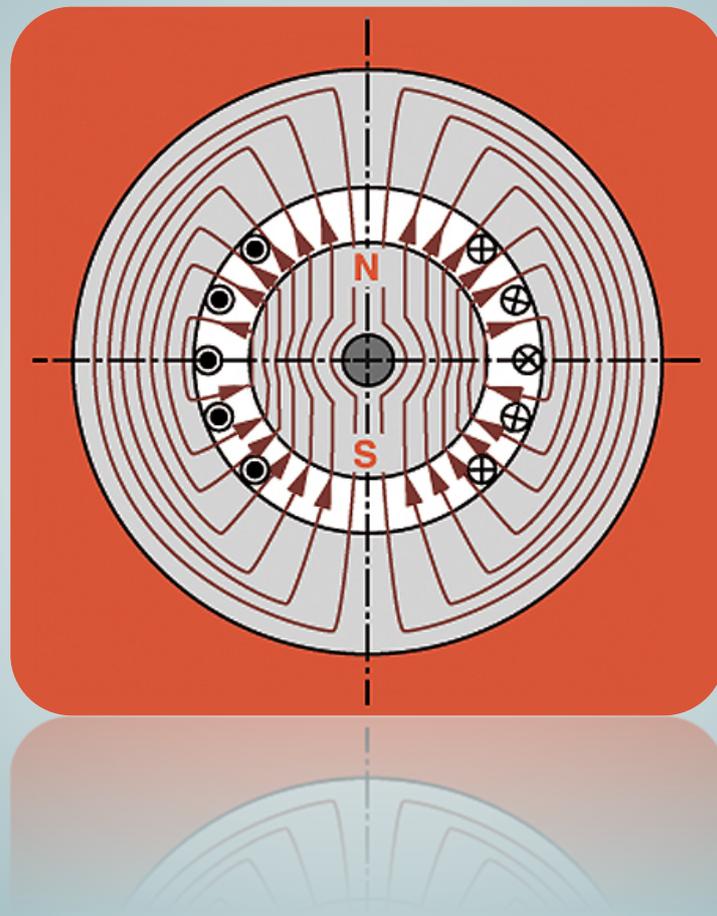


# Máquinas Eléctricas I - G862

## Tema 3. Máquinas Asíncronas o de Inducción



**Miguel Ángel Rodríguez Pozueta**

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

En este documento las referencias a páginas, figuras, ecuaciones, tablas, notas al pie, citas bibliográficas y sitios web en el texto actúan como *hipervínculos*. Al hacer clic en ellas se accede al elemento a que se refieren.

Este documento está diseñado para que se obtenga un texto impreso bien organizado si decide ahorrar papel imprimiéndolo a tamaño reducido, de forma que se incluyan dos páginas por cada hoja de papel A4 apaisado.

© 2015, Miguel Angel Rodríguez Pozueta

Universidad de Cantabria (España)

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

*This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.*



*Está permitida la reproducción total o parcial de este documento bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Unported que incluye, entre otras, la condición inexcusable de citar su autoría (Miguel Angel Rodríguez Pozueta - Universidad de Cantabria) y su carácter gratuito.*

*Puede encontrar más documentación gratuita en la página web del autor:*

*<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>*

# ÍNDICE

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS

Descripción .....	1
Principio de funcionamiento .....	5
F.e.m.s, separación de resistencias y reactancias de dispersión .....	7
Ecuaciones de un motor asíncrono.....	10
Ecuación del estator.....	10
Ecuación del rotor .....	10
Rotor	
parado .....	11
Ecuaciones magnéticas.....	12
Reducción al estator.....	13
Primer rotor equivalente.....	13
Rotor reducido al estator.....	15
Circuito equivalente .....	17
Balance de potencias .....	22
Ensayos de un motor asíncrono trifásico.....	25
Conexión eléctrica.....	25
Ensayo de vacío a tensión variable. Separación de pérdidas.....	26
Ensayo de vacío a la tensión asignada.....	27
Ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado.....	28
Par de rotación.....	29
Motor.....	31
Generador .....	31
Freno a contracorriente.....	31
Curva par-velocidad de un motor asíncrono polifásico.....	33
Puntos notables.....	33
Punto de funcionamiento. Estabilidad .....	35
Efectos de variar la tensión del estator $V_1$ y de introducir resistencias en serie con el rotor.....	37

## ÍNDICE

Arranque .....	39
Arranque directo .....	40
Arranques con tensión reducida.....	40
Arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor.....	42
Ejemplo de cálculo de un motor asíncrono trifásico .....	42
Motores de doble jaula y de ranura profunda.....	50
Motor monofásico de inducción.....	54
Introducción .....	54
Motores con arranque por condensador .....	55
Motores de fase partida .....	56
Motores de espira de sombra.....	57
Conexión Steinmetz.....	59
Máquinas asíncronas especiales.....	61
El regulador de inducción .....	61
El motor lineal de inducción.....	65
Descripción.....	65
Principio de funcionamiento .....	66
El motor tubular .....	68
La bomba electromagnética de inducción. Inducción magnetohidrodinámica (IMHD) .....	68
Aplicaciones de los motores lineales .....	69
Transmisiones sincrónicas o selsyns .....	69
Introducción.....	69
.	69
Sincros.....	69
.	69

## ÍNDICE

Sincros generador y motor .....	69
Sincro diferencial .....	71
Sincro transformador .....	73
Eje eléctrico .....	75
Bibliografía .....	77
ANEXO: Diagrama del círculo para máquinas asíncronas.....	78

# MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

## DESCRIPCIÓN

Las máquinas asíncronas ([Fig. 1](#) y [Fig. 2](#)) tienen un circuito magnético sin polos salientes estando ranurados tanto el estator como el rotor, los cuáles van a estar sometidos a la acción de campos magnéticos giratorios que darán lugar a pérdidas magnéticas. En consecuencia, ambos órganos de la máquina se fabrican a base de apilar chapas delgadas de acero al silicio para reducir estas pérdidas.

El devanado del estator ([Fig. 7](#)) normalmente es trifásico, aunque en máquinas de pequeña potencia también puede ser monofásico o bifásico. El devanado del rotor siempre es polifásico. Ambos devanados tienen el mismo número de polos ( $2p$ ). En este texto se denominará con subíndice "1" a las magnitudes del estator y con subíndice "2" a las del rotor.

El devanado del rotor forma un circuito cerrado por el que circulan corrientes inducidas por el campo magnético. El rotor puede ser de dos tipos: **de jaula de ardilla o en cortocircuito** ([Fig. 3](#) y [Fig. 4](#)) y **de rotor bobinado o con anillos** ([Fig. 5](#)).

Una jaula de ardilla es un devanado formado por unas **barras** alojadas en las ranuras del rotor que quedan unidas entre sí por sus dos extremos mediante sendos **aros o anillos de cortocircuito**. El número de fases de este devanado depende de su número de barras. Muchas veces estos anillos poseen unas aletas ([Fig. 4](#)) que facilitan la evacuación del calor que se genera en la jaula durante el funcionamiento de la máquina.

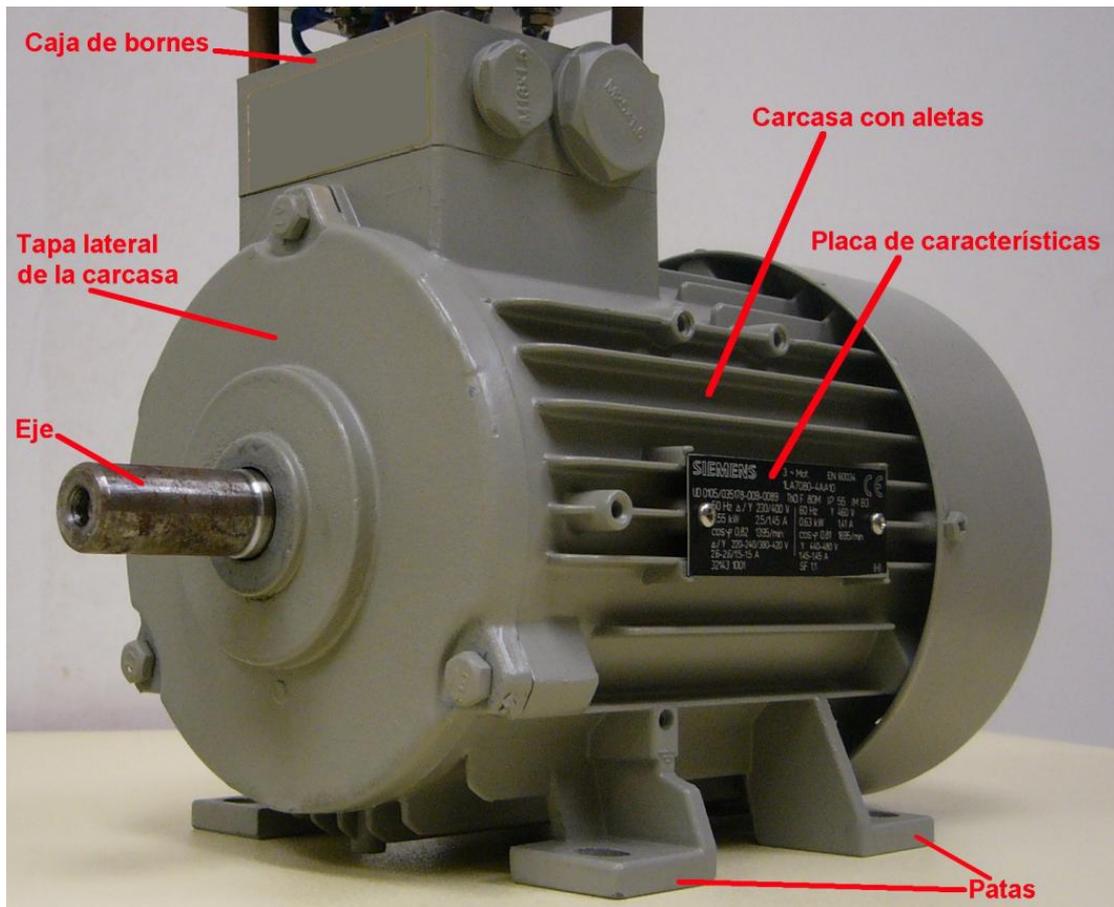
El rotor bobinado tiene un devanado trifásico normal cuyas fases se conectan al exterior a través de un **colector** de tres anillos ([Fig. 6](#)) y sus correspondientes escobillas. En funcionamiento normal estos tres anillos están cortocircuitados (unidos entre sí).

En ambos tipos de rotor se suelen emplear ranuras ligeramente inclinadas con respecto al eje de la máquina ([Fig. 3](#)).

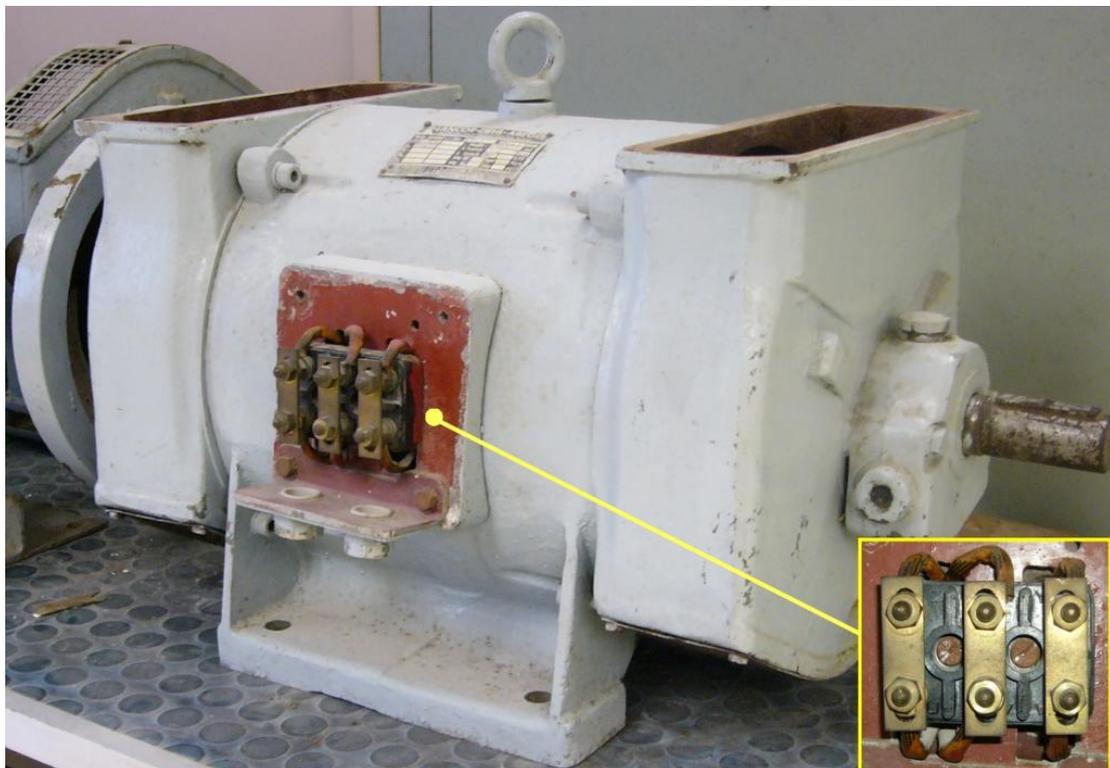
El bloque de chapas que forma el circuito magnético del rotor tiene un agujero central donde se coloca el **eje** o **árbol** de la máquina. En muchas ocasiones se coloca un **ventilador** ([Fig. 3](#)) en este eje para facilitar la refrigeración de la máquina.

La **carcasa** ([Fig. 7](#)) es la envoltura de la máquina y tiene dos tapas laterales ([Fig. 3](#)) donde se colocan los **cojinetes** ([Fig. 3](#)) en los que se apoya el árbol. Esta carcasa suele disponer de aletas para mejorar la refrigeración de la máquina ([Fig. 1](#) y [Fig. 7](#)). Sujeta a la carcasa está la **placa de características** ([Fig. 1](#)) donde figuran las magnitudes más importantes de la máquina. En la carcasa se encuentra también la **caja de bornes** ([Fig. 1](#) y [Fig. 2](#)) adónde van a parar los extremos de los bobinados. En una máquina asíncrona trifásica de jaula de ardilla la caja de bornes tiene seis terminales, correspondientes a los extremos de las tres fases del estator (dos extremos, principio y final, por cada fase), formando dos hileras de tres. De esta forma resulta fácil el conectar el devanado del estator en estrella ([Fig. 8a](#)) o en triángulo ([Fig. 2](#) y [Fig. 8b](#)).

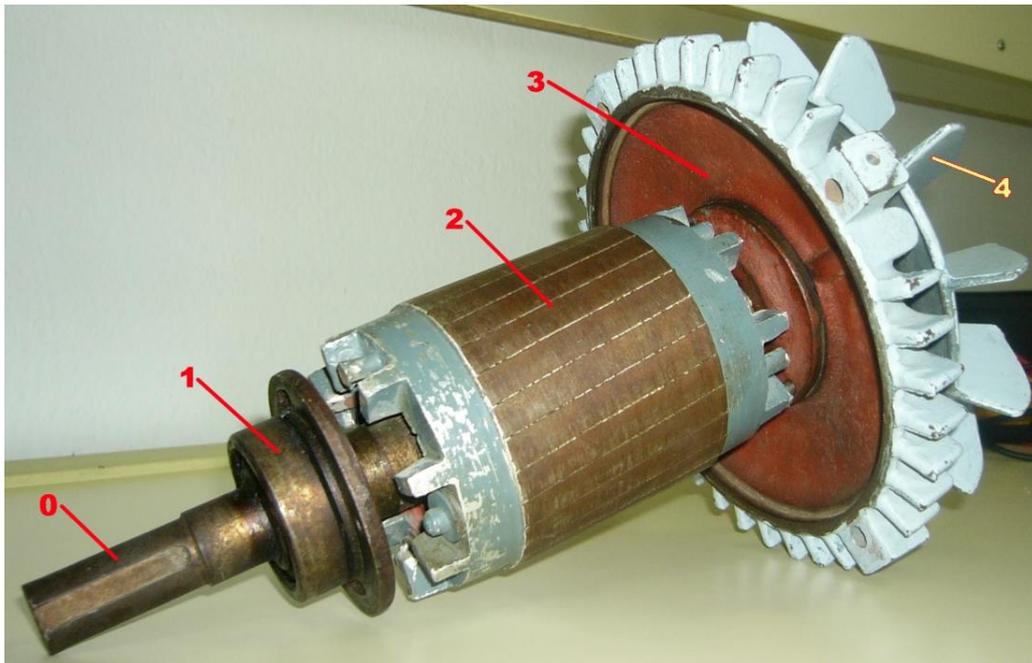
## MÁQUINAS ASÍNCRONAS O DE INDUCCIÓN



*Fig. 1: Máquina asíncrona.*



*Fig. 2: Máquina asíncrona. Se ha ampliado la caja de bornes, a la cual se le ha quitado la tapa, para mostrar la conexión triángulo del estator (ver la Fig. 8).*



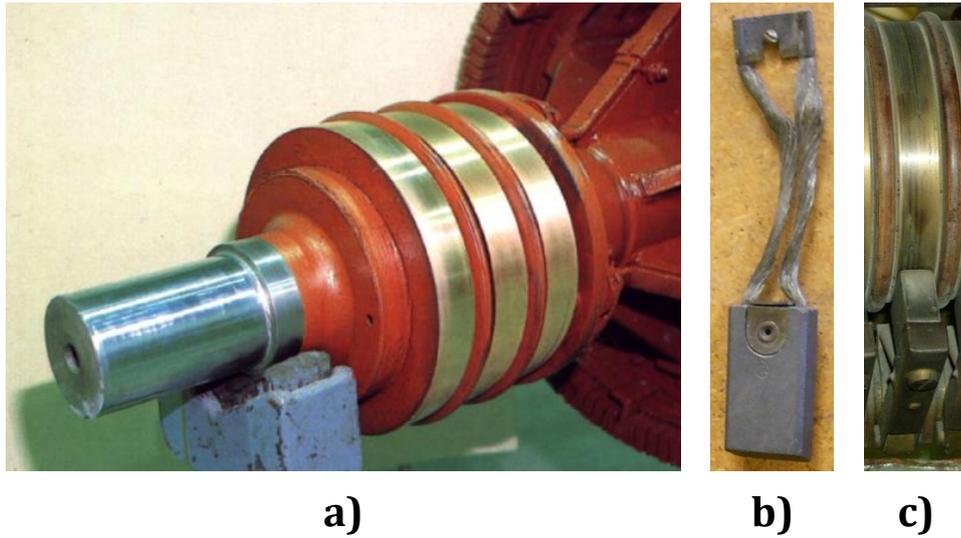
*Fig. 3: Eje (0), Cojinete (1), rotor de jaula de ardilla (2), tapa lateral de la carcasa (3) y ventilador (4).*



