

De esta manera, si una fase J de un devanado recorrida por la corriente i_J genera una inducción magnética que al actuar sobre otra fase K hace que ésta reciba un flujo concatenado o enlaces de flujo ψ_{KJ} (Fig. 14a), se denomina **inductancia mutua** o **coeficiente de inducción mutua** entre K y J a este coeficiente:

$$L_{KJ} = \frac{\psi_{KJ}}{i_J} \quad (23)$$

En el caso de que sea la misma fase K de un devanado, recorrida por la corriente i_K , la que genera la inducción magnética y la que origina sobre sí misma los enlaces de flujo ψ_K (Fig. 14b), se define otro coeficiente, análogo al anterior, denominado **inductancia propia**, **autoinductancia** o **coeficiente de autoinducción**:

$$L_K = \frac{\psi_K}{i_K} \quad (24)$$

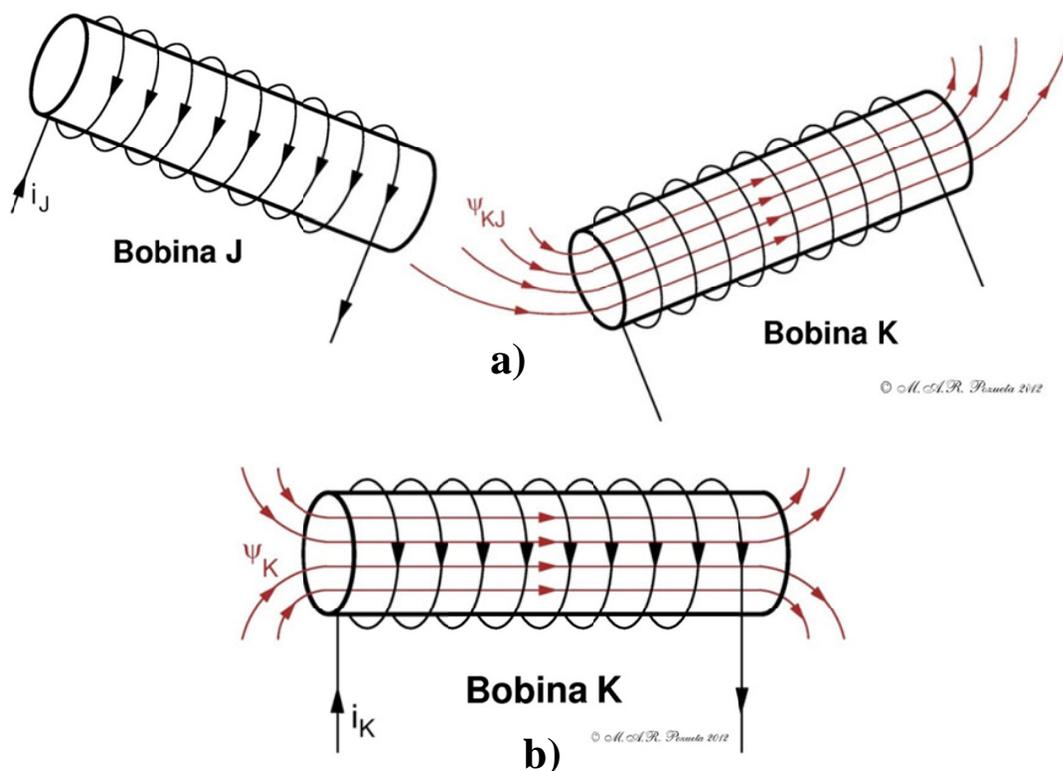


Fig. 14: Inducción mutua (a) y autoinducción (b) entre bobinas

En los medios magnéticos lineales (donde la permeabilidad magnética es constante) estos parámetros dependen sólo de la geometría del sistema. Si las fases de los devanados están situadas sobre un material ferromagnético (que es no lineal y, por consiguiente, su permeabilidad magnética no es constante), estos coeficientes dependen también del valor de las corrientes que circulen por los bobinados.

ENERGÍA ALMACENADA EN EL CAMPO MAGNÉTICO

Una zona del espacio en donde existe un campo magnético almacena una energía por unidad de volumen w_m de valor

$$w_m = \frac{\text{Energía magnética}}{\text{volumen}} = \frac{W_m}{\text{volumen}}$$

$$w_m = \int_0^B \vec{H} \cdot d\vec{B}$$

• = producto escalar

(25)

En la mayor parte de los casos prácticos sucede que los vectores \vec{B} y \vec{H} tienen la misma dirección (por ejemplo, en los medios homogéneos e isotrópicos), lo que hace que el producto escalar de la expresión anterior se convierta en un producto de módulos. En estos casos, si se dispone de la curva B-H (curva de imanación) del material (Fig. 15), la energía magnética almacenada por unidad de volumen w_m , para unos valores de B y de H dados por el punto P, es igual al área encerrada entre el eje de ordenadas y la curva (Fig. 15).

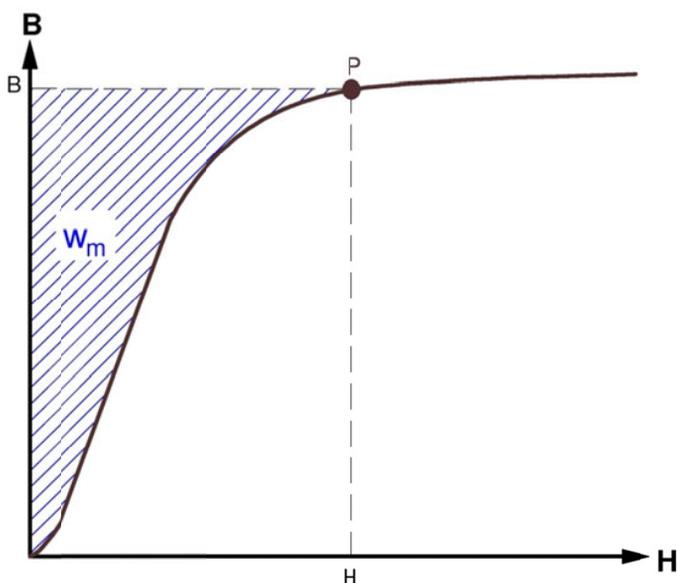


Fig. 15: Energía magnética almacenada por unidad de volumen w_m en un material ferromagnético.

En un medio homogéneo, isotrópico y lineal la permeabilidad magnética μ es constante, luego

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad \text{y} \quad \mu = \text{constante}$$

$$w_m = \int_0^B \vec{H} \cdot d\vec{B} = \int_0^B \frac{B}{\mu} dB$$

$$w_m = \frac{1}{2} \frac{B^2}{\mu} = \frac{1}{2} \mu H^2$$

(medio lineal)

(26)

En estos medios la curva B-H del material es una línea recta, por lo que la energía magnética por unidad de volumen w_m es igual al área representada en la Fig. 16.

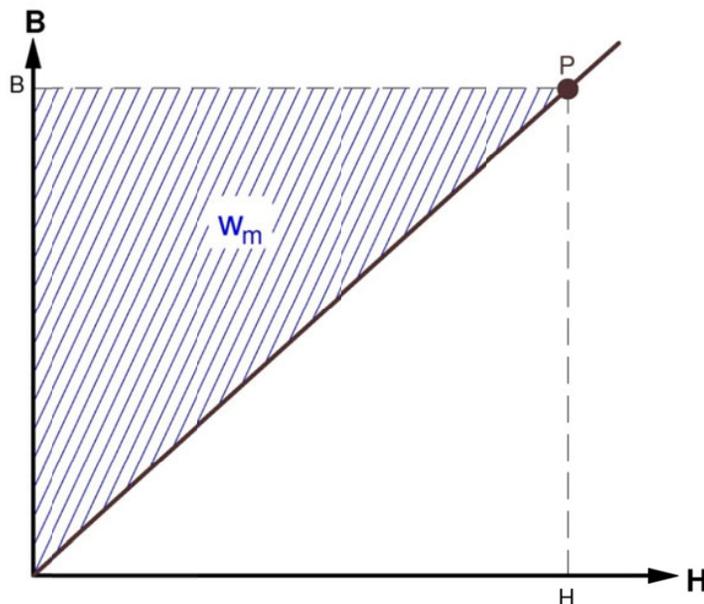


Fig. 16: Energía magnética almacenada por unidad de volumen w_m en un material lineal.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ALONSO, M. y FINN, E.J. 1995. *Física. Vol. II: Campos y ondas*. Delaware. U.S.A. Addison-Wesley Iberoamericana.
- [2] EVDOKIMOV, F.E. 1975. *Electricidad básica*. Barcelona. 1975. Editorial Gustavo Gili, S.A.
- [3] FEYNMAN, R.P., LEIGHTON, R.B. y SANDS, M. 1998. *Física. Vol. II: Electromagnetismo y materia*. Madrid. Pearson Education.
- [4] FRAILE MORA, J. 2008. *Electromagnetismo y circuitos magnéticos*. Madrid McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.
- [5] JILES, D. 1991. *Introduction to magnetism and magnetic materials*. Londres. Chapman & Hall.
- [6] KASATKIN, A.S., NEMTSOV, M.V. 1986. *Electrical Engineering*. Moscú. Mir Publishers.
- [7] LORRAIN, P.; CORSON, D.R. 1977. *Campos y ondas electromagnéticos*. Madrid. Selecciones científicas.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA



MATERIALES Y CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Doctor Ingeniero Industrial

MATERIALES Y CIRCUITOS MAGNÉTICOS**Miguel Ángel Rodríguez Pozueta****MATERIALES MAGNÉTICOS**

Un **campo magnético** es una zona del espacio que tiene la propiedad de que si se coloca una carga eléctrica en movimiento en uno de sus puntos sobre ella aparece una fuerza. Este campo vectorial se caracteriza por la magnitud **inducción magnética** \vec{B} que en el Sistema Internacional se mide en Teslas (T).

Un campo magnético puede ser originado por la presencia de otras cargas eléctricas en movimiento y también por la existencia de campos eléctricos variables en el tiempo. Al analizar las máquinas eléctricas nos referiremos exclusivamente a campos magnéticos creados sólo por cargas en movimiento, que normalmente van consistir en corrientes eléctricas circulando por conductores.

Las **líneas de inducción magnética** son líneas cerradas que son tangentes en cada uno de sus puntos al vector inducción magnética \vec{B} . La concentración de líneas de inducción en una zona del espacio es proporcional al valor de la inducción magnética en dicha zona.

Supongamos una zona del espacio donde no hay ningún medio material; es decir, estamos en el vacío. En esta zona existen cargas en movimiento y/o campos eléctricos variables que crean un campo magnético cuya inducción \vec{B} se puede calcular así:

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} \quad (0)$$

En esta expresión la **excitación magnética o intensidad magnetizante** \vec{H} es una magnitud que depende del valor de las causas que crean el campo magnético (corrientes y variaciones del campo eléctrico) y de su geometría, es independiente de las características del medio y en el Sistema Internacional se mide en Amperios/metro (A/m). Por otra parte, μ_0 es la **permeabilidad magnética del vacío**, que en el Sistema Internacional vale $4\pi \cdot 10^{-7}$ Henrios/metro (H/m).

Supongamos que ahora esta zona del espacio se rellena con un medio material manteniendo inalterables las causas del campo magnético y, por consiguiente, se conserva el valor de la intensidad magnetizante \vec{H} . Cada átomo de este medio material tiene electrones que giran sobre sí mismos y que recorren orbitas cerradas alrededor del núcleo. Estos movimientos de estas partículas cargadas originan efectos magnéticos que inicialmente están distribuidos al azar y se cancelan entre sí. Sin embargo, bajo la acción de un campo magnético externo los movimientos de los electrones se modifican y dan lugar a un efecto magnético resultante no nulo que modifica la inducción magnética \vec{B} con respecto a la que se obtendría en vacío. Este efecto magnético del medio material se cuantifica mediante la magnitud **magnetización o imanación** \vec{M} , de tal manera que ahora se cumple que

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (1)$$

En un medio homogéneo e isótropo se verifica lo siguiente:

$$\vec{M} = \chi_m \vec{H} \rightarrow \vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) = [\mu_0 (1 + \chi_m)] \vec{H}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \quad (2)$$

En la expresión anterior la **permeabilidad magnética absoluta** μ es un parámetro que representa la influencia de las propiedades magnéticas del medio sobre la inducción \vec{B} y que se puede expresar así:

$$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r = \mu_0 \cdot (1 + \chi_m)$$

$$\mu_r = 1 + \chi_m \quad (3)$$

En estas relaciones μ_r es un parámetro adimensional denominado **permeabilidad relativa** y χ_m es otro parámetro adimensional denominado **susceptibilidad magnética** que representa el efecto adicional de los electrones del medio material sobre la inducción magnética \vec{B} .

En los medios lineales los parámetros μ , μ_r y χ_m son constantes, mientras que en los medios no lineales estos parámetros son funciones de \vec{H} (y, por consiguiente, de \vec{B}).

Los materiales se pueden comportar de diferente manera frente a la acción de un campo magnético externo dando lugar a diferentes valores de μ , μ_r y de χ_m . Esto permite clasificar el comportamiento magnético de los materiales según el valor de estos parámetros. Así, tendremos materiales *diamagnéticos*, *paramagnéticos* y *ferromagnéticos* (Tabla I). Los materiales diamagnéticos y paramagnéticos se engloban en la denominación de materiales *amagnéticos*.

Tabla I: Clasificación de los materiales magnéticos

Tipos de material		μ		μ_r		χ_m
Amagnéticos	Diamagnéticos	$\mu \approx \mu_0$	$\mu < \mu_0$	$\mu_r \approx 1$	$\mu_r < 1$	del orden de -10^{-5}
	Paramagnéticos		$\mu > \mu_0$		$\mu_r > 1$	del orden de $+10^{-3}$
Ferromagnéticos		$\mu \gg \mu_0$		$\mu_r \gg 1$		de valor muy alto (entre 10^3 y 10^5)

Materiales diamagnéticos

En estos materiales cuando no hay campo magnético externo los efectos magnéticos de los electrones de cada átomo se anulan entre sí dando, pues, una resultante nula. Por lo tanto, inicialmente cada átomo es magnéticamente neutro. Al aplicar un campo magnético externo aparecen fuerzas sobre los electrones que modifican sus órbitas de forma que ahora dan un efecto resultante no nulo y de sentido opuesto al del campo magnético externo (luego, su susceptibilidad magnética χ_m es negativa). Ejemplos de estos materiales son: el bismuto, el oro, la plata y el cobre.

La permeabilidad magnética μ de uno de estos materiales es inferior a la del vacío μ_0 , pero la diferencia con respecto a esta es tan pequeña (χ_m es del orden de -10^{-5}) que se puede tomar de valor prácticamente igual a la del vacío. En consecuencia, la permeabilidad relativa μ_r de estos materiales es prácticamente igual a 1.

Materiales paramagnéticos

En estos materiales los efectos magnéticos de los electrones de cada átomo no se anulan entre sí y, en consecuencia, tanto los átomos como las moléculas tienen un efecto magnético neto. Sin embargo, si no hay campo magnético externo las moléculas se distribuyen al azar y sus efectos magnéticos se anulan entre sí, por lo que el material se muestra magnéticamente neutro.

Al aplicar un campo magnético externo aparecen fuerzas sobre las moléculas que tiende a orientarlas a favor del campo externo, de forma que ahora dan un efecto resultante no nulo y del mismo sentido que el del campo magnético externo (luego, su susceptibilidad magnética χ_m es positiva). Ejemplos de estos materiales son: el aluminio, el titanio y el magnesio.

A diferencia del diamagnetismo, que no depende de la temperatura, el paramagnetismo es inversamente proporcional a la temperatura. En efecto, las fuerzas magnéticas sobre las moléculas se ven reducidas cuando crece la agitación de las mismas al aumentar la temperatura.

La permeabilidad magnética μ de uno de estos materiales es superior a la del vacío μ_0 , pero la diferencia con respecto a esta es tan pequeña (χ_m es del orden de $+10^{-3}$) que se puede tomar de valor prácticamente igual a la del vacío.

Los materiales diamagnéticos y los materiales paramagnéticos se engloban bajo la denominación de **materiales amagnéticos**, en los que la permeabilidad magnética μ prácticamente es igual a la del vacío μ_0 . Por lo tanto, la permeabilidad relativa μ_r de estos materiales es prácticamente igual a 1.

Materiales ferromagnéticos

En estos materiales, debido a una serie de fenómenos cuánticos, los átomos próximos entre sí tienen sus efectos magnéticos alineados y constituyen un pequeño imán, denominado **dominio magnético**, en el que los efectos magnéticos de todos sus átomos se suman. Un dominio contiene entre 10^9 y 10^{15} átomos. Si no hay campo magnético externo, los dominios magnéticos del material se distribuyen al azar y éste se muestra magnéticamente neutro.

Al aplicar un campo magnético externo, los dominios del material ferromagnético se orientan de forma que suman sus efectos a los del campo exterior; en consecuencia, dan un efecto resultante no nulo y del mismo sentido que el del campo magnético externo. Este efecto es muy notable y aumenta en varios órdenes de magnitud la inducción magnética \vec{B} con respecto a la que se obtendría en vacío. Cuando desaparece el campo externo, algunos dominios siguen con la orientación que les impuso dicho campo externo y no vuelven a su

posición de partida. Entonces, el material genera un campo magnético neto por sí mismo (en ausencia de campo exterior) y tenemos, pues, un imán permanente.

Los materiales ferromagnéticos más habituales son: el hierro, el cobalto y el níquel.

El ferromagnetismo depende de la temperatura. Hay una temperatura, la **temperatura de Curie**, por encima de la cual el material deja de ser ferromagnético y se convierte en paramagnético. La temperatura de Curie para el hierro es de 770°C.

La permeabilidad magnética μ de estos materiales es muy superior a la del vacío μ_0 , tomando su permeabilidad relativa μ_r normalmente valores entre 2000 y 10000, aunque en algunas aleaciones puede alcanzar valores de 100000. Como se estudiará en los siguientes apartados, el comportamiento magnético de estos materiales no es lineal, por lo que su permeabilidad magnética μ no es constante y depende del valor de la intensidad magnetizante \vec{H} y de la historia previa del material.

La elevada permeabilidad magnética de estos materiales hace que se utilicen profusamente en los dispositivos -como las máquinas eléctricas- donde se requiera de un campo magnético intenso. Los materiales ferromagnéticos más empleados son el hierro y sus aleaciones.

CURVA DE IMANACIÓN

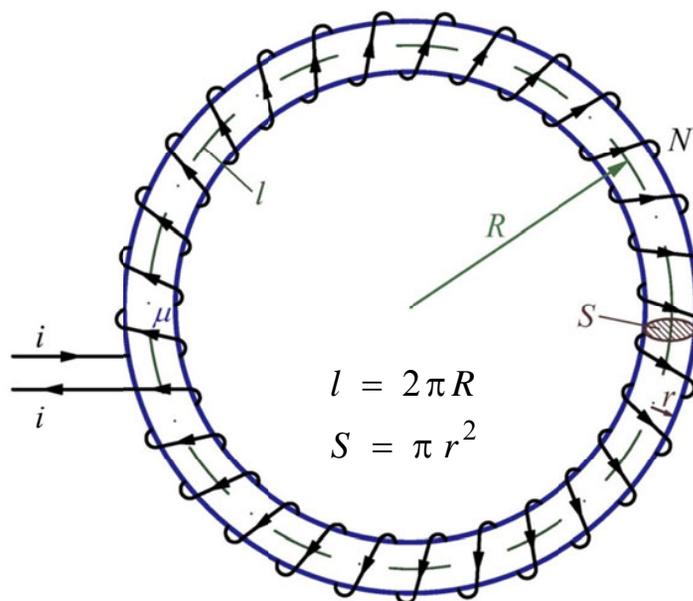


Fig. 1: Circuito magnético elemental

Supongamos una pieza -como la representada en la Fig. 1- en forma de toro y recubierta uniformemente por una bobina de N espiras en serie recorridas por la corriente i . Dada la simetría circular de la pieza, cualquier sección S del toro tiene el mismo campo magnético. Como, además, suponemos que el radio R de la circunferencia media del toro -cuya longitud es l - es mucho más grande que el radio r de la sección S del toro se puede aceptar que en la sección S la inducción magnética B es prácticamente uniforme. En efecto, por simetría, el campo sólo variará según la dirección radial, pero apenas hay variación de la distancia según dicha dirección, pues

$$R \gg r \rightarrow R + r \approx R - r \approx R$$

En resumen, en el interior de este toro tanto la inducción magnética \vec{B} como la intensidad magnetizante \vec{H} tienen el mismo valor en todos sus puntos y ambas tienen dirección tangencial. Aplicando el Teorema de Ampère a lo largo de la línea media l del toro se deduce que

$$\mathcal{F} = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_l H \cdot dl = H \cdot l = N \cdot i \rightarrow H = \frac{N}{l} i \quad (4)$$

(• = Producto escalar de vectores)

Es decir, que el valor H de la intensidad magnetizante depende linealmente de la corriente i de la bobina y se puede controlar H mediante i .

Supongamos también que el toro nunca había sido magnetizado anteriormente y que se va aumentando la corriente i progresivamente a partir de cero; lo que, según la relación (4), da lugar a que el valor H de la excitación también vaya aumentando desde cero. La **curva de imanación, de magnetización o de saturación** (Fig. 2) del material con que está construido el toro es una curva que representa la variación del valor B de la inducción magnética en función del valor H de la excitación o intensidad magnetizante.

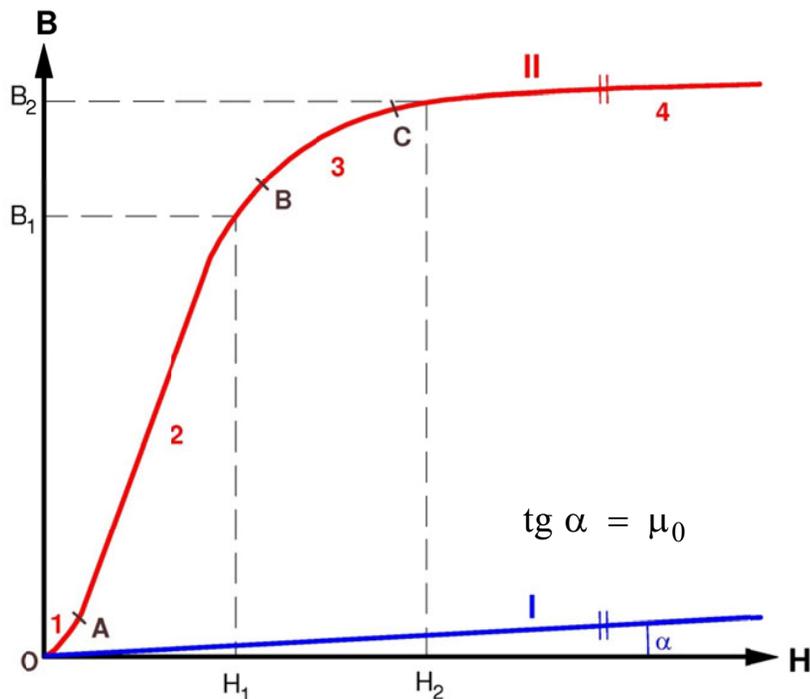


Fig. 2: Curvas de magnetización de un material amagnético I y de un material ferromagnético II.

Si el material con que está construido el toro es amagnético su permeabilidad magnética μ es constante y es prácticamente igual a la de vacío μ_0 . Por consiguiente, de acuerdo con la expresión (2), la relación entre B y H es lineal y la curva de magnetización es una recta cuya pendiente es μ_0 . Esta recta es la curva I de la Fig. 2, en la que se verifica que $\text{tg } \alpha = \mu_0$.

Si el material con que está construido el toro es ferromagnético la curva de magnetización no es recta y tiene la forma de la curva II de la Fig. 2. En esta curva se pueden distinguir varias zonas:

- **Zona parabólica:** Esta zona es muy pequeña, tiene forma parabólica y es la señalada como 1 (comprendida entre los puntos O y A) en la Fig. 2. Al empezar a magnetizar el material ferromagnético, aquellos dominios que inicialmente ya estaban orientados a favor del campo magnético externo empiezan a crecer a costa de los dominios próximos que no estaban orientados favorablemente. Esto refuerza el campo magnético de forma que la inducción B toma valores superiores a los que tendría en el vacío. Este fenómeno es reversible y si, antes de superar el punto A, desaparece la excitación H los dominios vuelven a su estado inicial.
- **Zona lineal:** Esta zona es recta y está señalada como 2 (comprendida entre los puntos A y B) en la Fig. 2. Si a partir del punto A se sigue aumentando la excitación H los dominios orientados a favor del campo exterior continúan aumentando su tamaño, pero su crecimiento no es totalmente reversible. Muchas veces se despreja la zona parabólica y se acepta que entre los puntos O y B la inducción aumenta linealmente con la excitación H y la permeabilidad magnética μ es constante con un valor muy superior a la de vacío μ_0 .
- **Codo:** Esta zona es curva y está señalada como 3 (comprendida entre los puntos B y C) en la Fig. 2. Si a partir del punto B se sigue aumentando la excitación H, además de que los dominios orientados a favor del campo exterior continúan aumentando su tamaño, se producen rotaciones bruscas de los demás dominios para orientarse a favor del campo magnético externo. Las rotaciones de los dominios son irreversibles y permanecen aunque se anule el valor de la intensidad magnetizante H.
- **Zona saturada:** Esta zona es lineal y está señalada como 4 (a partir del punto C) en la Fig. 2. En esta zona el material ferromagnético se ha saturado, pues a partir del punto C todos sus dominios están orientados a favor del campo magnético exterior y el material es incapaz de añadir más magnetización adicional al campo externo. Por lo tanto, el aumento de la inducción B en esta zona es similar a la que sucede en vacío (o en un material amagnético (curva I)) y por esta razón esta zona de la curva es igual a una recta paralela a la línea I.

Dado que la curva de magnetización de un material ferromagnético no es lineal, sucede que la permeabilidad magnética μ -igual al cociente entre B y H- no es constante y varía en función de H. Sólo para valores pequeños de la excitación H, cuando aún no se ha superado el punto B y el material todavía está en la zona lineal, la permeabilidad magnética permanece constante. Pero, a partir de dicho punto B la inducción magnética aumenta cada vez más lentamente con H y la permeabilidad magnética μ va disminuyendo a medida que aumenta la intensidad magnetizante H. En la Fig. 2 se puede apreciar esta no linealidad de la curva de magnetización observando como para una excitación H_2 , ya dentro de la zona saturada, de doble valor que H_1 se obtiene una inducción B_2 apreciablemente menor que el doble de B_1 .

HISTÉRESIS MAGNÉTICA

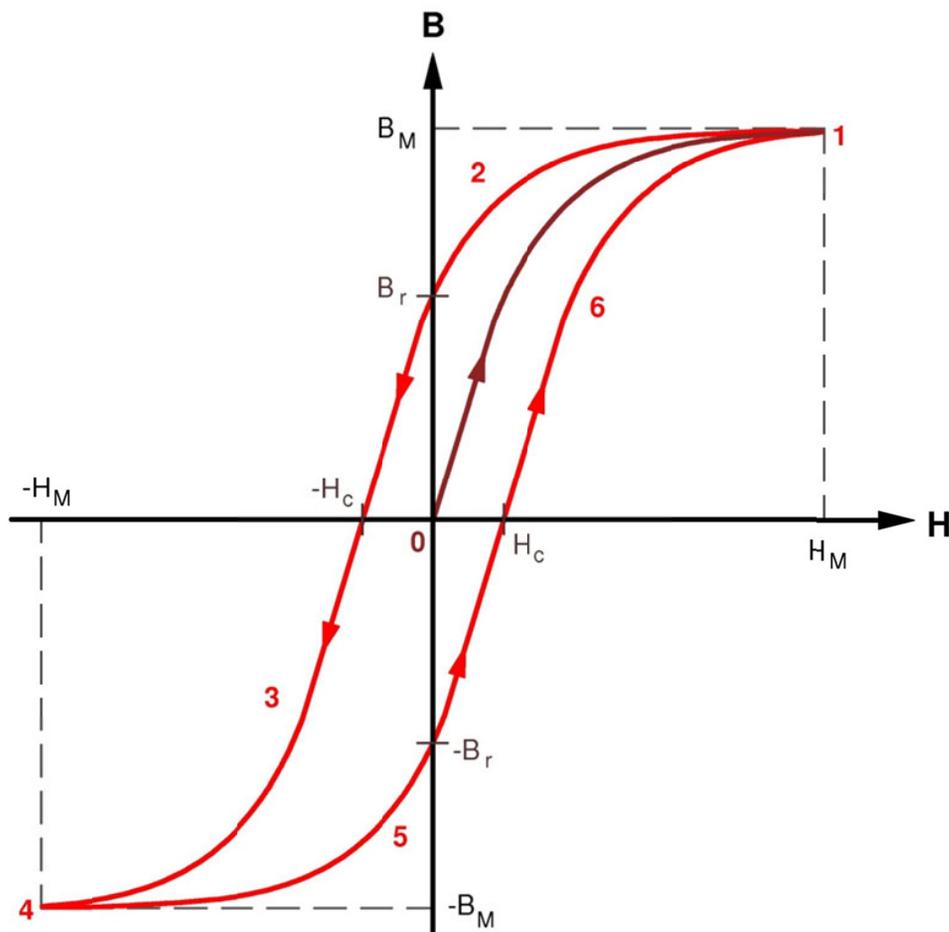


Fig. 3: Ciclo de histéresis de un material ferromagnético

Supongamos ahora que en el toro de la Fig. 1 la corriente i que circula por la bobina varía de forma cíclica entre los valores I_M y $-I_M$, lo que da lugar a que la excitación magnética varíe entre H_M y $-H_M$. Si el material nunca había estado magnetizado con anterioridad, inicialmente -mientras la excitación aumenta su valor de 0 a H_M - su comportamiento está reflejado por la curva 0-1 de la Fig. 3 que es similar a la curva de imanación II de la Fig. 2. En el punto 1 tanto la intensidad magnetizante H como la inducción magnética B alcanzan sus máximos valores, H_M y B_M , respectivamente.

Una vez que la excitación H ha alcanzado su máximo valor H_M en el punto 1 y empieza a disminuir, resulta que los dominios -que habían ido aumentando de tamaño y orientándose a favor del campo magnético exterior en el tramo 0-1- les cuesta abandonar este nuevo estado, por lo que al disminuir la excitación H el material muestra una inducción B mayor que en el tramo 0-1 y ahora sigue la curva 2 de la Fig. 3. En el momento que la intensidad magnetizante H se anula, algunos dominios todavía conservan su orientación favorable al campo que había habido anteriormente y aparece una inducción B_r , denominada *magnetismo o inducción remanente*. Para anular este magnetismo remanente es preciso introducir una excitación de signo negativo, cuyo módulo H_c se llama *campo coercitivo*.

Si ahora variamos la excitación desde $-H_c$ hasta $-H_M$, es decir, aumentando el valor de H en sentido negativo, los dominios siguen manteniendo su querencia por seguir la orientación positiva que habían tenido anteriormente y les cuesta orientarse en sentido negativo. Por lo tanto, el material evoluciona siguiendo la curva 3 de la Fig. 3 hasta llegar al punto 4, simétrico del punto 1, donde la excitación vale $-H_M$ y la inducción vale $-B_M$.

Seguidamente, se disminuye el valor de la intensidad magnetizante H en sentido negativo, pero los dominios quieren conservar su orientación negativa que habían adquirido en la curva 3. Esto hace que ahora la inducción magnética B tome valores inferiores a los de la curva 3 y el material siga la curva 5. En el momento que la intensidad magnetizante se anula, algunos dominios todavía conservan su orientación negativa y aparece una inducción remanente $-B_r$, del mismo valor absoluto y signo opuesto que la correspondiente de la curva 2. Para anular esta inducción remanente negativa es preciso introducir un campo coercitivo positivo H_c , del mismo valor absoluto y signo contrario al que inicia la curva 3.

Si ahora variamos la excitación desde H_c hasta H_M , es decir, aumentando el valor de H en sentido positivo, los dominios quieren mantener la orientación negativa que habían tenido anteriormente y les cuesta orientarse en sentido positivo. Así pues, el material evoluciona siguiendo la curva 6 de la Fig. 3 y llegará otra vez al punto 1.

Una vez que la excitación H ha alcanzado su máximo valor H_M en el punto 1 y empieza a disminuir, el material vuelve a seguir la curva 2 y se repite otra vez todo el proceso descrito anteriormente.

En resumen, durante la primera magnetización el material sigue la curva 0-1, pero después, a medida que la intensidad magnetizante varía periódicamente entre H_M y $-H_M$, el material describe una y otra vez el ciclo 1-2-3-4-5-6-1 de la Fig. 3. Este fenómeno se denomina **histéresis magnética** y el ciclo de la Fig. 3 es el **ciclo de histéresis** de un material ferromagnético.

La histéresis hace que el valor de la inducción B correspondiente a una excitación H no sea único, sino que dependa de los estados magnéticos que ha tenido anteriormente.

Los materiales ferromagnéticos con mucha histéresis se denominan **duros** y los que tienen poca histéresis se denominan **blandos** o **dulces**. Los materiales ferromagnéticos duros, con un magnetismo remanente B_r elevado y que son capaces de mantenerlo porque su campo coercitivo H_c es alto, permiten la fabricación de imanes permanentes. Los materiales ferromagnéticos blandos tienen mayor permeabilidad y se usan para canalizar el flujo en los circuitos magnéticos que se describirán el siguiente apartado de este texto.

El fenómeno de histéresis se produce siempre que haya variaciones de la excitación magnética H , aunque no sea entre dos valores simétricos $+H_M$ y $-H_M$ suficientemente altos como para llevar el material a la saturación, que es el caso estudiado hasta ahora y al que se refiere la Fig. 3. La variación de la excitación magnética entre dos valores H_1 y H_2 -de menor valor absoluto que H_M - provoca la aparición de un ciclo de histéresis local interno al ciclo principal de la Fig. 3.

CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Un conjunto de líneas de campo magnético que delimitan una superficie cerrada por cuyas paredes laterales no pasa ningún flujo y que por su interior conduce un flujo Φ constituyen un *circuito magnético*. Físicamente un circuito magnético se materializa en una canalización para las líneas de campo realizada íntegramente o en gran medida con material ferromagnético.

En efecto, la alta permeabilidad μ de los materiales ferromagnéticos hace que las líneas de campo circulen preferentemente por dichos materiales y esto permite canalizar el flujo magnético a través de ellos.

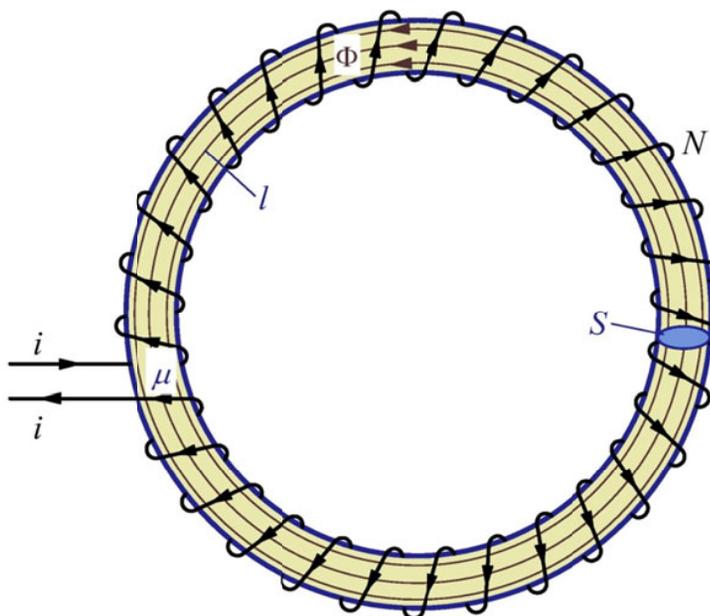


Fig. 4: Circuito magnético en forma de toro

Consideremos el circuito magnético en forma de toro, que ya se representó en la Fig. 1, cuyas líneas de campo en su interior son circunferencias concéntricas, como se aprecia en la Fig. 4. Como ya se indicó en el apartado dedicado a la curva de imanación, la inducción B es prácticamente constante en todos los puntos del toro y está relacionada con la excitación H por medio de la permeabilidad μ (ecuación (2)). Además, al aplicar el Teorema de Ampère sobre la circunferencia media, cuya longitud es l , se obtiene la relación (4). A partir de todo esto se deduce que:

$$\Phi = \iint_S \vec{B} \cdot d\vec{S} = \iint_S B \cdot dS = B \cdot S \rightarrow B = \frac{\Phi}{S}$$

$$\vec{B} = \mu \vec{H} \rightarrow B = \mu H \rightarrow H = \frac{B}{\mu} = \frac{\Phi}{\mu S}$$

$$\mathcal{F} = N \cdot i = \oint_l \vec{H} \cdot d\vec{l} = \oint_l H \cdot dl = H \cdot l = \frac{l}{\mu S} \Phi \rightarrow \mathcal{F} = H \cdot l = \mathcal{R} \cdot \Phi \quad (5a)$$

Por lo tanto, se deduce que en los circuitos magnéticos se cumple la **Ley de Hopkinson**

$$\mathcal{F} = \mathcal{R} \cdot \Phi \quad (5b)$$

Donde \mathcal{F} es la **fuerza magnetomotriz** (f.m.m.) y \mathcal{R} es la **reluctancia** del circuito magnético.

Si, como sucede en el toro de las Figs. 1 y 4, el circuito magnético presenta una sección uniforme S , tiene una longitud media l y está construido por un material homogéneo de permeabilidad magnética absoluta μ , su reluctancia \mathcal{R} se calcula así:

$$\mathcal{R} = \frac{l}{\mu S} \quad (6)$$

La fuerza magnetomotriz \mathcal{F} del circuito magnético de la Fig. 4 vale

$$\mathcal{F} = N \cdot i \quad (7)$$

Donde N es el número de espiras de la bobina e i es la corriente que circula por ella (Figs. 1 y 4).

Se denomina **permeancia** Λ a la inversa de la reluctancia. Luego, de las expresiones anteriores se deduce que

$$\Lambda = \frac{1}{\mathcal{R}} = \mu \frac{S}{l} \quad (8)$$

$$\mathcal{F} = \frac{\Phi}{\Lambda} \rightarrow \Phi = \mathcal{F} \cdot \Lambda$$

En el Sistema Internacional \mathcal{F} se mide en Amperios (A) o Amperios-vuelta (Av), Φ en Webers (Wb), Λ en Henrios (H) y \mathcal{R} en Henrios⁻¹ (H⁻¹).

El hecho de que la permeabilidad μ de los materiales ferromagnéticos no sea constante hace que la reluctancia \mathcal{R} de las piezas fabricadas con estos materiales tampoco lo sea, sino que dependa del flujo magnético que la atraviesa (y de su historia previa, a no ser que se desprece el fenómeno de la histéresis magnética). Por lo tanto, la aplicación de la Ley de Hopkinson (5b) requiere de un proceso iterativo en el que se parte de un valor supuesto para μ , se calcula mediante (6) la reluctancia \mathcal{R} correspondiente y se determinan el flujo Φ mediante (5b) y la inducción B por cociente del flujo Φ entre la sección S . Seguidamente se obtiene el valor de la permeabilidad μ que corresponde a dicha inducción y se vuelve a iniciar el cálculo con este nuevo valor de μ . Y así sucesivamente hasta que en un paso de la iteración el valor final y el supuesto inicialmente para μ difieran en menos de un error preestablecido.

Si en su recorrido las líneas de campo de un circuito magnético se encuentran con zonas de diferentes propiedades magnéticas y/o geometría (circuito magnético *serie*), la reluctancia total del circuito magnético se puede descomponer en las reluctancias parciales de estas zonas, de forma que la reluctancia total es igual a la suma de las reluctancias parciales (Fig. 5).

Muchas veces las líneas de inducción cerradas que definen un circuito magnético, el cual encierra un flujo total, se pueden agrupar formando circuitos magnéticos parciales. Cada uno de estos circuitos parciales tiene un recorrido cerrado, utiliza una parte de las líneas de campo totales y conduce sólo una parte del flujo total, de forma que la suma de los flujos de todos los circuitos magnéticos parciales es igual al flujo total. En este caso los circuitos parciales están en *paralelo* y la permeancia total es igual a la suma de las permeancias de los circuitos magnéticos parciales (Fig. 6).

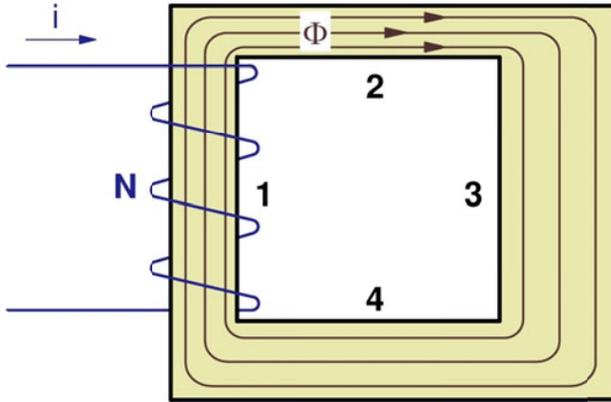


Fig. 5: Circuito magnético con una ventana compuesta de cuatro ramas en serie (1, 2, 3 y 4).

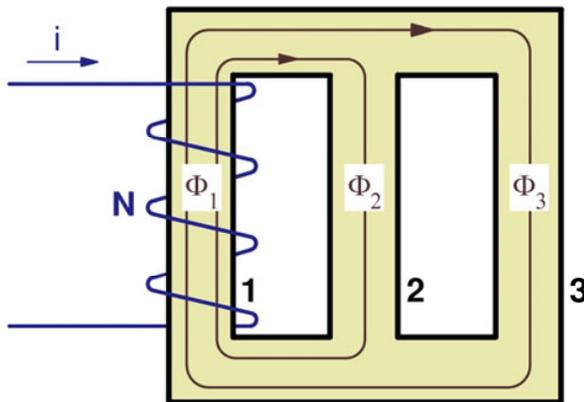


Fig. 6: Circuito magnético con dos ventanas. Las ramas 2 y 3 están en paralelo de forma que el flujo de la rama 1 (el flujo total) se descompone en los de las ramas 2 y 3.

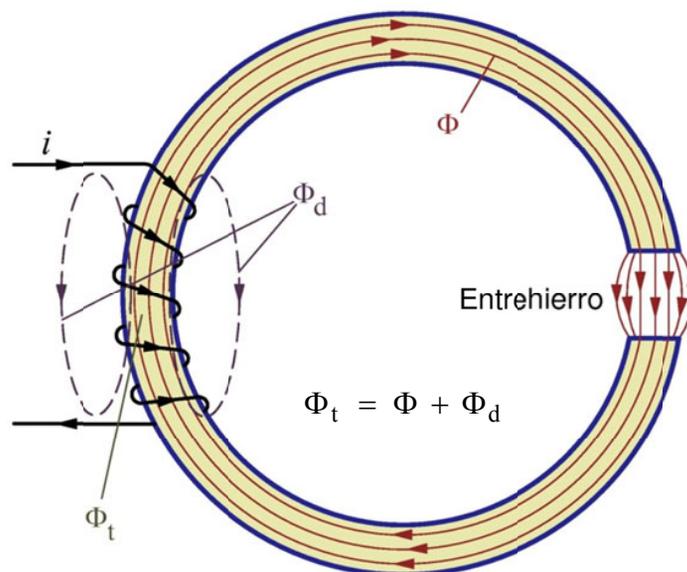


Fig. 7: Circuito magnético con un entrehierro en el que se muestran el flujo total Φ_t, el flujo útil Φ y el flujo de dispersión Φ_d.

Aunque la elevada permeabilidad magnética de los materiales ferromagnéticos hace que la mayor parte de las líneas de campo queden conducidas por los circuitos magnéticos realizados con dichos materiales, el aire y, en general, los materiales amagnéticos no actúan de “aislantes magnéticos” y una pequeña parte de las líneas de inducción se “escapan” del circuito magnético y circulan por fuera de él. Por lo tanto, además del **flujo útil**, que es el que se ha representado en la Fig. 4 y que denominaremos Φ (en algunos textos este flujo se representa también por Φ_u), existe un flujo asociado a las líneas de campo que se escapan del circuito magnético, el cual se denomina **flujo de dispersión o de fugas** Φ_d (en muchos textos este flujo se representa también por Φ_σ o por Φ_l). Estos dos flujos se han representado en la Fig. 7 y, evidentemente, el **flujo total** Φ_t originado por las bobinas del circuito magnético es la suma de ambos:

$$\Phi_t = \Phi + \Phi_d \quad (9)$$

El **coeficiente de dispersión o de Hopkinson** ν es un parámetro que toma valores comprendidos entre 1,1 y 1,3 y que se define mediante esta relación:

$$\nu = \frac{\Phi_t}{\Phi} = \frac{\Phi + \Phi_d}{\Phi} = 1 + \frac{\Phi_d}{\Phi}$$

$$\Phi_t = \nu \Phi \quad (10)$$

Como se muestra en la Fig. 7 hay veces que es preciso incluir una pequeña parte de material amagnético dentro de un circuito magnético, la cual se denomina **entrehierro**. Normalmente los entrehierros están formados por aire. Las líneas de campo en su paso por un entrehierro sufren una expansión (Fig. 7) que aumenta la sección a través de la cual circula el flujo magnético. En este texto, salvo que se indique lo contrario, se despreciará esta expansión y se supondrá que la sección por la que pasa el flujo en el entrehierro es la misma que en el material ferromagnético.

El circuito magnético de la Fig. 7 es un circuito magnético serie, pues en él están en serie el entrehierro y el resto del circuito que está fabricado con material ferromagnético. Por lo tanto, la reluctancia total del circuito magnético es la suma de las reluctancias del entrehierro y de la parte de material ferromagnético. Dado que la permeabilidad de los materiales ferromagnéticos es mucho mayor que la de los materiales amagnéticos, a poca longitud que tenga el entrehierro (ver la relación (6)) su reluctancia es mucho mayor que la del material ferromagnético y es preponderante. Por este motivo, en una primera aproximación se suele despreciar la reluctancia de las piezas de material ferromagnético y analizar estos circuitos magnéticos empleando solamente la reluctancia de los entrehierros.

PÉRDIDAS MAGNÉTICAS

Introducción

Cuando un material ferromagnético se ve sometido a la acción de un campo variable en el tiempo, en su interior se producen unos fenómenos físicos que conllevan un gasto de energía que finalmente se acaba convirtiendo en calor. La potencia correspondiente a dicha energía es lo que se denomina **pérdidas magnéticas**.

En un circuito magnético, como el representado en la Fig. 4, la potencia que se disipa en el material ferromagnético no puede salir de la nada, debe tener un origen. En este caso, esta energía debe ser suministrada por la red eléctrica que alimenta a la/s bobina/s del circuito magnético y que originan un campo variable en el tiempo.

En las máquinas eléctricas es muy frecuente que la variación temporal de la excitación magnética no se deba a que el campo magnético que tiene la máquina sea variable, sino a que la pieza de material ferromagnético está girando y en su movimiento pasa sucesivamente frente polos magnéticos de signo contrario. Esto hace que la pieza ferromagnética en su movimiento se vea sometida a una excitación variable. En este caso la potencia que se va a disipar en forma de pérdidas magnéticas procede de la potencia mecánica introducida por el eje de la máquina, la cual hace girar a la pieza ferromagnética.

Es preciso insistir que las pérdidas magnéticas sólo existen cuando el material ferromagnético “ve” variar en el tiempo al campo que la afecta. Cuando la pieza está sometida a la acción de un campo magnético constante, dichas pérdidas no se producen.

Las pérdidas magnéticas son debidas al fenómeno de la histéresis y a las corrientes parásitas o corrientes de Foucault.

Pérdidas por histéresis

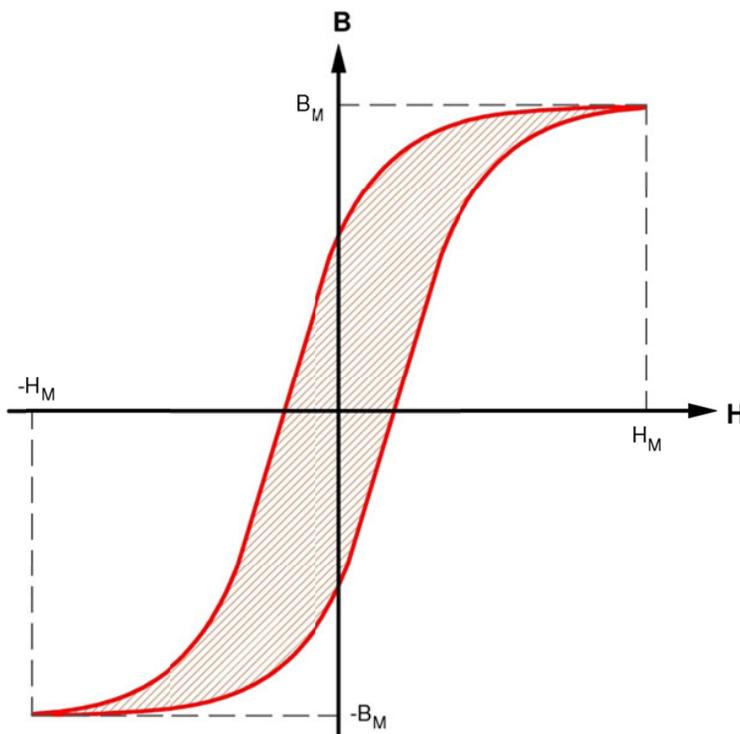


Fig. 8: Las pérdidas por histéresis son proporcionales al área encerrada dentro del ciclo de histéresis

Los cambios de tamaño y las rotaciones de los dominios magnéticos que se producen continuamente en el interior de un material ferromagnético sometido a una excitación magnética variable conllevan el gasto de una energía debido al fenómeno de la histéresis magnética. Esta energía finalmente se acaba transformando en calor y se puede demostrar que su valor durante un ciclo y por unidad de volumen de material ferromagnético es igual al área encerrada dentro del ciclo de histéresis (Fig. 8).

Por consiguiente, si la excitación magnética está variando de forma periódica con un periodo de T segundos (s), lo que equivale a una frecuencia f de $1/T$ Hercios (Hz), la potencia perdida por histéresis en una pieza de material ferromagnético de volumen V_{Fe} vale

$$P_H = \frac{V_{Fe} \cdot \text{Área del ciclo}}{T} = V_{Fe} \cdot \text{Área del ciclo} \cdot f \quad (11)$$

Esta expresión no depende de la forma en como varía la excitación en el tiempo, sino sólo de su frecuencia, del volumen del material ferromagnético y de sus propiedades magnéticas (de las que depende el área de su ciclo de histéresis).

La **fórmula de Steinmetz** es una relación empírica que permite obtener las pérdidas por histéresis de una pieza de material ferromagnético:

$$P_H = V_{Fe} \cdot k_H \cdot B_M^\alpha \cdot f \quad (12)$$

El *coeficiente de Steinmetz* k_H y el *exponente de Steinmetz* α dependen del material ferromagnético y se obtienen experimentalmente. α toma valores entre 1,5 y 2,5, siendo 1,6 su valor más habitual. En el acero al silicio k_H toma valores entre 100 y 200.

Pérdidas por corrientes de Foucault

Los materiales ferromagnéticos son metales y, por consiguiente, son conductores eléctricos. Por lo tanto, cuando se ven sometidos a un flujo variable en el tiempo se inducen fuerzas electromotrices (f.e.m.s) en ellos que dan lugar a la circulación de corrientes por su interior (Fig. 9a). Estas corrientes inducidas en la masa del material ferromagnético se denominan **corrientes parásitas** o **corrientes de Foucault** (*eddy currents* en inglés).

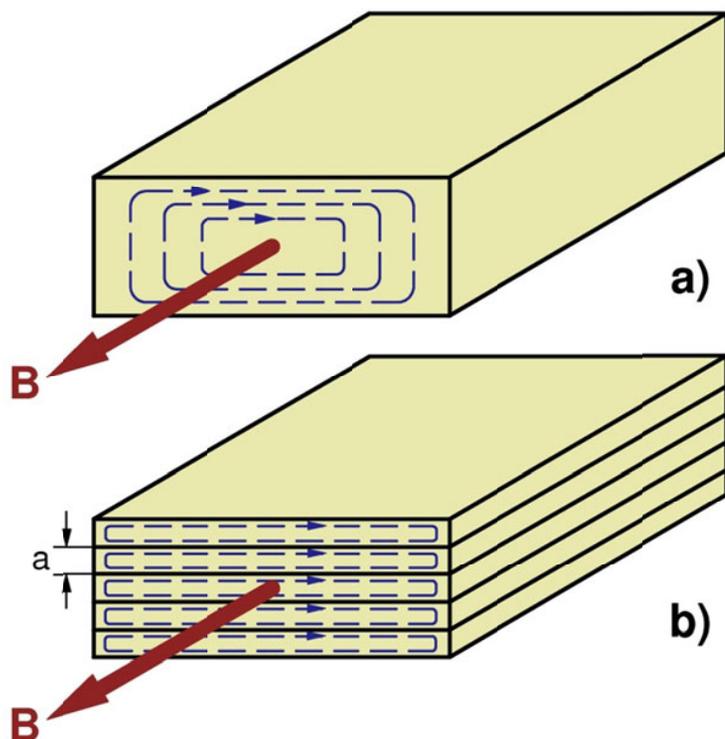


Fig. 9: Corrientes de Foucault inducidas en una pieza de material ferromagnético:
a) maciza
b) fabricada mediante chapas delgadas de espesor "a" y aisladas entre sí.

El material ferromagnético presenta una resistencia eléctrica, por lo que la circulación de las corrientes de Foucault da lugar a unas pérdidas por efecto Joule (del tipo RI^2). Para reducir estas pérdidas se aumenta la resistencia que presentan las piezas de material ferromagnéticos construyéndolas no macizas, sino mediante el apilamiento de chapas delgadas, aisladas entre sí y colocadas de tal manera que su plano sea paralelo al campo magnético (Fig. 9b). Esto obliga a que las corrientes de Foucault deban hacer su recorrido a través de una sección muy estrecha de material y, por lo tanto, se encuentren con una resistencia alta que reduce el valor de dichas corrientes (nótese que, dado que estas pérdidas son del tipo RI^2 , el aumento de resistencia es menor que la disminución del cuadrado de la corriente y se consigue reducir las pérdidas).

Supongamos la situación representada en la Fig. 9b de un campo magnético variable atravesando un paquete de chapas de material ferromagnético y que la inducción magnética B varía de forma sinusoidal:

$$B = B_M \cos(\omega t) = B_M \cos(2\pi f t) \quad (13)$$

Se puede demostrar que las pérdidas por corrientes de Foucault se pueden calcular así:

$$P_F = V_{Fe} \cdot k_F \cdot a^2 \cdot \sigma \cdot B_M^2 \cdot f^2 \quad (14)$$

Las magnitudes que aparecen en la expresión anterior son:

- V_{Fe} Volumen del material ferromagnético
- k_F Coeficiente que para bajas frecuencias vale $\pi^2/6$
- a Espesor de las chapas de material ferromagnético
- σ Conductividad eléctrica (inversa de la resistividad) del material ferromagnético
- B_M Valor máximo de la inducción magnética (ver la relación (13))
- f Frecuencia de la variación de B (ver la relación (13))

Pérdidas magnéticas totales

Las *pérdidas magnéticas totales* o *pérdidas en el hierro* de una pieza de material ferromagnético es igual a la suma de las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault:

$$P_{Fe} = P_H + P_F = V_{Fe} \cdot (k_H B_M^\alpha f + k_F a^2 \sigma B_M^2 f^2) \quad (15)$$

Nótese que para una pieza ya construida -en la que, por lo tanto, están fijados los valores de V_{Fe} , k_H , α , k_F , a y σ - sucede que las pérdidas en el hierro P_{Fe} dependen sólo de la frecuencia f y del valor máximo B_M de la inducción magnética.

A efectos prácticos los fabricantes de chapas magnéticas dan una serie de gráficas donde se muestran las pérdidas magnéticas totales (sin separar las pérdidas por histéresis y por corrientes de Foucault) por unidad de masa en función de B_M . Cada gráfica corresponde a un valor de frecuencia dado. En la Fig. 10 se muestran superpuestas las gráficas de chapas magnéticas laminadas en frío y en caliente para una frecuencia de 50 Hz (véase el siguiente apartado).

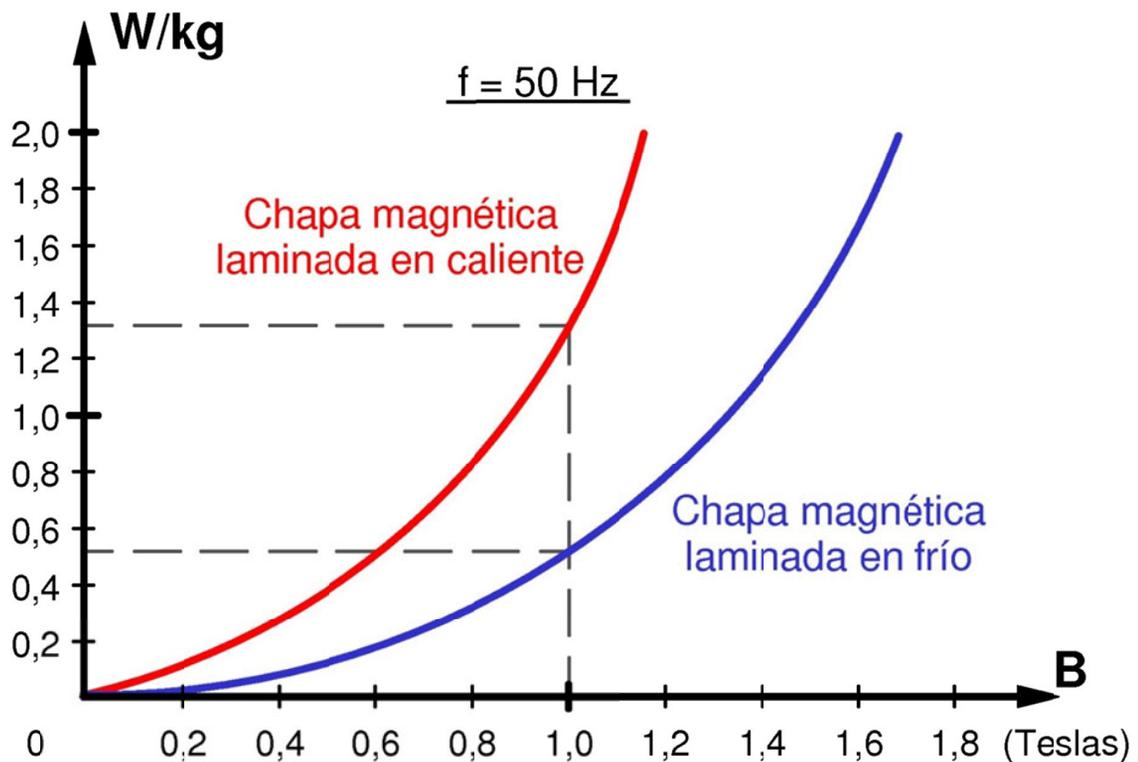


Fig. 10: Curvas de pérdidas en el hierro por unidad de masa a 50 Hz (la curva de chapa laminada en frío se refiere a las pérdidas magnéticas en la dirección del laminado)

Consecuencias prácticas

De todo lo que se ha ido estudiando en los párrafos anteriores se deduce que un circuito magnético donde haya variaciones en el campo magnético y, consecuentemente, aparezcan pérdidas en el hierro, se debe construir de esta manera:

- Se debe utilizar un material ferromagnético de la mayor permeabilidad μ posible y donde la saturación se produzca para el mayor valor posible de la inducción B. Así el flujo magnético circulará más fácilmente por él y, además, se necesitará un volumen menor de material V_{Fe} con la consiguiente reducción de las pérdidas magnéticas (ecuación (15)).
- El material usado debe tener un ciclo de histéresis lo más pequeño posible, luego debe ser un material magnéticamente blando. Así sucederá que el área encerrada dentro del ciclo será pequeña y se reducirán las pérdidas por histéresis P_H (ecuación (11)).
- El material empleado para construir el circuito magnético debe tener una baja conductividad eléctrica σ o, lo que es equivalente, una alta resistividad eléctrica. De esta manera se consigue reducir el valor de las pérdidas por corrientes de Foucault P_F (ecuación (14)).
- El circuito magnético no será macizo sino que se construirá apilando chapas de pequeños espesor, aisladas entre sí y colocadas de tal manera que su plano sea paralelo al campo magnético (Fig. 9b y ecuación (14)).

En la actualidad los circuitos magnéticos se construyen con chapas de acero al silicio (con un 3 a un 5% de silicio) de 0,3 a 0,5 mm de espesor. La adición de silicio al acero aumenta la resistividad eléctrica, lo que contribuye a reducir las pérdidas por corrientes de Foucault, y también mejora la permeabilidad magnética y reduce las pérdidas por histéresis. Sin embargo, el añadir silicio también tiene efectos negativos: reduce la inducción de saturación e introduce fragilidad al acero. Por esta última razón, nunca se supera un contenido de silicio del 5%; contenido que se reduce aún más cuanto más solicitada mecánicamente va a estar la chapa (máquinas rotativas).

Las cualidades magnéticas de las chapas de acero al silicio están influenciadas por el laminado y los tratamientos térmicos a que se ven sometidas durante su fabricación. En las **chapas laminadas en caliente** hay unas pérdidas a 50Hz y para 1 Tesla comprendidas entre 1,1 y 1,5 W/kg (Fig. 10). Modernamente se utilizan **chapas laminadas en frío** que presentan mayor permeabilidad y menores pérdidas magnéticas en la dirección de laminación, pues su valor suele estar comprendido entre 0,3 a 0,6 W/kg para 1 Tesla y 50 Hz (Fig. 10). La laminación en frío produce unas tensiones internas que se eliminan mediante un tratamiento posterior de recocido en atmósfera no oxidante.

La chapa obtenida por laminación en frío se le llama también de **grano orientado** y es **anisótropa**. Esto significa que sus propiedades no son iguales en todas las direcciones del espacio, pues en este tipo de chapa, si bien las propiedades magnéticas son muy buenas en la dirección del laminado, las propiedades en la dirección perpendicular al laminado son notablemente inferiores (las pérdidas en esta dirección son el triple de las correspondientes a la dirección del laminado). Por el contrario, las chapas laminadas en caliente son **isótropas** -lo que significa que tienen las mismas propiedades en todas las direcciones- y se les denomina también de **grano no orientado**.

Las chapas de grano orientado se usan fundamentalmente en transformadores y electroimanes, pues en ellos el circuito magnético se puede construir dividiéndolo en varias ramas donde prácticamente todo el flujo magnético sigue una sola dirección, la cual se hace coincidir con la del laminado de la chapa. En las máquinas rotativas las chapas se cortan en forma de corona circular y en ellas el campo magnético circula en diferentes direcciones, lo que hace desaconsejable el uso de chapas de grano orientado. En este caso se usan chapas de grano no orientado, ya que son isótropas.

El aislante que se coloca entre las chapas sirve para reducir las pérdidas por corrientes parásitas. Inicialmente este aislamiento se conseguía mediante de un papel fino y luego se utilizó un barniz. Hoy en día las chapas magnéticas se someten a un tratamiento químico especial, cuyo nombre comercial es "**Carlite**" y consiste en una fosfatación superficial, que produce un aislamiento de un espesor mucho más reducido que los métodos anteriores.

Un circuito magnético con pérdidas magnéticas se fabrica apilando chapas. Este apilamiento de chapas se sujeta mediante tornillos o remaches y hay que evitar que dichos elementos puenteen eléctricamente las chapas y circulen corrientes de Foucault por ellos. Por dicho motivo, estos elementos de unión deben estar rodeados de un material aislante para que no entren en contacto directo con las chapas magnéticas. Además, hay que evitar todo proceso de limado y desbaste de las chapas magnéticas una vez que se han apilado para formar un circuito magnético. En efecto, en las zonas limadas se establecen puntos de contacto entre chapas contiguas, lo que anula el aislamiento entre ellas y se produce un aumento local de las pérdidas por corrientes de Foucault.

HISTÉRESIS ROTATIVA

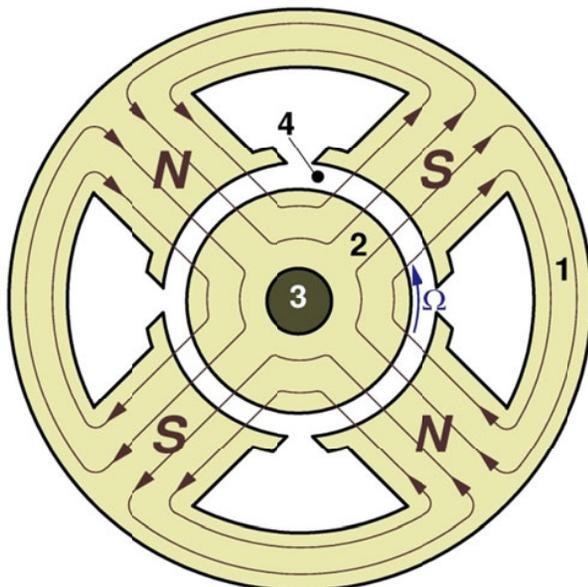


Fig. 11: Máquina de 4 polos donde el rotor gira en sentido antihorario a velocidad Ω dentro de un campo magnético que no varía en el tiempo.

1: Estator
2: Rotor
3: Eje
4: Entrehierro

En la Fig. 11 se muestra de forma esquemática una sección de una máquina rotativa de cuatro polos; es decir, de dos pares de polos Norte-Sur. En esta figura el *estator*, que permanece inmóvil, está señalado con un “1” y el *rotor* con un “2”. El rotor gira en sentido antihorario con una velocidad de Ω radianes/segundo alrededor del *eje* de la máquina “3”. El *entrehierro* de la máquina, marcado con un “4”, es el espacio de aire que separa el estator y el rotor y que evita que rocen entre sí.

Supongamos que por las bobinas del rotor no circula ninguna corriente y que por las bobinas del estator circula una corriente continua (en la Fig. 11 no se han dibujado las bobinas de la máquina). Entonces el campo magnético de la máquina, cuyas líneas de inducción se muestran en la Fig. 11, lo genera únicamente el estator donde hay cuatro polos que son alternativamente norte y sur. Asignemos de forma arbitraria signo positivo al campo magnético en el entrehierro cuando tiene sentido saliente hacia el estator; es decir, cuando corresponde a un polo sur del estator. Tenemos, pues, un campo que no varía en el tiempo (es debido a una corriente continua); pero que si nos movemos siguiendo la circunferencia del entrehierro observamos que el campo magnético va tomando diferentes valores e, incluso, va cambiando de signo. Así, el campo magnético será máximo, positivo o negativo, en el centro de los polos y tendrá valor nulo justo a la mitad del espacio de separación entre dos polos consecutivos. Por lo tanto, el campo es invariable en el tiempo pero variable en el espacio.

De todo lo anterior resulta evidente que un punto del núcleo magnético del rotor al irse moviendo con velocidad Ω va siendo sometido sucesivamente a la acción de polos norte y sur; esto es, va siendo magnetizado sucesivamente en sentido positivo y en sentido negativo. Esto hace que el rotor reciba una magnetización variable en el tiempo y aparezcan unas pérdidas en el hierro en él.

La potencia que se disipa por las pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro proviene de la potencia mecánica que se introduce en el eje de la máquina y que la hace girar con la velocidad Ω . Esta potencia, que la máquina absorbe por el rotor para luego gastarla en las pérdidas magnéticas, provoca un efecto de frenado y, por lo tanto, existe un par de frenado asociado a las pérdidas magnéticas originadas por rotación.

Centrémonos exclusivamente en las pérdidas por histéresis (no tenemos en cuenta ahora las pérdidas por corrientes parásitas) en el núcleo magnético del rotor de la máquina de la Fig. 11, cuyo volumen es V_{Fe2} . En una vuelta completa del rotor este describe dos ciclos de histéresis. En efecto, al avanzar un punto del rotor el trayecto correspondiente a dos polos (media vuelta en esta máquina de 4 polos) se ve sometido a un ciclo completo de magnetización positiva y negativa y, en consecuencia, describe un ciclo de histéresis por cada par de polos. En un caso general una máquina eléctrica tiene “p” pares de polos y en una vuelta completa un punto del rotor describe p veces el ciclo de histéresis. Luego, teniendo presente que la energía por unidad de volumen gastada en un ciclo de histéresis es igual al área encerrada por el ciclo (Fig. 8), la energía gastada por histéresis en el rotor durante una vuelta W_H vale:

$$W_H = V_{Fe2} \cdot p \cdot \text{Área del ciclo} \quad (16)$$

El tiempo que tarda el rotor en dar una vuelta completa es igual a $2\pi/\Omega$; luego la potencia disipada por la histéresis rotativa (pérdidas por histéresis) vale

$$P_H = \frac{W_H}{\left(\frac{2\pi}{\Omega}\right)} = \frac{W_H}{2\pi} \Omega \quad (17)$$

Pero, como se ha indicado anteriormente, esta potencia procede de la que la máquina absorbe por su eje, lo cual origina un par de frenado M_H . La potencia mecánica en un movimiento de rotación es igual al producto de par por la velocidad, lo que en este caso da lugar a esta relación:

$$P_H = M_H \cdot \Omega \quad (18)$$

Identificando las relaciones (17) y (18) se llega finalmente a lo siguiente

$$\boxed{M_H = \frac{W_H}{2\pi}} \quad (19)$$

De lo cual se deduce que el par de frenado M_H debido a la histéresis rotativa es independiente de la velocidad.