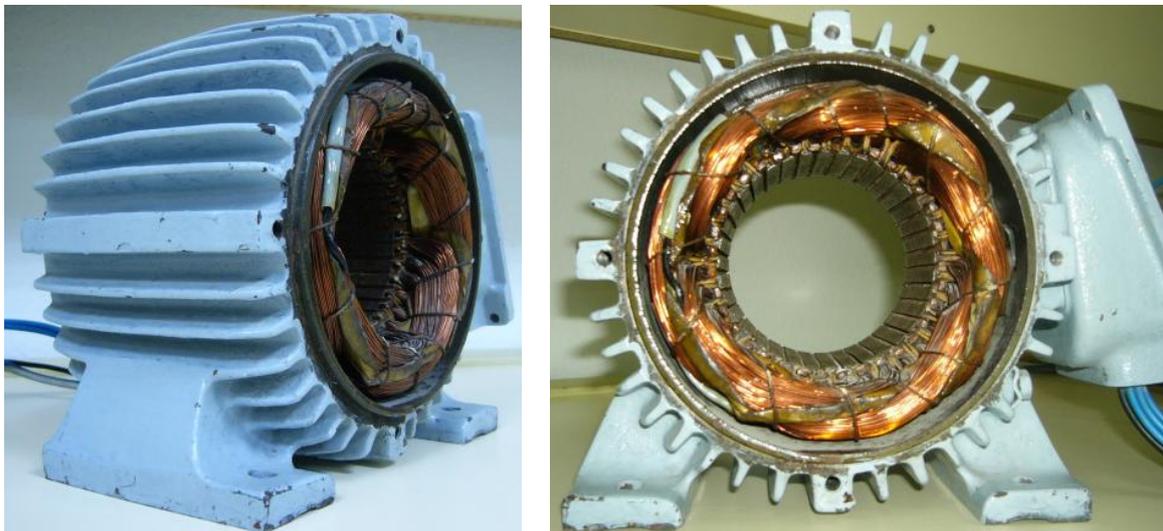
*Fig. 4: Aletas en un rotor de jaula de ardilla.*



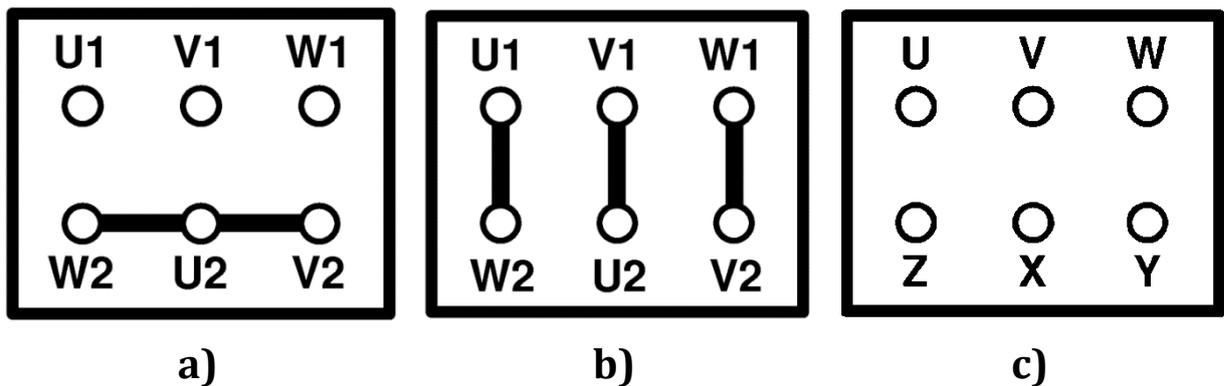
*Fig. 5: Rotor bobinado o con anillos.*



*Fig. 6: a) Colector de 3 anillos. b) Escobilla. c) Anillo con escobilla.*



*Fig. 7: Estator y carcasa.*



*Fig. 8: Caja de bornes de una máquina asíncrona trifásica de jaula de ardilla:  
a) Conexión estrella. b) Conexión triángulo.  
(En ambos casos los terminales U1, V1 y W1 son los que se conectan a las fases de la red).  
c) Antiguamente se utilizaban las letras U, V y W en lugar de U1, V1 y W1 y X, Y Z  
En lugar de U2, V2 y W2.*

Esta facilidad para conectar en estrella o en triángulo el devanado del estator permite que una máquina asíncrona pueda funcionar con dos tensiones asignadas de línea distintas, que guardan entre sí una relación  $\sqrt{3}$ .

Así, por ejemplo, un motor de 400/230 V tiene una tensión asignada de fase de 230 V. Por esta razón, cuando se quiera utilizar en una red cuya tensión de línea sea 230 V se empleará la conexión triángulo, porque en ella las tensiones de fase y de línea son iguales. Si se quiere utilizar esta máquina en una red cuya tensión de línea sea 400 V deberá emplearse la conexión estrella, porque en ella la tensión de fase es igual a la tensión fase-neutro, la cual es  $\sqrt{3}$  veces menor que la tensión de línea.

En resumen, la posibilidad de cambiar de conexión en el estator permite funcionar a la máquina asíncrona con dos tensiones asignadas de línea diferentes. La menor corresponde a la conexión triángulo y es también igual a la tensión asignada de fase. La mayor corresponde a la conexión en estrella.

### **PRINCIPIO DE FUNCIONAMIENTO**

A partir de ahora, salvo indicación en sentido contrario, este texto se referirá a las máquinas asíncronas polifásicas (normalmente trifásicas), las utilizadas más frecuentemente. Se denomina  $m_1$  al número de fases del estator y  $m_2$  al número de fases del rotor.

En este tipo de máquina el bobinado del estator está recorrido por un sistema equilibrado de corrientes que da lugar, en virtud del Teorema de Ferraras, a un campo magnético giratorio cuya velocidad es la conocida como **velocidad de sincronismo**. Cuando esta velocidad se mide en revoluciones por minuto (r.p.m.) se la denomina  $n_1$  y se calcula a partir de la frecuencia  $f_1$  de las corrientes del estator mediante este cociente:

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p} \quad (1)$$

Como el rotor gira a una velocidad diferente de la del campo magnético del estator, sus bobinas están sometidas a la acción de un flujo magnético variable y se inducen f.e.m.s de rotación en ellas. El devanado del rotor está en cortocircuito, luego estas f.e.m.s producen la circulación de corrientes en el rotor que, al interactuar con el campo magnético del estator, originan un par en el eje de la máquina. Por la Ley de Lenz, este par mecánico intentará reducir las variaciones de flujo magnético en el devanado del rotor y, por lo tanto, tratará de hacerlo girar a la misma velocidad que el campo magnético giratorio (ya que las variaciones de flujo en las bobinas del rotor son debidas al movimiento relativo del campo giratorio con respecto al rotor), pero sin conseguirlo nunca, ya que entonces no habría corrientes en el rotor ni, por consiguiente, par en el eje de la máquina.

La velocidad de estas máquinas es, pues, ligeramente distinta de la de sincronismo, de ahí su nombre de asíncronas. Por otra parte, las corrientes que circulan por el rotor aparecen por inducción electromagnética, de ahí su otro nombre de máquinas de inducción.

Cuando la máquina actúa como motor, su funcionamiento más habitual, la velocidad del rotor es inferior a la de sincronismo y se genera un par motor. Para que esta máquina actúe como generador es preciso moverla con una máquina motriz externa de forma que su velocidad supere a la de sincronismo. En este caso aparece un par de frenado en su eje.

Se denomina **deslizamientos** a la siguiente relación:

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} \quad (2)$$

donde:

- $n_1$  es la velocidad de sincronismo medida en r.p.m.
- $\Omega_1$  es la velocidad de sincronismo medida en rad/s.
- $n$  es la velocidad de giro del rotor medida en r.p.m.
- $\Omega$  es la velocidad de giro del rotor medida en rad/s.

Los conductores del devanado rotórico ven girar el campo originado por el bobinado del estator con una velocidad relativa  $n_2$ :

$$n_2 = n_1 - n = s \cdot n_1 \quad (3)$$

En consecuencia, como este campo magnético tiene  $p$  pares de polos, sucede que un conductor del rotor en un minuto ha visto pasar frente a él  $n_2 \cdot p$  ciclos magnéticos (cada par de polos constituye un ciclo de la onda del campo magnético en el entrehierro, la cual se va repitiendo en el siguiente par de polos y así sucesivamente en todos los pares de polos de la máquina). Cada ciclo magnético induce un periodo de la onda temporal de f.e.m. al girar por delante de un conductor del rotor. Esto hace que en las fases del rotor se induzcan unas f.e.m.s cuya frecuencia es de  $n_2 \cdot p$  ciclos por minuto; es decir, una **frecuencia  $f_2$**  que medida en Hz (ciclos por segundo) vale:

$$f_2 = \frac{n_2 p}{60} = \frac{(s n_1) p}{60} = s \left( \frac{n_1 p}{60} \right)$$

Luego, teniendo en cuenta la relación (1) se deduce que:

$$\boxed{f_2 = s f_1} \quad (4)$$

El deslizamiento  $s$  de una máquina asíncrona en condiciones normales de funcionamiento es pequeño; esto significa que la frecuencia en el rotor  $f_2$  es pequeña, muy inferior a la del estator  $f_1$ .

Las f.e.m.s inducidas sobre las fases del rotor provocan la circulación de corrientes cuya frecuencia también es  $f_2$ . Estas corrientes al circular por las fases del rotor originan, en virtud del Teorema de Ferraris, otro campo giratorio cuya velocidad relativa con respecto al rotor se calcula mediante una expresión similar a (1):

$$\frac{60 f_2}{p} = \frac{60 (s f_1)}{p} = s \frac{60 f_1}{p} = s n_1 = n_1 - n = n_2 \quad (5)$$

Su velocidad absoluta se obtiene teniendo en cuenta que el rotor está girando con una velocidad  $n$ :

$$n_2 + n = (n_1 - n) + n = n_1 \quad (6)$$

Luego, el campo magnético del rotor gira a la misma velocidad de sincronismo que el del estator.

Al final, se obtiene que el campo magnético total en el entrehierro, debido al efecto conjunto de las corrientes del estator y del rotor, gira a la velocidad de sincronismo  $n_1$ .

El hecho de que los campos magnéticos del estator y rotor giren a la misma velocidad es importante, porque así la posición relativa de ambos campos no varía con el tiempo y la máquina produce, entonces, un par constante en el eje (sin pulsaciones en cada vuelta). Esta igualdad de velocidades es debida a que ambos devanados, el del estator y el del rotor, tienen el mismo número de polos. El que los dos devanados puedan tener diferente número de fases no influye para que generen campos giratorios de igual velocidad, como se puede apreciar observando las relaciones (1) y (5).

### **F.E.M.S. SEPARACIÓN DE RESISTENCIAS Y REACTANCIAS DE DISPERSIÓN**

Se denomina  $\Phi_M$  al flujo por polo debido al campo magnético común que existe en el entrehierro originado por la acción conjunta de los devanados del estator y del rotor. Este campo magnético gira a la velocidad de sincronismo  $n_1$ .

El giro de este campo produce sobre las fases del estator (de  $N_1$ <sup>1</sup> espiras efectivas/fase y factor de bobinado  $\xi_{b1}$ , siendo el factor de bobinado un coeficiente ligeramente inferior a la unidad que depende de la geometría del devanado) unas f.e.m.s de rotación cuyo valor eficaz se va a denominar  $E_1$  y cuya frecuencia es igual a la de las corrientes del estator  $f_1$ . Recordando lo estudiado anteriormente en el capítulo sobre los aspectos generales de las máquinas eléctricas, se tiene que esta f.e.m. verifica que:

$$E_1 = 4,44 \xi_{b1} f_1 N_1 \Phi_M \quad (7)$$

Análogamente este campo magnético giratorio induce sobre el devanado del rotor (cuyas fases tienen  $N_2$  espiras efectivas y factor de bobinado  $\xi_{b2}$ ) unas f.e.m.s de rotación cuyo valor eficaz se va a denominar  $E_{2s}$  y cuya frecuencia es  $f_2$ . Se tiene que:

<sup>1</sup> Cuando todas las espiras de una fase están conectadas en serie su número de espiras *efectivas* es igual al número total de espiras de la fase. Sin embargo, si las espiras de una fase se conectan formando varias ramas en paralelo, el número de espiras efectivas es igual al número de espiras de una de estas ramas en paralelo.

$$E_{2s} = 4,44 \xi_{b2} f_2 N_2 \Phi_M \quad (8)$$

En el caso de que el rotor estuviera parado, de acuerdo con las expresiones (2) y (4) se tiene que:

$$n = 0 \rightarrow s = 1 \rightarrow f_2 = f_1 \quad (9)$$

Sea  $E_2$  el valor eficaz de las f.e.m.s inducidas sobre las fases del rotor cuando se encuentra parado. Se cumplirá que:

$$E_2 = 4,44 \xi_{b2} f_1 N_2 \Phi_M \quad (10)$$

Comparando las expresiones (8) y (10) y teniendo en cuenta la relación (4) se deduce que:

$$\boxed{E_{2s} = s E_2} \quad (11)$$

Se denomina **relación de transformación de tensiones  $m_v$**  a este cociente:

$$m_v = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\xi_{b1} N_1}{\xi_{b2} N_2} \quad (12)$$

Además del campo común existe el campo magnético de dispersión o de fugas, que da lugar a sendos enlaces de flujo de dispersión en las fases del estator y del rotor. Al igual que se hizo con los transformadores, se puede considerar que sus efectos se pueden analizar utilizando para cada fase unas autoinductancias,  $L_{d1}$  en el estator y  $L_{d2}$  en el rotor. Las reactancias debidas a estas autoinductancias son:

$$\text{En el estator:} \quad X_1 = 2 \pi f_1 L_{d1}$$

$$\text{En el rotor:} \quad X_{2s} = 2 \pi f_2 L_{d2}$$

$$\text{En el rotor parado:} \quad X_2 = 2 \pi f_1 L_{d2}$$

Luego, de acuerdo con (4) se deduce que:

$$\boxed{X_{2s} = s X_2} \quad (13)$$

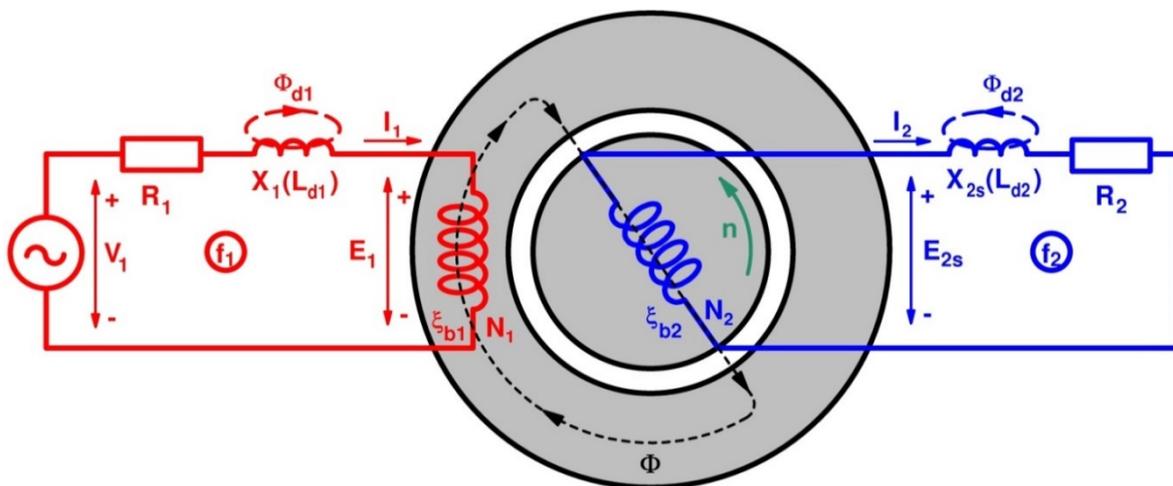
Además, denominaremos  $R_1$  a la resistencia de una fase del estator y  $R_2$  a la resistencia de una fase del rotor.

En el estudio del motor de inducción se van a seguir los mismos *convenios de signos* que en el transformador. Estos convenios son así:

- Se elige arbitrariamente un convenio de signos para el campo magnético creado por una fase actuando individualmente. Los convenios de signos de los campos magnéticos de las otras dos fases se eligen de forma que cuando los tres campos son positivos estén desfasados entre sí en el espacio  $120^\circ$  eléctricos.
- La corriente  $I_1$  de una fase del estator es positiva cuando origina un campo magnético positivo, mientras que la corriente  $I_2$  de una fase del rotor es positiva cuando origina un campo magnético negativo.
- La tensión  $V_1$  de alimentación a una fase del estator es positiva cuando pretende dar lugar a una corriente  $I_1$  positiva.
- Aunque llamemos fuerzas electromotrices (f.e.m.s) a  $E_1$  y  $E_{2s}$ , realmente son fuerzas contraelectromotrices (f.c.e.m.s), ya que cuando son positivas pretenden dar lugar a corrientes que originen campos magnéticos negativos. Teniendo en cuenta los convenios adoptados para las corrientes, esto significa que cuando  $E_1$  es positiva pretende que la corriente  $I_1$  sea negativa y que cuando  $E_{2s}$  es positiva pretende que la corriente  $I_2$  sea positiva.

En estos convenios de signos se está presuponiendo que el flujo de potencia se dirige desde el estator hacia el rotor; es decir, que la máquina está actuando como motor. Esta es la forma de funcionamiento más frecuente en las máquinas de inducción y, por esta razón, a partir de ahora en los siguientes apartados, salvo indicación contraria, se va a seguir suponiendo que la máquina actúa como motor.

De todo lo anterior se puede obtener el esquema por fase de un motor asíncrono, el cual está representado en la [Fig. 9](#).