CIRCUITOS MAGNÉTICOS ALIMENTADOS CON CORRIENTE ALTERNA

Circuito magnético sin pérdidas en el hierro

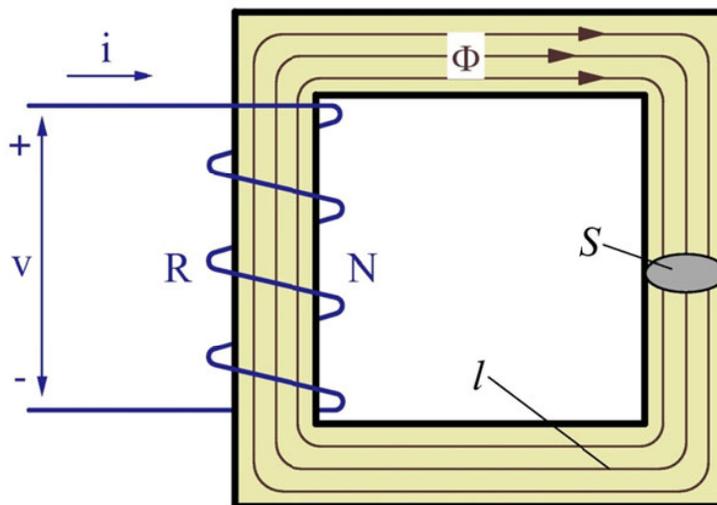


Fig. 12: Circuito magnético de sección uniforme y con una sola bobina.

En la Fig. 12 se muestra un circuito magnético homogéneo cuyo núcleo, construido con un material de permeabilidad μ , es de sección S uniforme y su longitud media es l . Este circuito magnético tiene una sola bobina de N espiras que presenta una resistencia eléctrica R . Aceptaremos que este circuito magnético tiene un flujo de dispersión despreciable y sólo tiene el flujo Φ que circula por su interior. Por lo tanto, todas las espiras de la bobina abrazan el mismo flujo Φ y, consecuentemente, el flujo total concatenado ψ de esta bobina tiene un valor igual al producto $N \cdot \Phi$. La reluctancia \mathcal{R} de este circuito magnético viene dada por la relación (6) y su fuerza magnetomotriz \mathcal{F} se obtiene mediante (7).

Si la bobina se alimenta con una tensión continua V , por ella circulará una corriente continua I , cuyo valor es independiente de la reluctancia \mathcal{R} pues viene dado por la Ley de Ohm:

$$I = \frac{V}{R} \quad (20)$$

El flujo entonces se obtiene de la Ley de Hopkinson (5):

$$\Phi = \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{N \cdot I}{\mathcal{R}} = \frac{N}{\mathcal{R}} \cdot \frac{V}{R} \quad (21)$$

Luego, cuando un circuito magnético se alimenta con una tensión continua el flujo que va a circular en él dependerá del valor de la resistencia de su bobina y de las propiedades magnéticas del núcleo, mientras que la corriente en la bobina es independiente de las características magnéticas del núcleo magnético.

Ahora el circuito magnético de la Fig. 12 se va a alimentar con una tensión alterna v que varía con el tiempo t según esta ley

$$v = \sqrt{2} V \cos \omega t = \sqrt{2} V \cos (2\pi f)t \quad (22)$$

Nótese que se está utilizando la nomenclatura habitual de representar con letras minúsculas (i , v) a los valores instantáneos de las tensiones y corriente alternas, mientras que con mayúsculas (I , V) se designa a sus valores eficaces. En corriente continua se utilizan letras mayúsculas ya que estas magnitudes son constantes.

La tensión alterna v (dada por la relación (22)) hace que por la bobina circule una corriente alterna i que, a su vez, origina un flujo alterno Φ el cual, al ser variable en el tiempo, induce una fuerza electromotriz (f.e.m.) en la bobina que se puede calcular mediante la Ley de Faraday. Luego en la bobina los valores instantáneos de la tensión v y de la corriente i están relacionados mediante esta expresión:

$$v = R i + \frac{d \psi}{d t} = R i + N \frac{d \Phi}{d t} \quad (23)$$

En la mayor parte de los casos prácticos la caída de tensión en la resistencia R es despreciable frente a la fuerza electromotriz producida por las variaciones temporales de flujo magnético. En este caso se puede escribir que

$$v = \frac{d \psi}{d t} = N \frac{d \Phi}{d t} \rightarrow \Phi = \frac{\int v dt}{N} \quad (24)$$

Teniendo en cuenta que el valor de v viene dado por la expresión (22) se llega al siguiente resultado:

$$\Phi = \frac{\sqrt{2}}{N \omega} V \sin \omega t = \Phi_M \sin \omega t \quad (25)$$

Luego:

$$\Phi_M = \frac{\sqrt{2}}{N \omega} V = \frac{\sqrt{2}}{N (2\pi f)} V = \frac{1}{4,44 N f} V \quad (26a)$$

$$V = 4,44 N f \Phi_M \quad (26b)$$

En consecuencia, cuando un circuito magnético se alimenta con corriente alterna el flujo depende de la tensión y de la frecuencia, sin que influyan las características magnéticas del núcleo (no interviene la reluctancia \mathcal{R}). Sin embargo, dado que el flujo y la corriente se relacionan mediante la ley de Hopkinson (5), para obtener el valor del flujo Φ -que, según acabamos de comprobar y como muestra la ecuación (26a), viene impuesto por la tensión y la frecuencia- deberá circular por la bobina una corriente proporcional a la reluctancia \mathcal{R} . Es decir, el valor de la corriente va a depender de las propiedades magnéticas del circuito; justo al contrario que cuando el circuito magnético está alimentado con una tensión continua.

Las relaciones (22) y (25) muestran que la tensión y el flujo están desfasados 90° . Por otra parte, si suponemos que el circuito magnético no tiene pérdidas en el hierro la corriente i que circula por la bobina se dedica únicamente a generar el flujo, luego debe estar en fase con él y, además, es proporcional a él (según la Ley de Hopkinson (5)). De esto se deduce que el diagrama fasorial que relaciona estas magnitudes es el representado en la Fig. 13a, donde se aprecia que es similar al de una bobina ideal sin resistencia. Esto indica que el comportamiento de este circuito magnético puede ser representado por el circuito equivalente de la Fig. 13b.

La reactancia X_μ de la bobina equivalente está relacionada con su inductancia L_μ así:

$$X_\mu = 2 \pi f L_\mu \quad (27)$$

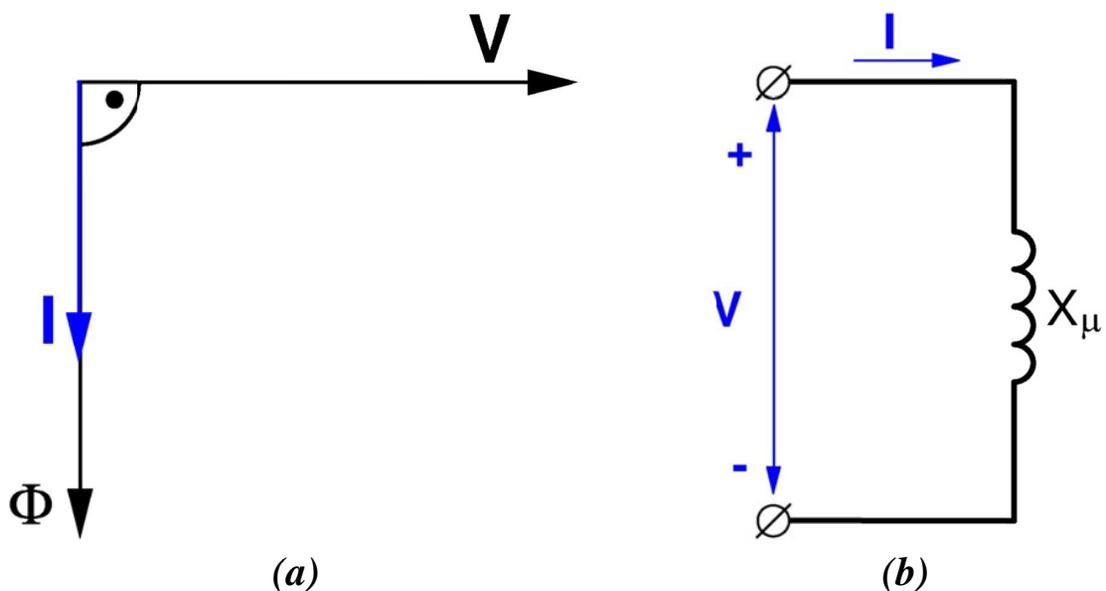


Fig. 13: Diagrama fasorial (a) y circuito equivalente (b) de un circuito magnético alimentado con c.a. y sin pérdidas en el hierro

Teniendo en cuenta la Ley de Hopkinson (5), la inductancia L_μ se obtiene de esta manera:

$$L_\mu = \frac{\Psi}{i} = \frac{N \Phi}{i} = \frac{N}{i} \frac{\mathcal{F}}{\mathcal{R}} = \frac{N}{i} \frac{N i}{\mathcal{R}}$$

$$\boxed{L_\mu = \frac{N^2}{\mathcal{R}} = \frac{\mu N^2 S}{l}} \quad (28)$$

Nótese en las Figs. 13 que, al existir un desfase de 90° entre la tensión y la corriente, en un circuito magnético sin pérdidas en el hierro y con resistencia despreciable alimentado con corriente alterna sólo se consume potencia reactiva y, por lo tanto, no hay gasto de potencia activa. Esto es lógico pues hemos supuesto que este circuito magnético carece de las causas de consumo de potencia activa que son las pérdidas por efecto Joule en la resistencia y las pérdidas en el hierro.

Circuito magnético con pérdidas en el hierro

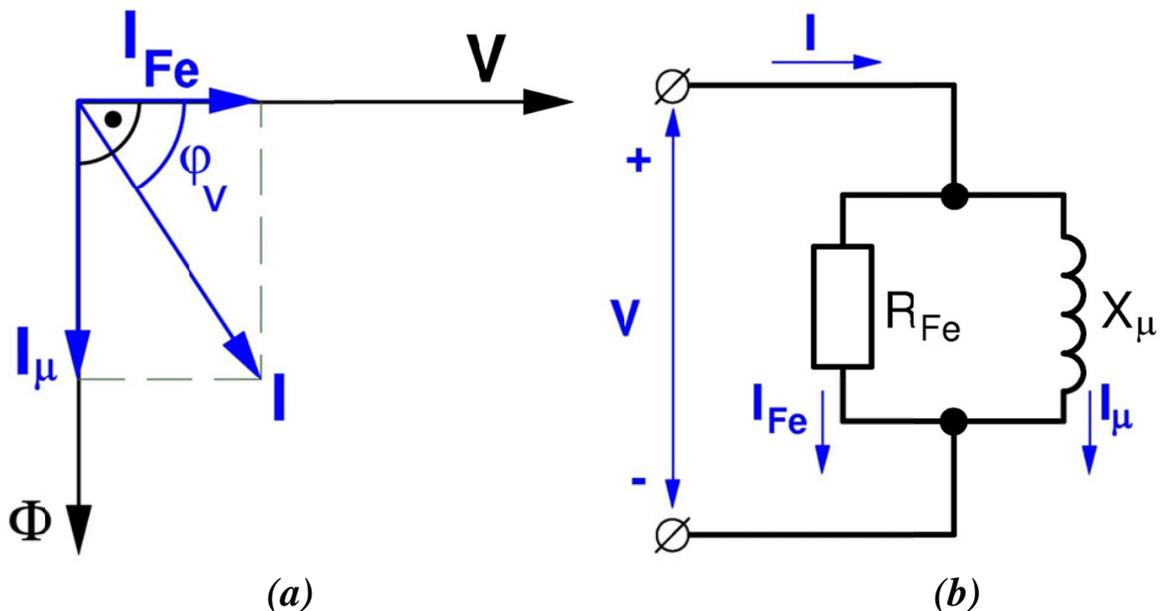


Fig. 14: Diagrama fasorial (a) y circuito equivalente (b) de un circuito magnético alimentado con c.a. y con pérdidas en el hierro

Supongamos ahora que la bobina sigue teniendo una resistencia R pequeña, pero que las pérdidas en el hierro P_{Fe} ya no son despreciables. Estas pérdidas, que se producen en el núcleo magnético debidas a la histéresis y a las corrientes de Foucault, exigen que por la bobina se consuma una potencia activa para que luego esta potencia se pueda transformar en dichas pérdidas. Por lo tanto, la corriente tiene que estar desfasada con respecto a la tensión un ángulo ϕ_v inferior a 90° (Fig. 14a) de tal manera que suceda lo siguiente:

$$P_{Fe} = V \cdot I \cdot \cos \phi_v \quad (29)$$

Esto permite dividir la corriente en dos componentes perpendiculares entre sí (Fig. 14a):

$$I_{Fe} = I \cos \varphi_v \quad (30)$$

$$I_{\mu} = I \sin \varphi_v$$

Una de estas componentes es la *corriente magnetizante* I_{μ} que es la que genera el flujo y, por consiguiente, es paralela a éste y sólo consume potencia reactiva. La otra componente es la *corriente de pérdidas en el hierro* I_{Fe} que es paralela a la tensión, por lo que sólo consume potencia activa, potencia que tiene que tener un valor igual a P_{Fe} . De todo esto se deduce que el circuito equivalente de un circuito magnético alimentado con corriente alterna y con pérdidas en el hierro es el representado en la Fig. 14b. En él aparecen la **reactancia magnetizante** X_{μ} , que se calcula como se indicó en el apartado anterior (ecuaciones (27) y (28)), y la **resistencia de pérdidas en el hierro** R_{Fe} . Aplicando la Ley de Ohm a las dos ramas del circuito equivalente de la Fig. 14b se deducen estas fórmulas:

$$R_{Fe} = \frac{V}{I_{Fe}} \quad (31)$$

$$X_{\mu} = \frac{V}{I_{\mu}}$$

Combinando las expresiones (29), (30) y (31) se consigue llegar finalmente la siguiente relación

$$P_{Fe} = V I_{Fe} = V \frac{V}{R_{Fe}} = \frac{V^2}{R_{Fe}}$$

$$\boxed{R_{Fe} = \frac{V^2}{P_{Fe}}} \quad (32)$$

Circuito magnético con resistencia, dispersión y pérdidas en el hierro

Consideremos ahora que la bobina del circuito magnético tiene una resistencia R apreciable y que, además del flujo útil Φ , tiene un flujo de dispersión Φ_d (Fig. 15), de tal manera que el flujo total Φ_t de la bobina es la suma de los dos anteriores (ecuación (9)).

Al igual que con el flujo útil (ecuaciones (27) y (28)) se pueden definir una reactancia de dispersión X_d y una inductancia de dispersión L_d así:

$$X_d = 2 \pi f L_d \quad L_d = \frac{\Psi_d}{i} = \frac{N \Phi_d}{i} \quad (33)$$

En muchos textos a L_d y X_d también se les llama L_{σ} y X_{σ} ó L_l y X_l , respectivamente.

Por lo tanto, la ecuación que relaciona los valores instantáneos de la tensión y de la corriente en la bobina pasa de ser la (23) a ser la siguiente:

$$v = R i + \frac{d \psi_t}{d t} = R i + \frac{d \psi_d}{d t} + \frac{d \psi}{d t} = R i + N \frac{d \Phi_d}{d t} + N \frac{d \Phi}{d t} \quad (34)$$

$$v = R i + L_d \frac{d i}{d t} + N \frac{d \Phi}{d t} = R i + L_d \frac{d i}{d t} + L_\mu \frac{d i_\mu}{d t}$$

En consecuencia se deduce que el circuito equivalente ahora pasa a ser el representado en la Fig. 16.

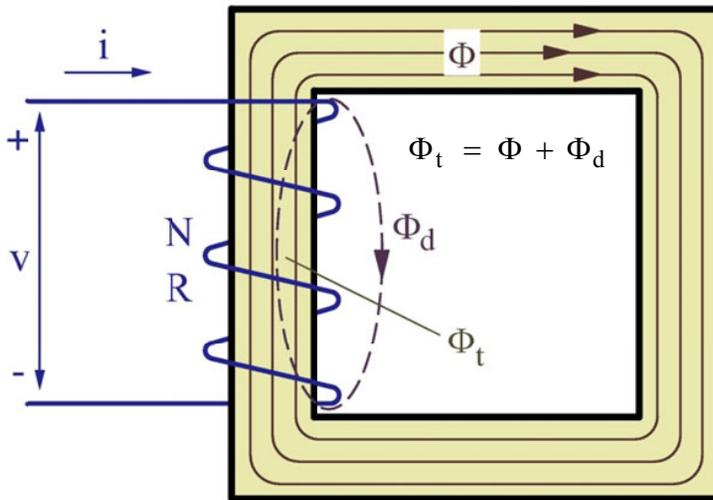


Fig. 15: Circuito magnético con resistencia, dispersión y pérdidas en el hierro

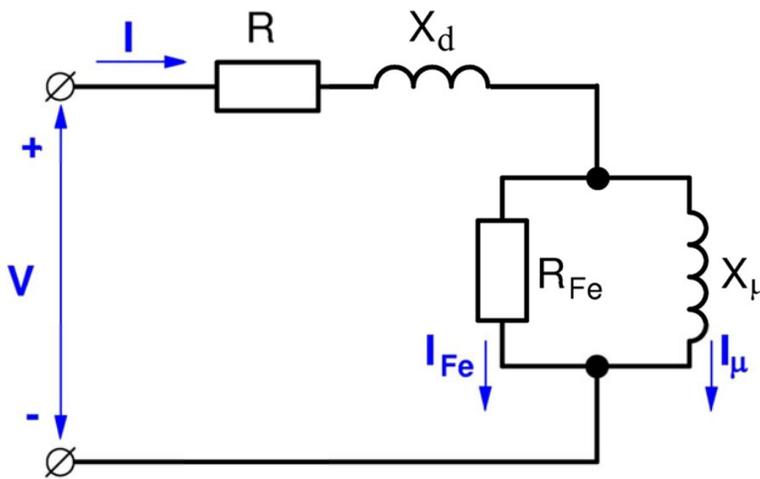


Fig. 16: Circuito equivalente para el circuito magnético de la Fig. 15

En los materiales ferromagnéticos la permeabilidad μ no es constante y se puede demostrar que esto conlleva el que la corriente i no varía de forma sinusoidal en el tiempo. Sin embargo, esta corriente se puede sustituir por otra sinusoidal equivalente que tiene el mismo valor eficaz y que origina las mismas pérdidas en el hierro. Esta corriente equivalente es la que, de una manera implícita, se utiliza en los diagramas y circuitos equivalentes de las Figs. 13, 14 y 16 y en las ecuaciones (29) a (34) y es la que seguiremos empleando de aquí en adelante.

FUERZAS Y PARES EN EL CAMPO MAGNÉTICO

Energía y coenergía magnéticas

Supóngase un circuito magnético similar al de la Fig. 4 formado por una bobina de N espiras arrollada sobre un núcleo de sección S , longitud media l , volumen V y reluctancia \mathcal{R} fabricado con un material de permeabilidad magnética μ . La bobina está recorrida por una corriente i -la cual produce la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) \mathcal{F} - y sus espiras están atravesadas por un flujo Φ , lo que hace que la bobina tenga unos enlaces de flujo Ψ . L es la inductancia de la bobina. Todas estas magnitudes están relacionadas de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}
 V &= S \cdot l & \mathcal{R} &= \frac{l}{\mu S} & \mathcal{F} &= N \cdot i = H \cdot l \\
 \Phi &= B \cdot S & \Psi &= N \cdot \Phi = L \cdot i & B &= \mu \cdot H
 \end{aligned}
 \tag{35}$$

La **energía magnética** W_m almacenada en este sistema vale

$$W_m = \int_V \left[\int_0^B H \, dB \right] dV = \left[\int_0^B H \, dB \right] (S \cdot l) = \int_0^B (H \cdot l) (S \cdot dB) = \int_0^\Phi \mathcal{F} \, d\Phi$$

$$W_m = \int_0^\Phi (N \cdot i) \, d\Phi = \int_0^\Phi i (N \cdot d\Phi) = \int_0^\Psi i \, d\Psi$$

$$\boxed{W_m = \int_0^\Phi \mathcal{F} \, d\Phi = \int_0^\Psi i \, d\Psi}
 \tag{36}$$

De una manera puramente matemática y por analogía con la fórmula anterior, se define la magnitud **coenergía magnética** así

$$\boxed{W'_m = \int_0^{\mathcal{F}} \Phi \, d\mathcal{F} = \int_0^i \Psi \, di}
 \tag{37}$$

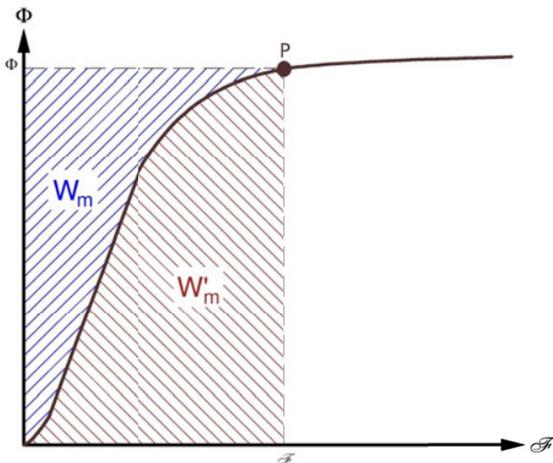


Fig. 17: Energía y coenergía magnéticas en un medio no lineal.

En la Fig. 17 se muestra la curva Φ - \mathcal{F} de este circuito magnético y las áreas que definen W_m y W'_m cuando el núcleo está construido con un material magnético no lineal (en dicha figura se ha supuesto que se trata de un material ferromagnético).

Es fácil comprobar que si el circuito magnético se construye con materiales magnéticos lineales, los cuales tienen una curva de magnetización rectilínea y dan lugar a una curva Φ - \mathcal{F} también rectilínea, la energía y la coenergía magnética son iguales (Fig. 18).

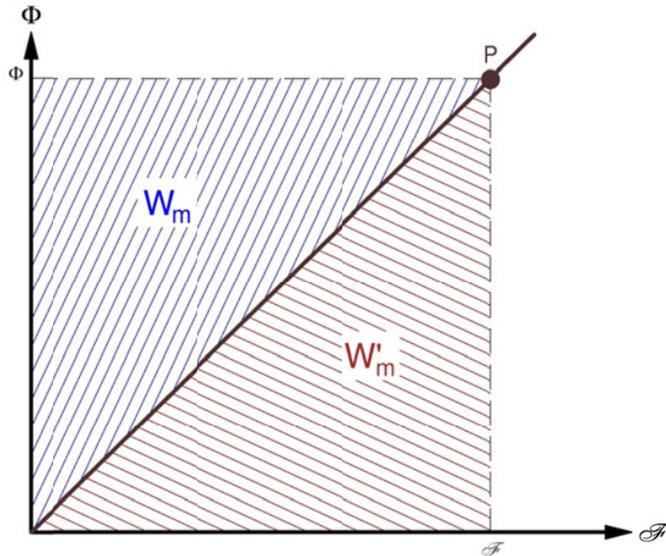


Fig. 18: Energía y coenergía magnéticas en un medio lineal ($W_m = W'_m$)

En los medios lineales se verifica lo siguiente:

$$W_m = W'_m = \frac{1}{2} \mathcal{F} \Phi = \frac{1}{2} \mathcal{R} \Phi^2 = \frac{1}{2} \frac{\mathcal{F}^2}{\mathcal{R}} \quad (38)$$

(medios lineales)

Las relaciones anteriores se pueden expresar en función de la inductancia L de la bobina:

$$L = N \frac{\Phi}{i} \text{ y } \mathcal{F} = N i \quad \rightarrow \quad W_m = W'_m = \frac{1}{2} \mathcal{F} \Phi = \frac{1}{2} (N i) \left(\frac{L i}{N} \right)$$

$$W_m = W'_m = \frac{1}{2} L i^2 \quad (39)$$

(medios lineales)

Principio de los trabajos virtuales

Es evidente que en el circuito magnético de la Fig. 19 sobre la pieza móvil aparece una fuerza horizontal f que tiende a reducir el valor de la distancia x y que provoca una par M que tiende a reducir el ángulo θ .

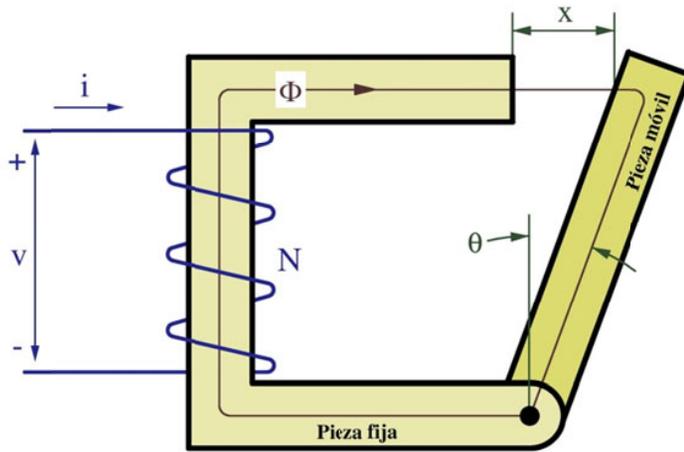


Fig. 19: Circuito magnético con una parte fija y otra móvil.

Para calcular f y M se puede utilizar el principio de los trabajos virtuales. Supóngase que la fuerza f provocara un movimiento diferencial en la dirección de x (o lo que es equivalente, un giro diferencial según el ángulo θ) y que este movimiento se realizase de forma que siempre se mantuviera constante el valor del flujo. Esto no significa que realmente el sistema se vaya a mover así, o ni siquiera que se vaya a mover (la pieza móvil puede estar bloqueada); pero si se supone un movimiento ficticio (virtual) de esta manera, se pueden deducir los valores de f y de M a partir de la variación de la energía magnética almacenada:

$$f = - \left. \frac{\partial W_m}{\partial x} \right|_{\Phi = \text{cte}} \quad M = - \left. \frac{\partial W_m}{\partial \theta} \right|_{\Phi = \text{cte}} \quad (40)$$

Si el movimiento virtual se realizara de forma que la corriente i de la bobina permaneciera siempre constante, se deduce que f y M se pueden obtener a partir de las variaciones de la coenergía magnética:

$$f = + \left. \frac{\partial W'_m}{\partial x} \right|_{i = \text{cte}} \quad M = + \left. \frac{\partial W'_m}{\partial \theta} \right|_{i = \text{cte}} \quad (41)$$

Aplicando este principio, plasmado en las ecuaciones (40) y (41), a un sistema lineal, en el que se verifican las relaciones (38) y (39), se deduce que:

$$f = - \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{dx} = \frac{1}{2} \mathcal{F}^2 \frac{d}{dx} \left(\frac{1}{\mathcal{R}} \right) = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{dx} \quad (42)$$

(medios lineales)

$$M = - \frac{1}{2} \Phi^2 \frac{d\mathcal{R}}{d\theta} = \frac{1}{2} \mathcal{F}^2 \frac{d}{d\theta} \left(\frac{1}{\mathcal{R}} \right) = \frac{1}{2} i^2 \frac{dL}{d\theta} \quad (43)$$

(medios lineales)

BIBLIOGRAFÍA

- [1] CAMPBELL, P. 1999. *Permanent magnet materials and their application*. Cambridge. Cambridge University Press.
- [2] COEY, J.M.D. 2010. *Magnetism and magnetic materials*. Cambridge. Cambridge University Press.
- [3] CORTES CHERTA, M. 1970. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo I: La máquina eléctrica en general*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [4] CORTES M., CORRALES J., ENSEÑAT A. 1991. *Teoría general de las máquinas eléctricas*. Madrid. Universidad Nacional de Educación a Distancia.
- [5] EVDOKIMOV, F.E. 1975. *Electricidad básica*. Barcelona. 1975. Editorial Gustavo Gili, S.A.
- [6] FERNÁNDEZ, J.C. 2004. *4-Materiales magnéticos*. Universidad de Buenos Aires. Argentina. <http://materias.fi.uba.ar/6209/download/download.htm>
- [7] FRAILE MORA, J. 2005. *Electromagnetismo y circuitos magnéticos*. Madrid McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.
- [8] FRAILE MORA, J. 2008. *Electromagnetismo y circuitos magnéticos*. Madrid McGraw-Hill/Interamericana de España, S.A.U.
- [9] JILES, D. 1991. *Introduction to magnetism and magnetic materials*. Londres. Chapman & Hall.
- [10] KASATKIN, A.S., NEMTSOV, M.V. 1986. *Electrical Engineering*. Moscú. Mir Publishers.
- [11] LORRAIN, P.; CORSON, D.R. 1977. *Campos y ondas electromagnéticos*. Madrid. Selecciones científicas.
- [12] MAGNETIC MATERIALS PRODUCERS ASSOCIATION. 2000. *MMPA standard No. 0100-00: Standard specifications for permanent magnet materials*. Illinois. MMPA.
- [13] NIKULIN, N. 1988. *Ciencia de los materiales eléctricos*. Moscú. Editorial Mir.
- [14] PYRHÖNEN, JUHA y otros. 2010. *Design of rotating electrical machines*. West Sussex (Inglaterra): John Wiley & Sons Ltd.
- [15] RAMÍREZ, J. 1980. *Enciclopedia CEAC de la electricidad. Materiales electrotécnicos*. Barcelona. Ediciones CEAC.
- [16] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2009. *Máquinas eléctricas*. Universidad de Cantabria (España). <http://personales.unican.es/rodrigma/PDFs/campo%20magn%20entrehierro%20Web.pdf>
- [17] RODRÍGUEZ VÁZQUEZ, J. 1980. *Enciclopedia CEAC de la Electricidad: Materiales electrotécnicos*. Barcelona. Ediciones CEAC, S.A.
- [18] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
*DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA*



CONSTITUCIÓN Y PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

CONSTITUCIÓN Y PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

1. CONSTITUCIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

CONSTITUCIÓN GENERAL DE UNA MÁQUINA ELÉCTRICA ROTATIVA

Estator y rotor. Entrehierro

Una máquina eléctrica rotativa consta básicamente de dos partes: estator y rotor (Figs. 1, 2, 11, 25, 26, 27, 28 y 30).

El **estator** es la parte fija de la máquina y tiene forma de cilindro hueco. El **rotor** se coloca en el interior del estator y es la parte móvil. Entre el estator y el rotor existe una holgura denominada **entrehierro**, la cual impide que ambas partes rocen entre sí. En el entrehierro tienen lugar los fenómenos electromagnéticos que permiten la conversión de energía eléctrica en mecánica y viceversa.

En el rotor de la máquina se encuentra un núcleo magnético, bien cilíndrico o bien de polos salientes, sobre el que se coloca el devanado, bobinado o arrollamiento del rotor. El núcleo magnético tiene un hueco central donde se sitúa el eje o árbol de la máquina, el cual se fija rígidamente al mismo mediante una chaveta.

Si es preciso se coloca un **colector** en el eje. Un colector es un elemento que permite conectar eléctricamente el devanado del rotor con un circuito exterior.

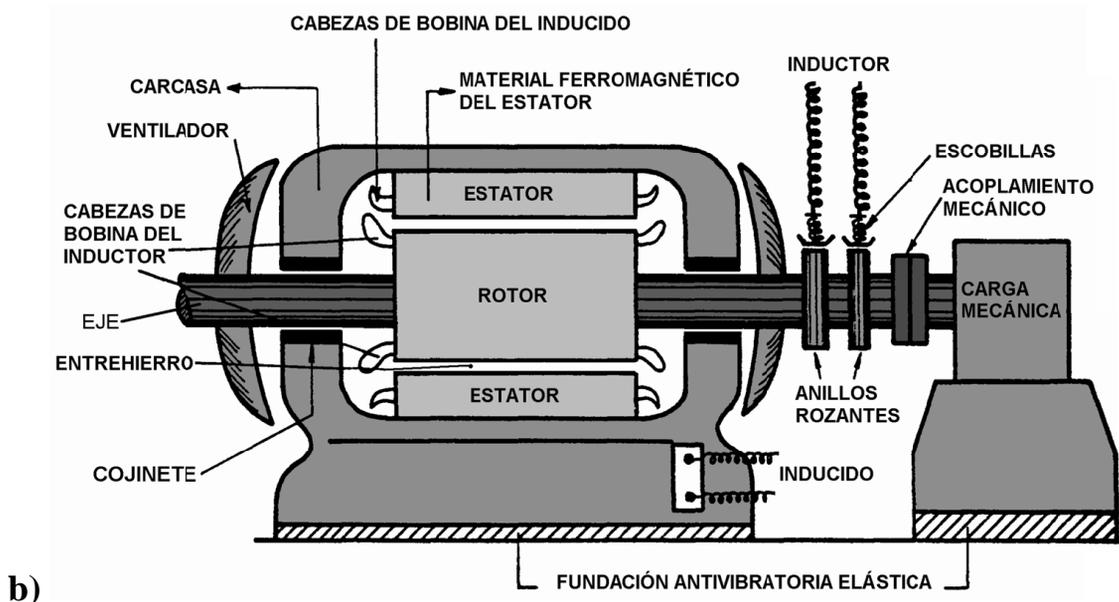
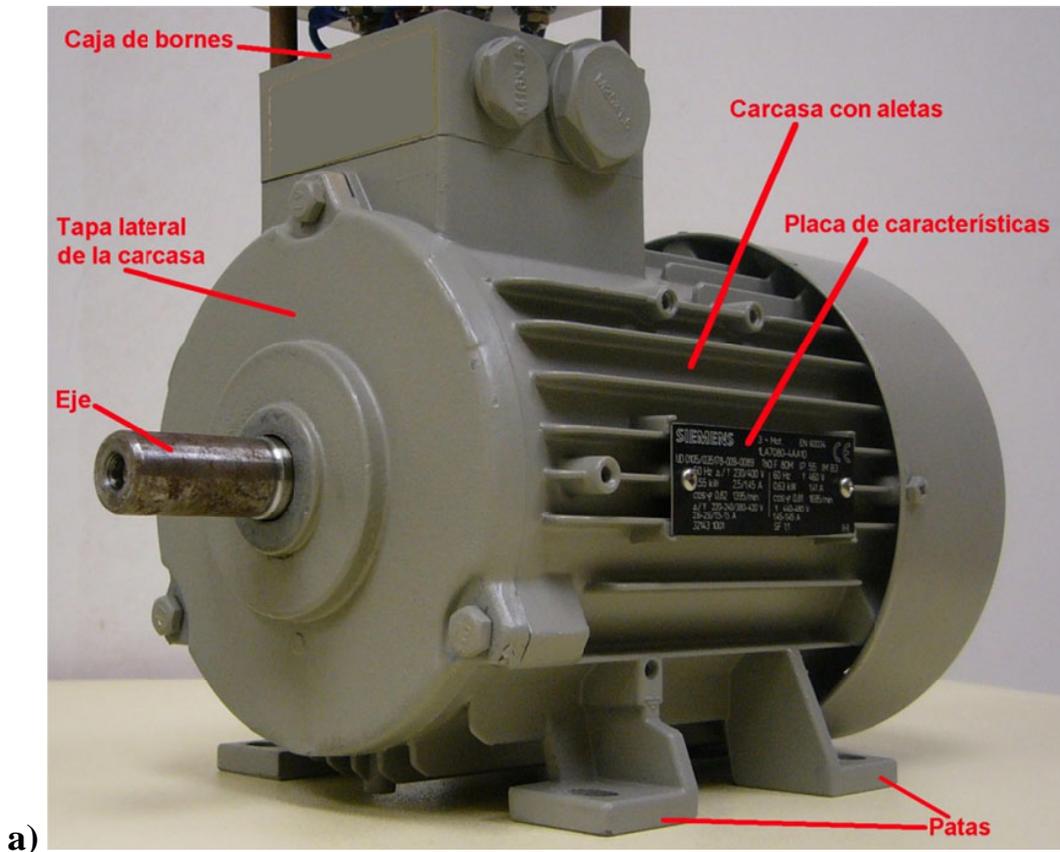
Además, en el rotor también se suelen colocar dispositivos de refrigeración, tales como: ventiladores, aletas, canales de ventilación, etc.