*Fig. 9: Esquema por fase de un motor asíncrono polifásico.*

Recuérdese que en el esquema de la [Fig. 9](#) las magnitudes del rotor  $f_2$ ,  $E_{2s}$  y  $X_{2s}$  son funciones del deslizamiento  $s$  y, en consecuencia, varían con la velocidad de giro  $n$  de la máquina. En el caso de que el motor esté parado, estas magnitudes pasan a ser,  $f_1$ ,  $E_2$  y  $X_2$ , respectivamente.

## ECUACIONES DE UN MOTOR ASÍNCRONO

En este apartado y en el siguiente [“REDUCCIÓN AL ESTATOR”](#) (página 13) se desarrollan detenidamente y se demuestran las ecuaciones que gobiernan al motor y la reducción del rotor al estator. Si el lector lo desea, puede omitir estas demostraciones y pasar directamente al apartado [“CIRCUITO EQUIVALENTE”](#) (página 17).

Teniendo en cuenta todo lo que se ha explicado en el apartado anterior (página 7), que está resumido en el esquema de la [Fig. 9](#), se deduce que un motor asíncrono cumple las ecuaciones que se van a indicar a continuación.

### Ecuación del estator

Recuérdese que el estator es un devanado con las siguientes características:

- Está inmóvil.
- Número de polos = 2p.
- Número de fases =  $m_1$ .
- Número de espiras efectivas de una fase =  $N_1$ .
- Factor de bobinado =  $\xi_{b1}$ .
- Frecuencia =  $f_1$ .
- Tensión por fase =  $V_1$ .
- Corriente por fase =  $I_1$ .
- Fuerza electromotriz por fase =  $E_1$  (según [7]:  $E_1 = 4,44 \xi_{b1} f_1 N_1 \Phi_M$ ).
- Factor de potencia =  $\cos \varphi_1$  ( $\varphi_1$  es el desfase entre los fasores de tensión  $\bar{V}_1$  y de corriente  $\bar{I}_1$  del estator).
- Resistencia por fase =  $R_1$ .
- Inductancia de dispersión de una fase =  $L_{d1}$ .
- Reactancia de dispersión de una fase =  $X_1$  ( $X_1 = 2 \pi f_1 L_{d1}$ ).
- Valor máximo de la fuerza magnetomotriz generada por el estator =  $F_{1M}$   
Según el Teorema de Ferraris (ver el texto [17]) el estator da lugar a una f.m.m. giratoria cuyo valor máximo es  $m_1/2$  veces el originado por una sola de sus fases. Luego:

$$F_{1M} = \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 I_1}{p} \right) \quad (14)$$

Partiendo de todo esto y de la Fig. 9 se deduce que la ecuación eléctrica de una fase del estator es:

$$\boxed{\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + \bar{I}_1 (R_1 + j X_1)} \quad (15)$$

### Ecuación del rotor

Recuérdese que el rotor es un devanado conectado en cortocircuito con las siguientes características:

- Velocidad (en r.p.m.) = n.

- Deslizamiento =  $s$  (según (2):  $s = \frac{n_1 - n}{n_1}$ )
- Número de polos =  $2p$ .
- Número de fases =  $m_2$ .
- Número de espiras efectivas de una fase =  $N_2$ .
- Factor de bobinado =  $\xi_{b2}$ .
- Frecuencia =  $f_2$  (según (4):  $f_2 = s f_1$ ).
- Corriente por fase =  $I_2$ .
- Fuerza electromotriz por fase =  $E_{2s}$  (según (8):  $E_{2s} = 4,44 \xi_{b2} f_2 N_2 \Phi_M$ ).
- Factor de potencia =  $\cos \varphi_2$  ( $\varphi_2$  es el desfase entre los fasores de f.e.m.  $\bar{E}_2$  y de corriente  $\bar{I}_2$  del rotor).
- Resistencia por fase =  $R_2$ .
- Inductancia de dispersión de una fase =  $L_{d2}$ .
- Reactancia de dispersión de una fase =  $X_{2s}$  ( $X_{2s} = 2 \pi f_2 L_{d2}$ ).
- Valor máximo de la fuerza magnetomotriz generada por el rotor =  $F_{2M}$ .

$$F_{2M} = \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 I_2}{p} \right) \quad (16)$$

Partiendo de todo lo anterior y de la Fig. 9 se deduce que la ecuación eléctrica de una fase del rotor es:

$$\boxed{\bar{E}_{2s} = \bar{I}_2 (R_2 + j X_{2s})} \quad (17)$$

### Rotor parado

Recuérdese que en el caso particular de que el rotor esté parado se usa una nomenclatura especial para la f.e.m. ( $E_2$ ) y para la reactancia de dispersión ( $X_2$ ). Entonces se cumple lo siguiente:

- Velocidad = 0.
- Deslizamiento = 1 (según (2):  $s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{n_1}{n_1} = 1$ )
- Frecuencia =  $f_1$  (según (4):  $f_2 = s \cdot f_1 = 1 \cdot f_1$ )
- Fuerza electromotriz por fase =  $E_2$ .

$$\text{(según (10) y (12): } E_2 = 4,44 \xi_{b2} f_1 N_2 \Phi_M = \frac{E_1}{m_v} \text{)}$$

$$\text{Luego, según (11): } E_{2s} = s E_2.$$

- Reactancia de dispersión de una fase =  $X_2$  ( $X_2 = 2 \pi f_1 L_{d2}$ )  
Luego, según (13):  $X_{2s} = s X_2$ .

**Ecuaciones magnéticas**

Los convenios de signos de las corrientes del estator y del rotor, al igual que en los transformadores, son opuestos en relación a sus consecuencias magnéticas. En efecto, se supone que corrientes del estator  $I_1$  positivas dan lugar a campos magnéticos positivos, mientras que corrientes del rotor positivas  $I_2$  originan campos magnéticos negativos. Por consiguiente, se cumple que:

$$R \bar{\Phi} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 \quad (18)$$

donde:

$$\bar{F}_1 = \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 \bar{I}_1}{p} \right) \quad \bar{F}_2 = \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 \bar{I}_2}{p} \right)$$

Si la máquina funciona siempre con marchas industriales (es decir, alimentada con tensiones equilibradas cuyos valor eficaz y frecuencia son los asignados) sabemos que el flujo por polo y las pérdidas magnéticas son iguales en todas ellas. Esto significa que en todas las marchas industriales siempre hay la misma f.m.m. total, que se calcula mediante la relación (18). Esto también sucede en la *marcha de vacío*, que es una marcha industrial donde la potencia útil es nula y la máquina gira a una velocidad muy poco diferente de la de sincronismo. En vacío la corriente del rotor es prácticamente nula (y por lo tanto, también su f.m.m.) y la corriente del estator se denomina  $I_0$ . Se deduce, pues, que:

$$R \bar{\Phi} = \bar{F}_1 - \bar{F}_2 = \bar{F}_0 \quad \bar{F}_0 = \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 \bar{I}_0}{p} \right)$$

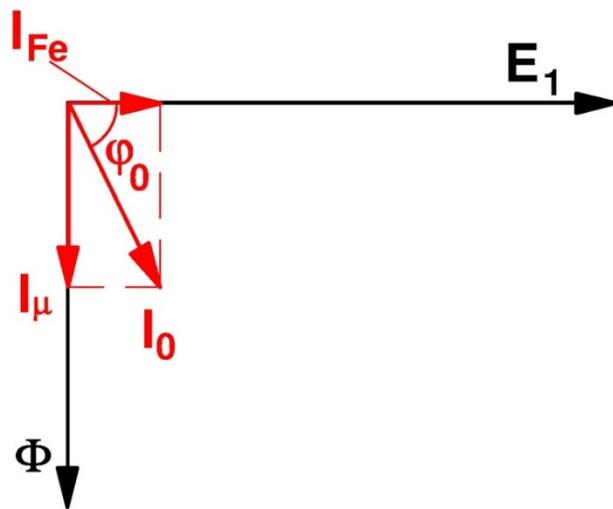
Luego:

$$\frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 \bar{I}_1}{p} \right) - \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 \bar{I}_2}{p} \right) = \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 \bar{I}_0}{p} \right)$$

$$m_1 \xi_{b1} N_1 \bar{I}_1 - m_2 \xi_{b2} N_2 \bar{I}_2 = m_1 \xi_{b1} N_1 \bar{I}_0$$

$$\boxed{\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \frac{\bar{I}_2}{\frac{m_1 \xi_{b1} N_1}{m_2 \xi_{b2} N_2}}} \quad (19)$$

Al igual que sucede en los transformadores, la corriente de vacío  $\bar{I}_0$  tiene dos componentes perpendiculares entre sí (Fig. 10). Una de estas componentes es  $\bar{I}_\mu$ , la cual crea el campo magnético, es paralela al flujo  $\bar{\Phi}$  y, en consecuencia, es perpendicular a la f.e.m. inducida  $\bar{E}_1$ . La otra componente de  $\bar{I}_0$  es  $\bar{I}_{Fe}$ , que está en fase con  $\bar{E}_1$  y es la que hace que se absorba de la red eléctrica una potencia activa que compense la que se va a perder como pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro  $P_{Fe}$ . Por lo tanto, sucede que:



*Fig. 10: Corriente de vacío de un motor asíncrono.*

$$\bar{I}_0 = \bar{I}_{Fe} + \bar{I}_{\mu} \quad (20)$$

### **REDUCCIÓN AL ESTATOR**

Del mismo modo que en un transformador se facilita el estudio sustituyendo su secundario real por su equivalente reducido al primario, en un motor asíncrono se simplifica el análisis cuando se sustituye su rotor real por otro equivalente que se denomina “reducido al estator”. Este proceso se puede interpretar desde un punto de vista matemático como un cambio de variables en el rotor (ver las expresiones (30)), pero aquí se va a insistir en su interpretación física de sustituir un devanado por otro equivalente elegido de forma adecuada para que simplifique el análisis de la máquina.

Se dice que en un motor asíncrono se ha sustituido su rotor por otro equivalente si, tras esta sustitución, no se modifican las magnitudes del resto de la máquina. Esto significa que al sustituir el rotor real por uno equivalente no se modifican:

- Las magnitudes del estator:  $V_1, I_1, P_1, \dots$
- Las magnitudes magnéticas:  $\Phi_M, B_M, P_{Fe}, \dots$
- El balance de potencias, tanto activas como reactivas.
- Los factores de potencia del estator  $\cos \varphi_1$  y del rotor  $\cos \varphi_2$ .

Existen infinidad de rotores equivalentes que cumplen estas condiciones, pero interesa escoger uno que simplifique el estudio del motor asíncrono y éste va a ser el rotor reducido al estator. Para llegar a él se deducirá un primer rotor equivalente y, a partir de éste, se obtendrá finalmente el rotor reducido al estator.

### **Primer rotor equivalente**

Se desea obtener un rotor equivalente al rotor real que tenga su misma geometría, pero que esté parado. Esto significa que este primer rotor equivalente tiene los mismos parámetros  $m_2, N_2$  y  $\varphi_{b2}$  que el rotor real y, además, está inmóvil; luego tiene estas magnitudes:

- Velocidad  $n = 0$ .
- Deslizamiento = 1 (según (2):  $s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{n_1}{n_1} = 1$ ).
- Frecuencia =  $f_1$  (según (4):  $f_2 = s \cdot f_1 = 1 \cdot f_1$ ).
- Este rotor equivalente tiene la misma geometría que el real y, por ser equivalente, está sometido al mismo flujo por polo  $\Phi_M$  que en la máquina real. Luego, según (10) su f.e.m. es igual a la del rotor real cuando está parado  $E_2$ :

$$4,44 \xi_{b2} f_1 N_2 \Phi_M = E_2$$

- Para que el rotor equivalente parado dé lugar a una fuerza magnetomotriz (f.m.m.) que gire a la misma velocidad (la velocidad de sincronismo  $n_1$ ) que la fuerza magnetomotriz del rotor real (el cual gira a la velocidad  $n$  y tiene corrientes de frecuencia  $f_2$ ), es preciso que las corrientes del rotor equivalente sean de frecuencia  $f_1$ . Anteriormente se ha visto que, por estar parado ( $n = 0$ ), esta es la frecuencia de las magnitudes de este rotor equivalente. Luego este aspecto se cumple en este primer rotor equivalente.
- Para que el rotor equivalente haga que la máquina tenga el mismo flujo por polo  $\Phi_M$  que con el rotor real, debe producir el mismo valor de f.m.m. que éste (ver la relación (16)). Dado que ambos rotores, real y equivalente, tienen el mismo número de polos y los mismos parámetros  $m_2$ ,  $N_2$  y  $\xi_{b2}$ , esto obliga a que ambos rotores estén recorridos por la misma corriente  $I_2$ .
- En el rotor real se cumple la expresión (17). Lo que, teniendo en cuenta las relaciones (11) y (13), significa que:

$$\begin{aligned} \bar{E}_{2s} &= s \bar{E}_2 = \bar{I}_2 (R_2 + j s X_2) \\ \bar{E}_2 &= \bar{I}_2 \left( \frac{R_2}{s} + j X_2 \right) \end{aligned} \quad (21)$$

De esta relación se deduce que en este rotor equivalente parado, donde la f.e.m. es  $\bar{E}_2$ , si se desea que esté recorrido por la misma corriente que en el rotor real debe tener una resistencia igual a  $R_2/s$  y una reactancia de dispersión igual a  $X_2$ .

Por lo tanto, el primer rotor equivalente tiene la misma inductancia de dispersión  $L_{d2}$  que el rotor real y su resistencia debe ser mayor que en el rotor real (pues en un motor el deslizamiento  $s$  es menor que 1 ( $s \leq 1$ ) y, en consecuencia,  $R_2/s$  es mayor que  $R_2$  ( $R_2/s \geq R_2$ )). Luego, la resistencia del rotor equivalente es igual a la suma de la del rotor real más la **resistencia de carga  $R_c$** :

$$R_c = \frac{R_2}{s} - R_2 = R_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad (22)$$

De esto se deduce que la relación (21) también se puede escribir así:

$$\bar{E}_2 = \bar{I}_2 [(R_2 + R_c) + j X_2] \quad (23)$$

- El resultado obtenido anteriormente es lógico. El rotor real gira a la velocidad  $n$  y produce una potencia mecánica en su eje. El rotor equivalente está parado y no produce potencia mecánica, pero debe originar el mismo balance de potencias que el rotor real. Por esta razón, en el rotor equivalente se añade la resistencia  $R_c$  de tal manera que en ella se consuma una potencia (activa) igual a la potencia mecánica del rotor real. Es decir, se sustituye la potencia mecánica del rotor real por la potencia consumida en la resistencia de carga  $R_c$  en el rotor equivalente y así se mantiene el mismo balance de potencias.

En resumen, este primer rotor equivalente tiene las mismas características que el rotor real, excepto que está parado, lo que obliga a que la resistencia de sus fases sea igual a la suma de la resistencia del rotor real más la resistencia de carga.

### **Rotor reducido al estator**

Partiendo del primer rotor equivalente ahora se va a deducir el rotor reducido al estator. Las magnitudes del rotor reducido al estator se van a denominar con el subíndice 2 y añadiéndolas un apóstrofe '.

Cuando se reduce el rotor al estator se está utilizando un rotor equivalente que está parado y que tiene la misma geometría que el estator. Esto significa que el rotor reducido al estator tiene los mismos parámetros  $m_1$ ,  $N_1$  y  $\xi_{b1}$  que el estator y, además, está inmóvil; luego tiene estas magnitudes:

- Velocidad  $n = 0$ .
- Deslizamiento = 1 (según (2):  $s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{n_1}{n_1} = 1$ ).
- Frecuencia =  $f_1$  (según (4):  $f_2 = s \cdot f_1 = 1 \cdot f_1$ ).
- Este rotor equivalente tiene la misma geometría que el estator y, por ser equivalente, está sometido al mismo flujo por polo  $\Phi_M$  que en la máquina real. Luego, según la relación (7) su f.e.m. es igual a la del estator  $E_1$ :

$$E'_2 = 4,44 \xi_{b1} f_1 N_1 \Phi_M = E_1$$

$$\boxed{\bar{E}'_2 = \bar{E}_1 = m_v \bar{E}_2} \quad (24)$$

En general, en el rotor reducido al estator todas las magnitudes de caídas de tensión y de f.e.m.s se obtienen multiplicando por  $m_v$  (relación de

transformación de tensiones) las magnitudes correspondientes del primer rotor equivalente.

- Para que el rotor reducido al estator haga que la máquina tenga el mismo campo magnético y, por lo tanto, el mismo flujo por polo  $\Phi_M$  que con el rotor real, ambos devanados deben producir el mismo valor de f.m.m. (ver la relación (16)). Luego se debe cumplir que:

$$F_{2M} = \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 I_2}{p} \right)$$

$$F'_{2M} = \frac{m'_2}{2} \left( 0,9 \xi'_{b2} \frac{N'_2 I'_2}{p} \right) = \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 I'_2}{p} \right)$$

$$F'_{2M} = F_{2M} \rightarrow \frac{m_1}{2} \left( 0,9 \xi_{b1} \frac{N_1 I'_2}{p} \right) = \frac{m_2}{2} \left( 0,9 \xi_{b2} \frac{N_2 I_2}{p} \right)$$

$$I'_2 = \frac{I_2}{\frac{m_1 N_1 \xi_{b1}}{m_2 N_2 \xi_{b2}}}$$

De lo que se deduce que:

$$\boxed{\bar{I}'_2 = \frac{\bar{I}_2}{m_i}} \quad (25)$$

Donde la **relación de transformación de corrientes  $m_i$**  es este cociente:

$$m_i = \frac{m_1 N_1 \xi_{b1}}{m_2 N_2 \xi_{b2}} = \frac{m_1}{m_2} m_v \quad (26)$$

- El rotor reducido al estator está inmóvil y debe verificar unas relaciones análogas a las (21) y (23). En consecuencia, el rotor reducido al estator debe tener unos parámetros de resistencia  $R'_2$  y reactancia  $X'_2$  por fase y de resistencia de carga  $R'_c$  tales que se cumpla lo siguiente:

$$\bar{E}'_2 = \bar{I}'_2 \left( \frac{R'_2}{s} + j X'_2 \right) = \bar{I}'_2 [(R'_2 + R'_c) + j X'_2] \quad (27)$$

De todo esto y teniendo en cuenta las fórmulas (21), (22), (24) y (25) se deduce que los parámetros de resistencia y reactancia del rotor reducido al estator y del rotor real están relacionados entre sí mediante estas expresiones:

$$\boxed{R'_2 = m_v m_i R_2} \quad \boxed{X'_2 = m_v m_i X_2} \quad (28)$$

$$\boxed{R'_c = R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right)} \quad (29)$$

En efecto, teniendo presente las relaciones (24) y (25), la expresión (21) se convierte en:

$$\bar{E}_2 = \frac{\bar{E}'_2}{m_v} = (m_i \cdot \bar{I}'_2) \left[ \left( \frac{R_2}{s} + j X_2 \right) \right] \rightarrow \bar{E}'_2 = \bar{I}'_2 \left[ (m_v m_i) \left( \frac{R_2}{s} + j X_2 \right) \right]$$

Lo que, comparándolo con (27), demuestra que se deben cumplir las relaciones (28) y (29).