El estator de una máquina tiene un núcleo magnético, bien cilíndrico o bien de polos salientes, sobre el que se bobina el devanado correspondiente. Su parte exterior está rodeada por una **culata** o **carcasa** que actúa como envoltorio de la máquina y la protege del medio exterior. La culata normalmente está fabricada con hierro fundido y tiene forma cilíndrica u octogonal. En ocasiones tiene aletas de refrigeración longitudinales o, más raramente, radiales que facilitan la evacuación de calor.

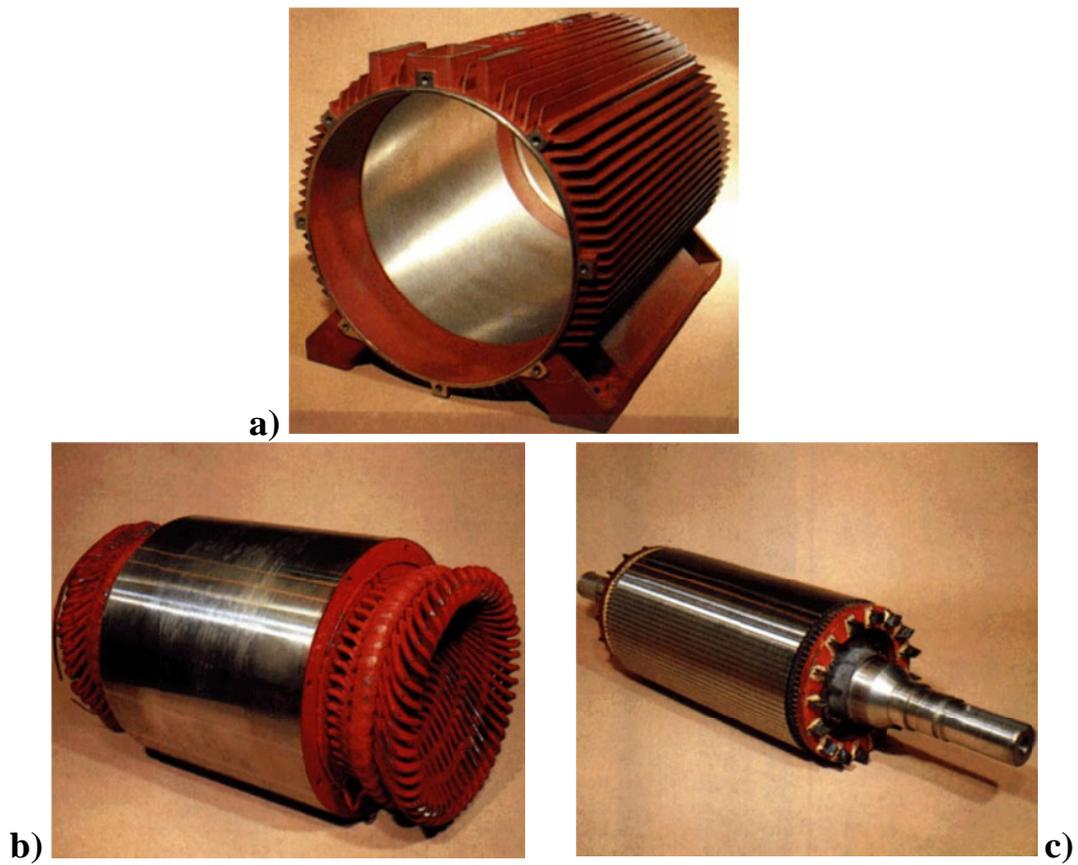
En la carcasa se coloca la caja de bornes donde se realizan las conexiones eléctricas de la máquina con el exterior. También se coloca sobre la carcasa la denominada placa de características, que es una placa impresa donde se indican los datos más importantes de la máquina.

CONSTITUCIÓN Y PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

La culata dispone de los dispositivos de fijación de la máquina: patas, bridas, etc. A sus lados se colocan las *tapas* que cierran el motor y que poseen un hueco en su centro donde se alojan los *cojinetes* o *rodamientos* sobre los que descansa el eje del rotor y que minimizan el rozamiento entre éste y las tapas de la carcasa.



*Fig. 1: Constitución de máquinas eléctricas rotativas:
a) Constitución de una máquina de inducción de jaula de ardilla.
b) Constitución de una máquina sincrónica (Fuente: "El fenómeno electromagnético" de José Antonio de Gurrutxaga Ruiz).*



*Fig. 2: Carcasa, estator y rotor de un motor asíncrono.
(Fuente: Revista ABB, n° 5, 1990).*

Circuitos magnético y eléctrico

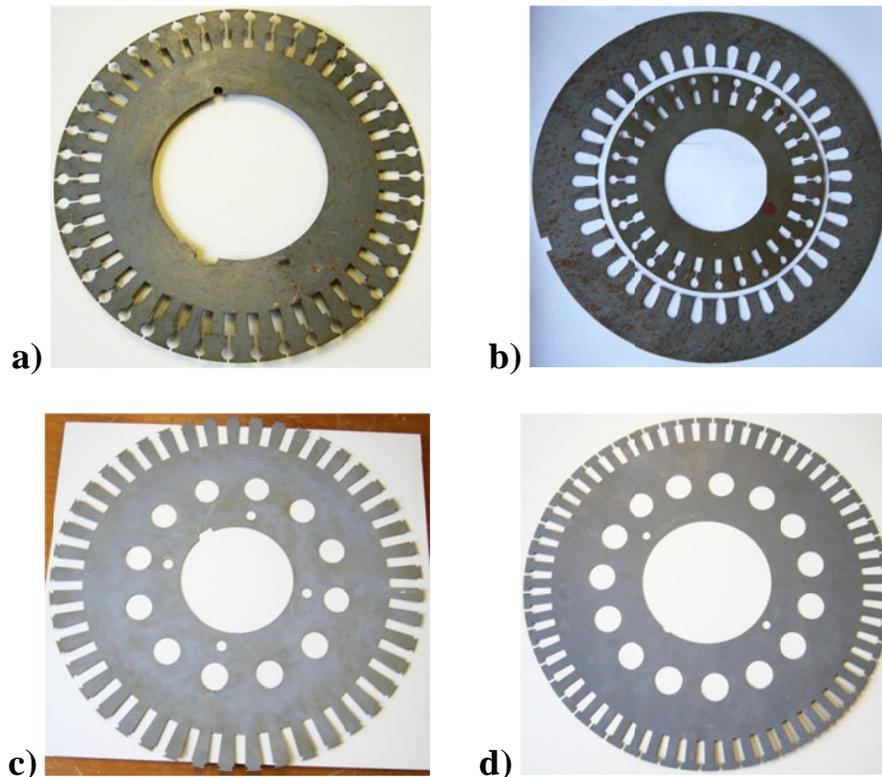


Fig. 3: Chapas magnéticas.

Los núcleos magnéticos del estator y del rotor se construyen de material ferromagnético. En el caso de que estén sometidos a la acción de un flujo magnético variable con el tiempo, los núcleos magnéticos se realizan apilando chapas de acero al silicio de 0,5 mm de espesor (Fig. 3), reduciendo así las pérdidas en el hierro por histéresis y por corrientes de Foucault.

Estas chapas tienen forma de corona circular y están aisladas entre sí mediante un barniz o un tratamiento químico. Pueden poseer un conjunto de orificios que permitan la circulación de aire u otro fluido refrigerante a través del núcleo magnético.

Las chapas del rotor tienen un agujero central con un chavetero donde se coloca el eje de la máquina.

Cuando el núcleo magnético no es de polos salientes, la superficie enfrentada al entrehierro es cilíndrica y posee una serie de **ranuras** donde se alojan los devanados (Fig. 4).

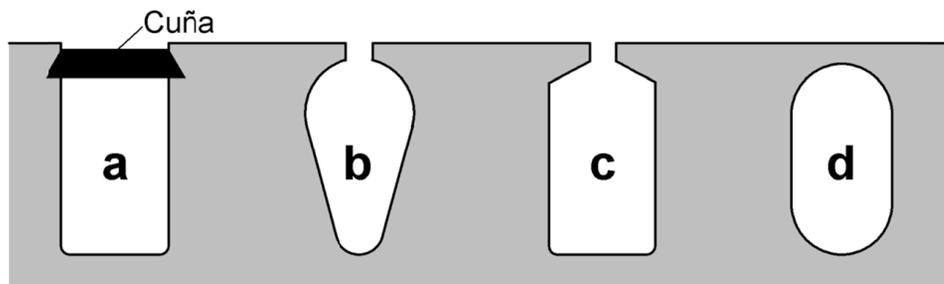


Fig. 4: Ranuras abierta (a), semicerradas (b, y c) y cerrada (d).

Salvo en las máquinas con imanes permanentes, las cuáles carecen de devanado inductor, todas las máquinas eléctricas disponen de, al menos, dos devanados: el inductor y el inducido.

El devanado **inductor**, también denominado **excitación** o **campo**, tiene por objeto el crear el campo magnético en el entrehierro. El devanado **inducido**, también denominado de **armadura**, recibe el campo magnético creado por el inductor, lo que origina que en sus fases se induzcan unas f.e.m.s.

En los transformadores y en las máquinas asíncronas se suele denominar **primario** al devanado inductor y **secundario** al inducido.

El funcionamiento de una máquina, en teoría, no está influido porque el inductor se coloque en el estator y el inducido en el rotor o viceversa. Sin embargo, en la práctica la mayor facilidad de construcción, las condiciones de refrigeración, etc. aconsejan adoptar preferentemente una de las dos posibilidades. Así en las máquinas de corriente continua el inductor se coloca en el estator y el inducido en el rotor mientras que en las máquinas síncronas se suele adoptar la disposición contraria.

Además del inductor y del inducido, las máquinas eléctricas pueden tener más devanados: de conmutación, de compensación, amortiguador, etc.

Colectores

Existen dos tipos de colectores: de anillos y de delgas.

Los **colectores de anillos** (Figs. 1b y 5) se utilizan en máquinas de corriente alterna. Consisten en dos o tres anillos de bronce colocados sobre el eje del rotor y aislados de éste y entre sí. Estos anillos están conectados a las bobinas del rotor y sobre ellos rozan unas *escobillas* de grafito (Fig. 5b) situadas en el estator y conectadas al circuito exterior. Un resorte que presiona la escobilla contra el anillo garantiza un buen contacto entre ambos.

En este tipo de colector la corriente que circula por las bobinas del rotor es de la misma forma que la que viene desde el circuito exterior.

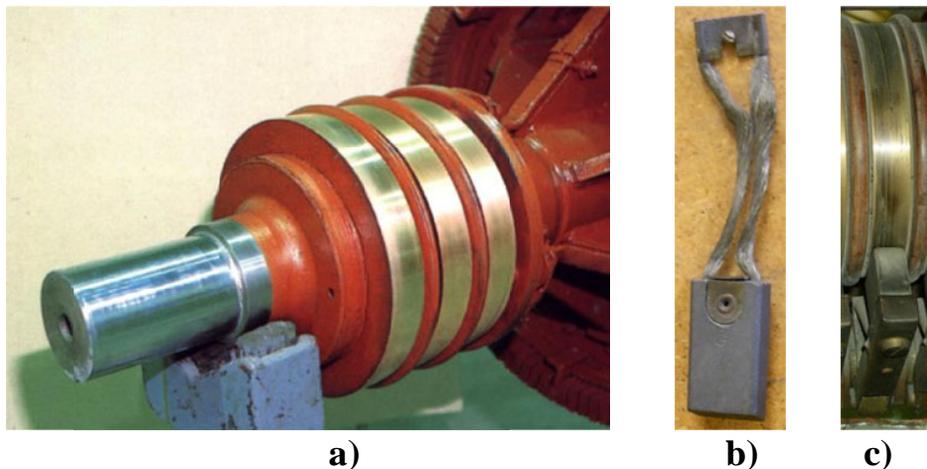


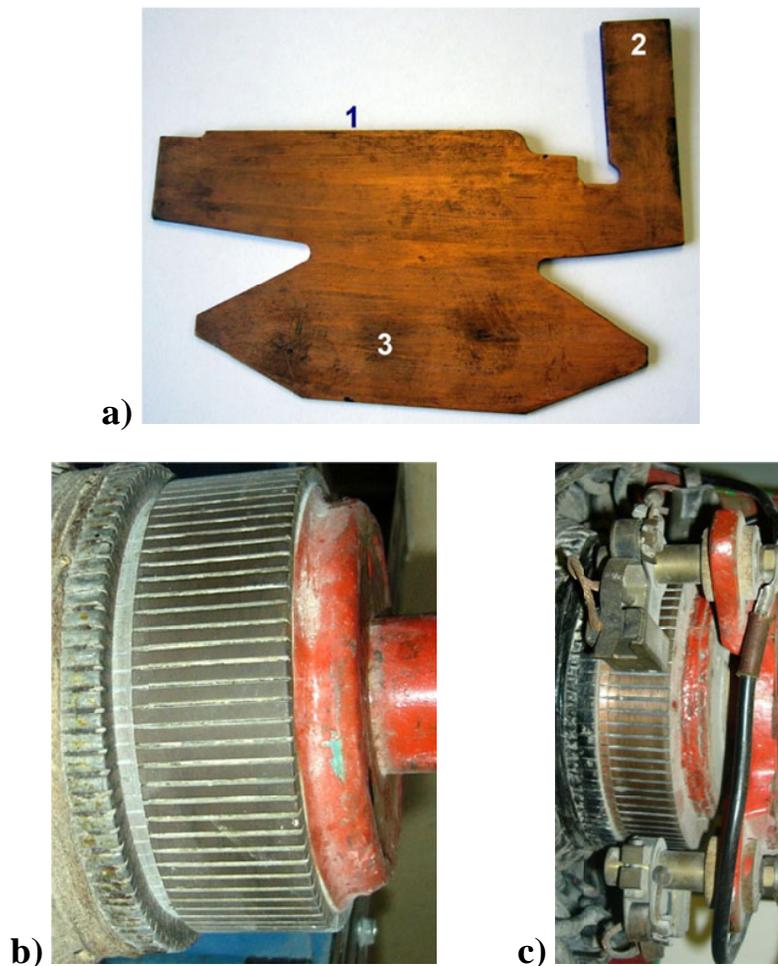
Fig. 5: a) Colector de 3 anillos; b) Escobilla; c) Anillo con escobilla.

Los **conmutadores** o **colectores de delgas** (Figs. 6 y 30b) se utilizan en máquinas con devanados cerrados¹ (las máquinas de c.c. y algunas máquinas de c.a.). Consisten en varias láminas de cobre, denominadas *delgas* (Fig. 6a), dispuestas alrededor del eje del rotor de manera que forman un cuerpo cilíndrico. Las delgas están aisladas entre sí y del eje mediante piezas de mica. Cada delga tiene un talón donde se realiza la conexión a una de las bobinas del rotor mediante soldadura. Las delgas se sujetan al cubo del colector mediante uniones del tipo “cola de milano” para evitar que puedan salirse por la fuerza centrífuga. Sobre las delgas rozan las escobillas, que están fijadas al estator y conectadas al circuito exterior.

Al girar el colector de delgas se produce una conmutación de las bobinas que están conectadas al circuito exterior a través de las escobillas. Por lo tanto, la forma de la corriente es distinta en las bobinas del rotor y en el circuito exterior, actuando el colector de delgas como un rectificador o como un inversor mecánico de la corriente.

En un colector existe un roce mecánico entre las escobillas y los anillos o las delgas que produce un desgaste de sus piezas. Es más fácil reemplazar las escobillas que cambiar el colector, por lo que interesa que las piezas sometidas a mayor desgaste sean aquellas y no éste. Es por esta razón que las escobillas se fabrican con un material más blando (grafito) que los anillos (bronce) o las delgas (cobre).

¹ Más adelante se describen los diferentes tipos de devanado.



*Fig. 6: a) Delga; b) y c) Colectores de delgas.
(1: Superficie de contacto con las escobillas;
2: Talón para la conexión a las bobinas; 3: Cola de milano)*

Configuraciones básicas

Las máquinas eléctricas rotativas adoptan tres formas básicas (Fig. 7):

- Estator y rotor cilíndricos (Fig. 7a), luego su entrehierro es uniforme². Es la habitualmente empleada en las máquinas asíncronas y síncronas rápidas.
- Estator cilíndrico y rotor de polos salientes (Fig. 7b), usualmente utilizada en las máquinas síncronas lentas.
- Estator de polos salientes y rotor cilíndrico (Fig. 7c), normalmente usada en las máquinas de corriente continua.

En las dos últimas configuraciones, la parte con polos salientes es la que aloja al devanado inductor.

En las máquinas muy pequeñas también puede encontrarse una estructura en que tanto el estator como el rotor tienen polos salientes.

² Se desprecian las pequeñas variaciones de entrehierro debidas a la existencia de dientes y ranuras en el estator y en el rotor.

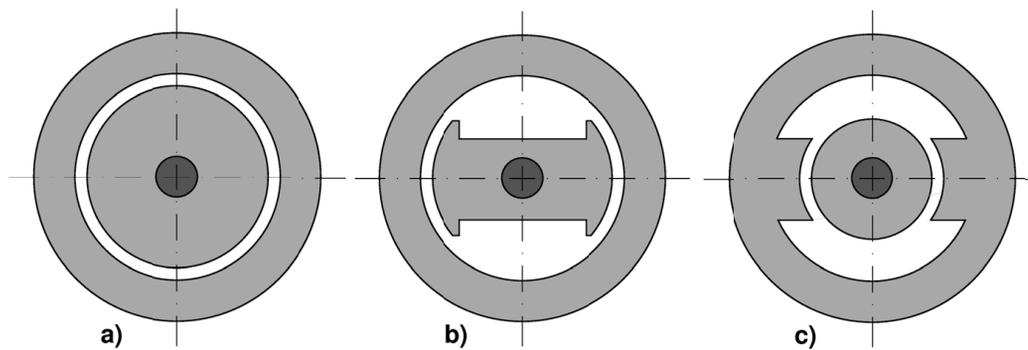


Fig. 7: Formas básicas de las máquinas eléctricas rotativas.

PASO POLAR. ÁNGULOS ELÉCTRICOS O MAGNÉTICOS

La mayor parte de las máquinas eléctricas son de construcción *simétrica*. Esto significa que sus devanados y sus núcleos magnéticos son tales que generan polos magnéticos Norte y Sur que se suceden alternativamente de forma que la distribución del campo magnético a lo largo del entrehierro se repite para cada par de polos. Por consiguiente, la distribución del campo magnético en el entrehierro es una función periódica donde cada ciclo abarca dos polos magnéticos consecutivos (un par de polos). Además, los devanados inductor e inducido tienen igual número de polos.

Por lo tanto, el número de polos de una máquina es siempre par. Se designa por p al número de *pares de polos* y, por consiguiente, el número de polos es $2p$.

Las funciones periódicas se tratan matemáticamente mediante las series de Fourier; es decir mediante funciones seno o coseno. Por lo tanto, se definen los **ángulos eléctricos** o **magnéticos** de forma tal que a un ciclo magnético (es decir, un par de polos) corresponda un ángulo de 360 grados eléctricos o 2π radianes eléctricos (que es lo que equivale a un ciclo en una función seno o coseno). Dado que el campo magnético en el entrehierro tiene una distribución que se repite cada par de polos, en una vuelta completa del rotor se recorren p ciclos magnéticos completos. Es decir, a 360 *grados geométricos* corresponden $p \cdot 360$ grados eléctricos. En general, la relación entre ángulos eléctricos o magnéticos (α)³ y ángulos geométricos (α_g) es:

$$\alpha = p \cdot \alpha_g \quad (1)$$

La simetría de las máquinas da lugar a que en cada par de polos se repitan los mismos fenómenos. Por lo tanto, va a bastar con estudiar un único par de polos; es decir, con analizar la máquina como si fuera bipolar. En este estudio es más cómodo utilizar los ángulos eléctricos, ya que así el análisis resulta independiente del número de polos de la máquina.

En este texto las *velocidades* recibirán diferente denominación según las unidades en que estén medidas:

³ En este texto se supone que los ángulos son siempre eléctricos salvo cuando se representan con el subíndice g , en cuyo caso se trata de ángulos geométricos.

- n: velocidad medida en revoluciones por minuto (r.p.m.)
- Ω : velocidad medida en radianes geométricos/segundo (en algunos textos esta magnitud se denomina ω_m)
- ω : velocidad medida en radianes eléctricos/segundo

Se cumplen, pues, las siguientes relaciones:

$$\Omega = \frac{2 \pi}{60} n \quad (2)$$

$$\omega = p \cdot \Omega \quad (3)$$

La distancia entre dos polos consecutivos se denomina **paso polar** (Fig. 8).

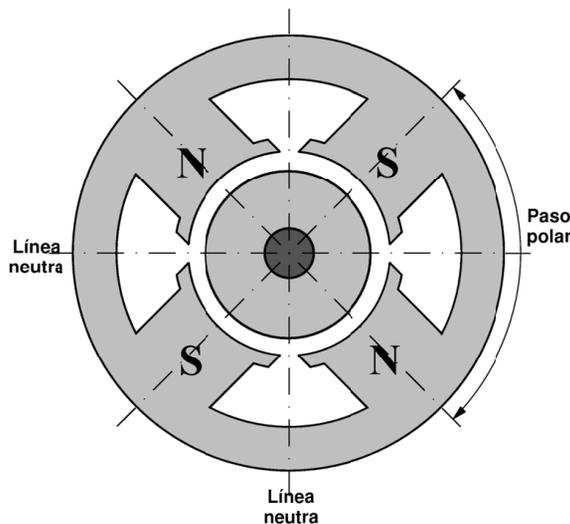


Fig. 8: Paso polar.

DEVANADOS

Definición y clasificación

Los **devanados**, bobinados o **arrollamientos** de una máquina eléctrica son el conjunto de los conductores de la misma.

El material conductor suele ser cobre en forma de hilo esmaltado (el esmalte sirve de aislamiento entre conductores) o de pletina de sección rectangular y recubierta de un material aislante. Para las jaulas de ardilla (Fig. 2c) también se utiliza el aluminio.

En algunas máquinas (básicamente las de corriente continua y síncronas de más de dos polos) el núcleo magnético del inductor está construido a base de polos salientes. En este caso el devanado inductor consiste simplemente en un arrollamiento de varias espiras en serie (Fig. 9) alrededor de los polos en el sentido adecuado para que éstos sean alternativamente Norte y Sur. El conjunto de espiras devanadas alrededor de un polo forma una bobina y las bobinas de todos los polos se suelen conectar en serie entre sí, aunque a veces se puedan conectar formando varias ramas en paralelo iguales.

Este tipo de devanado es concentrado y en él todas las espiras de un polo están atravesadas por el mismo flujo magnético principal.

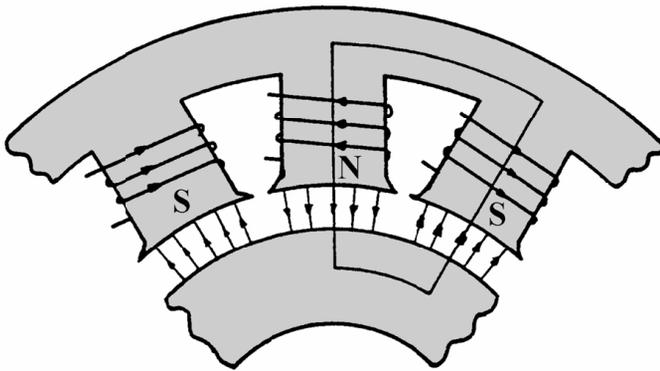
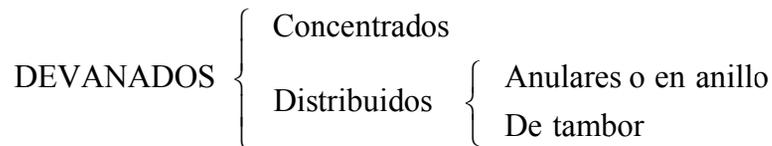


Fig. 9: Corte de una máquina cuyo inductor está en el estator y es de polos salientes.

En los transformadores también se utilizan devanados de este tipo, aunque con algunas peculiaridades específicas.

En los demás casos, el núcleo magnético sobre el que se coloca el bobinado es cilíndrico y se utilizan devanados distribuidos. Esto da lugar a que las espiras de una fase correspondientes a un mismo polo no estén sometidas a los mismos flujos magnéticos.

Estos devanados están alojados en ranuras del núcleo magnético practicadas al efecto en la superficie cilíndrica que está frente al entrehierro y pueden ser de dos tipos: anulares y de tambor.



En los **devanados anulares o en anillo** (Fig. 10) las espiras se arrollan sobre el anillo que constituye el núcleo magnético. En este tipo de devanado cada espira sólo tiene un lado activo, es decir, un lado que corta líneas de campo magnético cuando gira la máquina.

En los devanados **de tambor** (Fig. 11) cada espira tiene dos lados activos situados en sendas ranuras, obteniéndose un mejor aprovechamiento del cobre respecto a los bobinados de anillo.

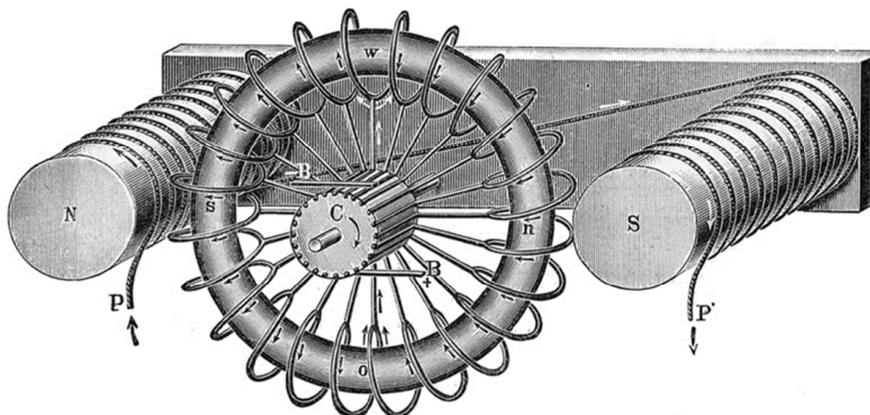


Fig. 10: Representación esquemática de una máquina de c.c. con devanado anular en el inducido (Fuente: Wikimedia Commons: “Bibliothek allgemeinen und praktischen Wissens für Militäránwärter Band III, 1905”).



Fig. 11: Devanado de tambor alojado en las ranuras del estator de una máquina síncrona.

Los devanados anulares fueron los que se emplearon en un principio, pero hoy en día están totalmente en desuso y sólo se utilizan los de tambor.

Devanados de tambor. Definiciones

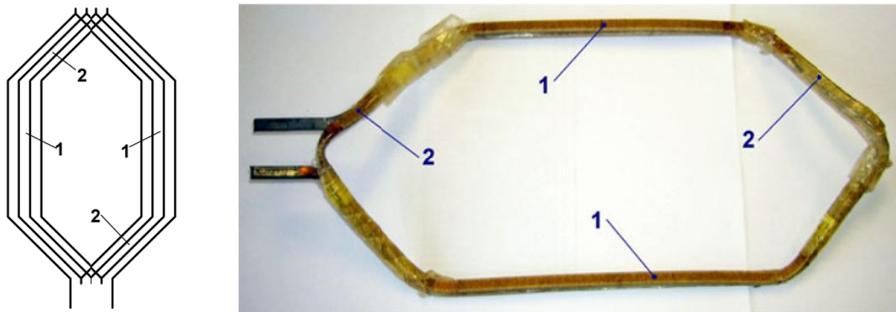


Fig. 12: Bobinas. 1: Lados o haces activos; 2: Cabezas de bobina.

Un conjunto de una o varias espiras iguales, alojadas en las mismas ranuras, conectadas en serie y aisladas juntas formando una unidad constituyen una **bobina** (Fig. 12).

Las dos zonas de una bobina que están colocadas dentro de ranuras son sus lados o haces activos. Las uniones entre los dos lados de una bobina, las cuáles sobresalen del entrehierro por sus dos costados y no están ubicadas en ranuras, son las cabezas de bobina. Una bobina de varias espiras tiene, pues, dos lados activos y dos cabezas (Fig. 12).

Se denomina **paso de bobina** a la distancia que hay entre los dos lados de una bobina. Una bobina es de paso diametral si su paso es igual al paso polar, de paso acortado si su paso es inferior al paso polar y de paso alargado si su paso es superior al paso polar.

Los **devanados abiertos** (Figs. 13 y 14) están formados por una o varias fases, cada una de las cuales tiene un principio y un final. Estos devanados se utilizan en las máquinas de corriente alterna, excepto en el inducido de las máquinas con colector de delgas.

Los **devanados cerrados** se emplean en las máquinas con colector de delgas (Fig. 30b), tanto de c.c. como de c.a., no tienen extremos libres y el conjunto de las

bobinas forma uno o varios circuitos cerrados. La corriente se saca al exterior mediante tomas intermedias que se conectan a las delgas del colector. El bobinado en anillo de la Fig. 10 es un ejemplo de devanado cerrado.

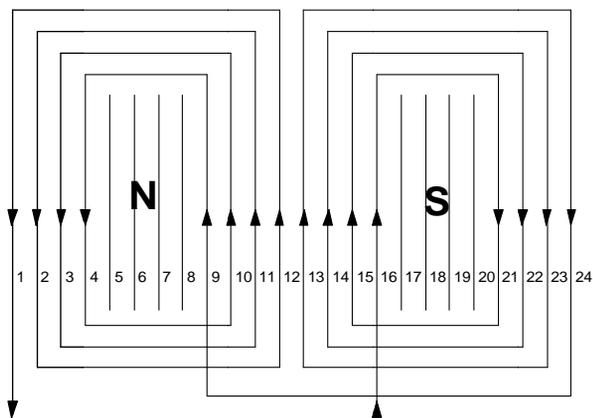


Fig. 13: Bobinado monofásico concéntrico de 2 polos.

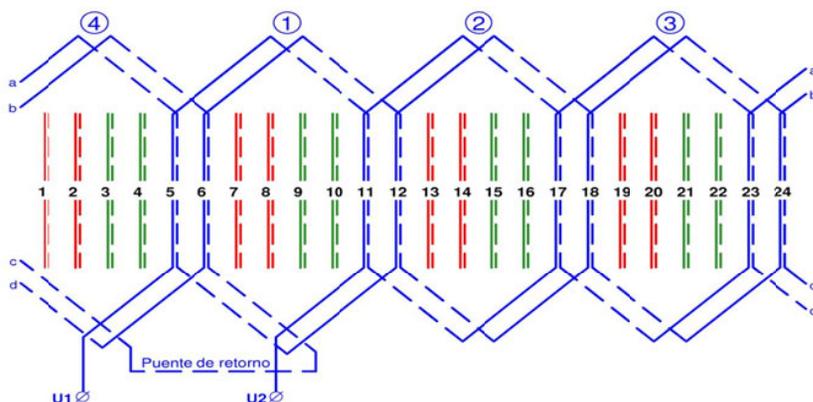


Fig. 14a: Devanado trifásico ondulado de 4 polos. Se ha dibujado sólo una de las fases.

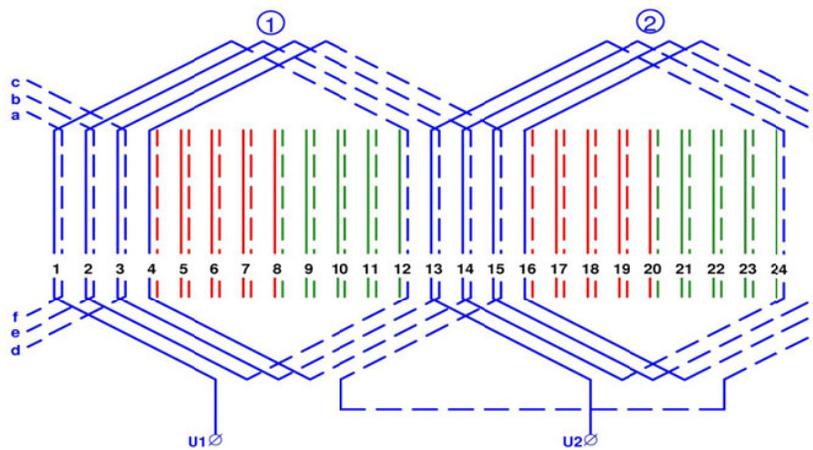


Fig. 14b: Devanado trifásico imbricado de 2 polos. Se ha dibujado sólo una de las fases.

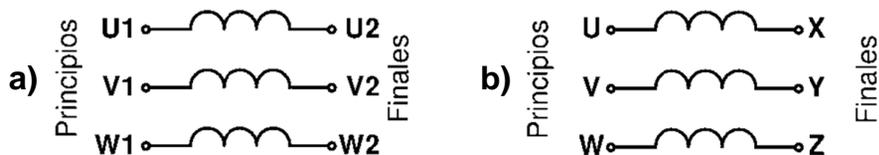


Fig. 15: Denominación de los extremos de las fases de un devanado trifásico: a) denominación actual (UNE EN 60034-8); b) denominación antigua.

2. CAMPO MAGNÉTICO EN EL ENTREHIERRO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS SIMÉTRICAS

CAMPOS MAGNÉTICOS TOTAL, COMÚN Y DE DISPERSIÓN. FLUJO POR POLO

Es sabido que una máquina eléctrica rotativa consiste básicamente en un circuito magnético, formado por el estator, el rotor y un entrehierro, y varios devanados situados en el estator y en el rotor.

Cuando estos devanados están recorridos por corrientes se genera un campo magnético **total** que se puede descomponer en dos:

- a) El campo magnético **común**, también denominado **principal** o **magnetizante**, es el que transmite energía entre los dos órganos de la máquina (estator y rotor) y sus líneas de inducción recorren la totalidad del circuito magnético común de la máquina (es decir, cruzan dos veces el entrehierro y circulan por el estator y el rotor atravesando todos los devanados y actuando sobre todos ellos).
- b) Los campos magnéticos de **dispersión**, también denominados de **fugas**, que no transmiten energía e incluyen el resto de las líneas de inducción.

Se denomina **flujo por polo** Φ_M al flujo debido al campo magnético común que atraviesa a una espira de paso diametral colocada en la posición donde dicho flujo es máximo.

MÁQUINAS ELÉCTRICAS SIMÉTRICAS

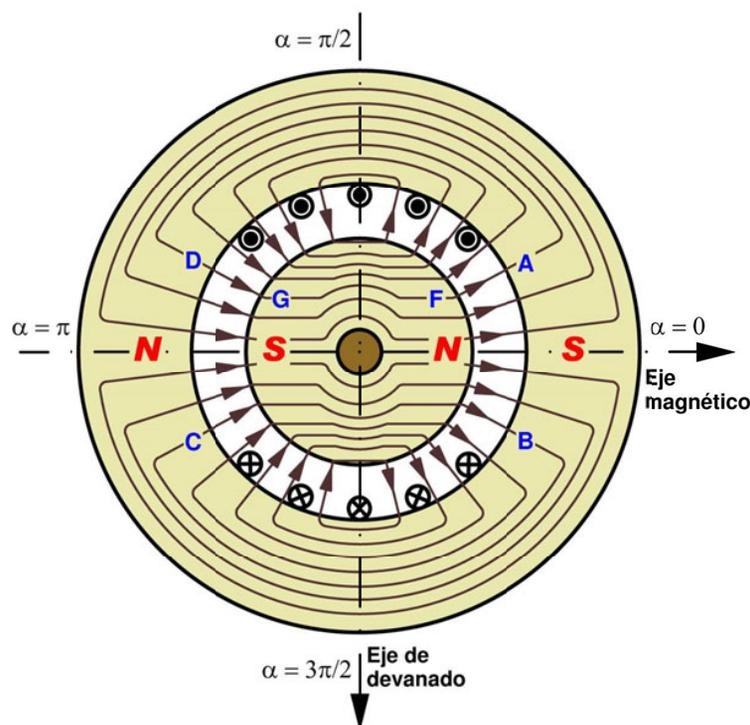


Fig. 16: Líneas de inducción magnética que atraviesan el entrehierro en una máquina simétrica, ideal, bipolar y sin polos salientes debidas a una fase.

La mayoría de las máquinas eléctricas son de construcción simétrica y a ellas se va a referir este texto.

En la Fig. 16 se muestra las líneas de campo magnético que atraviesan el entrehierro originadas por una fase de un devanado en una máquina con entrehierro uniforme.

En esta figura se observa que las líneas de este campo magnético cortan al entrehierro dos veces en dos posiciones simétricas respecto al eje de simetría de la distribución de corrientes de la fase, el cual denominaremos *eje de devanado* o *eje interpolar*. A 90° eléctricos de este eje se encuentra el eje de simetría de la distribución en el entrehierro de las líneas de campo magnético creado por esta fase, el cual denominaremos *eje magnético* o *eje polar* (Fig. 16). Como el reparto de corrientes y el campo magnético se repiten idénticamente en cada par de polos de la máquina, cada uno de estos pares de polos tiene sus respectivos ejes de devanado y magnético, desfasados entre sí 90° eléctricos.

Por otra parte, se puede aceptar sin cometer mucho error que estas líneas de campo tienen dirección radial en el entrehierro.

HIPÓTESIS SIMPLIFICATIVAS. MÁQUINA ELÉCTRICA IDEAL

Si se quisiera realizar el estudio del campo magnético en el entrehierro de una máquina eléctrica rotativa teniendo en cuenta todos los fenómenos que intervienen, éste sería muy complicado. Por esta razón se adoptan una serie de hipótesis simplificadoras que facilitan este análisis al desprestigiar fenómenos poco importantes en la formación de su campo magnético.

En consecuencia, el estudio que se va a hacer versará sobre una *máquina eléctrica ideal* en la que se verifican estas *hipótesis*:

- a) Respecto a las piezas de hierro del circuito magnético se acepta lo siguiente:
 - a1) La permeabilidad magnética μ del hierro es mucho mayor que la del aire y se la puede suponer de valor infinito. Esto significa que en el hierro la excitación magnética H (que es igual al cociente entre la inducción B y la permeabilidad μ) es nula. Por consiguiente, a la hora de calcular la inducción magnética de la máquina sólo hay que considerar la excitación del entrehierro.
 - a2) La inducción magnética carece de componente paralela al árbol de la máquina y la distribución de la inducción magnética es la misma en cualquier plano perpendicular al árbol de la máquina. Por tanto, bastará con estudiar la distribución de la inducción magnética en uno cualquiera de estos planos.
- b) Los conductores están distribuidos a ambos lados del entrehierro paralelamente al árbol de la máquina y su radio es despreciable. Por consiguiente, no se tiene en cuenta el efecto piel de estos conductores.
- c) Por lo que se refiere al entrehierro se supone lo siguiente:

- c1) No se tienen en cuenta las posibles variaciones de entrehierro debidas a la existencia de dientes y ranuras. Entonces en las máquinas con rotor y estator cilíndricos se aceptará que el espesor δ del entrehierro es constante.
- c2) Las líneas de inducción se puede aceptar que tienen dirección radial en el entrehierro.
- c3) El campo magnético en el entrehierro no varía según la dirección radial y, por lo tanto, sólo varía en el espacio según la coordenada angular α , pudiendo ser también función del tiempo. En el caso de máquinas de corriente alterna se aceptará que el campo magnético del entrehierro varía de forma sinusoidal con la coordenada angular α , pues sólo se tendrá en cuenta el primer armónico de su distribución espacial.

FUERZA MAGNETOMOTRIZ DEL ENTREHIERRO \mathcal{F}

En las máquinas en las cuáles se acepta que la permeabilidad magnética de las piezas de hierro es infinita (hipótesis a1), se puede calcular el módulo de la inducción magnética (de dirección radial) en el entrehierro B para cada coordenada angular α a partir del valor de la *fuerza magnetomotriz del entrehierro (f.m.m.)* \mathcal{F} en dicha coordenada angular α . Para ello se utiliza la siguiente relación:

$$B(\alpha) = \frac{\mu_0}{\delta} \mathcal{F}(\alpha) \quad (4)$$

En la expresión (4) μ_0 es la permeabilidad magnética del vacío.

La fuerza magnetomotriz del entrehierro \mathcal{F} es una magnitud que sólo depende de los valores de las corrientes y de su distribución a lo largo del entrehierro a que dan lugar los devanados de la máquina. En las máquinas simétricas su valor en un punto del entrehierro es igual a la mitad de las corrientes abrazadas por la línea de inducción que pasa por dicho punto del entrehierro. Por lo tanto, no va a depender ni de la reluctancia de los núcleos magnéticos del rotor y del estator ni de la reluctancia del entrehierro; es decir, no estará influida por el valor del espesor δ del entrehierro. Por consiguiente, siempre es posible aplicar el principio de superposición a las f.m.m.s.

A pesar de su nombre, la magnitud fuerza magnetomotriz (f.m.m.) no es una fuerza. No confunda esta magnitud con la fuerza electromotriz (f.e.m.) de los circuitos eléctricos.

Si el entrehierro δ es constante se tiene, según la relación (4), que en estas máquinas la inducción magnética B varía con la coordenada angular α de la misma manera que la f.m.m. \mathcal{F} . Es decir, las distribuciones espaciales de B y de \mathcal{F} a lo largo de la circunferencia del entrehierro tienen la misma forma cuando δ es constante.

Por convenio, tanto la f.m.m. \mathcal{F} como la inducción B del entrehierro se considerarán positivas en las zonas del entrehierro donde las líneas de inducción del campo magnético se dirigen desde el rotor hacia el estator y negativas en las zonas donde las líneas de inducción se dirigen del estator al rotor.

F.M.M. DE UN DEVANADO MONOFÁSICO

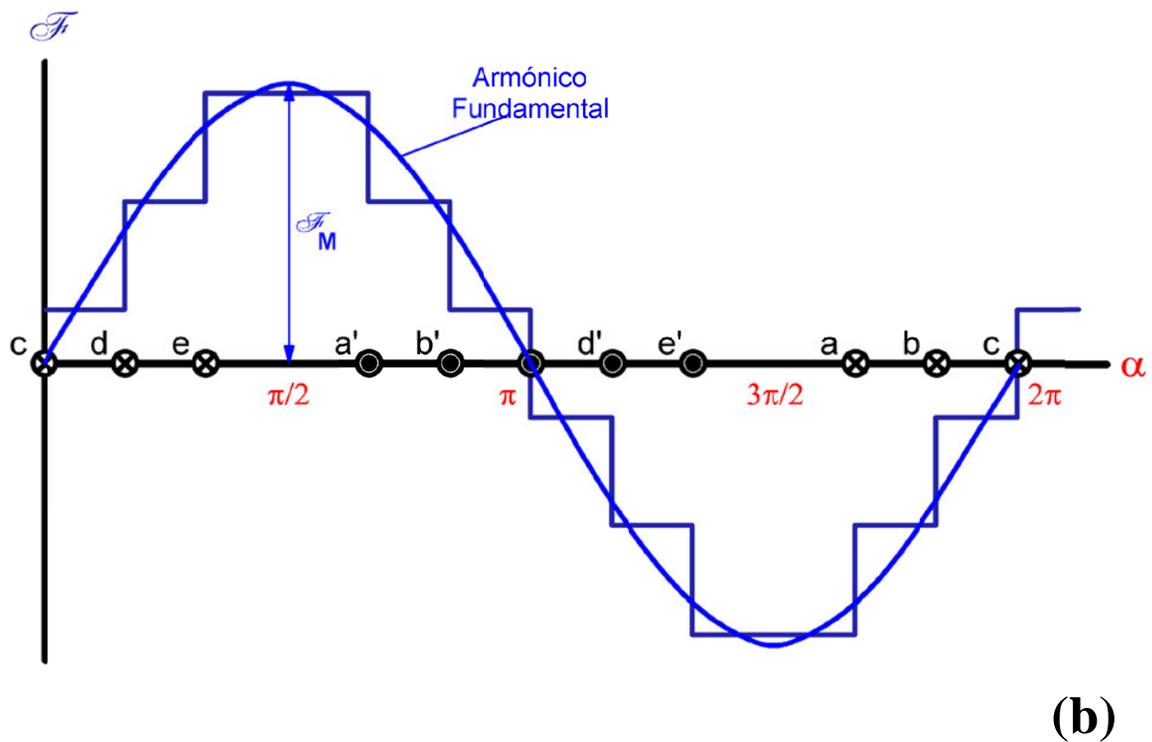
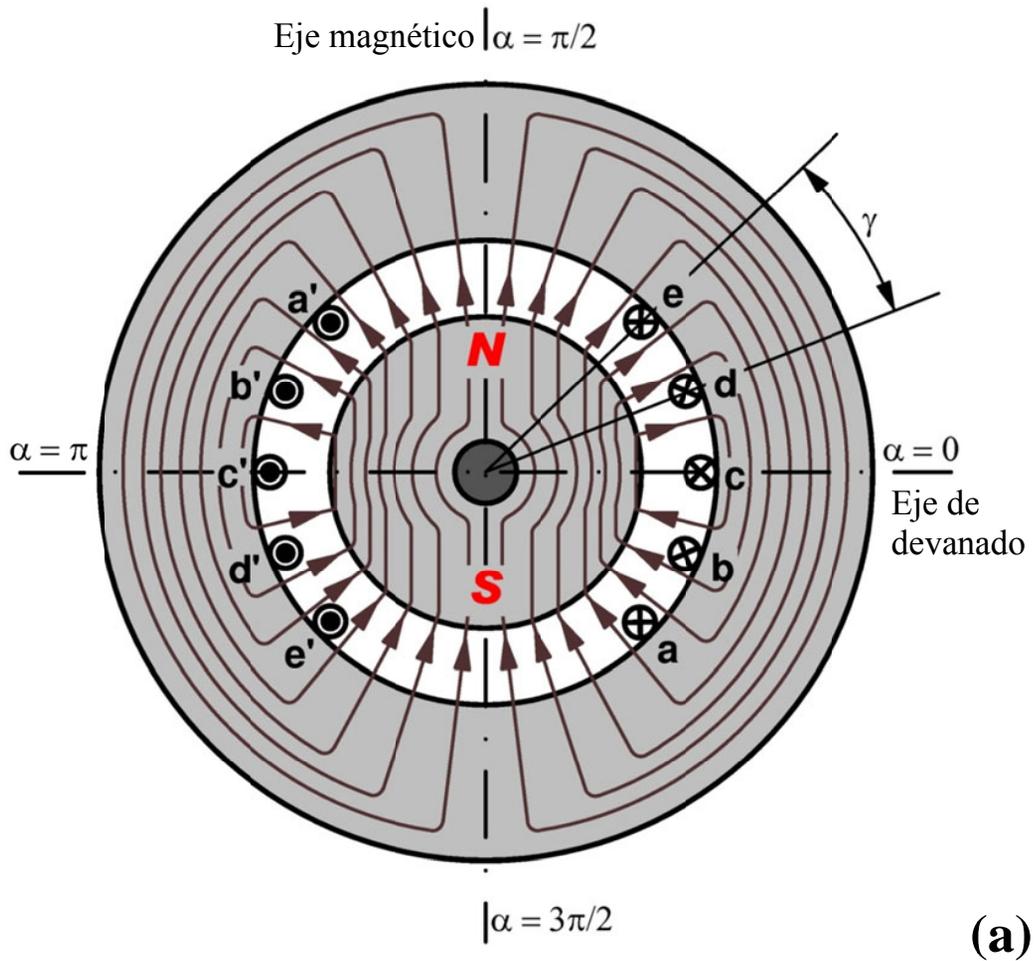


Fig. 17: F.m.m. de una fase con 5 bobinas distribuidas

En la Fig. 17 se ha representado una máquina bipolar con un devanado monofásico distribuido formado por 5 bobinas de paso diametral en serie. En esta figura se ha elegido el origen de coordenadas coincidente con el eje de devanado de esta fase.

Se puede demostrar que en esta máquina se obtiene una distribución espacial de la f.m.m. en el entrehierro de forma escalonada como la representada en la Fig. 17b. Si se descompone esta distribución escalonada de f.m.m. en serie de Fourier, se puede demostrar que se obtienen resultados bastantes precisos en el análisis de máquinas de corriente alterna si se desprecian los armónicos superiores y se tiene en cuenta sólo el armónico fundamental o primer armónico (ver la Fig. 17b). Por lo tanto, se tiene que:

$$\mathcal{F}(\alpha) \approx \mathcal{F}_M \text{sen } \alpha \quad (5)$$

El valor máximo \mathcal{F}_M del armónico fundamental de la f.m.m. vale:

$$\mathcal{F}_M = \frac{4}{\pi} \xi_b \frac{N i}{2 p} \quad (6)$$

- p es el número de pares de polos
- N es el número de espiras efectivas en serie de la fase
- i es la corriente que circula por una fase
- ξ_b es el *factor de bobinado* de la fase, el cual es un coeficiente geométrico que depende de cómo está construida la fase.

En la expresión (6) la corriente i puede variar con el tiempo (por ejemplo, si se alimenta a la fase con corriente alterna). En este caso, la f.m.m. \mathcal{F} no sólo varía con la coordenada angular α , sino también con el tiempo.

En la expresión (5) la f.m.m aparece como una función del seno de la coordenada angular porque hasta ahora se ha supuesto que se toma el origen de coordenadas coincidente con el eje de devanado de la fase considerada.

En la Fig. 18 se ha representado una máquina con un devanado monofásico donde el origen de coordenadas se ha elegido de tal manera que el eje de devanado (E.D.) de la fase forma el ángulo eléctrico δ con el origen de coordenadas. Por lo tanto, el eje magnético (E.M.) forma un ángulo ρ con el origen de coordenadas 90° mayor que δ (Fig. 18).

En este caso se tiene que:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\alpha) &\approx \mathcal{F}_M \text{sen } (\alpha - \delta) = \\ &= \mathcal{F}_M \cos \left(\alpha - \delta - \frac{\pi}{2} \right) = \mathcal{F}_M \cos (\alpha - \rho) \end{aligned}$$

$$\mathcal{F} \approx \mathcal{F}_M \text{sen } (\alpha - \delta) = \mathcal{F}_M \cos (\alpha - \rho)$$

$$(\rho = \delta + \pi / 2)$$

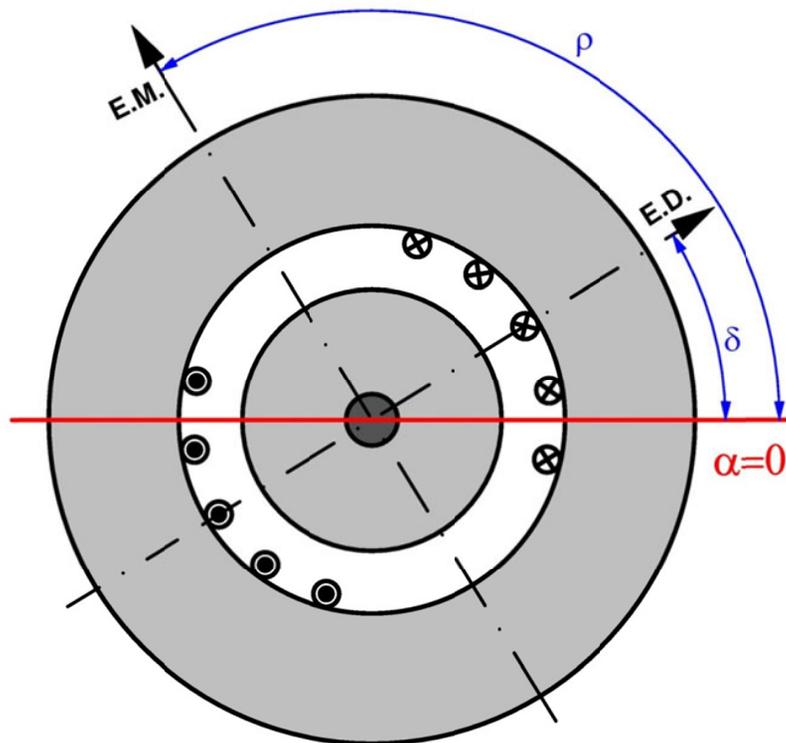


Fig. 18: Devanado monofásico cuyos ejes de simetría forman respectivamente los ángulos δ y ρ con el origen de coordenadas. (E.D.: Eje de devanado; E.M.: Eje magnético)

Es decir, a partir de ahora se colocará el origen de coordenadas donde resulte más cómodo en cada caso y se podrá representar la distribución espacial de la f.m.m. en el entrehierro como una función seno o como una función coseno, según sea más conveniente en cada caso.

F.M.M. DE UN DEVANADO MONOFÁSICO ALIMENTADO CON C.A.

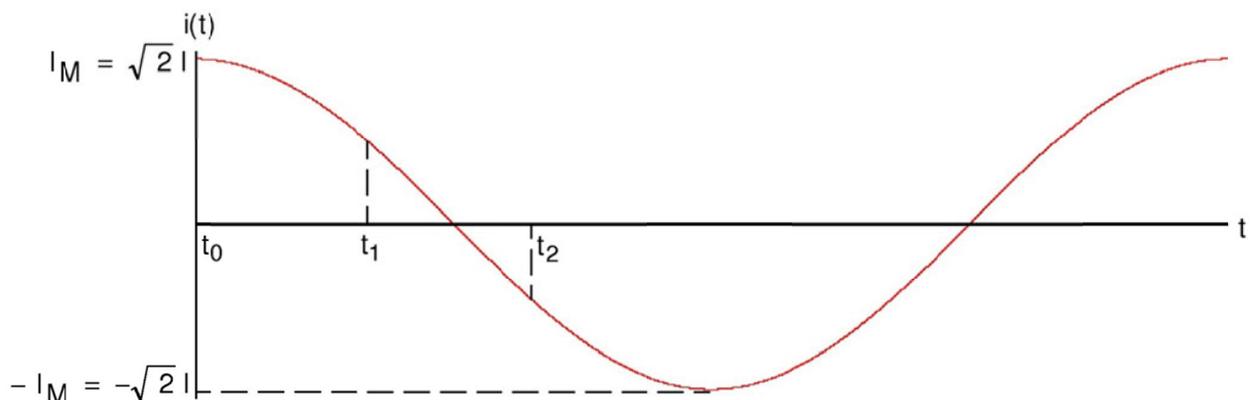


Fig. 19: Corriente alterna sinusoidal

Considérese un devanado monofásico como el de la Fig. 16 alimentado con la corriente alterna perfectamente sinusoidal representada en la Fig. 19.

Esta corriente viene dada por la siguiente expresión:

$$i = i(t) = I_M \cos(\omega t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t) \quad (8)$$

donde I_M es el valor máximo de la corriente e I es su valor eficaz.

En la Fig. 16 se ha tomado el origen de coordenadas desfasado 90° con respecto al eje de devanado de la fase; es decir, coincidente con su eje magnético. Por consiguiente, la f.m.m. en el entrehierro generada por este devanado es función de la coordenada angular α y del tiempo t :

$$\mathcal{F}(\alpha, t) = \mathcal{F}_M \cos \alpha \cos(\omega t) \quad (9)$$

Donde ahora \mathcal{F}_M es el máximo de los valores máximos en el espacio. Es decir, es a la vez el valor máximo en el espacio y en el tiempo.

Esta onda de f.m.m. es *pulsante*; es decir, es una distribución de f.m.m. que permanece inmóvil pero cuya amplitud varía con el tiempo (Fig. 20).

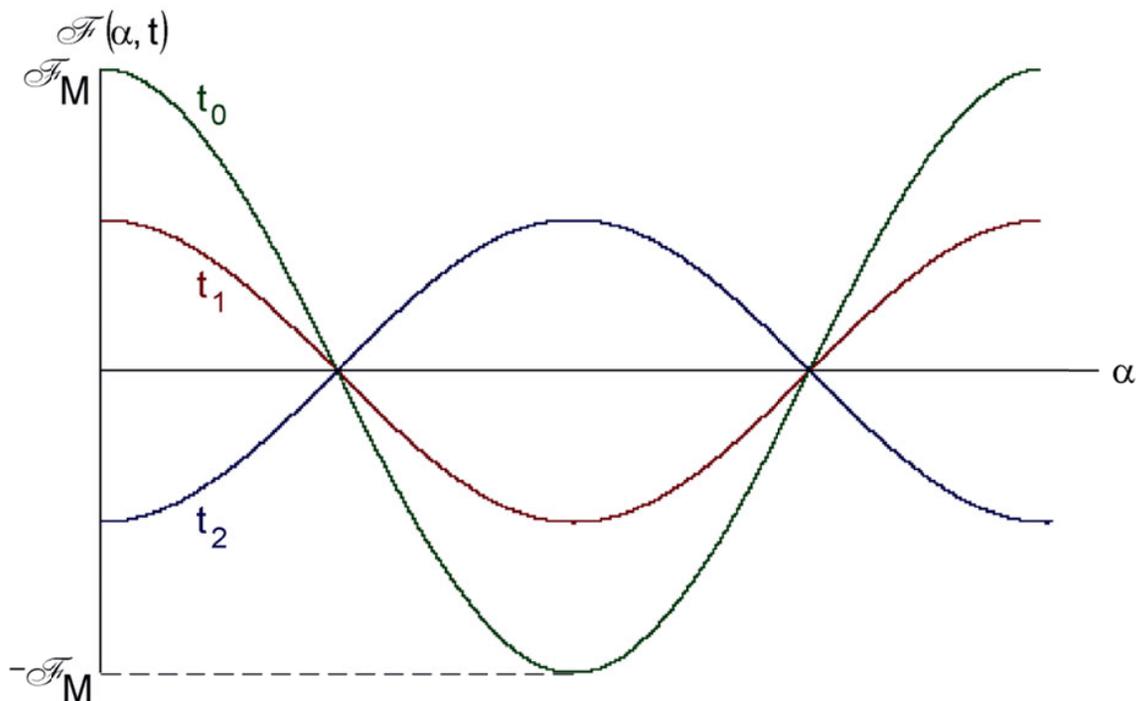


Fig. 20: F.m.m. pulsante

En la Fig. 20 se ha mostrado cómo es esta f.m.m. en los tres instantes de tiempo, t_0 , t_1 y t_2 , señalados en la Fig. 19. En la Fig. 20 se aprecia como esta onda pasa por cero siempre en los mismos puntos del entrehierro. Análogamente, esta f.m.m. alcanza sus valores máximos, positivos y negativos, en los mismos puntos del entrehierro, aunque estos valores máximos varían con el tiempo e, incluso, cambian de signo de un instante a otro.

F.M.M. DE UN DEVANADO POLIFÁSICO. TEOREMA DE FERRARIS

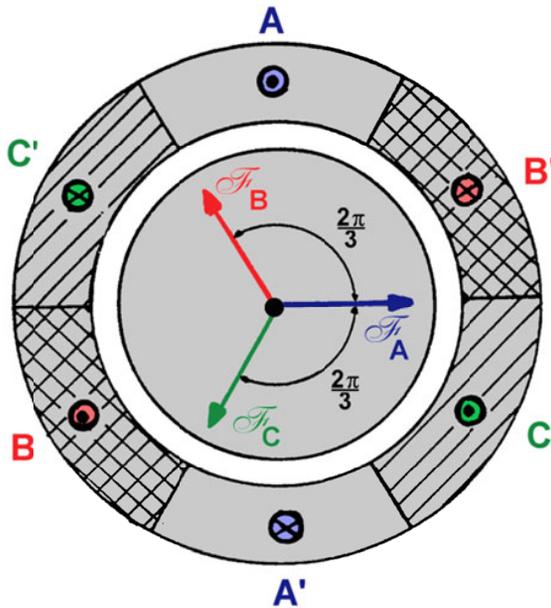


Fig. 21: Devanado trifásico

En la Fig. 21 se ha representado de forma esquemática una máquina eléctrica bipolar con un devanado trifásico. Este devanado consta de tres fases idénticas (A-A', B-B' y C-C') separadas entre sí un ángulo eléctrico de $2\pi/3$ radianes. Como se ha venido haciendo hasta ahora, se van a despreciar los armónicos superiores de la f.m.m. y sólo se considerará su armónico fundamental.

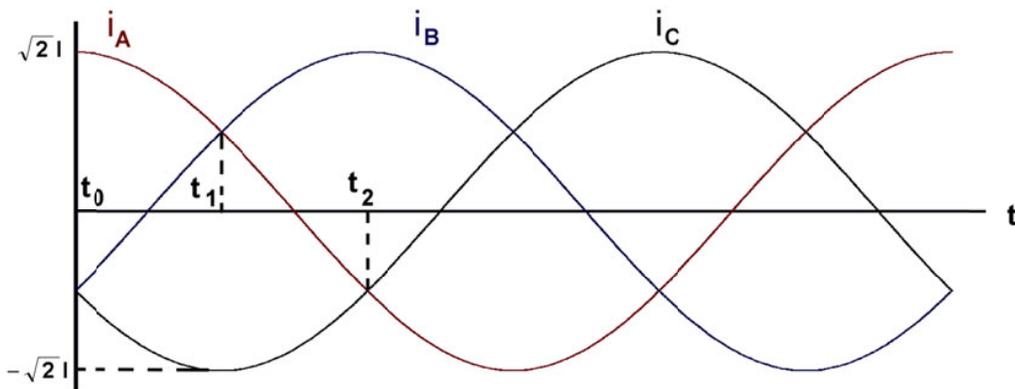


Fig. 22: Sistema trifásico equilibrado de corrientes

En la Fig. 22 se ha representado un sistema trifásico equilibrado de corrientes perfectamente sinusoidales de valor eficaz I:

$$\begin{aligned}
 i_A &= i_A(t) = \sqrt{2} I \cos(\omega t) \\
 i_B &= i_B(t) = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\
 i_C &= i_C(t) = \sqrt{2} I \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)
 \end{aligned}
 \tag{10}$$

En la Fig. 21 el eje de devanado de la fase A está situado sobre el origen de coordenadas, por lo que esta fase origina una f.m.m. cuyo valor máximo se da en dicho origen de coordenadas. Las otras dos fases B y C darán lugar a f.m.m.s desfasadas $2\pi/3$ y $-2\pi/3$ radianes eléctricos con respecto a la de la fase A. Por lo tanto, si se alimentan con el sistema trifásico de corrientes de la Fig. 22 estas tres fases generan las siguientes fuerzas magnetomotrices en el entrehierro:

$$\begin{aligned}\mathcal{F}_A(\alpha, t) &= \mathcal{F}_M \cos(\alpha) \cos(\omega t) \\ \mathcal{F}_B(\alpha, t) &= \mathcal{F}_M \cos\left(\alpha - \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \mathcal{F}_C(\alpha, t) &= \mathcal{F}_M \cos\left(\alpha + \frac{2\pi}{3}\right) \cos\left(\omega t + \frac{2\pi}{3}\right)\end{aligned}\quad (11)$$

En estas expresiones se observa que el valor máximo en el espacio y en el tiempo \mathcal{F}_M de la f.m.m. es igual para las tres fases, pues todas ellas son idénticas y están alimentadas con corrientes del mismo valor eficaz.

La f.m.m. total debida a la acción conjunta de las tres fases se puede obtener aplicando el principio de superposición a las f.m.m. de las fases. Así, sumando las tres f.m.m. que aparecen en las relaciones (11) y teniendo en cuenta esta propiedad trigonométrica:

$$\cos x \cos y = \frac{1}{2} [\cos(x - y) + \cos(x + y)] \quad (12)$$

se llega a la siguiente expresión:

$$\boxed{\mathcal{F}(\alpha, t) = \frac{3}{2} \mathcal{F}_M \cos(\omega t - \alpha) = \frac{3}{2} \mathcal{F}_M \cos(\omega t - p \alpha_g)} \quad (13)$$

En la Fig. 23 se ha representado la distribución espacial de la f.m.m. en el entrehierro dada por la relación (13) para los tres instantes, t_0 , t_1 y t_2 , indicados en la Fig. 22. Se observa que en los tres instantes la f.m.m. conserva el mismo valor máximo ($\frac{3}{2} \mathcal{F}_M$), pero de un instante a otro la onda espacial de f.m.m. se ha desplazado. También se puede apreciar que el desplazamiento de la onda de f.m.m. entre el instante t_0 y t_1 es el mismo que entre t_1 y t_2 . Como entre t_0 y t_1 hay el mismo incremento de tiempo que entre t_1 y t_2 , se deduce que la velocidad con que se mueve la f.m.m. a lo largo de la circunferencia del entrehierro es constante. En este caso se aprecia en la Fig. 23 que el sentido de giro de esta f.m.m. es positivo, pues esta onda se mueve en el sentido de aumento de la coordenada angular α . Es decir, la ecuación (13) representa una onda espacial de f.m.m. en el entrehierro que gira en sentido antihorario.

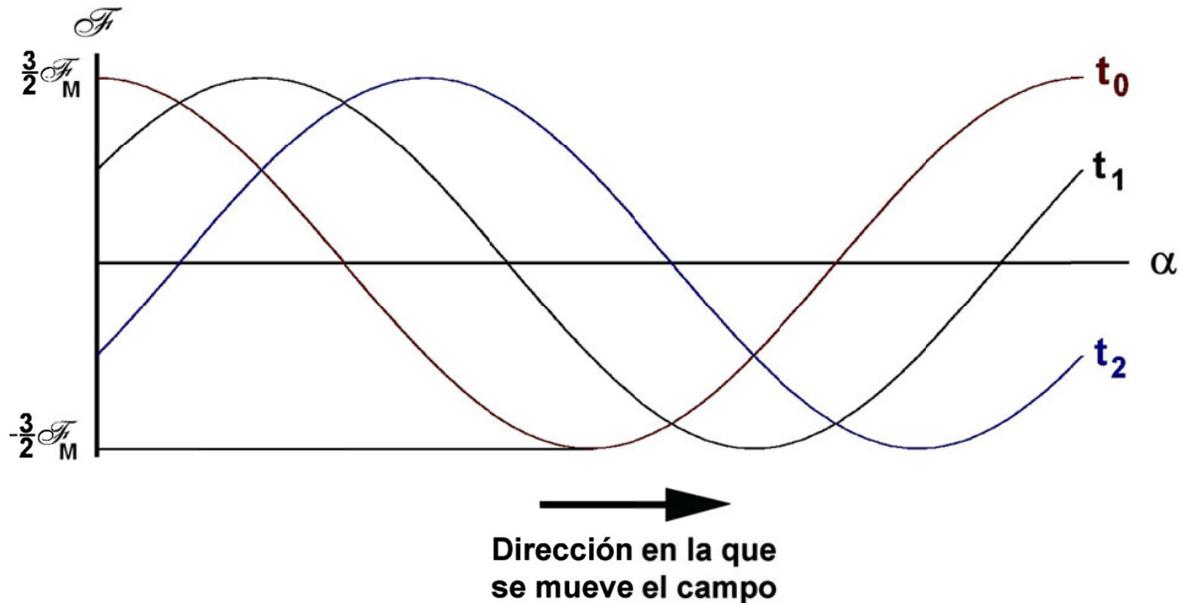


Fig. 23: Campo giratorio

De esto se deduce el **Teorema de Ferraris** para un devanado trifásico:

Si a un devanado trifásico equilibrado (formado por tres fases idénticas desfasadas entre sí en el espacio $2\pi/3$ radianes eléctricos) se lo alimenta con un sistema trifásico equilibrado de corrientes perfectamente sinusoidales (de igual valor eficaz y desfasadas entre sí $2\pi/3$ radianes en el tiempo) se obtiene una f.m.m. giratoria de amplitud constante (igual a $3/2$ del valor máximo \mathcal{F}_M en el espacio y en el tiempo de la f.m.m. generada por una sola fase) y velocidad constante.

El Teorema de Ferraris se puede generalizar a un devanado polifásico de cualquier número de fases m :

“Cuando un devanado polifásico, formado por m fases idénticas, tales que entre dos fases consecutivas hay una separación en el espacio de $2\pi/m$ radianes eléctricos, es alimentado por un sistema polifásico equilibrado de m corrientes, desfasadas en el tiempo $2\pi/m$ radianes, se genera en el entrehierro una f.m.m. que gira a velocidad constante y cuyo valor máximo es $m/2$ veces el valor máximo en el espacio y en el tiempo (\mathcal{F}_M) de la f.m.m. generada por una sola fase actuando aisladamente”.

Este teorema se puede aplicar a cualquier tipo de devanado polifásico equilibrado; es decir, a cualquier devanado equilibrado donde el número de fases m no sea igual a la unidad.

La velocidad de giro de la f.m.m. creada a partir del Teorema de Ferraris se denomina velocidad de sincronismo. Dependiendo de las unidades utilizadas para medir esta velocidad se tiene que:

- * Velocidad de sincronismo medida en *revoluciones por minuto* (r.p.m.):

$$n_1 = \frac{60 f}{p} \quad (14a)$$

- * Velocidad de sincronismo medida en *radianes eléctricos por segundo* (rad elec/s):

$$\omega_1 = 2 \pi f \quad (14b)$$

- * Velocidad de sincronismo medida en *radianes geométricos por segundo* (rad/s):

$$\Omega_1 = \frac{2 \pi f}{p} \quad (14c)$$

En estas expresiones p es el número de pares de polos del devanado y f es la frecuencia de las corrientes ($\omega = 2 \pi f$).