- Se puede comprobar que en el rotor reducido al estator las potencias activas y reactivas no varían con respecto a las del rotor real.

Así, por ejemplo, compárese la potencia de pérdidas en el cobre obtenidas en el rotor real  $P_{Cu2}$  y en el rotor reducido al estator  $P'_{Cu2}$ :

$$P_{Cu2} = m_2 R_2 I_2^2$$

$$P'_{Cu2} = m'_2 R'_2 I_2'^2 = m_1 (m_v m_i R_2) \left( \frac{I_2}{m_i} \right)^2 = m_1 \frac{m_v}{m_i} R_2 I_2^2$$

Teniendo en cuenta la relación (26) se llega finalmente a:

$$P'_{Cu2} = m_1 \frac{m_2}{m_1} R_2 I_2^2 = m_2 R_2 I_2^2 = P_{Cu2} \rightarrow P'_{Cu2} = P_{Cu2}$$

En resumen, el rotor reducido al estator tiene la misma geometría que el estator, está inmóvil y sus magnitudes se calculan a partir de las del rotor real mediante las relaciones (24), (25), (28) y (29).

### **CIRCUITO EQUIVALENTE**

En los apartados anteriores (páginas 10 y 13) se ha comprobado que con objeto de facilitar el análisis de un motor asíncrono, siguiendo un procedimiento similar al utilizado para los transformadores, se sustituye su rotor por otro equivalente de forma que el resto de la máquina no se vea afectado por este cambio. Esto significa que al sustituir el rotor real por el equivalente las magnitudes del estator, el flujo de potencia a través del entrehierro y el campo magnético no cambiarán y, por lo tanto, el flujo por polo  $\Phi_M$  seguirá conservando el mismo valor. Además, el rotor equivalente se elige de forma que su devanado tenga una geometría idéntica a la del estator; es decir, con el mismo número de fases  $m_1$ , número de espiras efectivas  $N_1$  y factor de bobinado  $\xi_{b1}$  que el estator, e inmóvil para que sus corrientes tengan la misma frecuencia  $f_1$  que las del estator. Este rotor equivalente se denomina **rotor reducido al estator**. Así pues, se tiene que:

$$m'_2 = m_1 ; \quad N'_2 = N_1 ; \quad \xi'_{b2} = \xi_{b1} ; \quad f'_2 = f_1$$

En el apartado anterior (página 13) se dedujo que las magnitudes del rotor reducido al estator se obtienen así:

$$\begin{aligned} \bar{E}'_2 = \bar{E}_1 = m_v \bar{E}_2 & & \bar{I}'_2 = \frac{\bar{I}_2}{m_i} \\ R'_2 = m_v m_i R_2 & & X'_2 = m_v m_i X_2 \end{aligned} \quad (30)$$

En las expresiones anteriores aparecen las **relaciones de transformación de tensiones  $m_v$  y de corrientes  $m_i$** :

$$m_v = \frac{E_1}{E_2} = \frac{\xi_{b1} N_1}{\xi_{b2} N_2} \quad m_i = \frac{m_1 N_1 \xi_{b1}}{m_2 N_2 \xi_{b2}} \quad (31)$$

Comparando entre sí las relaciones anteriores se comprueba que:

$$m_i = \frac{m_1}{m_2} m_v \quad (32)$$

En los rotores bobinados lo normal es que su número de fases  $m_2$  iguale al del estator  $m_1$ . En este caso, según [\(32\)](#), las relaciones transformación de tensiones  $m_v$  y de corrientes  $m_i$  son iguales. En los rotores de jaula de ardilla los números de fases  $m_1$  y  $m_2$  suelen ser distintos y, en consecuencia, las relaciones  $m_v$  y  $m_i$  también son diferentes.

De todo lo anterior, se puede concluir que un motor de inducción se comporta de una forma muy similar a un transformador que tuviera diferentes relaciones de transformación para las tensiones y para las corrientes.

Con el rotor reducido al estator las ecuaciones del motor ([\(15\)](#), [\(17\)](#), [\(19\)](#) y [\(20\)](#)) pasan a ser así:

$$\begin{aligned} \bar{I}'_1 &= \bar{I}'_0 + \bar{I}'_2 & (a) \\ \bar{I}'_0 &= \bar{I}'_{Fe} + \bar{I}'_{\mu} & (b) \\ \bar{V}_1 &= \bar{E}_1 + \bar{I}'_1 (R_1 + j X_1) & (c) \\ \bar{E}'_2 = \bar{E}_1 &= \bar{I}'_2 (R'_2 + j X'_2) + \bar{I}'_2 R'_c & (d) \end{aligned} \quad (33)$$

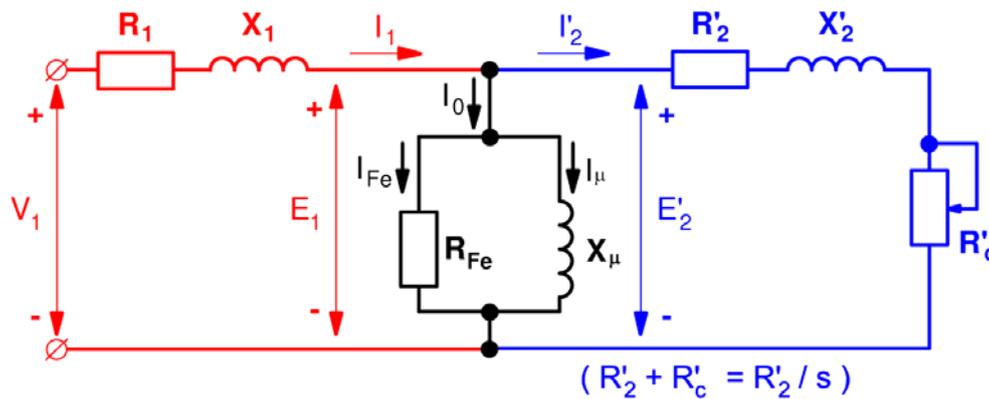


Fig. 11: Circuito equivalente exacto de un motor asíncrono polifásico.

Se puede encontrar un circuito que cumpla también estas ecuaciones, el cual está representado en la Fig. 11. Por lo tanto, este circuito es equivalente al motor y se pueden calcular magnitudes del motor resolviendo este circuito.

En las ecuaciones (33) y en el circuito equivalente de la Fig. 11 aparece la **resistencia de carga reducida al estator  $R'_c$**  cuyo valor es:

$$R'_c = R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) \quad (29)$$

De forma que se cumple también la siguiente relación:

$$R'_2 + R'_c = \frac{R'_2}{s} \quad (34)$$

Esta resistencia de carga aparece porque al utilizar un rotor equivalente que está inmóvil desaparece la potencia que el rotor real proporciona en forma de potencia mecánica giratoria en el eje del motor. Como el rotor reducido al estator debe dar lugar al mismo flujo de potencia a través del entrehierro y en él no hay potencia mecánica (por estar inmóvil), se introduce la resistencia de carga para que la potencia gastada en ella iguale a la potencia mecánica que suministra el rotor real. Es decir, calculando la potencia gastada en esta resistencia de carga ( $m'_2 R'_c I_2'^2 = m_1 R'_c I_2'^2$ ) se obtiene la potencia mecánica que se produce en el rotor real.

Las ecuaciones (33) se pueden representar mediante el **diagrama fasorial de un motor asíncrono polifásico** de la Fig. 12.



$$R_{cc} = R_1 + R'_2 ; \quad X_{cc} = X_1 + X'_2 \quad (35)$$

Teniendo en cuenta la relación (34) se llega a:

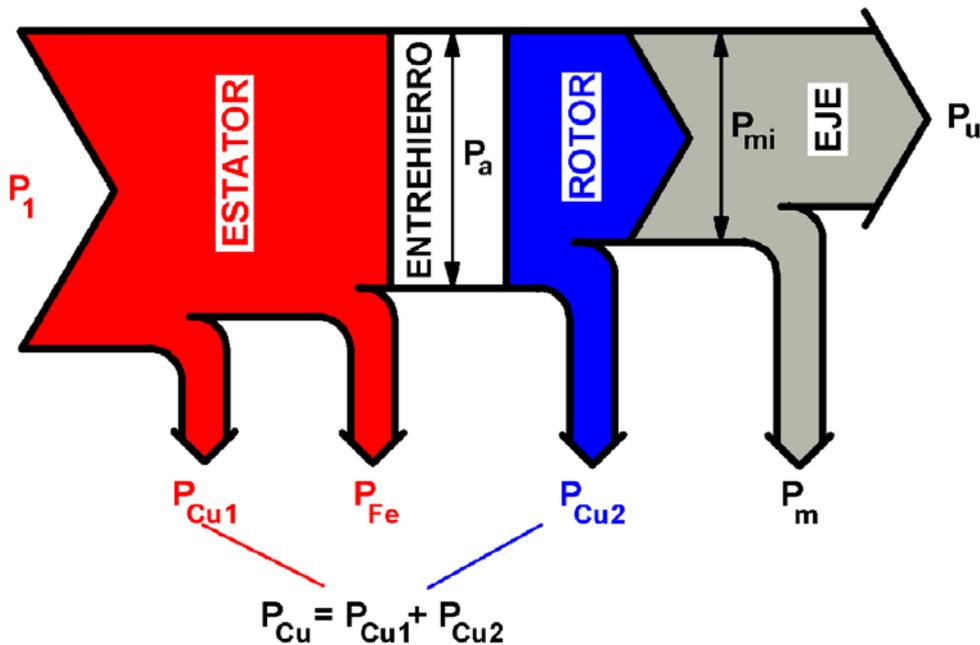
$$R_{cc} + R'_c = R_1 + \frac{R'_2}{s} \quad (36)$$

En un motor asíncrono la **marcha en vacío** es una marcha industrial en la que la potencia útil es nula. Por lo tanto, es una marcha en la que el estator del motor se alimenta a la tensión y frecuencia asignadas (marcha industrial) y no se conecta ninguna carga mecánica al eje de la máquina (potencia útil nula). En esta situación el par que proporciona la máquina prácticamente es nulo (sólo debe vencer los rozamientos mecánicos de la máquina) y su velocidad no se diferencia apenas de la síncrona, por lo que las f.e.m.s inducidas en el rotor son muy pequeñas y las corrientes en las fases del rotor son totalmente despreciables frente a las del estator. Resumiendo, las corrientes que circulan por el motor durante la marcha de vacío son:

$$\text{Marcha en vacío: } I_1 = I_0; \quad I_2 \approx 0$$

La corriente de vacío  $I_0$  de un motor asíncrono no es tan pequeña como la de un transformador (para motores de potencia superior a 10 kW la corriente de vacío  $I_0$  toma valores del 20 al 50% de la corriente asignada  $I_{1N}$ ), porque el circuito magnético de un motor tiene mayor reluctancia debido a la existencia de entrehierro. Esto hace que el error cometido al utilizar el circuito equivalente aproximado de la Fig. 13 en lugar del circuito equivalente exacto de la Fig. 11 sea apreciablemente mayor. Sin embargo, esta aproximación da resultados suficientemente exactos en motores de más de 10 kW y, por esta causa, en este texto se utilizará básicamente el circuito equivalente aproximado de la Fig. 13.

**BALANCE DE POTENCIAS**



*Fig. 14: Balance de potencias de un motor asíncrono.*

En este apartado se va a estudiar el balance de potencias de una máquina asíncrona polifásica actuando como motor. En consecuencia, en lo que sigue se adopta el criterio de signos de considerar positivas las potencias cuyo sentido sea el correspondiente al funcionamiento de la máquina como motor. Se supondrá que la máquina funciona con una marcha industrial (por lo tanto, el valor eficaz y la frecuencia de las tensiones de las fases del estator son constantes e iguales a sus valores asignados) y con un deslizamiento  $s$  pequeño. En este análisis se va a utilizar el circuito equivalente exacto de la [Fig. 11](#).

En un motor la potencia fluye desde el estator hacia el rotor y el eje de la máquina (ver la [Fig. 14](#)), transformándose la potencia eléctrica absorbida en el estator  $P_1$  en potencia mecánica útil  $P_u$  en el eje.

La **potencia activa absorbida por el estator  $P_1$**  en función de los valores de fase de la tensión  $V_1$  y de la corriente  $I_1$  estatóricas, así como del factor de potencia  $\cos \varphi_1$  y del número de fases  $m_1$  del estator se obtiene así:

$$P_1 = m_1 V_1 I_1 \cos \varphi_1 \quad (37)$$

Una vez en el estator, parte de esta potencia se pierde en forma de calor por efecto Joule en la resistencia  $R_1$  de las fases del estator dando lugar a las **pérdidas en el cobre del estator  $P_{Cu1}$** :

$$P_{Cu1} = m_1 R_1 I_1^2 \quad (38)$$

En el estator existen otras pérdidas que se producen en su circuito magnético. Estas pérdidas son debidas a los fenómenos de la histéresis y de las corrientes de Foucault y se denominan pérdidas magnéticas o **pérdidas en el hierro**  $P_{Fe}$ :

$$P_{Fe} = m_1 E_1 I_{Fe} \approx m_1 V_1 I_{Fe} \quad (39)$$

En principio también existen pérdidas en el hierro en el rotor. Pero, como se estudió en una lección anterior, las pérdidas magnéticas dependen aproximadamente del cuadrado de la frecuencia. Como la frecuencia  $f_2$  de las corrientes del rotor es mucho más pequeña que la frecuencia  $f_1$  del estator en condiciones normales de funcionamiento (deslizamientos  $s$  pequeños), sucede que las pérdidas en el hierro del rotor son despreciables frente a las del estator. En consecuencia, en este texto se aceptará que la totalidad de las pérdidas en el hierro se producen en el estator.

Después de haberse producido las pérdidas en el cobre del estator y las pérdidas en el hierro, la potencia restante se transfiere del estator hacia el rotor a través del entrehierro. Esta potencia se la denomina **potencia en el entrehierro**  $P_a$  (Fig. 14):

$$P_a = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} \quad (40)$$

De la potencia  $P_a$  que llega al rotor parte se pierde por efecto Joule en la resistencia  $R_2$  de las fases del rotor dando lugar a las **pérdidas en el cobre del rotor**  $P_{Cu2}$ :

$$P_{Cu2} = m_2 R_2 I_2^2 = m_1 R'_2 I_2^2 \quad (41)$$

La potencia restante es la potencia que se convierte de potencia electromagnética en potencia mecánica. Cuando esta potencia se ha convertido en mecánica se la denomina **potencia mecánica interna**  $P_{mi}$  y es la potencia que llega al eje de la máquina. Como ya se indicó anteriormente, esta es la potencia que en el circuito equivalente se consume en la resistencia de carga  $R'_c$ . Luego, teniendo en cuenta también la relación (29) se llega a:

$$P_{mi} = m_1 R'_c I_2^2 = m_1 R'_2 \left( \frac{1}{s} - 1 \right) I_2^2 = m_1 R'_2 \left( \frac{1-s}{s} \right) I_2^2 \quad (42)$$

Una pequeña parte de la potencia se pierde por rozamientos y ventilación; es decir, por las **pérdidas mecánicas**  $P_m$ . El resto es la **potencia útil**  $P_u$  del motor 3:

$$P_u = P_{mi} - P_m \quad (43)$$

Muchas veces se desprecian las pérdidas mecánicas y se considera que la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  es igual a la potencia útil  $P_u$ .

Teniendo en cuenta la Fig. 13 y las relaciones (34), (41) y (42) se llega a:

---

3 Además de las pérdidas citadas en este texto existen otras debidas a diferentes fenómenos y que se engloban bajo la denominación de pérdidas adicionales. Estas pérdidas habría que añadirlas junto a las pérdidas mecánicas  $P_m$ , aunque dado el nivel básico este texto no se las tiene en consideración.

$$P_a = P_{mi} + P_{Cu2} = m_1 (R'_c + R'_2) I_2'^2 = m_1 \frac{R'_2}{s} I_2'^2 \quad (44)$$

De las relaciones (41), (42) y (44) se obtienen estas otras:

$$P_{Cu2} = \frac{s}{1-s} P_{mi} = s P_a \quad (45)$$

$$P_a = \frac{P_{Cu2}}{s} = \frac{P_{mi}}{1-s} \quad (46)$$

Las relaciones obtenidas en este apartado se pueden recordar fácilmente a partir de la Fig. 14 y si se tiene en cuenta que en el circuito equivalente exacto de la Fig. 11:

- $P_1$  es la potencia total consumida en el circuito equivalente.
- $P_{Cu1}$  es la potencia perdida en la resistencia  $R_1$ .
- $P_{Fe}$  es la potencia disipada en la resistencia  $R_{Fe}$ .
- $P_a$  es la potencia gastada en la totalidad de las resistencias del rotor, es decir, en  $R'_2 + R'_c = R'_2/s$ .
- $P_{Cu2}$  es la potencia disipada en la resistencia  $R'_2$ .
- $P_{mi}$  es la potencia consumida en la resistencia  $R'_c$ .

El **rendimiento** de un motor asíncrono es igual a este cociente:

$$\eta = \frac{P_u}{P_1} = \frac{P_u}{P_u + P_f + P_v} \quad (47)$$

Funcionando a marcha industrial y con deslizamientos pequeños (por lo tanto, a velocidad casi constante), se tiene que:

$$\begin{array}{l} \text{Pérdidas fijas:} \quad P_f = P_{Fe} + P_m \\ \text{Pérdidas variables:} \quad P_v = P_{Cu} \end{array} \quad \left. \begin{array}{l} \text{(a)} \\ \text{(b)} \end{array} \right\} (48)$$

donde las **pérdidas en el cobre**  $P_{Cu}$  son:

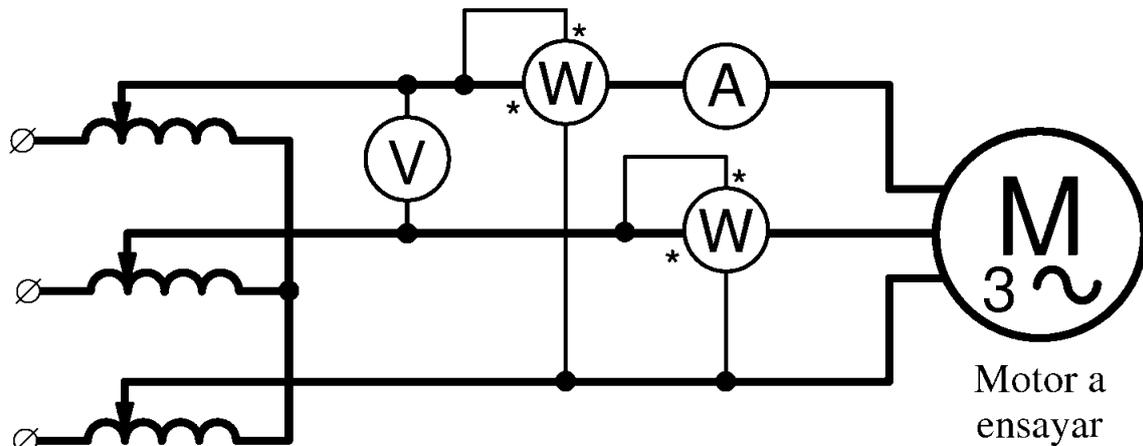
$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} \quad (49)$$

Por lo tanto, el cociente (47) se puede poner así:

$$\eta = \frac{P_u}{P_u + P_m + P_{Cu2} + P_{Fe} + P_{Cu1}} \quad (50)$$

**ENSAYOS DE UN MOTOR ASÍNCRONO TRIFÁSICO**

**Conexión eléctrica**



*Fig. 15: Conexión eléctrica de un motor asíncrono para ser ensayado.*

En este apartado se van a describir varios ensayos de una máquina de inducción trifásica (luego,  $m_1 = 3$  fases) actuando como motor, los cuales permiten obtener los parámetros de su circuito equivalente.

En la [Fig. 15](#) se muestra un circuito eléctrico para los ensayos de un motor trifásico, tanto de vacío como de cortocircuito. Se necesita una fuente de tensión alterna trifásica variable, que en la figura consiste en autotransformador trifásico tipo variac. La tensión y la corriente de línea se miden con un voltímetro y un amperímetro, respectivamente. También hay que medir la potencia total consumida por el motor mediante alguno de los procedimientos que existen para medir potencia activa en corriente alterna trifásica. En la [Fig. 15](#) se ha elegido el método de los dos vatímetros o conexión Aron.

En algunos casos el amperímetro y los circuitos amperimétricos de los vatímetros se conectan al circuito a través de transformadores de intensidad. Análogamente, el voltímetro y los circuitos voltimétricos de los vatímetros se pueden conectar a través de transformadores de tensión.

En los ensayos se miden tensiones y corrientes de línea, pero en los cálculos hay que utilizar tensiones e intensidades de fase.

Así, en devanados conectados en *estrella*:

$$V = V_L / \sqrt{3} \quad I = I_L \quad (51)$$

y en devanados conectados en *triángulo*:

$$V = V_L \quad I = I_L / \sqrt{3} \quad (52)$$

Recuérdese que el factor de potencia  $\cos \varphi$  en trifásica se calcula a partir de la potencia activa  $P$ , de la tensión  $I_L$  y de corriente de línea  $V_L$  de esta manera:

$$\cos \varphi = \frac{P}{\sqrt{3} V_L I_L} \quad (53)$$

### **Ensayo de vacío a tensión variable. Separación de pérdidas**

El ensayo de vacío a tensión variable se utiliza para obtener las pérdidas mecánicas  $P_m$  de la máquina.

Previamente a este ensayo se habrá medido la resistencia de las tres fases del estator a la temperatura de funcionamiento de la máquina. La media aritmética de estas tres medidas será el valor que se tome para el parámetro  $R_1$  en los cálculos siguientes.

En este ensayo el motor está en vacío; es decir, sin ninguna carga mecánica acoplada a su eje. El ensayo se realiza a diferentes tensiones, empezando por el valor asignado  $V_{1N}$  o ligeramente superior y reduciendo la tensión hasta un valor (entre el 30 y el 50% de  $V_{1N}$ ) en el que la velocidad  $n$  todavía no se haya reducido de forma apreciable con respecto a la que gira a la tensión asignada.

Para todas estas tensiones se miden las siguientes magnitudes:

$$V_{1L} \qquad I_{0L} \qquad P_0$$

y se calcula la suma de las pérdidas en el hierro y mecánicas mediante esta relación:

$$P_{Fe} + P_m = P_0 - 3 R_1 I_0^2 \quad (54)$$

Ahora se dibuja una gráfica ([Fig. 16](#)) donde se colocan en el eje vertical los valores de las pérdidas  $P_{Fe} + P_m$  -calculados mediante la fórmula (54)- y en el eje horizontal los valores del cuadrado de la tensión ( $V_1^2$ ). Se aprecia que esta curva es prácticamente una línea recta. A continuación se extrapolará esta recta hasta que corte el eje vertical. El punto de corte dará el valor de  $P_{Fe} + P_m$  cuando la tensión es nula y, por consiguiente, el campo magnético y las pérdidas en el hierro  $P_{Fe}$  son también nulos. En resumen, el corte de la recta extrapolada con el eje vertical da el valor de las pérdidas mecánicas  $P_m$  del motor (ver la [Fig. 16](#)).

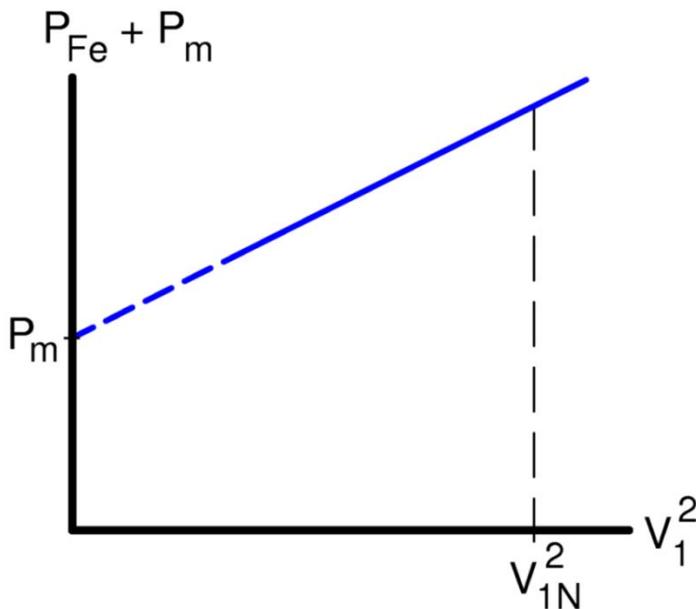


Fig. 16: Separación de las pérdidas mecánicas  $P_m$ .

### Ensayo de vacío a la tensión asignada

El ensayo de vacío a la tensión asignada permite determinar los parámetros  $R_{Fe}$  y  $X_\mu$  del circuito equivalente aproximado.

Antes de realizar este ensayo se habrán obtenido los valores de la resistencia  $R_1$  de una fase del estator y de las pérdidas mecánicas  $P_m$  mediante el ensayo de vacío a tensión variable descrito anteriormente.

Se deja el motor sin carga mecánica, se lo alimenta a su tensión asignada y se miden las siguientes magnitudes:

$$V_{1NL} \qquad I_{0L} \qquad P_0$$

y se calcula la suma de las pérdidas en el hierro y mecánicas a la tensión asignada mediante la expresión (54). Como ya se han obtenido previamente las pérdidas mecánicas  $P_m$ , se puede obtener el valor de las pérdidas en el hierro  $P_{Fe}$  a la tensión asignada:

$$P_{Fe} = (P_{Fe} + P_m) - P_m \qquad (55)$$

Se calcula el factor de potencia  $\cos \varphi_0$  de esta manera:

$$\cos \varphi_0 = \frac{P_{Fe}}{\sqrt{3} V_{1NL} I_{0L}} \qquad (56)$$

El resto de los cálculos son similares a los del ensayo en vacío de un transformador (ver la Fig. 10):

$$I_{Fe} = I_0 \cos \varphi_0 \qquad I_\mu = I_0 \sin \varphi_0 \qquad (57)$$

$$\boxed{R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}}} \quad \boxed{X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}}} \quad (58)$$

**Ensayo de cortocircuito o de rotor bloqueado**

El ensayo de cortocircuito permite determinar los parámetros  $R_{cc}$  y  $X_{cc}$  del circuito equivalente aproximado.

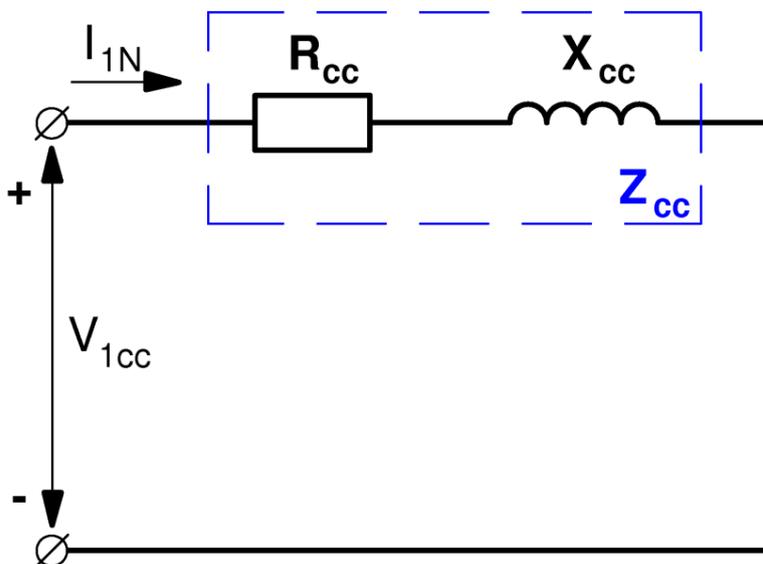
En este ensayo el rotor está bloqueado impidiéndole su giro. Se alimenta al motor con una tensión reducida que se va aumentando paulatinamente hasta conseguir que circule su corriente asignada. A continuación se miden las siguientes magnitudes:

$$V_{1ccL} \quad I_{1NL} \quad P_{cc}$$

En este ensayo la velocidad de la máquina es nula. Luego se deduce que:

$$n = 0 \rightarrow s = 1 \rightarrow R'_c = 0 \quad (59)$$

Al realizarse este ensayo a tensión reducida, ahora sí se puede despreciar la corriente de vacío (que será menor que la corriente de vacío a tensión asignada) frente a la corriente asignada. Así pues, en este ensayo el circuito equivalente aproximado se reduce al representado en la [Fig. 17](#).



*Fig. 17: Circuito equivalente de una fase del motor durante el ensayo de cortocircuito.*

El procedimiento para calcular  $R_{cc}$  y  $X_{cc}$  es similar al utilizado en el ensayo de cortocircuito de un transformador:

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} V_{1ccL} I_{1NL}} \quad (60)$$

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} \quad (61)$$

$$\boxed{R_{cc} = Z_{cc} \cos \varphi_{cc}} \quad \boxed{X_{cc} = Z_{cc} \operatorname{sen} \varphi_{cc}} \quad (62)$$

$$R'_2 = R_{cc} - R_1 \quad (63)$$

**PAR DE ROTACIÓN ;Error! Marcador no definido.**

Teniendo en cuenta que la constante  $2\pi/60$  es el factor de conversión de r.p.m. a rad/s, el **par útil  $M_u$**  de un motor asíncrono se puede obtener así:

$$M_u = \frac{P_u}{\Omega} = \frac{P_u}{\frac{2\pi}{60}n} \quad (64)$$

El **par interno  $M$**  se obtiene de la potencia mecánica interna:

$$M = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60}n} \quad (65)$$

Teniendo en cuenta las relaciones (2) y (46) se deduce que (65) se puede convertir en:

$$M = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_a(1-s)}{\Omega_1(1-s)} \rightarrow M = \frac{P_a}{\Omega_1} = \frac{P_a}{\frac{2\pi}{60}n_1} \quad (66)$$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas se tiene que:

$$P_m \approx 0 \rightarrow P_u \approx P_{mi} \rightarrow \boxed{M_u \approx M \left( = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_a}{\Omega_1} \right)} \quad (67)$$

Por lo tanto, en lo que sigue se va a analizar el par interno  $M$  que se supondrá prácticamente igual al par útil  $M_u$ .

Del circuito equivalente aproximado (Fig. 13) y de la relación (36) se obtiene que:

$$I'_2 = \frac{V_1}{\sqrt{(R_{cc} + R'_c)^2 + X_{cc}^2}} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}} \quad (68)$$

4

El denominador de la relación (68) es el módulo de la impedancia de la rama en serie del circuito equivalente aproximado (Fig. 12).

<sup>4</sup> La traducción al inglés del par  $M$  es torque. Por esta razón, en muchos textos se lo representa mediante una  $T$ .

Combinando las expresiones (44), (66) y (68) se obtiene la siguiente expresión del par de un motor asíncrono polifásico:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1 \left( \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + X_{cc}^2 \right)} V_1^2 \quad (69)$$

Esta expresión indica que, cuando la máquina funciona a tensión y frecuencia en el estator constantes, el par sólo varía en función del deslizamiento  $s$ ; es decir, el par varía solamente con la velocidad de giro del rotor.

En la Fig. 18 se representa la curva par-velocidad de una máquina asíncrona funcionando a tensión y frecuencia estáticas constantes. En el eje de abscisas se ha colocado una doble escala: por un lado se indica la velocidad y por el otro el deslizamiento correspondiente.

En esta curva se pueden distinguir tres modos de funcionamiento:

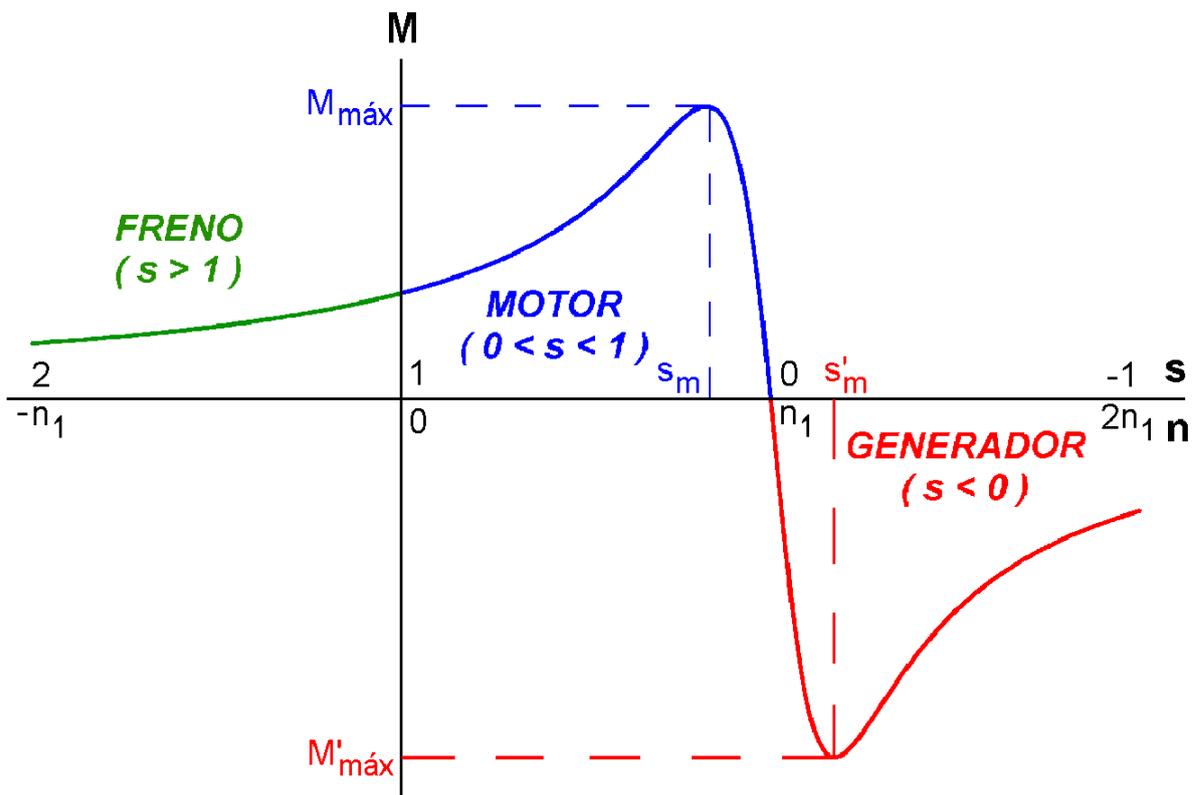


Fig. 18: Curva par-velocidad de una máquina asíncrona polifásica a  $V_1$  y  $f_1$  constantes.

### **Motor**

En este régimen de funcionamiento la velocidad  $n$  del motor varía entre 0 y la de sincronismo  $n_1$ , lo que quiere decir que el deslizamiento  $s$  varía entre 1 y 0. Por lo tanto, funcionando como motor la velocidad de la máquina es del mismo sentido que la de sincronismo y de menor valor que ésta.

Al realizar el balance de potencias se adoptó el criterio de signos de suponer que las potencias son positivas cuando la máquina actúa como motor; luego en estas condiciones tanto  $P_a$  como  $P_{mi}$  son positivas. Por lo tanto, en un motor asíncrono la máquina absorbe potencia eléctrica por el estator para convertirla en potencia mecánica en su eje.

En este caso tanto el par como la velocidad tienen signo positivo. Por lo tanto, el par está a favor de la velocidad y se trata de un par motor. Es este par el que provoca el giro de la máquina.