Nótese que cuando la velocidad de sincronismo se mide en radianes eléctricos por segundo (ω_1) su valor es igual al de la pulsación ω de las corrientes de las fases.

El Teorema de Ferraris es fundamental para comprender el funcionamiento de las máquinas eléctricas de corriente alterna polifásicas. Este teorema indica que mediante un devanado polifásico -que puede estar situado en el estator y, consecuentemente, estar inmóvil- se puede crear un campo magnético móvil en el entrehierro similar al que generaría un imán permanente que girara a la velocidad de sincronismo. Es fácil comprender que a partir de este teorema sea fácil el diseñar un motor en el que este campo giratorio mueva el rotor o un generador en el que el campo magnético móvil induzca f.e.m.s sobre el devanado inducido.

Obsérvese que en el enunciado del Teorema de Ferraris se habla de un sistema equilibrado de corrientes -no de tensiones- para generar la f.m.m. giratoria. Aunque para obtener este sistema equilibrado de corrientes se utilice un sistema de tensiones, son las corrientes las que generan la f.m.m. y son éstas las que hay que procurar que varíen en el tiempo de la forma más sinusoidal posible.

Otra observación interesante es que al combinar las f.m.m.s de m fases, cada una de ellas con p pares de polos, para dar lugar a la f.m.m. giratoria, ésta tiene también p pares de polos. Es decir, los polos de las f.m.m.s de las m fases no se suman cuando se genera la f.m.m. giratoria y el número de pares de polos p es el mismo para la f.m.m. de cada fase actuando individualmente que para la f.m.m. giratoria total.

En el devanado trifásico ($m = 3$) se aprecia que si se permutan las corrientes que alimentan a dos de las fases, por ejemplo i_B e i_C , y se realiza otra vez el desarrollo hecho anteriormente (ecuaciones (11) a (13)) se obtiene esta f.m.m.:

$$\mathcal{F}(\alpha, t) = \frac{3}{2} \mathcal{F}_M \cos(\omega t + \alpha) \quad (15)$$

la cual corresponde a una f.m.m. giratoria idéntica a la correspondiente a la ecuación (13), pero que gira en sentido contrario (horario). Por lo tanto, para invertir el sentido de giro de la f.m.m. giratoria generada por un devanado trifásico basta con permutar las corrientes de dos de las fases.

TEOREMA DE LEBLANC

En un apartado anterior se comprobó que un devanado monofásico alimentado con corriente alterna creaba la f.m.m. pulsante dada por la relación (9). Si a dicha relación se la aplica la propiedad trigonométrica (12) se llega a:

$$\begin{aligned} \mathcal{F}(\alpha, t) &= \mathcal{F}_M \cos \alpha \cos(\omega t) = \\ &= \left[\frac{\mathcal{F}_M}{2} \cos(\omega t + \alpha) \right] + \left[\frac{\mathcal{F}_M}{2} \cos(\omega t - \alpha) \right] \end{aligned}$$

$$\mathcal{F}(\alpha, t) = \left[\frac{\mathcal{F}_M}{2} \cos(\omega t + p \alpha_g) \right] + \left[\frac{\mathcal{F}_M}{2} \cos(\omega t - p \alpha_g) \right] \quad (16)$$

Es decir, en los bobinados monofásicos se verifica el **Teorema de Leblanc**:

“Un devanado monofásico alimentado con corriente alterna monofásica genera una f.m.m. pulsante en el entrehierro (cuyo valor máximo es \mathcal{F}_M), la cual puede descomponerse en dos campos giratorios de la misma amplitud ($\mathcal{F}_M/2$) y velocidades de giro de igual valor, pero de sentidos opuestos”.

Este teorema sirve para estudiar el comportamiento, entre otros, del motor asíncrono monofásico.

NOMENCLATURA:

	En este texto	En otros textos
Coordenada angular	α	θ
Espesor del entrehierro	δ	g
Factor de bobinado	ξ_b	K, K_w
Par	M	T
Tensión eléctrica	V	U
Velocidad en rad/s	Ω	ω_m

3. PRINCIPIOS DE FUNCIONAMIENTO DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

PRINCIPIO DE REVERSIBILIDAD

Este principio señala que todas las máquinas eléctricas son reversibles, es decir, pueden actuar tanto como generador como motor. Esta es una de sus ventajas que permite, por ejemplo, que una máquina eléctrica que usualmente trabaja como motor pueda, en un momento dado, actuar como freno. Para ello basta con que pase a funcionar como generador transformando la energía cinética del sistema en energía eléctrica que, además, puede recuperarse devolviéndola a la red.

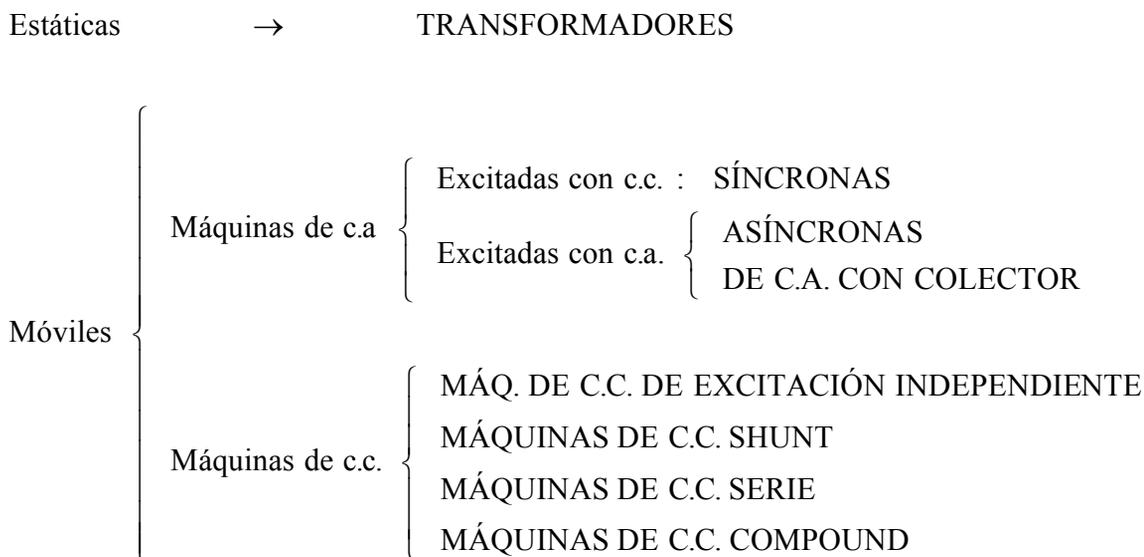
Cuando una máquina trabaja como motor transforma energía eléctrica en mecánica. Por consiguiente, debe generar una fuerza contraelectromotriz, opuesta a la tensión de red, para así captar energía eléctrica y originar un par motor en su eje.

Cuando una máquina actúa como generador transforma energía mecánica en eléctrica. En este caso debe “robar” la energía mecánica que le proporciona un motor externo (un motor Diesel, una turbina de gas, de vapor, etc.) frenándolo. Es decir, en el eje de un generador aparecerá un par de frenado opuesto al par motor externo. Por otra parte, el generador producirá una f.e.m. del mismo sentido que la tensión de la red para suministrar energía eléctrica a dicha red.

LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS CLÁSICAS: CLASIFICACIÓN Y CARACTERÍSTICAS BÁSICAS

Clasificación

Las máquinas eléctricas se pueden clasificar en estáticas y móviles y de acuerdo con el tipo de corriente que circula por sus devanados según se indica en el siguiente esquema:



Transformadores

Los transformadores son máquinas estáticas de corriente alterna con dos devanados. El devanado inductor recibe el nombre de *primario* y el devanado inducido se llama *secundario*. Ambos devanados están arrollados sobre un núcleo magnético sin entrehierros construido a base de apilar chapas magnéticas.



Fig. 24: Transformador trifásico

Al conectar una tensión alterna V_1 al primario, circula una corriente por él que genera un flujo alterno en el núcleo magnético. Este flujo magnético, en virtud de la Ley de Faraday, induce una f.e.m. en el devanado secundario, lo que da lugar a que haya una tensión V_2 en bornes de este bobinado. De esta manera se consigue transformar una tensión alterna de valor eficaz V_1 en otra de valor eficaz V_2 y de la misma frecuencia.

En la siguiente tabla se resumen las principales características de los devanados de los transformadores:

TRANSFORMADORES		
<i>Devanado</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Tipo</i>
Inductor (Primario)	50 ó 60 Hz	Concentrado
Inducido (Secundario)	50 ó 60 Hz	Concentrado

Máquinas síncronas

En las máquinas síncronas (Figs. 1b, 11, 25 y 26) el inductor está colocado usualmente en el rotor y se alimenta con corriente continua a través de un colector de dos anillos. El inducido está en el estator y es un devanado de corriente alterna. El núcleo magnético del estator se construye a base de apilar chapas magnéticas. Las máquinas síncronas rápidas tienen la configuración mostrada en la Fig. 7a y las lentas la mostrada en la Fig. 7b.

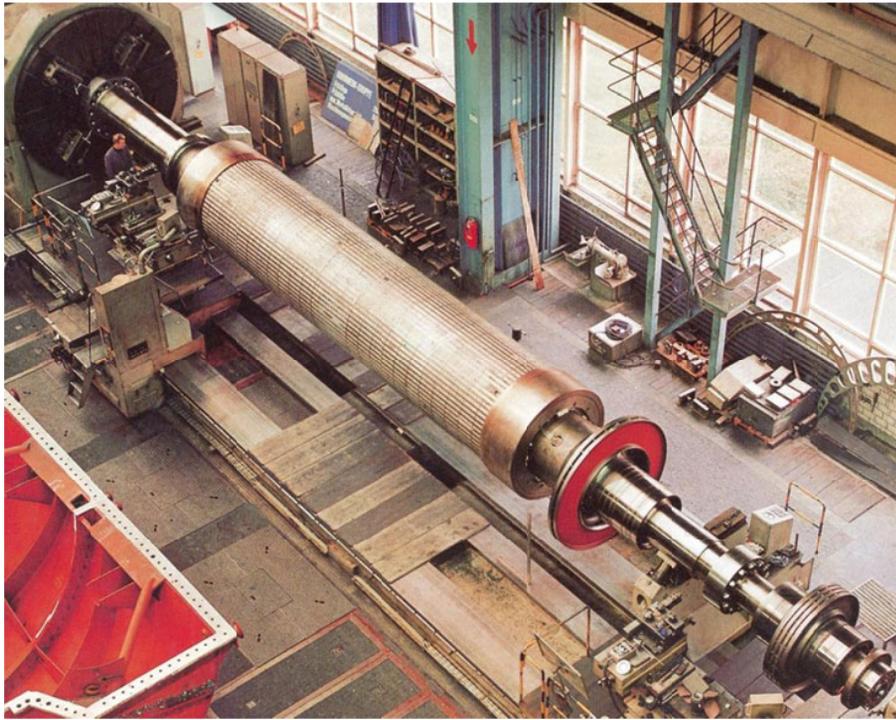


Fig. 25: Rotor cilíndrico de un turboalternador síncrono trifásico de 1500 KVA, 1800 r.p.m., 60 Hz (Fuente: Revista ABB, n° 1, 1992).



Fig. 26: Hidroalternador síncrono trifásico de la central de Itaipú de 824 MVA, 90 r.p.m., 60 Hz (Fuente: Revista ABB, n° 1, 1992).

Cuando la máquina síncrona actúa como alternador, una máquina motriz externa hace girar su rotor y con él gira el campo magnético inductor. Este campo está generado por una corriente continua, luego visto desde el rotor es un campo estático. Sin embargo, al girar el rotor las bobinas del estator “ven” un campo magnético móvil. Esto da lugar a que estas bobinas estén sometidas a un flujo magnético variable en el tiempo y se induzcan en ellas unas f.e.m.s alternas.

Cuando una máquina síncrona polifásica actúa como motor, su estator está recorrido por un sistema equilibrado de corrientes que dan lugar a un campo magnético giratorio (de acuerdo con el Teorema de Ferraris) que, al interactuar con el campo magnético inductor, hace girar al rotor a su misma velocidad. La velocidad a la que gira la máquina es la del campo giratorio, es decir, la velocidad de sincronismo. De ahí el nombre de síncronas de estas máquinas.

En la siguiente tabla se resumen las principales características de los devanados de las máquinas síncronas:

MÁQUINAS SÍNCRONAS			
<i>Devanado</i>	<i>Situación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Tipo</i>
Inductor	Rotor	0 Hz (corriente continua)	a) Bobinas en ranuras (Rotor cilíndrico) b) Bobinas polares (Polos salientes)
Inducido	Estator	50 ó 60 Hz	Bobinas en ranuras

Máquinas asíncronas o de inducción

Las máquinas asíncronas o de inducción tienen la configuración mostrada en la Fig. 1a. En estas máquinas los devanados del estator y del rotor son de corriente alterna, estando este último conectado en cortocircuito (Figs. 1a, 2, 27 y 28). Los núcleos magnéticos del estator y del rotor se construyen a base de apilar chapas magnéticas.

En esta máquina el bobinado del estator es trifásico y similar al de las máquinas síncronas (Fig. 11), mientras que el rotor de esta máquina puede adoptar dos formas constructivas. En el **rotor de jaula de ardilla** (Fig. 27) los conductores alojados en la ranuras son barras, las cuáles se unen entre sí mediante dos aros o anillos de cortocircuito, perpendiculares al eje de la máquina y situados a ambos lados del rotor. En el **rotor bobinado y con anillos** (Fig. 28) el devanado del rotor es un devanado trifásico distribuido que tiene los extremos de las fases conectados a un colector de tres anillos. Aunque en funcionamiento normal estos anillos están cortocircuitados (unidos entre sí), el colector permite conectar el devanado rotórico a un circuito exterior durante ciertas maniobras. Por lo tanto, el rotor devanado tiene más posibilidades de conexión que el de jaula de ardilla, pero es mucho más caro y menos robusto y sólo se usa en máquinas grandes.

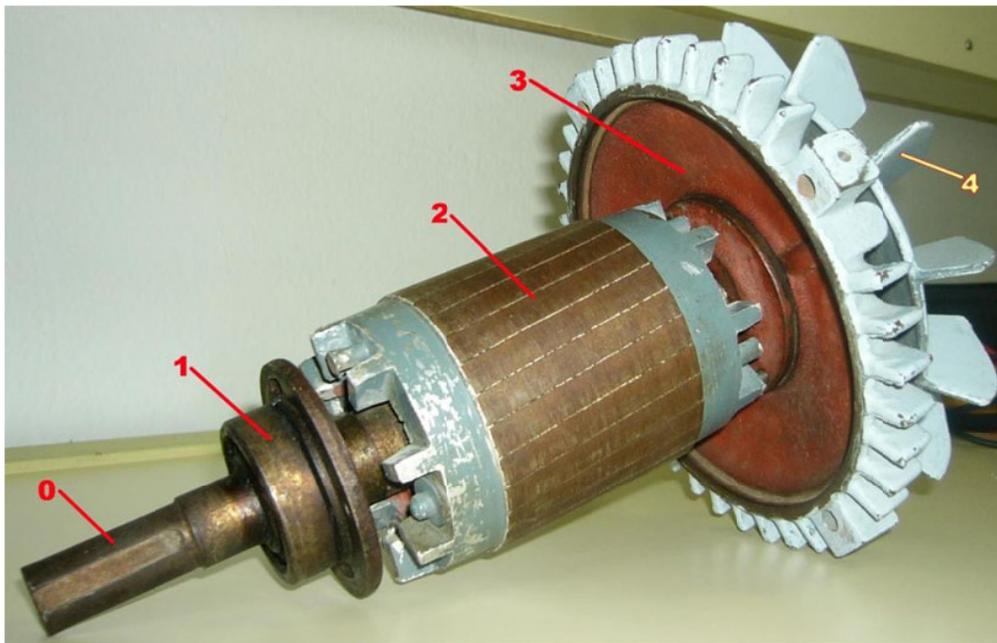


Fig. 27: Eje (0), Cojinete (1), rotor de jaula de ardilla (2), tapa lateral de la carcasa (3) y ventilador (4)



Fig. 28: Rotor bobinado o con anillos

El devanado del estator está recorrido por un sistema equilibrado de corrientes que da lugar a un campo magnético giratorio. Si el rotor gira a una velocidad diferente de la del campo magnético del estator (la velocidad de sincronismo), sus bobinas están sometidas a la acción de un flujo magnético variable y se inducen fuerzas electromotrices (f.e.m.s) en ellas. El devanado del rotor está en cortocircuito, luego estas f.e.m.s producen la circulación de corrientes en el rotor que, al interactuar con el campo magnético del estator, originan un par en el eje de la máquina. Por la Ley de Lenz, las f.e.m.s inducidas en el rotor son tales que originan corrientes que dan lugar a un par que trata de reducir las variaciones de flujo magnético en el devanado del rotor. Por lo tanto, el par que actúa sobre el eje trata de que el rotor alcance la misma velocidad que el campo magnético giratorio; pero sin conseguirlo nunca, ya que entonces no habría corrientes en el rotor ni, por consiguiente, par en el eje de la máquina.

La velocidad de estas máquinas es, pues, ligeramente distinta de la de sincronismo, de ahí su nombre de asíncronas. Por otra parte, las corrientes que circulan por el rotor aparecen por inducción electromagnética, de ahí su otro nombre de máquinas de inducción.

Cuando la máquina asíncrona actúa como motor, su funcionamiento más habitual, la velocidad del rotor es inferior a la de sincronismo y se genera un par motor.

Para que esta máquina actúe como generador es preciso moverla con una máquina motriz externa de forma que su velocidad supere a la de sincronismo. En este caso aparece un par de frenado en su eje.

La diferencia entre la velocidad de sincronismo (n_1 r.p.m. o Ω_1 rad/s) y la de giro de la máquina (n r.p.m. o Ω rad/s) es fundamental para describir su funcionamiento. Esta diferencia se indica mediante una magnitud adimensional denominada **deslizamiento** s , la cual se define mediante esta relación:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} \quad (17)$$

Si el estator de una máquina asíncrona se alimenta con una tensión de valor eficaz V_1 y frecuencia f_1 constantes (con lo que la velocidad de sincronismo n_1 también es constante), el par M que produce sólo varía con la velocidad n o, lo que es equivalente, con el deslizamiento s . La relación entre estas magnitudes se refleja en la curva de par (Fig. 29).

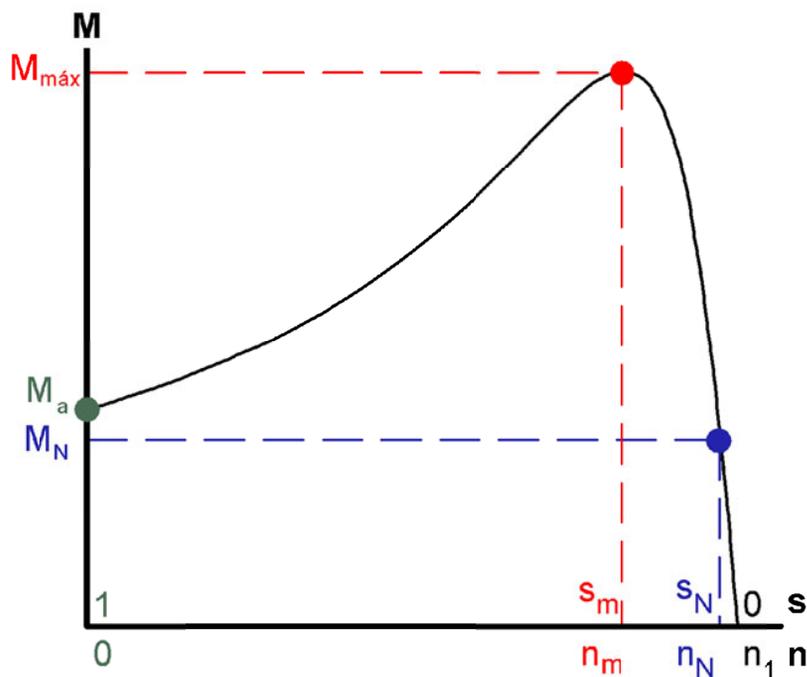


Fig. 29: Curva par-velocidad de un motor asíncrono polifásico a V_1 y f_1 constantes.
(M_a : Par de arranque; $M_{máx}$: Par máximo; M_N : Par nominal o asignado)

La máquina suele funcionar con valores muy pequeños del deslizamiento donde el par varía de forma prácticamente lineal con el deslizamiento.

En la siguiente tabla se resumen las principales características de los devanados de las máquinas asíncronas:

MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN			
<i>Devanado</i>	<i>Situación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Tipo</i>
Inductor (Primario)	Estator	50 ó 60 Hz	Bobinas en ranuras
Inducido (Secundario)	Rotor	0,5-5 Hz	a) Jaula de ardilla b) Bobinas en ranuras

Máquinas de corriente continua

Las máquinas de corriente continua tienen la configuración mostrada en la Fig. 8. El inductor está en el estator, que es de polos salientes, y el inducido está en el rotor. Ambos devanados se conectan a tensiones continuas, pero el devanado inducido recibe su tensión a través de un colector de delgas, por lo que la corriente que circula por él es alterna. En estas máquinas el núcleo magnético rotórico se construye apilando chapas magnéticas.

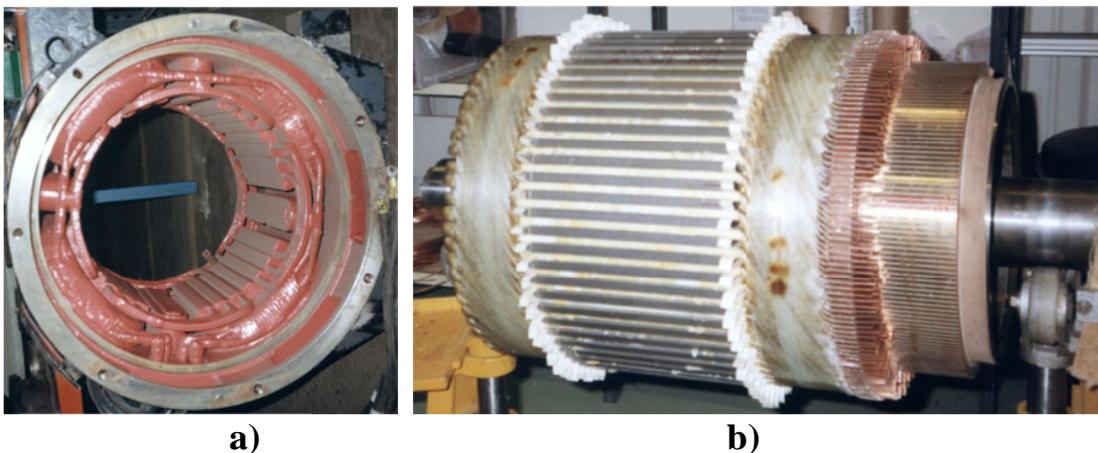


Fig. 30: a) Estator y b) rotor de una máquina de c.c. durante su proceso de fabricación.

Su principio de funcionamiento es similar al de las máquinas síncronas. Cuando actúa como generador, en el inducido se generan corrientes alternas que son rectificadas por el colector de delgas, por lo que se suministra tensión continua al exterior. Cuando actúa como motor la interacción del campo magnético inductor con las corrientes alternas que circulan por el devanado del rotor produce el giro de éste.

Existen distintas variantes de máquinas de corriente continua según cómo estén conectados los devanados inductor e inducido, lo que da lugar a máquinas de diferentes características. En las máquinas de excitación independiente estos devanados están conectados a sendas fuentes de tensión continua independientes. En las máquinas serie estos devanados se conectan en serie a una sola fuente de tensión y en las máquinas shunt o paralelo ambos devanados están conectados en paralelo. Las máquinas compound tienen dos bobinados inductores; uno se conecta en serie y el otro en paralelo con el inducido.

Además de los devanados inductor e inducido estas máquinas pueden llevar más bobinados. El devanado de conmutación o de los polos auxiliares mejora la conmutación en el

colector de delgas y el *devanado de compensación* anula el campo magnético originado por la corriente del inducido (*reacción de inducido*) para que sólo actúe el campo del inductor.

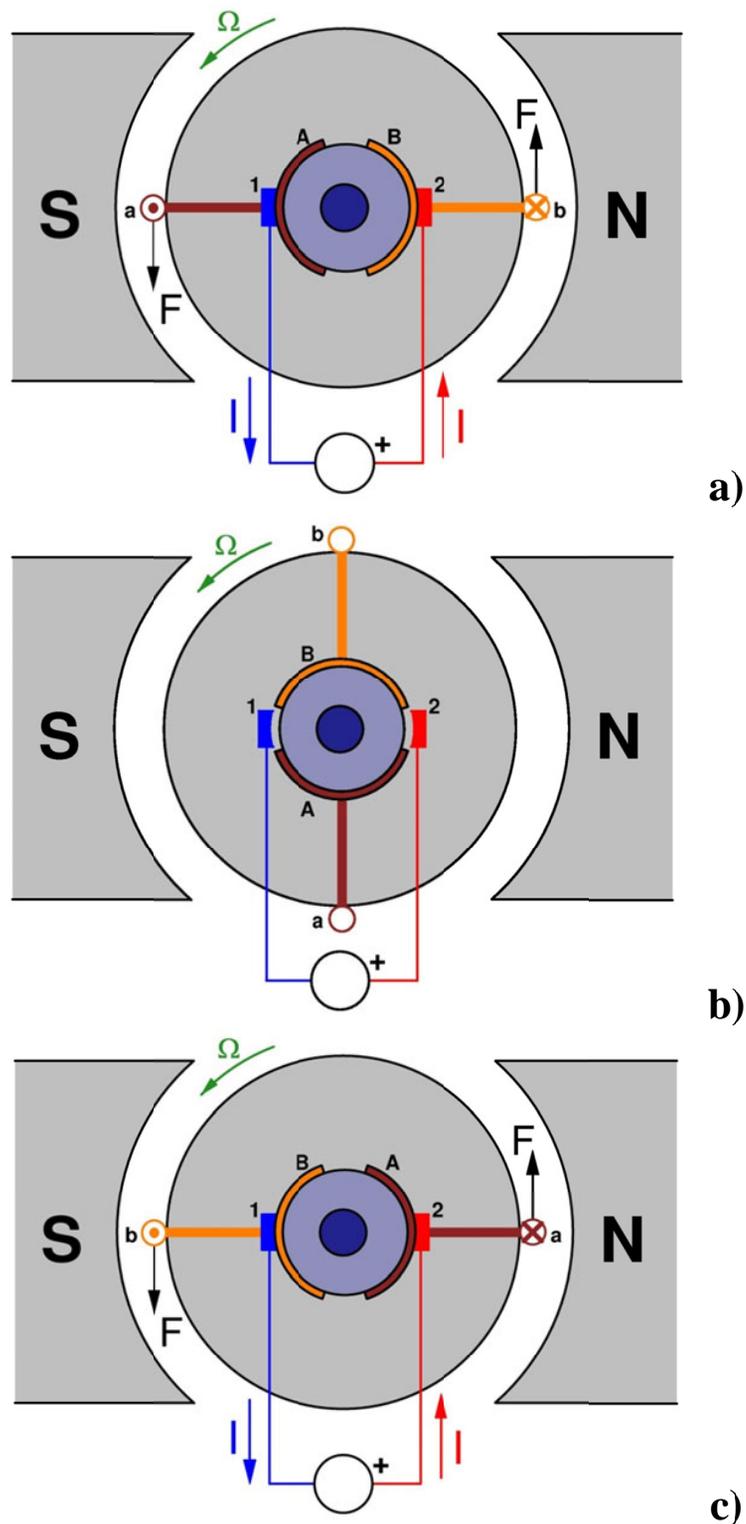


Fig. 31: Principio de funcionamiento de un motor de c.c. bipolar elemental con una sola bobina y dos delgas. (1, 2: Escobillas; A, B: Delgas; a, b: Lados de la bobina unidos respectivamente a las delgas A y B). En las figuras a), b) y c) se representan 3 instantes del giro del motor. Entre cada una de estas figuras la máquina ha girado 90°.

En la siguiente tabla se resumen las principales características de los devanados de las máquinas de corriente continua:

MÁQUINAS DE CORRIENTE CONTINUA			
<i>Devanado</i>	<i>Situación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Tipo</i>
Inductor	Estator	0 Hz (corriente continua)	Bobinas polares
Inducido	Rotor	$f = \frac{p n}{60}$ en bobinas $f = 0$ Hz en bornes	Bobinas en ranuras conectadas en sus extremos a un colector de delgas

Máquinas de corriente alterna de colector

Las máquinas de corriente alterna de colector se basan en el mismo principio que las máquinas de corriente continua con excitación serie y constructivamente son muy similares a ellas; aunque, a veces, el estator es cilíndrico en lugar de tener polos salientes y ambas partes, estator y rotor, tienen sus circuitos magnéticos contruidos apilando chapas magnéticas (pues ambas están sometidas a flujos magnéticos variables en el tiempo).

En efecto, si en una máquina de corriente continua se invierte simultáneamente la polaridad de la corriente en los devanados inductor e inducido, cambian a la vez los signos del campo magnético inductor y de las corrientes del inducido. Por lo tanto, el par -que es proporcional al producto de estas dos magnitudes- no cambia de signo y la máquina sigue funcionando igualmente. Luego, se puede aplicar el principio de funcionamiento de las máquinas de corriente continua a estas máquinas alimentadas con corriente alterna.

En la siguiente tabla se resumen las principales características de los devanados de las máquinas de corriente alterna de colector:

MÁQUINAS DE CORRIENTE ALTERNA DE COLECTOR			
<i>Devanado</i>	<i>Situación</i>	<i>Frecuencia</i>	<i>Tipo</i>
Inductor	Estator	50 ó 60 Hz	a) Bobinas polares b) Bobinas en ranuras
Inducido	Rotor	$f \neq 50$ ó 60 Hz en bobinas $f = 50$ ó 60 Hz en bornes	Bobinas en ranuras conectadas en sus extremos a un colector de delgas

BIBLIOGRAFÍA

- [1] ALGER, P. L. 1970. *Induction machines. Their behavior and uses*. 2ª edición. New York: Gordon and Breach Science Publishers.
- [2] BOLDEA, I. y NASAR, S. A. 2010. *The Induction Machine Design Handbook*. New York: CRC Press.
- [3] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [4] CORRALES MARTÍN, J. 1970. *La máquina eléctrica. Tomo II: Teoría general de funcionamiento*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.
- [5] CORRALES MARTÍN, J. 1982. *Cálculo industrial de máquinas eléctricas. 2 tomos*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.
- [6] CORTES CHERTA. 1994. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. 5 tomos*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [7] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [8] FRAILE MORA, J. 2008. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [9] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético (varios tomos)*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.
- [10] KRAUSE, P. C.; WASYNCZUK, O. 1989. *Electromechanical motion devices*. Nueva York. McGraw-Hill.
- [11] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas. Tomo I*. Moscú: Editorial Mir.
- [12] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas. Tomo II*. Moscú: Ed. Mir.
- [13] LANGSDORF. 1977. *Teoría de las máquinas de c.a.* Méjico: McGraw-Hill.
- [14] MOELLER-WERR, F. y otros. 1972. *Electrotecnia general y aplicada. Tomo II, 1ª parte: Máquinas de c.c. Máquinas de c.a. (incluso transformadores)*. Traducido por Juan Corrales Martín. 2ª edición. Barcelona: Editorial Labor, S.A.
- [15] PYRHÖEN, JUHA y otros. 2010. *Design of rotating electrical machines*. West Sussex (Inglaterra): John Wiley & Sons Ltd.
- [16] RAMÍREZ VÁZQUEZ, J. 1986. *Enciclopedia CEAC de la Electricidad (varios tomos)*. Barcelona. Ediciones CEAC, S.A.
- [17] RAPP, J. 1983. *Teoría y cálculo de los bobinados eléctricos*. Bilbao. Editado por el autor.
- [18] RAS OLIVA. 1998. *Transformadores de potencia, de medida y protección*. Barcelona: Marcombo.
- [19] SANJURJO NAVARRO, R. 1989. *Máquinas eléctricas*. Madrid. McGraw-Hill.
- [20] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA



F.E.M.S INDUCIDAS EN LOS **DEVANADOS DE LAS** **MÁQUINAS ELÉCTRICAS**

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Doctor Ingeniero Industrial

F.E.M.S INDUCIDAS EN LOS DEVANADOS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

F.E.M. DE ROTACIÓN

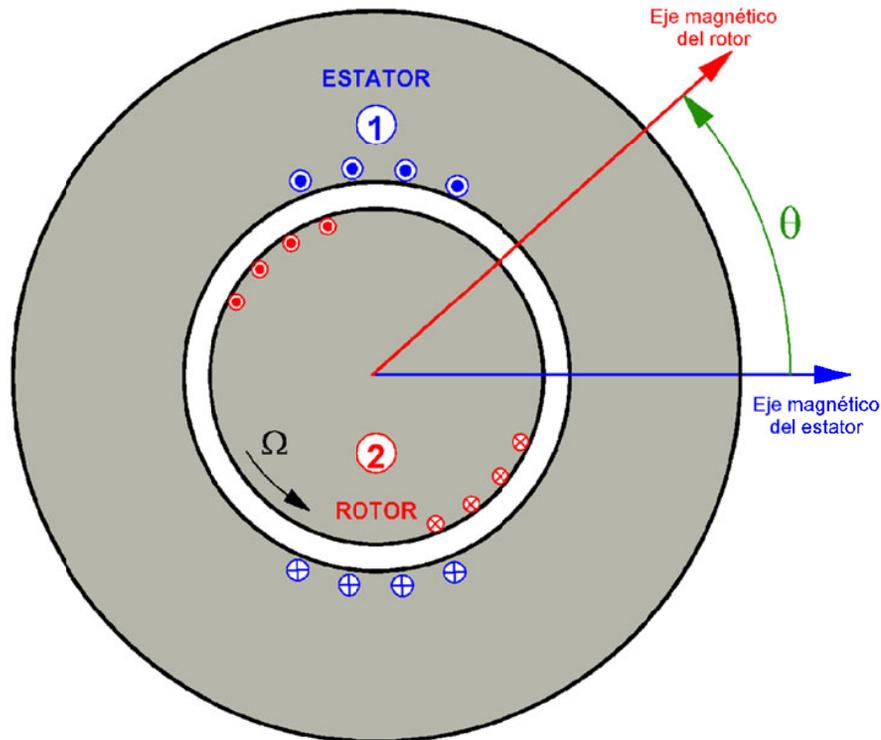


Fig. 1: Máquina eléctrica elemental con dos devanados y dos polos

En la Fig. 1 se muestra una máquina eléctrica bipolar elemental con dos devanados monofásicos, uno en el estator y otro en el rotor, y entrehierro uniforme. El ángulo eléctrico entre los ejes de ambos devanados es θ .