### **Generador**

En este régimen de funcionamiento la velocidad  $n$  del motor es superior a la de sincronismo  $n_1$ , lo que quiere decir que el deslizamiento  $s$  es negativo. Por lo tanto, funcionando como generador la velocidad de la máquina es del mismo sentido que la de sincronismo y de mayor valor que ésta.

Al ser el deslizamiento  $s$  negativo se obtiene que tanto  $R'_c$  como  $R'_c + R'_2 = R'_2/s$  son negativos. Esto da lugar a que la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  y la potencia en el entrehierro  $P_a$  sean negativas; lo cual significa que el sentido de estas potencias es el opuesto al del funcionamiento como motor. En consecuencia, en un generador de inducción la máquina absorbe potencia mecánica en su eje para convertirla en potencia eléctrica (potencia activa) que se suministra a la red conectada al estator.

En este caso el par es negativo y la velocidad es positiva. Por lo tanto, el par de la máquina de inducción se opone a la velocidad y se trata de un par de frenado. Deberá existir otro par, por ejemplo el producido por un motor de gasolina acoplado al mismo eje que la máquina asíncrona, que mueva al grupo y sea el que lo esté obligando a girar a una velocidad superior a la de sincronismo.

### **Freno a contracorriente**

En este régimen de funcionamiento la velocidad  $n$  del motor es negativa, de sentido contrario a la de sincronismo  $n_1$ , lo que quiere decir que el deslizamiento  $s$  es mayor que 1.

Al ser el deslizamiento  $s$  mayor que 1 se obtiene que  $R'_c$  es negativo; sin embargo la resistencia  $R'_c + R'_2 = R'_2/s$  es positiva. Esto da lugar a que la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  sea negativa y que la potencia en el entrehierro  $P_a$  sea positiva. Por lo tanto, en el entrehierro el flujo de potencia es igual que en un motor ( $P_a$  es positiva), del estator hacia el rotor; pero, la potencia mecánica interna  $P_{mi}$  es de

signo contrario a la de funcionamiento como motor ( $P_{mi}$  negativa), entra por el eje y se dirige hacia el rotor. En consecuencia, funcionando como freno a contracorriente una máquina asíncrona absorbe potencia eléctrica por el estator y potencia mecánica por su eje. La totalidad de la suma de estas dos potencias absorbidas se disipa en forma de calor entre todas las pérdidas de la máquina, la cual se puede llegar a calentar excesivamente.

En este caso el par es positivo y la velocidad negativa. Por lo tanto, el par de la máquina de inducción se opone a la velocidad y se trata de un par de frenado que se opone a su movimiento.

La curva par-velocidad de la [Fig. 18](#) tiene dos puntos extremos donde el par alcanza sus valores máximos positivo y negativo. Se denominará  $s_m$  a los valores del deslizamiento en esos puntos extremos.

Recuérdese que en la curva par-velocidad de la [Fig. 18](#) se supone que la máquina funciona manteniendo constantes la tensión  $V_1$  y la frecuencia  $f_1$  del estator, lo cual hace que la velocidad de sincronismo  $n_1$  también sea constante. Por lo tanto, se puede reescribir la ecuación del par [\(69\)](#) efectuando los cambios de variable que se muestran seguidamente:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1 \left( \left( R_1 + \frac{R'_2}{s} \right)^2 + X_{cc}^2 \right)} = \frac{Cte \cdot x}{(R_1 + x)^2 + X_{cc}^2} = \frac{Cte}{\frac{R_1^2 + X_{cc}^2}{x} + x + 2R_1} \quad (70)$$

$$M = \frac{Cte \cdot x}{(R_1 + x)^2 + X_{cc}^2} = \frac{Cte \cdot x}{R_1^2 + x^2 + 2R_1 x + X_{cc}^2} = \frac{Cte}{\frac{R_1^2 + X_{cc}^2}{x} + x + 2R_1}$$

Luego:

$$M = \frac{Cte}{y}; \quad y = \frac{R_1^2 + X_{cc}^2}{x} + x + 2R_1; \quad x = \frac{R'_2}{s}; \quad Cte = \frac{m_1 V_1^2}{\frac{2\pi}{60} n_1} \quad (71)$$

De acuerdo con la tercera relación [\(71\)](#), cuando el par alcanza sus valores extremos -donde el deslizamiento es  $s_m$  la variable  $x_m$  es:

$$x_m = \frac{R'_2}{s_m}$$

Es evidente, por la primera de las relaciones [\(71\)](#), que cuando el par  $M$  es máximo, la variable  $y$  es mínima. Por lo tanto:

$$M = M_{m\acute{a}x} \rightarrow y = y_{m\acute{i}n} \rightarrow \frac{dy}{dx} = 0$$

$$\frac{dy}{dx} = 0 \rightarrow -\frac{R_1^2 + X_{cc}^2}{x_m^2} + 1 + 0 = 0$$

$$x_m^2 = R_1^2 + X_{cc}^2 \rightarrow x_m = \pm \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} \rightarrow s_m = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \quad (72)$$

Sustituyendo la relación [\(72\)](#) en la [\(70\)](#) se obtiene que:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{Cte}{\frac{R_1^2 + X_{cc}^2}{x_m} + x_m + 2R_1} = \frac{Cte}{\frac{x_m^2}{x_m} + x_m + 2R_1} = \frac{Cte}{2(x_m + R_1)}$$

En consecuencia, teniendo en cuenta las relaciones (71) y (72), se deduce que:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{m_1}{\frac{2\pi}{60}n_1} \frac{V_1^2}{2\left(R_1 \pm \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}\right)} = \pm \frac{m_1}{\frac{2\pi}{60}n_1} \frac{V_1^2}{2\left(\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}\right)}$$

Como se acaba de demostrar en los puntos donde la curva par-velocidad alcanza el máximo par (positivo y negativo) el deslizamiento viene dado por la siguiente relación:

$$s_m = \pm \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \quad (73)$$

El valor positivo de la fórmula (73) corresponde a la máquina actuando como motor ( $s_m$  en la Fig. 18), mientras que el valor negativo corresponde a funcionamiento como generador ( $s'_m$  en la Fig. 18).

Por otra parte, también se ha demostrado que la siguiente expresión permite calcular los dos valores máximos (positivo y negativo) de la curva par-velocidad:

$$M_{m\acute{a}x} = \pm \frac{m_1}{\frac{2\pi}{60}n_1} \frac{V_1^2}{2\left(\pm R_1 + \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}\right)} \quad (74)$$

En la relación anterior el signo + corresponde al par máximo en el funcionamiento como motor ( $M_{m\acute{a}x}$  en la Fig. 18) y el signo - al par máximo en el funcionamiento como generador ( $M'_{m\acute{a}x}$  en la Fig. 18). Se puede apreciar que estos dos pares tienen valores absolutos ligeramente diferentes, siendo mayor el correspondiente al funcionamiento como generador (porque entonces el denominador de (74) es menor).

Obsérvese en las relaciones (73) y (74) que el deslizamiento  $s_m$  no depende de la tensión del estator  $V_1$  y es proporcional a la resistencia  $R'_2$ , mientras que el par máximo  $M_{m\acute{a}x}$  es proporcional al cuadrado de la tensión  $V_1$  y es independiente del parámetro  $R'_2$ .

## **CURVA PAR-VELOCIDAD DE UN MOTOR ASÍNCRONO POLIFÁSICO**

### **Puntos notables**

En la Fig. 19 se muestra la zona de la curva par-velocidad de una máquina de inducción (Fig. 18) correspondiente al funcionamiento como motor.

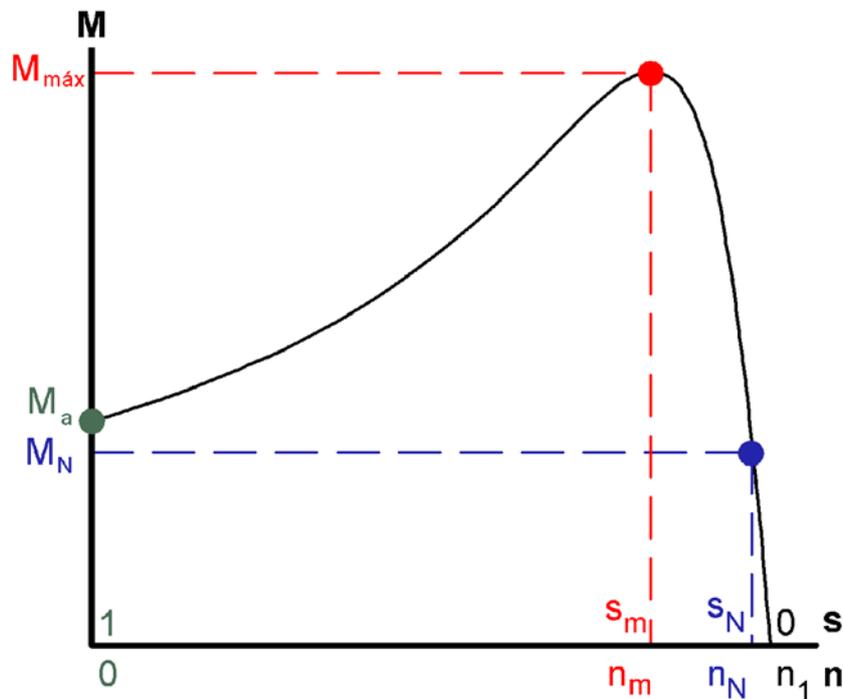


Fig. 19: Curva par-velocidad de un motor asíncrono polifásico a  $V_1$  y  $f_1$  constantes.

En esta curva se aprecia que el punto de par nulo se produce a la velocidad de sincronismo (deslizamiento nulo). Esto es así porque esta curva se refiere al par interno. El par útil nulo se produce para una velocidad ligeramente inferior a la de sincronismo porque entonces el par interno no es exactamente nulo, sino muy pequeño pues debe vencer el par debido a rozamientos y ventilación.

En el momento de arrancar un motor su velocidad todavía es nula y su deslizamiento es, pues, igual a 1. Por lo tanto, en la Fig. 19 el punto de corte de la curva con el eje de ordenadas corresponde al **par de arranque  $M_a$** . Este par se puede calcular mediante la expresión general del par (69) dándole al deslizamiento  $s$  el valor 1.

En la Fig. 19 se han representado también los puntos correspondientes al **par máximo  $M_{máx}$**  y al **par asignado  $M_N$** . El par máximo viene dado por la relación (74) y se produce para el deslizamiento  $s_m$  dado por (73).  $s_m$  suele tomar valores entre el 15% y el 30%. El par asignado se puede calcular mediante (69) dando al deslizamiento el valor  $s_N$  de la marcha asignada.  $s_N$  suele tomar valores entre el 1% y el 8%.

Se denomina **capacidad de sobrecarga** a este cociente:

$$\text{Capacidad de sobrecarga} = \frac{M_{máx}}{M_N} \quad (75)$$

cuyo valor en motores normales varía entre 1,8 y 2,7. En motores especiales alcanza valores superiores a 3.

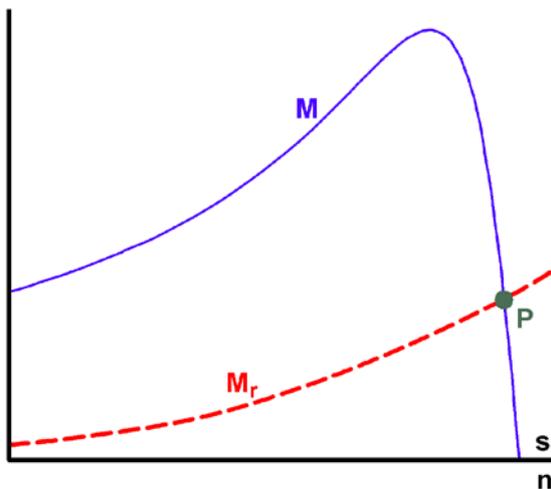
El cociente  $M_a/M_N$  usualmente toma valores entre 1 y 2.

**Punto de funcionamiento. Estabilidad**

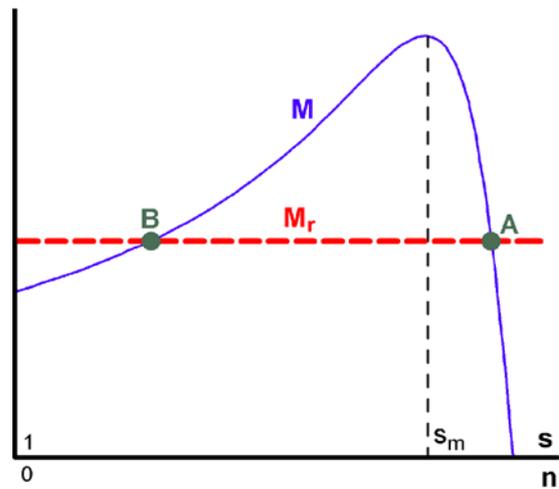
Cuando un motor asíncrono mueve una carga mecánica en régimen permanente se establece un equilibrio entre el par motor  $M$  proporcionado por la máquina asíncrona y el par resistente  $M_r$  de la carga. Por lo tanto, el sistema motor-carga funciona en un punto en el que se verifica la siguiente igualdad

$$\text{Punto de funcionamiento: } M = M_r \tag{76}$$

En la [Fig. 20](#) se han representado sobre los mismos ejes de coordenadas las curvas par-velocidad del motor y de la carga. El punto de funcionamiento del sistema (P en la [Fig. 20](#)) será el punto de corte de ambas curvas.



*Fig. 20: Punto de funcionamiento.*



*Fig. 21: Estabilidad.*

En algunos casos las curvas de par del motor y de la carga se cortan en dos puntos, A y B, situados uno a la derecha del punto de par máximo y el otro a la izquierda, como se puede apreciar en la [Fig. 21](#). Pero el funcionamiento no es igual en estos dos puntos, ya que en ellos la estabilidad del conjunto motor asíncrono-carga mecánica es diferente.

Para estudiar la estabilidad se va a analizar el caso de que la carga mecánica presenta un par resistente constante, que es lo representado en la [Fig. 21](#). Recuérdese que el par resistente es un par de frenado, que intenta reducir la velocidad, mientras que el par de la máquina asíncrona es un par motor, que intenta aumentar la velocidad del conjunto.

Considérese que el sistema está funcionando en el punto A ([Fig. 21](#)) y una pequeña perturbación (por ejemplo, un aumento temporal de la tensión eléctrica con que se alimenta al motor) hace que el punto de funcionamiento se desplace ligeramente a la derecha de A y se funcione con una velocidad un poco mayor. En el instante inmediatamente después de desaparecer la perturbación, las curvas de par del motor y de la carga vuelven a ser las representadas en la [Fig. 21](#), pero la inercia del sistema hace que todavía la velocidad sea ligeramente superior a la del punto A. Por lo tanto, va a suceder que los pares motor y resistente no son iguales, pues a la derecha del punto A, el par resistente (línea de trazos) es superior al par motor (línea continua). Por lo tanto, predomina el par de frenado sobre el par motor y el sistema irá reduciendo su velocidad

hasta llegar al punto A, en el que ambos pares se igualan, con lo que se alcanza el equilibrio y el sistema permanecerá en el punto A. Análogamente, si la perturbación transitoria redujo la velocidad por debajo del punto A (por ejemplo, por una pequeña disminución temporal de la tensión eléctrica que alimenta al motor), al desaparecer dicha perturbación el sistema todavía está con una velocidad inferior a la del punto A y aparece una diferencia de pares, siendo mayor el par motor (línea continua) que el resistente (línea de trazos). Al ser mayor el par motor, el conjunto acelerará hasta alcanzar el equilibrio en el punto A. Por lo tanto, si aparecen pequeñas perturbaciones que apartan al sistema del punto A, al desaparecer estas perturbaciones el sistema trata de volver al punto A y, en consecuencia, el punto A es estable.

Considérese ahora que el sistema motor-carga mecánica está funcionando en el punto B y una pequeña perturbación hace que el punto de funcionamiento se desplace ligeramente a la derecha de B y se funcione con una velocidad un poco mayor. En el instante inmediatamente después de desaparecer la perturbación, las curvas de par del motor y de la carga vuelven a ser las representadas en la Fig. 21, pero la inercia del sistema hace que todavía la velocidad sea ligeramente superior a la del punto B. Por lo tanto, va a suceder que los pares motor y resistente no son iguales, pues a la derecha del punto B, el par resistente (línea de trazos) es inferior al par motor (línea continua). Por lo tanto, predomina el par de motor sobre el par de frenado y el sistema irá aumentando su velocidad, alejándose cada vez más del punto B hasta que el sistema se estabiliza en el punto A. En el caso de que la perturbación transitoria reduzca la velocidad por debajo del punto B, al desaparecer dicha perturbación el sistema todavía está con una velocidad inferior a la del punto B y aparece una diferencia de pares, siendo mayor el par resistente (línea de trazos) que el motor (línea continua). Al ser mayor el par resistente, el conjunto reducirá su velocidad hasta detenerse. Luego, si aparecen pequeñas perturbaciones que apartan el sistema del punto B, al desaparecer estas perturbaciones el sistema trata de alejarse todavía más del punto B y, por lo tanto, el punto B es inestable.

En consecuencia, se demuestra que, cuando la carga tiene un par resistente constante, el punto con un deslizamiento superior al de par máximo (B en la Fig. 21) está en una situación inestable, mientras el que tiene un deslizamiento inferior a  $s_m$  (punto A en la Fig. 21) es estable. Por lo tanto, en el caso representado en la Fig. 21 el punto de funcionamiento del sistema será el A.

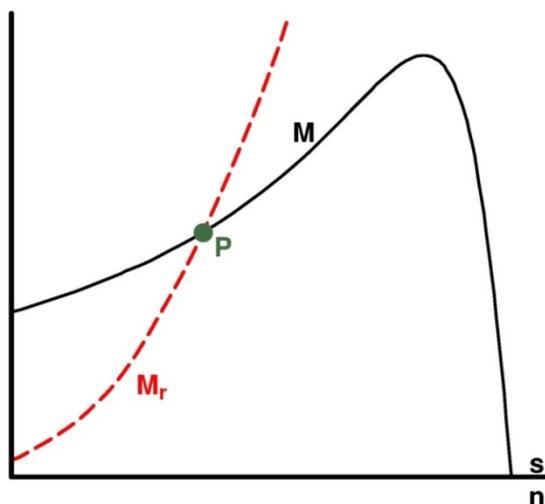


Fig. 22: En este caso el punto P, a la izquierda del par máximo, es estable.

En la [Fig. 22](#) se muestra un funcionamiento que sería estable en el punto P, a la izquierda del par máximo (el lector puede comprobarlo mediante los mismos razonamientos que se han seguido para los puntos A y B de la [Fig. 21](#)), aunque este funcionamiento con un deslizamiento grande da lugar a una corriente muy elevada, superior a la asignada, y a un rendimiento y a un factor de potencia bajos. Por lo tanto, la estabilidad no depende sólo de la curva de par del motor, sino también de la curva de par de la carga. No obstante, de una forma genérica se considera que la zona de la curva de par-velocidad de un motor asíncrono a la derecha del par máximo es una zona estable y la zona a la izquierda del par máximo es una zona inestable.

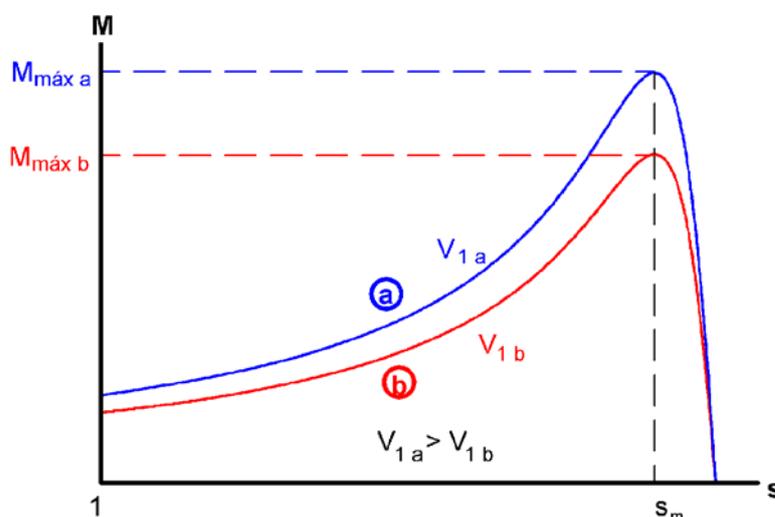
En general, salvo casos excepcionales, un motor asíncrono funciona en la zona estable de la curva par-velocidad; es decir, con deslizamientos pequeños, inferiores a  $s_m$ . Realmente, lo normal es que no se sobrepase el par asignado con lo que se funciona con deslizamientos aún más pequeños, iguales o inferiores al deslizamiento asignado  $s_N$ . De esta manera el sistema no sólo es estable, sino que, además, el consumo de corriente del motor no es exagerado y su rendimiento y factor de potencia son mejores.

La curva par-velocidad para deslizamientos pequeños es dura o rígida, lo que quiere decir que la velocidad varía muy poco con el par. Esta zona de la curva prácticamente es una línea recta, variando el par  $M$  del motor proporcionalmente al deslizamiento  $s$ .

### **Efectos de variar $V_1$ y de introducir resistencias en serie con el rotor**

A partir de las relaciones [\(69\)](#), [\(73\)](#) y [\(74\)](#) se aprecia que cuando se modifica el valor eficaz de la tensión del estator  $V_1$  sin variar la frecuencia  $f_1$ , el valor del deslizamiento de par máximo  $s_m$  no cambia pero el par de la máquina queda modificado en función del cuadrado de  $V_1$ .

En la [Fig. 23](#) se muestra como se modifica la curva par-velocidad de un motor cuando la tensión del estator se reduce de  $V_{1a}$  a  $V_{1b}$ . Para ambas tensiones el punto de par máximo se produce con el mismo deslizamiento  $s_m$  pero el par máximo varía con el cuadrado de la tensión.



*Fig. 23: Efectos de variar  $V_1$ .*

El efecto de añadir en serie con cada fase del rotor una resistencia  $R_x$  es equivalente a considerar en las expresiones (69), (73) y (74) que la resistencia  $R_2$  ha aumentado. Evidentemente, sólo es posible añadir resistencias en serie con el rotor en los motores de anillos, ya que en los de jaula de ardilla no es posible acceder al devanado del rotor para conectarle resistencias.

Teniendo en cuenta todo esto, la expresión (74) indica que el par máximo no se ve modificado por añadir resistencias en serie con el rotor, pues en esta relación no interviene el parámetro  $R_2$ . Por el contrario, la expresión (73) señala que el añadir resistencias en serie con el rotor; o lo que es equivalente, el aumentar la resistencia  $R_2$ , aumenta el deslizamiento de par máximo  $s_m$ .

En la Fig. 24 se muestra el efecto que sobre la curva par-velocidad tiene el introducir resistencias en serie con el rotor. La curva (a) corresponde al funcionamiento con el rotor en cortocircuito ( $R_{xa} = 0$ ) y las curvas (b) y (c) corresponden al funcionamiento cuando se han introducido resistencias en serie con las fases del rotor ( $R_{xc} > R_{xb}$ ). En esta figura se aprecia como el par máximo es el mismo en todas las curvas, pero el deslizamiento de par máximo va aumentando (luego la velocidad de par máximo va disminuyendo) a medida que aumenta el valor de las resistencias puestas en serie con las fases del rotor.

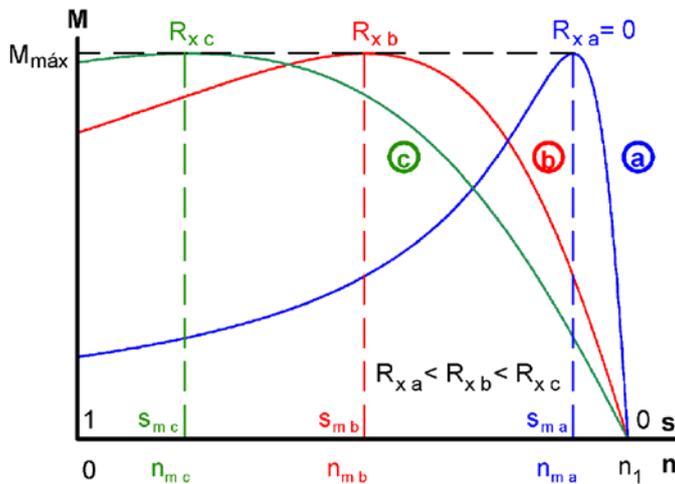


Fig. 24: Efectos de introducir resistencias en serie con las fases del rotor.

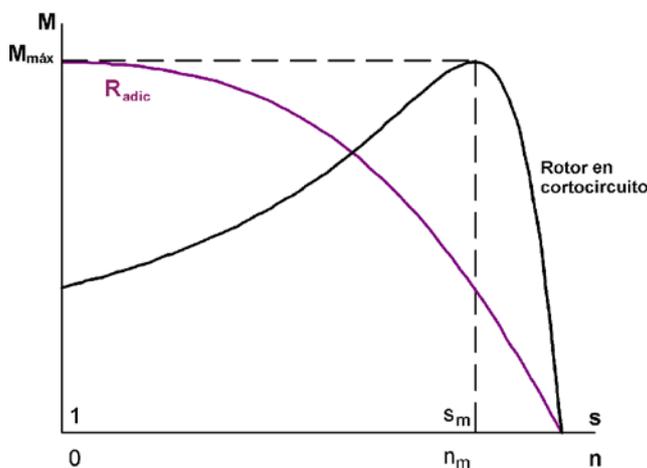


Fig. 25: Obtención del par máximo en el arranque mediante resistencias en serie con el rotor.

La [Fig. 25](#) muestra que existe un valor especial  $R_{adic}$  de las resistencias  $R_x$  puestas en serie con las fases del rotor que consigue que el par máximo se produzca en el arranque.

Para calcular el valor de  $R_{adic}$  se tiene en cuenta que con ella el deslizamiento de par máximo  $s_m$  pasa a ser 1:

$$s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{adic}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \rightarrow R'_{adic} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2 \quad (77)$$

Por analogía con las relaciones [\(28\)](#), el valor real de esta resistencia se obtiene de su valor reducido al estator así:

$$R_{adic} = \frac{R'_{adic}}{m_v m_i} = \frac{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2}{m_v m_i} \quad (78)$$

## ARRANQUE

El arranque es el proceso de puesta en marcha de un motor que lo lleva desde una velocidad nula a la del punto de funcionamiento estable que corresponda al par resistente de la carga que tiene que mover.

Para que pueda realizarse esta maniobra debe cumplirse la **condición de arranque**: durante el arranque el par del motor debe ser superior al par resistente. De no cumplirse esta condición, el par motor es insuficiente para mover la carga mecánica que tiene acoplada y no se puede producir el arranque.

En el instante de iniciar el arranque, cuando la velocidad todavía es nula y el deslizamiento entonces vale 1, la corriente que demanda el motor es elevada, varias veces superior a la asignada. Esto se puede comprobar en el circuito equivalente aproximado de la [Fig. 13](#) y en la ecuación [\(68\)](#) deducida de él, si se tiene presente que el deslizamiento en el arranque es igual a 1 mientras que marcha asignada es pequeño (no más de 0,08).

Esta corriente elevada puede provocar caídas de tensión en la instalación eléctrica a la que está conectado el motor afectando a otros aparatos conectados a ella. Por esta razón existen normas que establecen las máximas corrientes de arranque permitidas (en Baja Tensión estos límites vienen fijados en función de la potencia útil del motor en la instrucción ITC-BT-47 del Reglamento Electrotécnico de Baja Tensión).

Esto obliga a utilizar en muchas ocasiones procedimientos que reduzcan la corriente de arranque con respecto a la del arranque directo.

### Arranque directo

Este método de arranque es el más sencillo y se emplea en motores de pequeña potencia (o en motores grandes si están conectados a una red eléctrica independiente de tal manera que su corriente de arranque no afecte a otros consumidores). Consiste en arrancar el motor conectándolo a su tensión asignada.

Como la corriente de arranque directo es varias veces superior a la asignada (entre 4 y 8 veces la intensidad asignada), en este caso sí que se puede despreciar la corriente de vacío y aceptar (por la ecuación (33)) que la corriente del estator es igual a la del rotor reducido al estator. Esta corriente de arranque se puede obtener entonces de la relación (68) en la que se le da a la tensión de fase  $V_1$  el valor asignado  $V_{1N}$  y al deslizamiento  $s$  el valor 1.

$$I_a = I'_{2a} = \frac{V_{1N}}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{1}\right)^2 + X_{cc}^2}} = \frac{V_{1N}}{\sqrt{R_{cc}^2 + X_{cc}^2}} \quad (79)$$

En un motor trifásico la corriente de línea de arranque directo  $I_{aL}$  se deduce de la de fase  $I_a$  teniendo en cuenta la forma de conexión de las fases del estator:

$$\begin{array}{ll} \text{Estrella:} & I_{aL} = I_a & \text{(a)} \\ \text{Triángulo:} & I_{aL} = \sqrt{3} \cdot I_a & \text{(b)} \end{array} \quad (80)$$

El par de arranque directo se le denomina  $M_a$  y se puede obtener mediante la ecuación (69) dando a la tensión de fase  $V_1$  el valor asignado  $V_{1N}$  y al deslizamiento  $s$  el valor 1.

### Arranques con tensión reducida

Existen varios procedimientos de arranque que consisten en alimentar al motor con una tensión inferior a la asignada en el momento del arranque para después, cuando el rotor ya está girando, ir la aumentando hasta alcanzar su valor asignado.

De esta manera, al tener en el arranque una tensión inferior a la asignada la corriente de arranque disminuye, pero también el par de arranque como se puede apreciar en las Fig. 23 y Fig. 26 (el par de arranque es proporcional al cuadrado de la tensión  $V_1$ ). Esto hay que tenerlo en cuenta y comprobar que el par de arranque del motor a tensión reducida es suficientemente grande como para que se cumpla la condición de arranque. Por esta razón, estos procedimientos de arranque sólo se pueden utilizar si el motor se arranca sin carga o con cargas mecánicas que no ejerzan un par resistente elevado a bajas velocidades.

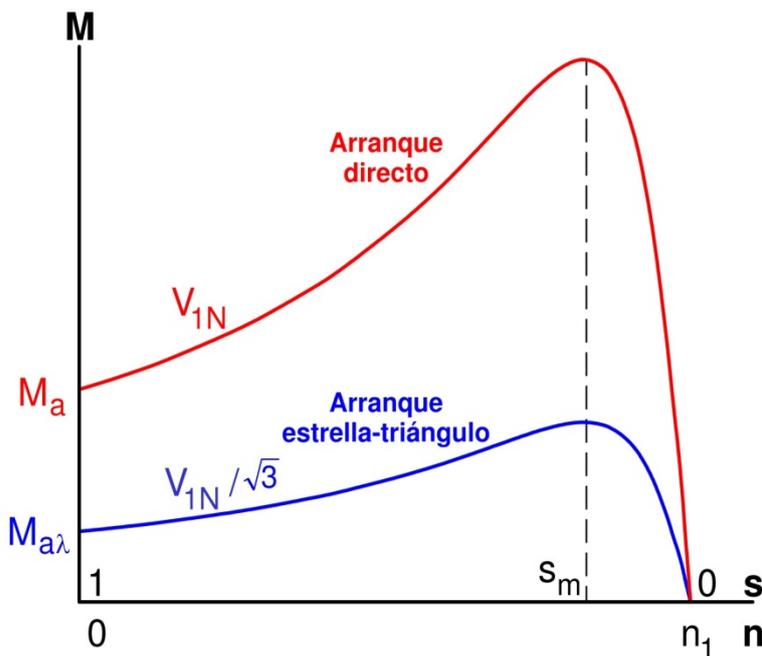


Fig. 26: Curvas par-velocidad a la tensión asignada y con tensión reducida (por medio del arranque estrella-triángulo).

Para conseguir reducir la tensión durante el arranque se pueden emplear varios métodos: un autotransformador, un arrancador electrónico, conectar impedancias en serie con el estator,... En los motores trifásicos uno de los más empleados es el **arranque estrella-triángulo**.

El arranque estrella-triángulo sólo se puede utilizar si el motor está conectado a una red eléctrica cuya tensión de línea sea igual a la tensión asignada de fase del motor. Esto obliga a que para que el motor funcione a su tensión asignada deba conectarse en triángulo:

$$V_{1L} = V_{1N} \rightarrow \text{Conexión triángulo para que: } V_1 = V_{1N} \quad (81)$$

En este caso el arranque se realiza con el motor conectado en estrella. Cuando el motor ha adquirido cierta velocidad se conmutan las conexiones y se lo conecta en triángulo para que pase a funcionar con su tensión asignada.

Al arrancar en estrella, la tensión de fase del motor ya no es la asignada sino  $\sqrt{3}$  veces menor:

$$V_{1L} = V_{1N} \rightarrow \text{Conexión estrella para que: } V_1 = \frac{V_{1L}}{\sqrt{3}} = \frac{V_{1N}}{\sqrt{3}} \quad (82)$$

Esto provoca que la corriente de fase en este arranque sea  $\sqrt{3}$  veces menor que en el arranque directo. En consecuencia, tanto la corriente de línea en el arranque estrella-triángulo  $I_{a\lambda}$  como el par de arranque correspondiente  $M_{a\lambda}$  son iguales a la tercera parte de sus respectivos valores en el arranque directo (ver la Fig. 26):

$$\boxed{I_{a\lambda} = \frac{I_{aL}}{3}} ; \quad \boxed{M_{a\lambda} = \frac{M_a}{3}} \quad (83)$$

### Arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor

Este sistema de arranque sólo se puede utilizar en motores de rotor bobinado y consiste en conectar una resistencia en serie con cada fase del rotor. Una vez arrancado el motor, se van disminuyendo progresivamente estas resistencias hasta que el rotor queda cortocircuitado.

Con este sistema se reduce la intensidad de arranque (se aumenta el denominador en la relación (68)) y se aumenta el deslizamiento en el que se produce el par máximo, pero sin que éste varíe (Fig. 24 y Fig. 25); lo que origina el aumento del par de arranque con respecto al del arranque directo. Incluso se puede obtener el par máximo en el arranque para la resistencia  $R_{adic}$  conectada en serie con el rotor, cuyo valor viene dado por la expresión (78).

### EJEMPLO DE CÁLCULO DE UN MOTOR ASÍNCRONO TRIFÁSICO

#### **Enunciado:**

Un motor de inducción posee estas características:

Trifásico	Rotor bobinado	$V_{1NL} = 400/690 \text{ V}$
$f_1 = 50 \text{ Hz}$	$n_N = 975 \text{ r.p.m.}$	$m_i = m_v = 0,7$
$R_1 = 0,97 \Omega$	$R'_2 = 0,99 \Omega$	$X_{cc} = 6,21 \Omega$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas y el motor se conecta en *triángulo*, calcular:

- La velocidad de sincronismo, el número de polos y la tensión de línea de la red.
- La potencia y el par asignados.
- El par máximo y la capacidad de sobrecarga.
- El par y la intensidad de línea en el arranque directo y en el arranque estrella-triángulo.
- La velocidad a la que girará si se lo alimenta a la tensión asignada y debe mover una carga constante de 67 Nm.
- La nueva velocidad a la que girará este motor si se añade una resistencia de  $2 \Omega$  en serie con cada fase del rotor y debe seguir moviendo una carga constante de 67 Nm.
- La resistencia que habrá que conectar en serie con cada fase del rotor para conseguir que el par de arranque sea máximo.
- La tensión con que hay que alimentar a este motor para que su velocidad sea 978 r.p.m. cuando mueve la carga constante de 67 Nm.