Supóngase que el devanado del rotor se deja en circuito abierto (esto es, sin conectar a ningún generador ni a ninguna carga) mientras que por el devanado del estator circula una corriente continua. Esto hace que el campo magnético esté generado únicamente por el estator (que actúa, entonces, como inductor). Dado que el eje magnético del estator coincide con el origen de coordenadas, la f.m.m. en el entrehierro tendrá su valor máximo en el origen de coordenadas. Si sólo se toma su armónico fundamental, esta f.m.m. es así:

$$\mathcal{F}(\alpha) = \mathcal{F}_M \cos \alpha$$

Al ser una máquina de entrehierro constante, la distribución de la inducción B en el entrehierro tiene la misma forma que la de la f.m.m. \mathcal{F} :

$$B(\alpha) = B_M \cos \alpha$$

Este campo magnético no es giratorio (es debido sólo a un devanado monofásico inmóvil) ni variable en el tiempo (la corriente del estator es continua) y da lugar a unos enlaces de flujo en el devanado del rotor ψ_2 que dependerán del ángulo θ . Serán máximos (en valor absoluto) para $\theta = 0^\circ$ o 180° y nulos para $\theta = \pm 90^\circ$ eléctricos. Es decir, cumple la siguiente relación:

$$\psi_2 = \psi_{2M} \cos \theta \quad (1)$$

El valor máximo de estos enlaces de flujo se calcula así:

$$\boxed{\psi_{2M} = N_2 \xi_{b2} \Phi_M} \quad (2)$$

donde:

N_2 es el número de espiras efectivas en serie del rotor

ξ_{b2} es el factor de bobinado del rotor

Φ_M es el flujo por polo

Si el rotor gira con una velocidad de Ω rad/s, lo que equivale a n r.p.m. y a ω rad eléctricos/s, se tiene que:

$$\theta = \omega \cdot t \quad (3)$$

y, en consecuencia:

$$\psi_2 = \psi_{2M} \cos(\omega \cdot t) \quad (4)$$

Lo que significa que, aunque el campo magnético es invariable e inmóvil, el movimiento del rotor hace que su devanado esté sometido a un campo variable en el tiempo y actuará como el inducido de la máquina. Así, un conductor del rotor en un momento dado está frente a un polo norte del estator, un poco más tarde el giro del rotor hace que este conductor se encuentre frente a un polo sur del estator, y así sucesivamente, lo que provoca que este conductor “vea” un campo magnético variable en el tiempo. Por lo tanto, en bornes del bobinado del rotor aparece una f.e.m. inducida de rotación que se obtiene a partir de la Ley de Faraday:

$$e_2 = - \frac{d \psi_2}{d t} = \omega \cdot \psi_{2M} \cdot \text{sen}(\omega \cdot t) \quad (5)$$

Es decir, es una f.e.m. de la forma

$$e_2 = \sqrt{2} E_2 \cos\left(\left(\omega_2 \cdot t\right) - \frac{\pi}{2}\right) \quad (6)$$

Comparando las expresiones (5) y (6) y teniendo en cuenta las relaciones (2) y (4), se deduce que esta f.e.m. tiene las siguientes propiedades:

F.E.M.S INDUCIDAS EN LOS DEVANADOS DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

- * Está retrasada en el tiempo 90° o $\pi/2$ radianes con respecto a los enlaces de flujo.
- * Su pulsación ω_2 es igual a la velocidad de giro del rotor en rad elect/s. Luego, la frecuencia f_2 de esta onda vale:

$$\omega_2 = 2 \pi f_2 = \omega$$

$$f_2 = \frac{\omega}{2 \pi} = \frac{p \Omega}{2 \pi} = \frac{p n}{60}$$

$$\boxed{f_2 = \frac{n p}{60}} \quad (7)$$

- * El valor eficaz de esta f.e.m. vale:

$$E_2 = \frac{\omega \cdot \Psi_{2M}}{\sqrt{2}} = \frac{(2 \pi f_2) \cdot (N_2 \xi_{b2} \Phi_M)}{\sqrt{2}} = \left(\frac{2 \pi}{\sqrt{2}} \right) N_2 f_2 \xi_{b2} \Phi_M$$

$$\boxed{E_2 = 4,44 N_2 f_2 \xi_{b2} \Phi_M} \quad (8)$$

Este mismo resultado se habría obtenido si el devanado hubiera estado inmóvil y estuviera bajo la acción de un campo que girase con una velocidad de ω rad eléctricos/s.

Lo mismo sucedería también si ambos, el rotor y el campo giratorio, girasen con velocidades diferentes. En este caso, la velocidad a considerar en la relación (7) es la velocidad relativa del devanado con respecto al campo magnético.

F.E.M. DE TRANSFORMACIÓN

Supóngase ahora que en la máquina de la Fig. 1 el rotor permanece inmóvil y está en circuito abierto. El estator está ahora recorrido por una corriente alterna de frecuencia f_1 y de pulsación ω_1 :

$$\omega_1 = 2 \cdot \pi \cdot f_1 \quad (9)$$

Por lo tanto, ahora se obtiene una f.m.m. inmóvil (es debida sólo al devanado del estator que está inmóvil) y variable en el tiempo (es originada por una corriente alterna). Esta f.m.m. es, pues, de esta manera:

$$\mathcal{F}(\alpha, t) = \mathcal{F}_M \cos \alpha \cos (\omega_1 t)$$

Donde ahora \mathcal{F}_M es a la vez el máximo en el espacio y en el tiempo de la f.m.m. en el entrehierro. La inducción magnética tiene en el entrehierro una distribución similar a la de la f.m.m.:

$$B(\alpha, t) = B_M \cos \alpha \cos (\omega_1 t)$$

Consecuentemente, los enlaces de flujo del rotor ahora siguen esta ley:

$$\psi_2 = \psi_{2M} \cos \theta \cos (\omega_1 \cdot t) \quad (10)$$

Donde el ángulo θ es ahora constante (rotor inmóvil) y el valor máximo en el espacio y en el tiempo ψ_{2M} de estos enlaces de flujo se siguen calculando mediante la relación (2) (si en dicha expresión se toma Φ_M como el flujo por polo cuando el campo magnético del entrehierro es máximo (cuando $\cos \omega_1 t = 1$)).

Estos enlaces de flujo son variables en el tiempo, no porque el rotor esté girando, como sucedía en el apartado anterior (ahora se supone que el rotor está parado), sino porque el campo magnético en el entrehierro ya es de por sí variable en el tiempo (está originado por una corriente alterna). Aplicando la Ley de Faraday se obtiene la f.e.m. inducida de transformación que aparece en bornes del devanado del rotor:

$$e_2 = - \frac{d \psi_2}{d t} = \omega_1 \cdot \psi_{2M} \cos \theta \cdot \text{sen} (\omega_1 \cdot t) \quad (11)$$

Esta f.e.m. tiene las siguientes propiedades:

- * También está desfasada en el tiempo 90° o $\pi/2$ radianes con respecto a los enlaces de flujo.
- * Tiene la misma frecuencia f_1 que la corriente del devanado inductor (el estator).
- * Su valor eficaz E_2 vale:

$$E_2 = \frac{\omega_1 \cdot \psi_{2M}}{\sqrt{2}} \cos \theta = \frac{(2 \pi f_1) \cdot (N_2 \xi_{b2} \Phi_M)}{\sqrt{2}} \cos \theta$$

$$\boxed{E_2 = 4,44 N_2 f_1 \xi_{b2} \Phi_M \cos \theta} \quad (12)$$

- * Este valor eficaz será máximo cuando el rotor esté alineado con el estator ($\theta = 0^\circ$) y la f.e.m. será nula si $\theta = \pm 90^\circ$ eléctricos.

CASO GENERAL

Es posible que se induzcan simultáneamente f.e.m.s de rotación y de transformación sobre el devanado del rotor. Esto sucederá cuando exista un movimiento relativo del rotor con respecto al campo magnético en el entrehierro y éste, a su vez, sea variable en el tiempo. La f.e.m. instantánea total será en este caso la suma de las f.e.m.s instantáneas de rotación y de transformación.

Aunque aquí se ha tratado del devanado del rotor, esto se puede generalizar a cualquier devanado en el que exista un movimiento relativo del devanado con respecto al campo magnético (lo cual puede ser debido a que el devanado esté quieto (por ejemplo, en el estator) y lo que se mueva sea el campo magnético) y/o esté sometido a la acción de un campo magnético que varíe con el tiempo.

Los resultados obtenidos sobre la máquina elemental bipolar de la Fig. 1 se pueden generalizar a máquinas de cualquier número de polos si se utilizan ángulos eléctricos, que es lo que se ha hecho al deducir las expresiones anteriores.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] CORTES CHERTA. 1994. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. 5 tomos*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [2] FRAILE MORA, J. 2008. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [3] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas. Tomo I*. Moscú: Editorial Mir.
- [4] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas. Tomo II*. Moscú: Editorial Mir.
- [5] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.
- [6] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA
*DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA*



POTENCIAS, CALENTAMIENTO, RENDIMIENTO Y CARACTERIZACIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

POTENCIAS, CALENTAMIENTO, RENDIMIENTO Y CARACTERIZACIÓN DE LAS MÁQUINAS ELÉCTRICAS

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

INTRODUCCIÓN

Este texto comienza con el análisis la máxima potencia que puede suministrar una máquina eléctrica en unas condiciones dadas; la cual, en la mayor parte de las máquinas, depende sobre todo de la temperatura que llega a alcanzar la máquina y de la temperatura que sus materiales, especialmente los aislantes, son capaces de soportar. Esta potencia límite no es una magnitud fija para una máquina sino que depende de sus condiciones de funcionamiento y ambientales, las cuáles habrá que analizar y especificar a la hora de elegir la máquina que se necesita para una aplicación dada.

Seguidamente el texto analiza el rendimiento de una máquina eléctrica y las magnitudes que lo afectan.

Finalmente se tratan una serie de aspectos tecnológicos que hoy en día están normalizados y que también habrá que especificar para caracterizar completamente una máquina eléctrica. Entre otros, estos aspectos son: tamaño, forma, grado de protección y disposición de la carcasa, sistema de enfriamiento, etc.

POTENCIAS EN UNA MÁQUINA ELÉCTRICA. PÉRDIDAS

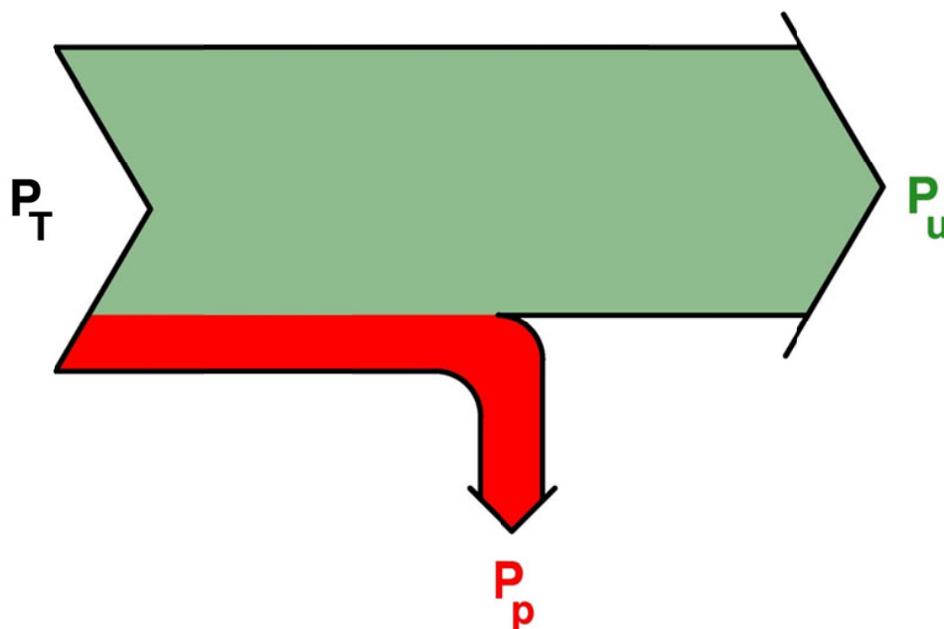


Fig. 1: Flujo de potencia en una máquina eléctrica
(P_T : Potencia total absorbida; P_u : Potencia útil suministrada; P_p : Pérdidas)

Una máquina eléctrica realiza una conversión de energía (Fig. 1). Así, un *motor* es una máquina que transforma la potencia eléctrica que absorbe de la red a la que está conectado su devanado inducido y la transforma en potencia mecánica de rotación que suministra por su eje (Tabla I). En un *generador* la conversión es a la inversa, absorbe potencia mecánica

por su eje (para lo cual ejerce un par de frenado) y suministra energía eléctrica a través de su inducido (Tabla I). En un *transformador* las potencias absorbida y suministrada son eléctricas, pero tienen diferentes tensiones (Tabla I).

Se denomina *potencia total* a la absorbida por la máquina y *potencia útil* a la suministrada. Cuando alguna de estas potencias sea de tipo eléctrico en corriente alterna se tratará de una potencia activa (véase la Tabla I).

Tabla I: Potencias total y útil en los diferentes tipos de máquinas eléctricas

	Potencia útil P_u	Potencia total P_T
Motores	Potencia mecánica motriz en el eje (ejerce un par motor)	Potencia eléctrica (activa en c.a.) absorbida de la red eléctrica (produce una f.c.e.m.)
Generadores	Potencia eléctrica (activa en c.a.) suministrada a la red eléctrica (genera una f.e.m.)	Potencia mecánica absorbida por el eje (origina un par de frenado)
Transformadores	Potencia activa suministrada por el secundario	Potencia activa absorbida de una red eléctrica por el primario

La transformación de energía no es perfecta, por lo que la potencia útil siempre es inferior a la potencia total absorbida por la máquina. Esto significa que una fracción de la potencia absorbida no se aprovecha y constituye la potencia perdida o simplemente las *pérdidas* P_p de la máquina eléctrica (Fig. 1). Por lo tanto, se verifica que:

$$P_T = P_u + P_p \quad (1)$$

Las pérdidas se transforman en calor lo que provoca un calentamiento de la máquina y una elevación de su temperatura, la cual se limita empleando diferentes sistemas de refrigeración.

ORIGEN DE LAS PÉRDIDAS

Según la causa que las origina, las pérdidas que se producen en una máquina eléctrica se pueden clasificar en: pérdidas en el cobre, pérdidas en el hierro y pérdidas mecánicas (Fig. 3).

Además, existen las llamadas pérdidas adicionales que engloban una serie de pérdidas debidas a diferentes causas de difícil cuantificación y que en un estudio básico, como el que corresponde a este texto, se desprecian.

Las pérdidas adicionales se producen en el cobre y en el hierro, pero por causas diferentes a las pérdidas normales, que son las que se van a explicar en los siguientes apartados. Principalmente las pérdidas adicionales se deben al reparto no uniforme de la corriente en la sección de un conductor, a la existencia de campos magnéticos armónicos y a las pulsaciones de inducción magnética producidas por el ranurado.

Pérdidas en el cobre P_{Cu}

Estas pérdidas son debidas al efecto Joule que se produce cuando circula corriente por un conductor con resistencia eléctrica (pérdidas del tipo $R i^2$). Se usa esta denominación aunque el conductor no sea de cobre.

Recordemos que la densidad de corriente J_j en el conductor j es el cociente entre la corriente i_j y la sección S_j del conductor:

$$J_j = \frac{i_j}{S_j} \quad (2)$$

Las pérdidas en el cobre dependen del volumen del bobinado, de la resistividad del material conductor γ , sobre todo, de la densidad de corriente.

Para una máquina ya construida resulta que las pérdidas en el cobre sólo son proporcionales al cuadrado de la corriente¹ o, lo que es equivalente, al cuadrado de la densidad de corriente. Como dato orientativo se puede indicar que la densidad de corriente J en los devanados de las máquinas eléctricas puede alcanzar valores de hasta 5 A/mm^2 para máquinas pequeñas y 3 A/mm^2 para máquinas grandes, en las que la refrigeración suele ser más difícil.

Pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe}

Las pérdidas en el hierro se producen en los núcleos ferromagnéticos de la máquina cuando son sometidos a la acción de campos magnéticos variables con el tiempo. Estas pérdidas son de tipo magnético y son debidas a la suma de las debidas a los fenómenos de la histéresis (P_H) y de las corrientes de Foucault (P_F):

$$P_{Fe} = P_H + P_F \quad (3)$$

Para reducir el valor de estas pérdidas, los núcleos magnéticos que están bajo la acción de un campo magnético variable se construyen de un acero especial al silicio que presenta alta permeabilidad magnética, baja conductividad eléctrica y cuyo ciclo de histéresis presenta un área pequeña. Además estos núcleos magnéticos no son macizos, sino que se construyen apilando chapas de pequeño espesor (de 0,3 a 0,5 mm) y aisladas entre sí.

En una máquina ya construida las pérdidas en el hierro P_{Fe} varían sólo con la inducción magnética B_M y con la frecuencia f .

Pérdidas mecánicas P_m

Las pérdidas mecánicas se producen por el rozamiento del eje con los cojinetes donde se apoya, la fricción de las escobillas contra el colector -en las máquinas que poseen colector- y por el gasto de potencia del sistema de refrigeración (que normalmente consiste en un ventilador colocado en el eje o árbol de la máquina).

¹ Si los conductores del devanado tienen suficiente sección como para que el efecto piel sea apreciable, la frecuencia de las corrientes afecta a la resistencia de los conductores e influye en las pérdidas del cobre.

Las pérdidas de rozamiento y fricción dependen aproximadamente de forma lineal con la velocidad mientras que las pérdidas por ventilación varían aproximadamente con el cubo de la velocidad. Por lo tanto, las pérdidas mecánicas dependen de la velocidad de giro de la máquina de esta manera:

$$P_m = A n + B n^3 \quad (4)$$

Evidentemente estas pérdidas sólo existen en máquinas eléctricas con movimiento; es decir, no aparecen en los transformadores.

SISTEMAS DE REFRIGERACIÓN. CALENTAMIENTO Y ENFRIAMIENTO

El calor producido por las pérdidas de una máquina eléctrica en funcionamiento provoca una elevación de su temperatura. Al aumentar la temperatura de un cuerpo se incrementa la cantidad de calor evacuada al exterior a través de su superficie. Al final la temperatura aumenta hasta que en la máquina se alcanza un *equilibrio térmico* en el que se genera tanto calor debido a las pérdidas como el que se disipa a través de la superficie externa y, entonces, la temperatura se mantiene constante (en la práctica, según la norma UNE-EN 60034-1 [16] se considera que una máquina eléctrica ha alcanzado el equilibrio térmico cuando su temperatura no varía más 2 K (2 grados Kelvin) por hora).

En principio se podrá aumentar la potencia que suministra una máquina eléctrica -y, consecuentemente, las pérdidas que se producen en ella- mientras que la temperatura que se alcance no deteriore los materiales con los que está construida (normalmente los elementos más sensibles a la temperatura son los materiales aislantes). Por lo tanto, la potencia máxima que puede dar una máquina está limitada por la máxima temperatura admisible que puede soportar.

Si a una máquina dada se le mejora el sistema de evacuación de calor a través de su superficie externa, con el mismo aumento de temperatura podrá expulsar más calor y aumentará la potencia útil máxima que podrá proporcionar. Esto ha llevado a la búsqueda de sistemas de refrigeración cada vez más eficientes a medida que se ha ido aumentando la potencia de las máquinas eléctricas. En efecto, el simple aumento de la superficie externa para aumentar la transmisión de calor al exterior llevaría a la construcción de máquinas de dimensiones excesivamente grandes cuando se quiere aumentar su potencia; por lo que en máquinas de potencias altas se necesitan sistemas de refrigeración que consigan evacuar más cantidad de calor por unidad de superficie.

En los sistemas de refrigeración existen uno o varios fluidos refrigerantes que transportan fuera de la máquina el calor producido en su interior. El fluido *refrigerante primario* es aquel que está en contacto directo con la máquina. En algunos casos existe un fluido *refrigerante secundario* que enfría, a su vez, al refrigerante primario a través de un intercambiador de calor.

En máquinas pequeñas se coloca un ventilador en el propio eje de la máquina. Este ventilador mueve el aire ambiente que actúa como el único fluido refrigerante. Para facilitar esta eliminación de calor se suele dotar a las carcasas de las máquinas de unas aletas que aumentan la superficie de intercambio de calor con el medio ambiente.

Para potencias mayores se usan sistemas de refrigeración en ciclo cerrado en los que el refrigerante primario es refrigerado mediante intercambiadores de calor en los que usualmente el refrigerante secundario es agua. Ambos fluidos refrigerantes, primario y secundario, normalmente se mueven por *circulación forzada*; esto es, están accionados por ventiladores (para refrigerantes gaseosos) o bombas (para refrigerantes líquidos). Sin embargo, en algunas ocasiones el movimiento de un fluido refrigerante se produce simplemente por *convección natural*; es decir, debido a la diferente densidad que presenta el fluido frío (más denso) y caliente (menos denso). Esto hace que el fluido caliente ascienda y cuando se enfríe descienda, estableciéndose finalmente una circulación continua del mismo.

En grandes alternadores se usa como refrigerante primario no el aire sino el hidrógeno. Este refrigerante tiene una serie de ventajas:

1. Su movimiento requiere mucha menos energía dada su menor densidad (14 veces más pequeña que la del aire).
2. La transmisión de calor entre la máquina y el hidrógeno es notablemente mayor que la del aire.
3. Reduce el envejecimiento de los materiales aislantes pues no están sometidos a la acción oxidante del aire ni tampoco al polvo ni a la humedad.

Para prevenir riesgos de explosión debe evitarse el contacto del hidrógeno con el aire. La mezcla de aire e hidrógeno es inexploriva (y, por lo tanto, segura) cuando el contenido de hidrógeno supera el 70%.

El último avance ha consistido en utilizar en las máquinas eléctricas conductores huecos por cuyo interior circula directamente un fluido refrigerante que evacua el calor originado por las pérdidas producidas en los conductores, las cuales son una parte importante de las pérdidas totales de la máquina. Con ello se evita la barrera térmica que suponen los materiales aislantes que rodean a un conductor y que dificulta la transmisión de calor a través de ella.

Evidentemente el proceso de calentamiento lleva un tiempo desde que comienza hasta que se alcanza el equilibrio térmico. Dado que en primera aproximación una máquina eléctrica desde un punto de vista térmico se la puede considerar como un cuerpo homogéneo, la evolución temporal de la temperatura hasta conseguir alcanzar el equilibrio térmico se puede aceptar que sigue una ley exponencial (Fig. 2a) con una constante de tiempo τ_c .

Cuando se detiene una máquina que había estado funcionando con anterioridad y que había aumentado su temperatura con respecto a la de su fluido refrigerante (normalmente el aire ambiente), se produce un fenómeno de enfriamiento hasta alcanzar la temperatura del refrigerante. Mediante este enfriamiento se va evacuando al exterior el calor almacenado previamente por la máquina. Este proceso sigue en el tiempo también una ley exponencial (Fig. 2b) que puede tener una constante de tiempo τ_e diferente a la del calentamiento, ya que cuando la máquina está en reposo no están funcionando sus sistemas de refrigeración.

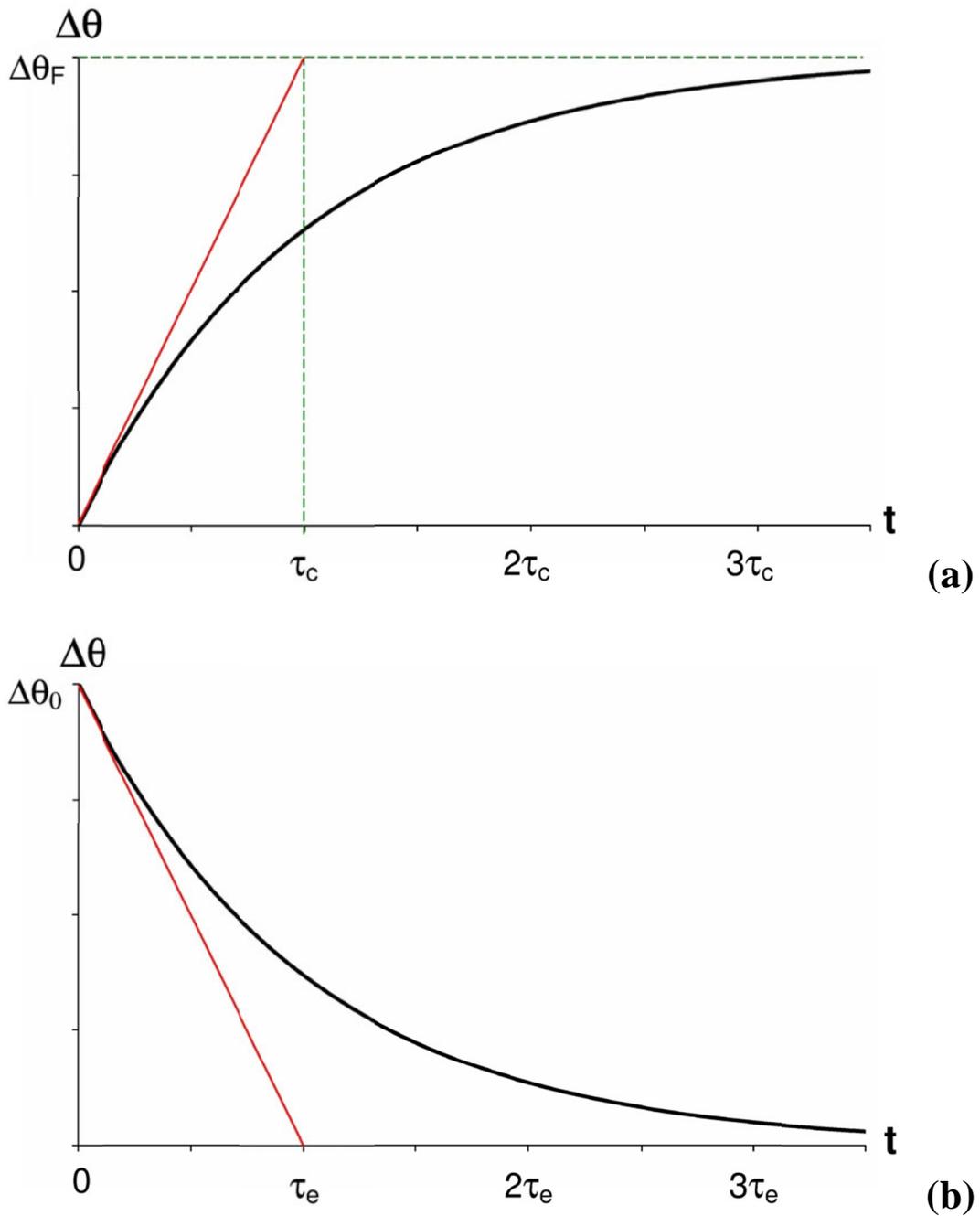


Fig. 2: Curvas de calentamiento (a) y de enfriamiento (b) de una máquina eléctrica

En las curvas de la Fig. 2 en los ejes verticales no se indica la temperatura (θ) de la máquina sino su calentamiento ($\Delta\theta$). Se denomina *calentamiento* a la diferencia entre la temperatura de la máquina y la del fluido de refrigeración, que usualmente es el aire ambiente. La norma UNE-EN 600034-1 [16] establece que en España, para altitudes por debajo de 1000 m sobre el nivel del mar, se debe considerar que la temperatura del aire ambiente es 40°C . Por lo tanto, el calentamiento en máquinas refrigeradas por aire es igual a la diferencia de su temperatura menos 40°C .

De lo anterior se deduce que el término “calentamiento” se va a utilizar con dos acepciones. Una es el proceso de calentamiento, por el que una máquina aumenta su temperatura, y la otra es la magnitud calentamiento $\Delta\theta$ que se acaba de definir.

CLASE TÉRMICA DE LOS SISTEMAS DE AISLAMIENTO

En casi todas las máquinas eléctricas la potencia que pueden suministrar está limitada por la temperatura que son capaces de soportar. Normalmente los materiales aislantes son los elementos más sensibles a la temperatura y, por consiguiente, son los que limitan la potencia que puede proporcionar una máquina dada.

A medida que pasa el tiempo un material aislante va envejeciendo y el sistema de aislamiento eléctrico va perdiendo sus cualidades dieléctricas, lo cual se ve agravado si resulta sometido a temperaturas elevadas. Es decir, los materiales aislantes y los sistemas de aislamiento eléctrico tienen una *vida* que, de forma orientativa, se puede establecer en unos 40 años en las máquinas grandes, 30 años en las medianas y 20 años en las pequeñas.

Se han estudiado y analizado los materiales aislantes utilizados en las máquinas eléctricas para averiguar cuál es la máxima temperatura que pueden soportar sin peligro de acortar su vida.

La *clase térmica* de un sistema de aislamiento se designa mediante el valor numérico de su temperatura de utilización continua máxima recomendada medida en grados Celsius. Algunas de estas clases térmicas se designan también mediante una letra. Todas estas designaciones están recogidas en la tabla II.

En la tercera columna de la tabla II se indica la temperatura máxima a la que se puede someter un sistema de aislamiento según su clase térmica para que su vida no se vea reducida. En la cuarta columna de esta tabla se señala el *calentamiento* máximo a que se lo puede someter si el fluido refrigerante es el aire ambiente. Esta cuarta columna se obtiene restando 40°C a los valores de la columna 3.

Tabla II: Clase térmica de los sistemas de aislamiento eléctrico según las normas UNE-EN 60085 y 60034-1

CLASE TÉRMICA (°C)	LETRA DE DESIGNACIÓN	TEMPERATURA MÁXIMA (°C)	CALENTAMIENTO MÁXIMO (*) (°C)
90	Y	90	50
105	A	105	65
120	E	120	80
130	B	130	90
155	F	155	115
180	H	180	140
200	N	200	160
220	R	220	180
250	-	250	210

(*) Esta columna indica el calentamiento máximo en el supuesto que el fluido refrigerante sea aire ambiente que se encuentre a 40°C

Los materiales aislantes cuya temperatura máxima es más baja son aquellos con mayor proporción de componentes orgánicos. Por el contrario, los aislantes que aguantan temperaturas más elevadas están formados en mayor medida por sustancias inorgánicas.

A continuación se citan algunos ejemplos de los materiales aislantes empleados en las distintas clases térmicas recogidas en la tabla II:

- 90°C: Algodón, seda, papel sin impregnación.
- 105 °C: Algodón, seda, papel impregnados o sumergidos en aceite.
- 120°C: Fibras orgánicas sintéticas. Por ejemplo: esmaltes de acetato de polivinilo, barnices de resinas alquídicas,...
- 130°C: Materiales a base de poliéster y poliimidos aglutinados mediante materiales orgánicos. Por ejemplo, los esmaltes de resinas de poliuretano.
- 155°C: Materiales a base de fibra de mica, amianto y fibra de vidrio aglutinados mediante materiales orgánicos. Por ejemplo, la fibra de vidrio tratada con resinas de poliéster.
- 180°C: Materiales a base de mica, amianto y fibra de vidrio aglutinados con siliconas de alta estabilidad térmica. Por ejemplo, el papel de mica aglomerado con siliconas.
- 200°C: Materiales a base de mica, vidrio, cerámica,... capaces de soportar hasta 200°C.
- 220°C: Materiales a base de mica, vidrio, cerámica,... poliimididas tipo Kapton, capaces de soportar hasta 220°C.
- 250°C: Materiales a base de mica, vidrio, cerámica,... poliimididas tipo Kapton, capaces de soportar hasta 250°C.

CARGA. FUNCIONAMIENTO EN VACÍO Y EN REPOSO. SERVICIO

El término *carga* se utiliza en la ingeniería eléctrica con varios significados diferentes:

- Por un lado, las cargas eléctricas (positivas y negativas) crean campos eléctricos; los cuáles, a su vez, ejercen fuerzas sobre ellas.
- Por otro lado, se denomina carga a un elemento que demanda potencia, que puede ser mecánica (por ejemplo, una bomba, una grúa,...) o eléctrica (por ejemplo, un motor, una resistencia,...).
- Por último, la norma UNE-EN 600034-1 [16] define como carga al “*conjunto de los valores numéricos de las magnitudes eléctricas y mecánicas que caracterizan las exigencias impuestas a una máquina rotativa por un circuito eléctrico o un dispositivo mecánico en un instante dado*”. Con este significado se usa también el término *marcha*.

En este texto se va a emplear la palabra carga sobre todo de acuerdo con la última definición; es decir, carga va a ser el conjunto de valores de las magnitudes que definen un estado de funcionamiento de una máquina eléctrica. De todas estas magnitudes, la más significativa para definir una carga es la potencia suministrada. La potencia suministrada que se suele usar en la definición de una carga es la potencia útil para los motores y generadores de corriente continua y la potencia aparente suministrada para los transformadores y generadores de corriente alterna. En este último caso se prefiere usar la potencia aparente suministrada y no la potencia activa suministrada (que es la potencia útil) porque las pérdidas de la máquina dependen de la corriente pero no de su factor de potencia.

Cuando una máquina está en funcionamiento estará bien *en carga* (proporcionando una potencia útil no nula) o bien *en vacío* (dando una potencia útil nula). Cuando esté desconectada de la red y sin movimiento la máquina está *en reposo*.

Por otra parte, la norma UNE-EN 600034-1 [16] define como *servicio* a la “*estipulación de la carga o cargas a la que está sometida la máquina incluyendo, en su caso, los períodos de arranque, frenado, reposo y marcha en vacío indicando sus duraciones y secuencias en el tiempo*”. Es decir, un servicio es la especificación del ciclo de carga al que se ve sometida la máquina en su funcionamiento.

POTENCIAS NOMINAL Y ASIGNADA

Como ya se ha ido indicando en párrafos anteriores, la potencia máxima que puede proporcionar una máquina eléctrica casi siempre está limitada por el calentamiento que produce, el cual no debe dar lugar a una temperatura superior a la que es capaz de soportar. Como normalmente son los aislamientos los elementos de una máquina más sensibles al calor, esta temperatura límite viene dada por la clase térmica de éstos.

Pero la cuestión es que en una máquina eléctrica esta potencia máxima no es única, pues depende de las condiciones de funcionamiento. Así podemos señalar los siguientes aspectos que condicionan el valor de esta potencia máxima:

- La temperatura ambiente. La misma máquina suministrando la misma potencia puede dar lugar a una temperatura soportable por sus aislamientos cuando se encuentra situada en la intemperie de un país nórdico con una temperatura ambiente inferior a 0°C y, sin embargo, dar lugar a temperaturas excesivas en la máquina cuando se encuentra en un desierto con una temperatura ambiente superior a 50°C.
- La altitud sobre el nivel del mar. Si alguno de los refrigerantes de la máquina es el aire ambiente hay que tener en cuenta que su densidad disminuye con la altitud sobre el nivel del mar. Esto reduce la capacidad refrigerante del aire a medida que se aumenta la altitud y por lo tanto disminuye la potencia máxima de la máquina.
- Las demás magnitudes de la máquina que no sean dependientes de la potencia: tensión, frecuencia,... Influye el valor y la calidad de estas magnitudes. Por ejemplo, en las máquinas de corriente alterna trifásica la potencia máxima, además de estar influenciada por el valor eficaz de la tensión, también está afectada por su forma de onda (contenido armónico) y por el equilibrio entre fases.
- El ciclo de carga de la máquina, el cual viene especificado por su servicio. Así, si se desconecta una máquina eléctrica antes de llegar al equilibrio térmico -cuando la temperatura aún no ha subido lo suficiente para ser dañina- se la puede hacer funcionar con una potencia que de otra manera, al alcanzar el equilibrio térmico después de haber estado funcionando más tiempo, daría lugar a temperaturas peligrosas.

Para dar una indicación de la máxima potencia que es capaz de proporcionar una máquina eléctrica antes se usaba el concepto de potencia nominal, pero en la actualidad se emplea el concepto de la potencia asignada, que es más versátil. De todos modos, en este texto ambos conceptos se usarán prácticamente como sinónimos.

La **potencia nominal** es la máxima potencia que es capaz de suministrar la máquina sin que sufra temperaturas peligrosas para su integridad cuando el resto de las magnitudes

(tensión, frecuencia, velocidad, factor de potencia,...) tienen sus valores nominales, se encuentra a una altitud sobre el nivel del mar inferior a 1000 metros, la temperatura ambiente es 40°C y funciona en régimen permanente o indefinido (es decir, el tiempo suficiente para alcanzar el equilibrio térmico). Además, en el caso de máquinas de corriente alterna trifásica las tensiones deben estar equilibradas y tener un contenido armónico pequeño.

La norma [16] incluye la definición de *valor asignado* de una magnitud como “*un valor, normalmente asignado por el fabricante, para una condición de funcionamiento especificada de la máquina*”. Es decir, los valores asignados son los valores de las magnitudes eléctricas y mecánicas para los que el fabricante ha diseñado la máquina. Entre los valores asignados está la potencia asignada. En este texto los valores asignados llevan el subíndice N.

Pues bien, la **potencia asignada** para máquinas rotativas está definida en la norma UNE-EN 600034-1 [16] y es la máxima potencia que el fabricante de la máquina garantiza que, cuando se encuentra a una altitud sobre el nivel del mar inferior a 1000 metros y la temperatura ambiente no supera los 40°C, no da lugar a calentamientos peligrosos para un servicio dado. Además, en el caso de máquinas de corriente alterna trifásica las tensiones deben estar equilibradas y tener un contenido armónico pequeño. Evidentemente, para especificar completamente una potencia asignada hay que indicar el servicio a que se refiere.

De la definición anterior se deduce que una misma máquina puede tener diferentes potencias asignadas dependiendo del servicio al que se refiera cada una de ellas. Una máquina tendrá una potencia asignada más alta para un servicio en el que la potencia se aplica un tiempo corto, antes de que se alcance el equilibrio térmico, y luego se la deja enfriar completamente y la misma máquina tendrá una potencia asignada menor para un servicio en el que se le aplique una potencia el tiempo suficiente para alcanzar el equilibrio térmico. La potencia asignada del primer servicio daría lugar a temperaturas peligrosas si la máquina funcionara con el segundo servicio, pero es perfectamente soportable para el servicio para la que ha sido definida.

Si no se especifica otro servicio se sobreentiende que la potencia asignada que indica el fabricante corresponde a un servicio continuo con lo que la potencia asignada coincide con la antigua potencia nominal.

La potencia asignada para transformadores está definida en la norma UNE-EN 60076-1 [5] y se refiere a una carga permanente en la que se alcanza el equilibrio térmico.

El tipo de potencia que es la potencia asignada viene recogido en las normas (UNE-EN 600034-1 [16] para máquinas rotativas y UNE-EN 60076-1 [5] para transformadores) y depende del tipo de máquina:

- En **generadores de c.c.** la potencia asignada es potencia eléctrica en bornes del inducido, se mide en W, kW o MW y se designa P_N .
- En **generadores de c.a.** la potencia asignada es potencia eléctrica aparente en bornes del inducido, se mide en VA, kVA o MVA y se designa S_N .
- En **motores** la potencia asignada es potencia mecánica en el eje, se mide en W, kW o MW (antes también se usaban los caballos de vapor) y se designa P_N .
- En **transformadores** la potencia asignada es potencia eléctrica aparente en bornes del primario o del secundario, se mide en VA, kVA o MVA y se designa S_N .

Se dice que una máquina funciona a *plena carga* cuando todas las magnitudes de la máquina toman sus valores asignados, especialmente la potencia que es igual a la potencia asignada. Una máquina está *sobrecargada* si está proporcionando una potencia superior a la asignada.

MARCHA INDUSTRIAL. ÍNDICE DE CARGA

Marcha industrial

Se dice que una máquina de corriente alterna funciona con una *marcha industrial* si está funcionando en régimen permanente y se dan estas condiciones:

1. La tensión se mantiene constante e igual a la asignada, su forma de onda es sinusoidal y, en el caso trifásico, las tres fases están equilibradas.
2. La frecuencia es constante e igual a la asignada (50 Hz en Europa y 60 Hz en América).

Hay muchas marchas industriales que se diferencian entre sí por la potencia que proporciona la máquina en cada una de ellas. Este tipo de marcha es la más habitual en el funcionamiento de las máquinas eléctricas y entre ellas hay dos especialmente significativas:

- La marcha en vacío en la que la máquina funciona con la tensión y frecuencia asignadas y la potencia que proporciona la máquina es nula.
- La marcha asignada en la que la máquina funciona con la tensión y frecuencia asignadas y la potencia que proporciona la máquina es la asignada.

A partir de ahora cuando este texto diga que una máquina está funcionando “en marcha industrial” quiere indicar que, aunque varíe la potencia, siempre funciona con marchas industriales porque su tensión y su frecuencia siempre tienen su valor asignado.

Se puede demostrar que en todas las marchas industriales de una máquina eléctrica esta tiene siempre los mismos valores (con un pequeño margen de variación) de flujo por polo (Φ_M), inducción magnética (B_M), velocidad (n), pérdidas en el hierro (P_{Fe}) y pérdidas mecánicas (P_m).

Índice de carga

El *índice de carga o factor de utilización* C es el cociente entre la carga de la máquina y su potencia asignada. Hay que tener en cuenta que estas potencias son la potencia mecánica en el eje en los motores y la potencia eléctrica (potencia aparente en corriente alterna) en los generadores y transformadores.

Por consiguiente, en un motor el índice de carga se obtiene así:

$$C = \frac{P_u}{P_N} \quad (\text{Motor}) \quad (5a)$$

Mientras que en un generador de corriente alterna o en un transformador el índice de carga se calcula así:

$$C = \frac{S}{S_N} \quad (5b)$$

(Generador c.a. o transformador)

La potencia aparente S es proporcional al producto de la tensión V por la corriente I . En marcha industrial la tensión V es constante e igual a la asignada. Luego, en este caso sucede que el índice de carga también es igual al cociente entre la corriente absorbida I y la corriente asignada I_N :

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{V_N \cdot I}{V_N \cdot I_N} = \frac{I}{I_N} \quad (5c)$$

(Generador c.a. o transformador con marcha industrial)

CLASIFICACIÓN DE LAS PÉRDIDAS

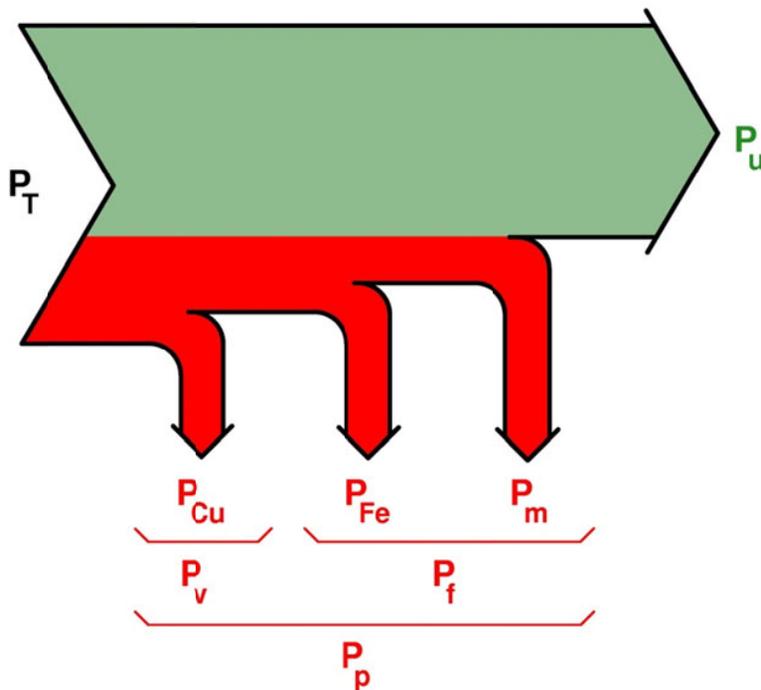


Fig. 3: Clasificación de las pérdidas de una máquina eléctrica

Las pérdidas que se producen en una máquina eléctrica están reflejadas en la Fig. 3 y se pueden clasificar atendiendo a dos criterios: su origen y su variación con la carga.

Como ya se ha indicado en un apartado anterior, las pérdidas se pueden clasificar por su origen de la siguiente manera (Fig. 3):

- Pérdidas en cobre, P_{Cu} .
- Pérdidas en el hierro, P_{Fe} .
- Pérdidas mecánicas, P_m .

En consecuencia, de acuerdo con esta clasificación se obtiene que:

$$P_p = P_{Cu} + P_{Fe} + P_m \quad (6)$$

La clasificación de las pérdidas por su variación con la carga se va a analizar cuando la máquina está funcionando siempre en marcha industrial; es decir, alimentada a tensión y frecuencia asignadas. En este caso, los cambios de carga dan lugar a variaciones en la corriente absorbida, lo cual afecta al valor de las pérdidas en el cobre, mientras que -según se indicó en el apartado dedicado a la marcha industrial- las pérdidas en el hierro y mecánicas siempre tienen aproximadamente el mismo valor.

Por consiguiente, atendiendo a su variación con la carga las pérdidas se pueden clasificar de esta manera (Fig. 3):

- Pérdidas fijas, P_f , que son las pérdidas cuyo valor apenas varía de una carga a otra. Evidentemente, en marcha industrial estas pérdidas son la suma de las del hierro P_{Fe} y mecánicas P_m (Fig. 3):

$$P_f = P_{Fe} + P_m \quad (7)$$

- Pérdidas variables, P_v , que son las pérdidas que varían con la carga de la máquina. En marcha industrial estas pérdidas son las del cobre que varían proporcionalmente al cuadrado de la corriente (Fig. 3):

$$P_v = P_{Cu} \quad (8)$$

Luego, si en condiciones asignadas las pérdidas variables valen P_{vN} y la corriente es I_N , funcionando en marcha industrial se cumplirá que:

$$\frac{P_v}{P_{vN}} = \left(\frac{I}{I_N} \right)^2 \rightarrow P_v = \left(\frac{I}{I_N} \right)^2 \cdot P_{vN} \quad (9)$$

Por lo tanto, de acuerdo con esta clasificación se obtiene que:

$$P_p = P_f + P_v \quad (10)$$

RENDIMIENTO

Definición de rendimiento

El concepto de **rendimiento** η proviene de la Mecánica y se define como el cociente entre la potencia útil y la potencia total:

$$\eta = \frac{P_u}{P_T} \quad (11a)$$

Teniendo en cuenta la relación (1), que se deduce de la Fig. 1, se pueden obtener otras expresiones del rendimiento equivalentes a la (11a) y que se muestran a continuación:

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_p} = \frac{1}{1 + \frac{P_p}{P_u}} \quad (11b)$$

$$\eta = \frac{P_T - P_p}{P_T} = 1 - \frac{P_p}{P_T} \quad (11c)$$

Teniendo en cuenta la relación (6) (véase la Fig. 3), de la fórmula (11b) se deduce la siguiente expresión:

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_{Fe} + P_m + P_{Cu}} \quad (12a)$$

Por otra parte, de las expresiones (10) y (11b) se obtiene que:

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_f + P_v} \quad (12b)$$

Rendimiento en generadores de c.a. y transformadores. Rendimiento máximo

En los transformadores y generadores de corriente alterna funcionando en marcha industrial se verifica la relación (5c). En este caso, de la expresión (9) se deduce que:

$$P_v = C^2 P_{vN} \quad (13)$$

Teniendo presente la relación (5b) se demuestra que:

$$P_u = S \cos \varphi = (C \cdot S_N) \cos \varphi \quad (14)$$

Luego, partiendo de la fórmula (12b) el rendimiento en este caso se puede expresar de esta manera:

$$\eta = \frac{C S_N \cos \varphi}{C S_N \cos \varphi + P_f + C^2 P_{vN}} \quad (15)$$

La fórmula (15) indica que el rendimiento de estas máquinas varía en función del factor de potencia $\cos \varphi$ y del índice de carga C (el cual, a su vez, depende de la potencia aparente S). En la Fig. 4 se muestran dos curvas -cada una de ellas ha sido obtenida mediante la relación (15) con un factor de potencia constante y diferente de la otra curva- en las que se aprecia la variación del rendimiento en función de la carga.

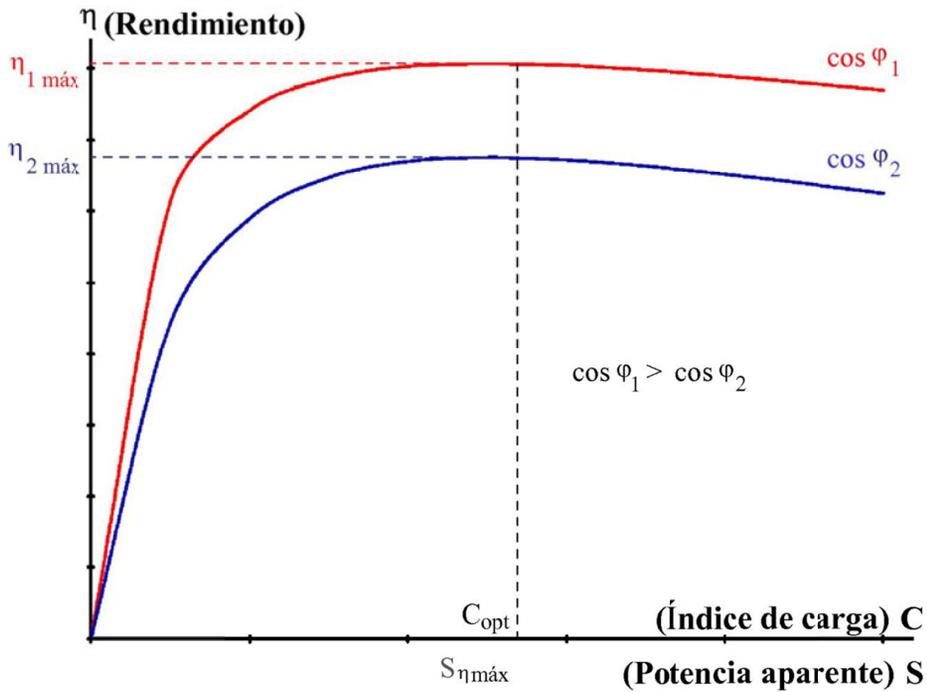


Fig. 4: Curvas del rendimiento (η) en función del índice de carga (C) o de la potencia aparente (S) para varios factores de potencia ($\cos \varphi$)

Observando la Fig. 4 se pueden extraer varias conclusiones:

- El rendimiento se reduce drásticamente para valores pequeños de C .
- Para un mismo valor de C el rendimiento es mayor cuanto mayor es el factor de potencia (f.d.p.).
- Independientemente del f.d.p. el rendimiento máximo ($\eta_{\text{máx}}$) se produce siempre para la misma potencia aparente ($S_{\eta \text{ máx}}$) a la que corresponde el índice de carga óptimo (C_{opt}).
- El rendimiento máximo es mayor cuanto mayor es el f.d.p. El mayor de todos los rendimientos máximos se produce cuando el factor de potencia vale 1.

El índice de carga óptimo (C_{opt}) se obtiene calculando el máximo de la expresión (15) supuesto el f.d.p. constante. Operando de esta manera se deduce que, sea cual sea el factor de potencia, cuando el rendimiento es máximo se cumple siempre la condición de rendimiento máximo de una máquina eléctrica: *el rendimiento es máximo cuando las pérdidas fijas igualan a las pérdidas variables.*

$$\text{Condición de rendimiento máximo: } P_f = P_v \quad (16)$$

Luego, teniendo en cuenta la relación (13), el índice de carga óptimo se calcula así:

$$P_f = C_{\text{opt}}^2 \cdot P_{vN}$$

$$C_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{P_f}{P_{vN}}} \quad (17)$$

Partiendo de (5b) se obtiene que:

$$S_{\eta \text{ máx}} = C_{\text{opt}} \cdot S_N \quad (18)$$

El rendimiento máximo, que es función del factor de potencia, se calcula sustituyendo la relación (17) en la fórmula (15) y teniendo en cuenta, además, la condición (16) y la relación (18):

$$\eta_{\text{máx}} = \frac{C_{\text{opt}} S_N \cos \varphi}{C_{\text{opt}} S_N \cos \varphi + P_f + C_{\text{opt}}^2 P_{vN}}$$

$$\eta_{\text{máx}} = \frac{S_{\eta \text{ máx}} \cos \varphi}{S_{\eta \text{ máx}} \cos \varphi + 2 P_f} \quad (19)$$

De todo lo anterior se pueden deducir una serie de consecuencias prácticas:

- Se debe evitar el funcionamiento de la máquina con cargas pequeñas porque el rendimiento sería pequeño.
- Se debe procurar que la máquina funcione con un índice de carga próximo al óptimo (C_{opt}) para obtener un rendimiento mejor.
- Se debe elegir una máquina eléctrica cuya potencia asignada no sea demasiado elevada para el servicio a la que se destina, ya que trabajaría con un índice de carga reducido y su rendimiento sería bajo.
- Si $\cos \varphi_1 > \cos \varphi_2$ puede suceder que el rendimiento máximo para $\cos \varphi_2$ sea inferior a un rendimiento diferente del máximo para $\cos \varphi_1$.

CÓDIGOS IP E IK

Código IP

El **código IP** es una manera de especificar el grado de protección de las envolventes de cualquier material eléctrico (armarios, cuadros, carcasas de máquinas eléctricas, etc.). Este código indica la protección que presenta la envolvente contra la penetración de objetos sólidos y de agua en su interior, así como la protección de las personas contra el contacto con los elementos en tensión y/o movimiento situados en el interior de la envolvente.

El código IP para las máquinas eléctricas viene definido por la norma UNE-EN 60034-5 [8]. Este código consiste en las letras IP (Abreviatura de **I**nternational **P**rotection) seguida de dos cifras. Opcionalmente pueden añadirse una o dos letras suplementarias a continuación de la segunda cifra característica para indicar información adicional.

La primera cifra característica indica la protección que presenta la carcasa frente a la entrada de objetos sólidos, según se muestra en la tabla III. Esta cifra tiene realmente un doble significado. Por un lado señala la protección que brinda la envolvente a la entrada de partículas, polvo, etc. que podrían dañar su interior (tercera columna de la tabla III). Por

otro, indica la protección de las personas o de sus herramientas contra el contacto de elementos en tensión eléctrica o en movimiento en el interior de la máquina (cuarta columna de la tabla III). En efecto, cuanto más cerrada sea la envolvente más difícil es que entren dentro de la máquina partículas sólidas y también, más difícil es que accidentalmente, una persona introduzca un dedo, una mano, una herramienta, etc. dentro de la máquina, con el consiguiente riesgo para su integridad física. Como se aprecia en la tabla III, cuanto mayor es la primera cifra característica del código IP la carcasa presenta mayor protección a la entrada de cuerpos sólidos y al contacto de las personas con elementos peligrosos del interior de la máquina.

Tabla III: Grados de protección indicados por la primera cifra característica

Cifra	Descripción abreviada	Grado de protección del equipo contra la entrada de cuerpos sólidos	Significado para la protección de personas
		Tipo de protección proporcionada por la envolvente	Contra el acceso a partes peligrosas de:
0	No protegida	Sin protección particular	(No protegido)
1	Protegida contra los cuerpos sólidos de más de 50 mm de Ø	Cuerpos sólidos con un diámetro superior a 50 mm	una gran superficie del cuerpo humano, por ejemplo la mano
2	Protegida contra los cuerpos sólidos de más de 12 mm de Ø	Cuerpos sólidos con un diámetro superior a 12 mm	dedos u objetos análogos que no sobrepasen 80 mm de longitud
3	Protegida contra cuerpos sólidos de más de 2,5 mm de Ø	Cuerpos sólidos con un diámetro superior a 2,5 mm	herramientas o hilos de diámetro superior a 2,5 mm
4	Protegida contra cuerpos sólidos de más de 1 mm de Ø	Cuerpos sólidos con un diámetro superior a 1 mm	alambres, hilos o cintas de espesor superior a 1 mm
5	Protegida contra la penetración de polvo	No se impide totalmente la entrada de polvo, pero sí que el polvo entre en cantidad suficiente tal que llegue a perjudicar el funcionamiento satisfactorio del equipo	alambre
6	Totalmente estanco al polvo	Ninguna entrada de polvo	alambre

Para las cifras 5 y 6 existe protección total contra el contacto con las partes en tensión o con las piezas en movimiento, interiores a la envolvente de la máquina, o aproximación a las mismas.

Tabla IV: Grados de protección indicados por la segunda cifra característica

Cifra	Descripción abreviada	Grado de protección del equipo contra el agua
		Tipo de protección proporcionada por la envolvente
0	No protegida	Sin protección particular
1	Protegida contra la caída vertical de gotas de agua	La caída vertical de gotas de agua no deberán tener efectos perjudiciales
2	Protegida contra la caída de gotas de agua con una inclinación máxima de 15°	Las caídas verticales de gotas de agua no deberán tener efectos perjudiciales cuando la envolvente está inclinada hasta 15° con respecto a la posición normal
3	Protegida contra la lluvia fina (pulverizada)	El agua pulverizada de lluvia que cae en una dirección que forma un ángulo de hasta 60° con la vertical, no deberá tener efectos perjudiciales
4	Protegida contra las proyecciones de agua	El agua proyectada en todas las direcciones sobre la envolvente no deberá tener efectos perjudiciales
5	Protegida contra los chorros de agua	El agua proyectada con la ayuda de una boquilla, en todas las direcciones, sobre la envolvente, no deberá tener efectos perjudiciales
6	Protegida contra fuertes chorros de agua o contra la mar gruesa	Bajo efectos de fuertes chorros o con mar gruesa, el agua no deberá penetrar en la envolvente en cantidades perjudiciales
7	Protegida contra los efectos de la inmersión	Cuando se sumerge la envolvente en agua en unas condiciones de presión y con una duración determinada, no deberá ser posible la penetración de agua en el interior de la envolvente en cantidades perjudiciales
8	Protegida prolongada contra la inmersión	El equipo es adecuado para la inmersión prolongada en agua bajo las condiciones especificadas por el fabricante. NOTA: Esto significa normalmente que el equipo es rigurosamente estanco. No obstante, para cierto tipo de equipos, esto puede significar que el agua pueda penetrar pero sólo de manera que no produzca efectos perjudiciales

La segunda cifra característica indica la protección de envolvente de la máquina contra la entrada de agua a su interior. Cuanta más alta sea esta cifra mayor protección brinda la carcasa contra la entrada de agua.

Así, por ejemplo, una máquina con grado de protección IP53 tiene una carcasa que protege contra el polvo y el contacto con elementos del interior y que protege contra la entrada de agua sólo cuando ésta cae en forma de lluvia con una inclinación con la vertical inferior a 60°.

Estas dos cifras deben interpretarse por separado. Así, si una norma indica que para una aplicación dada la máquina debe tener como mínimo un IP55, una máquina con IP64 no valdría. En efecto, si bien el número 64 es superior a 55, si se compara cifra a cifra se

observa que la primera cifra es superior a la requerida (6 es mayor que 5), pero la segunda cifra es demasiado pequeña (4 es inferior a 5) y la máquina con IP64 no tendría suficiente protección contra la entrada de agua.

Cuando no es necesaria una cifra característica será sustituida por la letra “X” (“XX” si se omiten las dos cifras). Así, si una norma señala que para una aplicación dada la máquina debe tener como mínimo un IP5X, indica que el IP debe tener su primera cifra característica igual o superior a 5, pero que no introduce ninguna indicación sobre la segunda cifra característica, la cual puede adoptar cualquier valor.

Código IK

Antes el código IP incluía una tercera cifra característica que hoy en día se utiliza en un código independiente, el **código IK**. El código IK para las máquinas eléctricas viene definido por la norma UNE-EN 50102 [2]. Este código consiste en las letras IK seguidas de un número de dos cifras (la primera es un cero cuando el número es inferior a 10) y sirve para informar de la resistencia de la envolvente a los golpes.

En la tabla V se muestra la energía de impacto que debe poder resistir la carcasa según su código IK. Cuanto mayor es el código IK más resistente a los golpes es la carcasa de una máquina eléctrica. El código IK va desde el código IK00 (carcasa sin ninguna garantía en cuanto a la protección a los golpes) al IK10 (máxima protección a los golpes).

Nótese que, a diferencia del código IP, las dos cifras del código IK forman un único número que debe ser tomado globalmente, no cifra a cifra.

Tabla V: Correspondencia entre el código IK y la energía de impacto

Código IK	IK00	IK01	IK02	IK03	IK04	IK05	IK06	IK07	IK08	IK09	IK10
Energía de impacto (Julios)	No protegido según esta norma	0,15	0,2	0,35	0,5	0,7	1	2	5	10	20

OTROS ASPECTOS TECNOLÓGICOS

Para caracterizar completamente una máquina eléctrica no sólo hay que indicar sus valores asignados, el servicio y los códigos IP e IK. Hay una serie de aspectos tecnológicos, como la forma y el tamaño de la carcasa, el sistema de refrigeración, etc. que el fabricante indica en sus catálogos y en la placa de características y cuya denominación está recogida en una serie de normas.

Seguidamente se va dar una breve enumeración de algunos de estos aspectos tecnológicos y se indican las normas donde están recogidos para que el lector interesado pueda acudir a ellas y ampliar la información.

Sistema de refrigeración

Para las máquinas rotativas la norma UNE-EN 60034-6 [3] recoge el denominado **código IC** que indica los refrigerantes utilizados para refrigerar la máquina y la constitución de su sistema de enfriamiento.

La norma UNE-EN 60076-2 [6] para transformadores en baño de aceite y la norma UNE-EN 60076-11 [10] para transformadores de tipo seco muestran la denominación a emplear para designar los refrigerantes y el sistema de refrigeración de estas máquinas.

Formas constructivas

Para las máquinas rotativas la norma UNE-EN 60034-7 [4] recoge el denominado **código IM** que indica los tipos de construcción y las disposiciones de montaje. Por lo tanto, mediante este código se indican entre otros aspectos constructivos:

- La posición del eje: horizontal o vertical.
- El sistema de fijación de la carcasa (patas o bridas) y la posición de éste.
- El número de cojinetes de la máquina eléctrica.
- Si el eje sobresale por uno o por ambos extremos de la máquina.
- La posición donde se coloca la caja de bornes.

Este código tiene dos variantes: código I (designación alfanumérica) y código II (designación numérica); las cuáles se describen en la norma UNE-EN 60034-7 [4].

Tamaño de carcasa

Los tamaños de las carcasas de las máquinas eléctricas están normalizados. Así, la norma UNE-EN 50347 [7] proporciona las dimensiones y la designación de las carcasas para motores de inducción trifásicos. Para la designación del tamaño de estas carcasas se toma como dato de referencia:

- En máquina con patas: la altura del eje; esto es, la distancia entre el centro del eje y el plano de fondo de las patas.
- En máquinas con bridas: el diámetro del círculo de agujeros de fijación.

Designación de bornes

Los extremos de los devanados están conectados a unos terminales o bornes ubicados en la caja de bornes que, a su vez, se coloca sobre la carcasa de la máquina.

La designación de estos bornes varía según el tipo de devanado y se ajusta a la siguiente normativa:

- UNE-EN 60034-8 [12] para las máquinas rotativas.
- UNE 20158 [1] para transformadores.

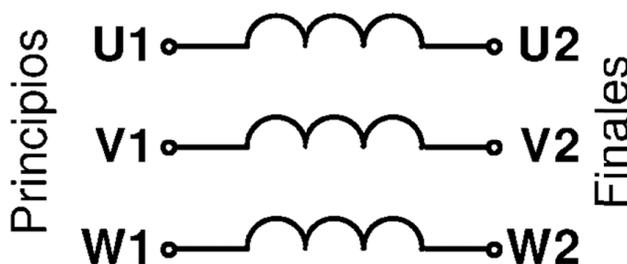


Fig. 5: Designación de los bornes de un devanado estático trifásico según la norma UNE-EN 60034-8

Ruido y vibraciones

Las normas UNE-EN 60034-9 [11] y UNE-EN 60034-14 [9] fijan, respectivamente, los límites de los niveles de potencia acústica y los límites de la intensidad de vibración en desplazamiento, velocidad y aceleración para las máquinas eléctricas rotativas.

Clases de rendimiento

La norma UNE-EN 60034-30 [15] clasifica por su rendimiento a los motores asíncronos trifásicos de jaula de 2, 4 y 6 polos, tensión asignada de hasta 1000 V y cuyas potencias estén comprendidas entre 0,75 y 375 kW. Para ello define el *código IE* (International Energy-efficiency Class).

Compatibilidad electromagnética

Los dispositivos eléctricos y electrónicos pueden producir interferencias electromagnéticas (EMI) de unos sobre otros. Entrás interferencias se transmiten por radiación o por conducción a través de los conductores de la red eléctrica y pueden producir un funcionamiento anómalo de algunos dispositivos o, incluso, su deterioro.

Para evitar los efectos perniciosos de las EMI se han establecido normas de *compatibilidad electromagnética* (EMC) que por un lado limitan las interferencias que puede generar un dispositivo y por otro establecen sus límites de inmunidad.

Como se indica en la norma UNE-EN 60034-11 [10], los transformadores son elementos pasivos tanto en la emisión como en la inmunidad de perturbaciones electromagnéticas.

En general las máquinas rotativas son inmunes a las EMI, pero son generadoras de estas emisiones, las cuáles deben ser limitadas para garantizar una correcta compatibilidad electromagnética.

La compatibilidad electromagnética de las máquinas eléctricas rotativas de tensiones asignadas no superiores a 1000 V en c.a. o 1500 V en c.c. se analiza en el apartado 13 de la norma UNE-EN 60034-1 [16].

PLACA DE CARACTERÍSTICAS

La placa de características es una placa fijada a la carcasa y grabada de forma indeleble que recoge los datos más importantes de una máquina eléctrica. Una máquina puede tener una o varias placas de características.

En la/s placa/s de características se indican los aspectos tecnológicos más importantes: los valores asignados, el código IP, la clase térmica de los aislamientos,... y, además, otro tipo de información: el fabricante, el número de serie, el código de la máquina en el catálogo del fabricante, el año de fabricación,...

Existen normas donde se indican los datos que debe/n recoger la/s placa/s de características según el tipo de máquina eléctrica de que se trate:

- El apartado 10 de la norma UNE-EN 60034-1 [16] para las máquinas rotativas.
- El apartado 7 de la norma UNE-EN 60076-1 [5] para transformadores.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] AENOR. 1985. *UNE 20158: Marcado de los bornes y tomas de los transformadores de potencia*. Madrid: AENOR.
- [2] AENOR. 1996. *UNE-EN 50102: Grados de protección proporcionados por las envolventes de materiales eléctricos contra los impactos mecánicos externos (código IK)*. Madrid: AENOR.
- [3] AENOR. 1997. *UNE-EN 60034-6: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 6: Métodos de refrigeración (Código IC)*. Madrid: AENOR.
- [4] AENOR. 1997. *UNE-EN 60034-7: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 7: Clasificación de los tipos de construcción y de las disposiciones de montaje (Código IM)*. Madrid: AENOR.
- [5] AENOR. 1998. *UNE-EN 60076-1: Transformadores de potencia. Parte 1: Generalidades*. Madrid: AENOR.
- [6] AENOR. 1998. *UNE-EN 60076-2: Transformadores de potencia. Parte 2: Calentamiento*. Madrid: AENOR.
- [7] AENOR. 2003. *UNE-EN 50347: Motores trifásicos de inducción de aplicación general con dimensiones y potencias normalizados. Designación de carcasas de 56 a 315 y de bridas de 65 a 740*. Madrid: AENOR.
- [8] AENOR. 2003. *UNE-EN 60034-5: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 5: Grados de protección proporcionados por el diseño integral de las máquinas eléctricas rotativas (código IP). Clasificación*. Madrid: AENOR.
- [9] AENOR. 2004. *UNE-EN 60034-14: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 14: Vibraciones mecánicas de determinadas máquinas con alturas de eje igual o superior a 56 mm. Medición, evaluación y límites de intensidad de vibración*. Madrid: AENOR.
- [10] AENOR. 2005. *UNE-EN 60076-11: Transformadores de potencia. Parte 11: Transformadores de tipo seco*. Madrid: AENOR.
- [11] AENOR. 2006. *UNE-EN 60034-9: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 9: Límites de ruido*. Madrid: AENOR.
- [12] AENOR. 2008. *UNE-EN 60034-8: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 8: Marcas de los bornes y sentido de giro*. Madrid: AENOR.
- [13] AENOR. 2008. *UNE-EN 60085: Aislamiento eléctrico. Evaluación y designación térmica*. Madrid: AENOR.
- [14] AENOR. 2009. *UNE-EN 60034-2-1: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 2-1: Métodos normalizados para la determinación de las pérdidas y del rendimiento a partir de ensayos (excepto máquinas para vehículos de tracción)*. Madrid: AENOR.
- [15] AENOR. 2010. *UNE-EN 60034-30: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 30: Clases de rendimiento para los motores trifásicos de inducción de jaula de velocidad única (código IE)*. Madrid: AENOR.
- [16] AENOR. 2011. *UNE-EN 60034-1: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 1: Características asignadas y características de funcionamiento*. Madrid: AENOR.
- [17] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [18] CORRALES MARTÍN, J. 1982. *Cálculo industrial de máquinas eléctricas. Tomo I: Fundamentos de cálculo*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.

- [19] CORTES, M. 1970. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo I: La máquina eléctrica en general*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [20] FAURE BENITO. 2000. *Máquinas y accionamientos eléctricos*. Madrid: Colegio oficial de ingenieros navales y oceánicos.
- [21] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [22] FRAILE MORA, J. 2008. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [23] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético (varios tomos)*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.
- [24] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas. Tomo I*. Moscú: Editorial Mir.
- [25] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas. Tomo II*. Moscú: Editorial Mir.
- [26] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2009. *Campo magnético en el entrehierro de las máquinas eléctricas*. Universidad de Cantabria (España). <http://personales.unican.es/rodrigma/PDFs/campo%20magn%20entrehierro%20Web.pdf>
- [27] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2010. *F.e.m.s inducidas en los bobinados de las máquinas eléctricas*. UNICAN: Universidad de Cantabria (España). <http://personales.unican.es/rodrigma/PDFs/f.e.m.%20inducida%20Calculo.pdf>
- [28] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.
- [29] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.