**NOTA:** El rotor de esta máquina asíncrona permanece siempre en cortocircuito salvo en los apartados f) y g).

**Resumen de datos:**

$m_1 = 3$ fases	Rotor bobinado	$V_{1NL} = 400/690$ V	Triángulo
$f_1 = 50$ Hz	$n_N = 975$ r.p.m.	$m_i = m_v = 0,7$	$P_m \approx 0$ W
$R_1 = 0,97$ $\Omega$	$R'_2 = 0,99$ $\Omega$	$X_{cc} = 6,21$ $\Omega$	
$R_x = 2$ $\Omega$ (apartado <b>f</b> )	$n = 978$ r.p.m. (apartado <b>h</b> )	$M_r = 67$ Nm (apartados <b>e</b> ), <b>f</b> ) y <b>h</b> )	

**Resolución:**

- a) Es sabido que la velocidad de sincronismo, expresada en r.p.m., se calcula mediante la expresión (1):

$$n_1 = \frac{60 f_1}{p}$$

Por lo que, para una frecuencia  $f_1$  de 50 Hz se pueden obtener las siguientes velocidades de sincronismo en función del número de pares de polos  $p$  del motor:

$p = 1 \rightarrow n_1 = 3000$ r.p.m.	$p = 4 \rightarrow n_1 = 750$ r.p.m.
$p = 2 \rightarrow n_1 = 1500$ r.p.m.	$p = 5 \rightarrow n_1 = 600$ r.p.m.
$p = 3 \rightarrow n_1 = 1000$ r.p.m.	$p = 6 \rightarrow n_1 = 500$ r.p.m.

y así sucesivamente.

Por otra parte, la velocidad de giro  $n$  del rotor guarda la relación (2) con la velocidad de sincronismo  $n_1$  y el deslizamiento  $s$ :

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} \rightarrow n = n_1 (1 - s)$$

En funcionamiento normal el deslizamiento  $s$  es pequeño y la velocidad de giro  $n$  es ligeramente inferior a la de sincronismo  $n_1$ .

Por lo tanto, si en este caso se sabe que la frecuencia del estator  $f_1$  vale 50 Hz y la velocidad asignada es de 975 r.p.m. se puede deducir que la velocidad de sincronismo será de 1000 r.p.m. En efecto, de los posibles valores de velocidad de sincronismo para 50 Hz el más cercano por exceso a 975 r.p.m. es 1000 r.p.m.

Para  $n_1 = 1000$  r.p.m. y  $f_1 = 50$  Hz el número de pares de polos  $p$  vale 3. Luego, el número de polos es el doble,  $2p = 6$  polos.

En un motor trifásico el estator puede conectarse en estrella o en triángulo. Si se desea que la máquina funcione a su tensión asignada  $V_{1N}$ , las tensiones de línea deberán ser:

$$\begin{aligned} \text{Conexión estrella:} \quad & V_{1NL} = \sqrt{3} V_{1N} \\ \text{Conexión triángulo:} \quad & V_{1NL} = V_{1N} \end{aligned}$$

En este caso el enunciado indica que el motor es de 400/690 V. Esto quiere decir que para que el motor reciba su tensión asignada de fase ( $V_{1N} = 400$  V), la tensión de línea deberá ser  $V_{1NL} = 690$  V si el estator está conectado en estrella y deberá ser  $V_{1NL} = 400$  V si está conectado en triángulo.

La velocidad de sincronismo es  $n_1 = 1000$  r.p.m., el número de polos es  $2p = 6$  polos y la tensión de línea de la red de alimentación es  $V_{1NL} = 400$  V.

- b)** Cuando se conoce una velocidad, ésta no se utiliza directamente para calcular el comportamiento de un motor asíncrono sino que se emplea el deslizamiento correspondiente. Por esto, lo primero que hay que hacer cuando hay un dato de velocidad es calcular su deslizamiento. En este caso, para condiciones asignadas se tiene que:

$$s_N = \frac{n_1 - n_N}{n_1} = \frac{1000 - 975}{1000} = 0,025$$

Dado que se desprecian las pérdidas mecánicas ( $P_m$ ) lo que hay que hacer es calcular la potencia interna y el par interno en condiciones asignadas.

En el circuito equivalente aproximado ([Fig. 13](#)) la potencia interna es la que se consume en la resistencia de carga  $R'_c$ . Luego:

$$P_u \approx P_{mi} = m_1 I_2'^2 R'_c = m_1 \frac{V_1^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} R'_2 \left(\frac{1}{s} - 1\right)$$

Utilizando la expresión anterior con los valores asignados de tensión (de fase), de frecuencia y de deslizamiento se obtiene:

$$P_N = P_{uN} \approx P_{miN} = 3 \cdot \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,025}\right)^2 + 6,21^2} \cdot 0,99 \cdot \left(\frac{1}{0,025} - 1\right) = 11002 \text{ W}$$

El par asignado  $M_N$  se puede calcular a partir de la ecuación ([65](#)):

$$M = \frac{P_{mi}}{\Omega} = \frac{P_{mi}}{\frac{2\pi}{60} n} \rightarrow M_N = \frac{P_{miN}}{\frac{2\pi}{60} n_N} = \frac{11002}{\frac{2\pi}{60} 975} = 108 \text{ Nm}$$

Este par también se podría haber calculado mediante la relación ([69](#)) utilizando la tensión asignada de fase ( $V_{1N} = 400$  V) y el deslizamiento asignado ( $s_N = 0,025$ ):

$$M_N = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s_N}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_N}\right)^2 + X_{cc}^2} =$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{0,99}{0,025}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,025}\right)^2 + 6,21^2} = 108 \text{ Nm}$$

La potencia asignada es  $P_N = 11002 \text{ W}$  y el par asignado vale  $M_N = 108 \text{ Nm}$ .

- c) El deslizamiento de par máximo  $s_m$  se calcula mediante la relación (73) en la que se utiliza el signo + cuando la máquina actúa como motor:

$$s_m = \frac{R'_2}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} = \frac{0,99}{\sqrt{0,97^2 + 6,21^2}} = 0,158$$

Utilizando este valor de deslizamiento en la relación (69) se deduce que el par máximo tiene este valor:

$$M_{m\acute{a}x} = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s_m}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s_m}\right)^2 + X_{cc}^2} =$$

$$= \frac{3 \cdot \frac{0,99}{0,158}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,158}\right)^2 + 6,21^2} = 316 \text{ Nm}$$

Luego la capacidad de sobrecarga vale:

$$\text{Capacidad de sobrecarga} = \frac{M_{m\acute{a}x}}{M_N} = \frac{316}{108} = 2,93$$

El par máximo de este motor vale  $M_{m\acute{a}x} = 316 \text{ Nm}$  y su capacidad de sobrecarga es 2,93.

- d) Durante el arranque la corriente  $I'_{2a}$  del rotor reducida al estator es mucho mayor que la de vacío  $I_0$  y, por lo tanto, se desprecia esta última. Así, del circuito equivalente aproximado de un motor asíncrono (véase la Fig. 13) y sabiendo que en el arranque el deslizamiento vale la unidad ( $s = 1$ ) se obtiene que la intensidad de fase en un arranque viene dada por la relación (79):

$$I_a = I'_{2a} = \frac{V_1}{\sqrt{\left(R_1 + \frac{R'_2}{1}\right)^2 + X_{cc}^2}} = \frac{400}{\sqrt{\left(0,97 + \frac{0,99}{1}\right)^2 + 6,21^2}} = 61,4 \text{ A}$$

Al tratarse de conexión triángulo la corriente de línea de arranque directo  $\sqrt{3}$  veces mayor que la de fase:

$$I_{aL} = \sqrt{3} \cdot 61,4 = 106 \text{ A}$$

El par de arranque directo  $M_a$  se calcula mediante la ecuación del par (69) teniendo en cuenta que ahora el deslizamiento vale 1:

$$\begin{aligned} M_a &= \frac{m_1 \frac{R'_2}{1}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{1}\right)^2 + X_{cc}^2} = \\ &= \frac{3 \cdot 0,99}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{1}\right)^2 + 6,21^2} = 107 \text{ Nm} \end{aligned}$$

Se sabe que en el arranque estrella-triángulo la corriente de línea y el par están relacionados con las correspondientes magnitudes del arranque directo mediante las fórmulas (83):

$$I_{a\lambda} = \frac{I_{aL}}{3} = \frac{106}{3} = 35,4 \text{ A} \qquad M_{a\lambda} = \frac{M_a}{3} = \frac{107}{3} = 35,7 \text{ Nm}$$

El par y la corriente de línea en el arranque directo son, respectivamente,  $M_a = 107 \text{ Nm}$  e  $I_{aL} = 106 \text{ A}$ . El par y la corriente de línea en el arranque estrella-triángulo son, respectivamente,  $M_{a\lambda} = 35,7 \text{ Nm}$  e  $I_{a\lambda} = 35,4 \text{ A}$ .

- e) En un motor de inducción el deslizamiento  $s$  es una manera práctica de indicar la velocidad de giro. Por lo tanto, si se desconoce una velocidad inmediatamente se debe pensar en obtener primero el deslizamiento para, a partir de él, calcular la velocidad.

El punto de funcionamiento será donde se igualen el par del motor y el par resistente de la carga (Fig. 20). Como el par resistente es constante e igual a 67 Nm, sucederá que en este caso el punto de funcionamiento el motor deberá suministrar un par útil de 67 Nm. Si se desprecian las pérdidas mecánicas el par útil de la máquina es igual a su par interno, el cual se puede calcular mediante la relación (69). Luego, de todo lo anterior se deduce que:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} \rightarrow 67 = \frac{3 \cdot \frac{0,99}{s}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{s}\right)^2 + 6,21^2}$$

Esto es una ecuación de segundo grado en la que la incógnita es el deslizamiento  $s$  de la máquina en este estado. Esta ecuación se puede resolver más fácilmente si se realiza este cambio de variable:

$$x = \frac{R'_2}{s} = \frac{0,99}{s}$$

Con lo que la ecuación a resolver es:

$$67 = \frac{3 \cdot x}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{(0,97 + x)^2 + 6,21^2}$$

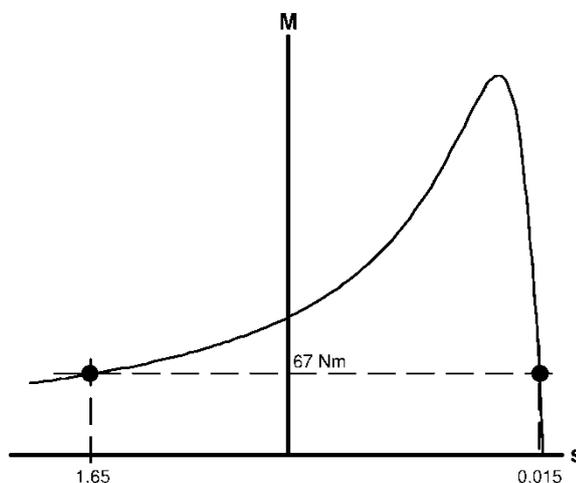
Se obtienen estas dos soluciones:

$$x = \begin{cases} 65,9 \\ 0,60 \end{cases} \rightarrow s = \begin{cases} 0,015 \\ 1,65 \end{cases}$$

Si se representan estos dos puntos de funcionamiento sobre la curva del par (ver la [Fig. 27](#)) se observa que el primero corresponde a un funcionamiento como motor en la zona de bajos deslizamientos (zona usual de trabajo para este tipo de máquinas) y el otro corresponde a funcionamiento con gran deslizamiento (como freno a contracorriente). Por lo tanto, la solución buscada es la primera.

La velocidad de giro y el deslizamiento están relacionados mediante la relación [\(2\)](#). Luego:

$$n = n_1 (1 - s) = 1000 (1 - 0,015) = 985 \text{ r.p.m.}$$



*Fig. 27: Curva de par para el apartado e) del ejemplo.*

La velocidad del motor en estas condiciones vale 985 r.p.m.

- f) Al igual que en el apartado anterior, en el nuevo punto de funcionamiento el motor seguirá proporcionando un par de 67 Nm.

Si se reduce la resistencia  $R_x$  al estator (mediante una relación similar a la (28)) se obtiene este valor:

$$R'_x = m_i \cdot m_v \cdot R_x = 0,7 \cdot 0,7 \cdot 2 = 0,98 \Omega$$

La máquina se comporta ahora como si la resistencia del secundario reducida la primario fuera la suma  $R'_2 + R'_x$ . Luego, la ecuación del par (69) ahora se convierte en:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2 + R'_x}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_{1N}^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2 + R'_x}{s}\right)^2 + X_{cc}^2}$$

Luego, en este caso se tiene que:

$$67 = \frac{3 \cdot \frac{0,99 + 0,98}{s}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{\left(0,97 + \frac{0,99 + 0,98}{s}\right)^2 + 6,21^2}$$

Esto vuelve a ser una ecuación de segundo grado que permite despejar el deslizamiento de la máquina en este estado. De forma análoga a como se hizo en el apartado anterior, esta ecuación se puede resolver más fácilmente si se realiza este cambio de variable:

$$x = \frac{R'_2 + R'_x}{s} = \frac{0,99 + 0,98}{s} = \frac{1,97}{s}$$

Con lo que la ecuación a resolver es la misma que antes:

$$67 = \frac{3 \cdot x}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{400^2}{(0,97 + x)^2 + 6,21^2}$$

Se obtienen estas dos soluciones:

$$x = \begin{cases} 65,9 \\ 0,60 \end{cases} \rightarrow s = \begin{cases} 0,03 \\ 3,28 \end{cases}$$

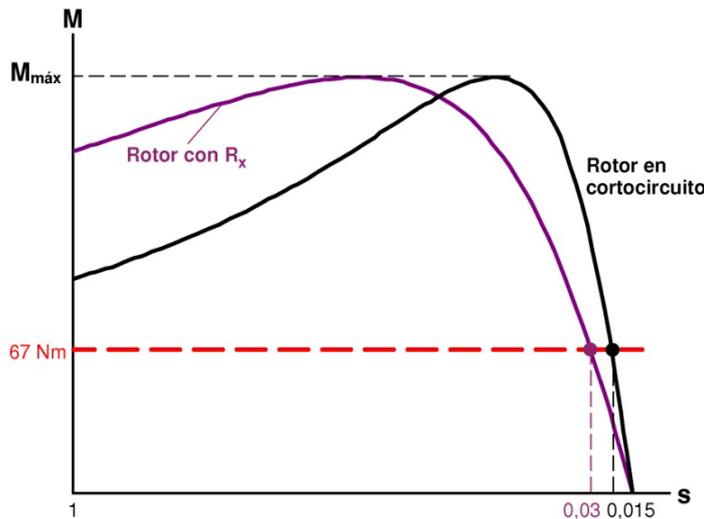


Fig. 28: Comparación entre las curvas de par para los apartados e) y f) del ejemplo.

En la Fig. 28 se comparan las curvas de par de la máquina cuando el rotor está en cortocircuito (apartado e)) y cuando a cada fase del rotor se añade la resistencia  $R_x$  (apartado (f)).

El valor que interesa corresponde a un funcionamiento como motor en la zona de bajos deslizamientos (zona usual de trabajo para este tipo de máquinas). Luego la máquina tendrá un deslizamiento igual a 0,03, lo que corresponde a una velocidad:

$$n = n_1 (1 - s) = 1000 (1 - 0,03) = 970 \text{ r.p.m.}$$

La velocidad en estas condiciones vale 970 r.p.m.

- g) Cuando se coloca una resistencia de valor  $R_{adic}$  en serie con cada fase del rotor se consigue que el par máximo se produzca en el arranque. Es decir, se consigue que el deslizamiento de par máximo valga 1. Luego, partiendo de la relación (73) se deduce la expresión (77):

$$s_m = 1 = \frac{R'_2 + R'_{adic}}{\sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2}} \rightarrow R'_{adic} = \sqrt{R_1^2 + X_{cc}^2} - R'_2$$

que, en este motor, da este resultado:

$$R'_{adic} = \sqrt{0,97^2 + 6,21^2} - 0,99 = 5,30 \Omega$$

Quitando la reducción al estator, se llega finalmente a:

$$R_{adic} = \frac{R'_{adic}}{m_v \cdot m_i} = \frac{5,30}{0,7 \cdot 0,7} = 10,8 \Omega$$

La resistencia a conectar en serie con cada fase del rotor para obtener el par máximo en el arranque vale  $R_{adic} = 10,8 \Omega$ .

- h) Como en los apartados e) y f) en este nuevo punto de funcionamiento el motor seguirá proporcionando un par de 67 Nm.

El deslizamiento correspondiente a la velocidad de 978 r.p.m. se obtiene mediante la relación (2):

$$s = \frac{n_1 - n}{n_1} = \frac{1000 - 978}{1000} = 0,022$$

Luego, mediante la relación (69) se llega a:

$$M = \frac{m_1 \frac{R'_2}{s}}{\frac{2\pi}{60} n_1} \frac{V_1^2}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} \rightarrow 67 = \frac{3 \cdot \frac{0,99}{0,022}}{\frac{2\pi}{60} 1000} \frac{V_1^2}{\left(0,97 + \frac{0,99}{0,022}\right)^2 + 6,21^2}$$

Despejando la tensión  $V_1$  se obtiene un valor de 334 V. Como el motor está conectado en triángulo, la tensión de línea es igual a la de fase ( $V_{1L} = V_1$ ).

En la Fig. 29 se comparan las curvas de par de la máquina cuando el motor está a la tensión asignada (apartado e)) y cuando está a una tensión menor (apartado (h)).

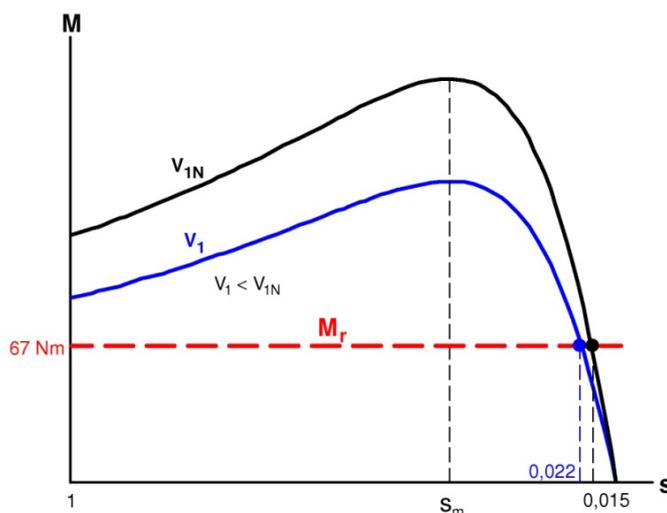


Fig. 29: Comparación entre las curvas de par para los apartados e) y h) del ejemplo.

Para que la velocidad sea 978 r.p.m. cuando el motor mueve una carga de 67 Nm, la tensión de línea debe reducirse a un valor  $V_{1L} = 334$  V.

### **MOTORES DE DOBLE JAULA Y DE RANURA PROFUNDA**

El sistema de arranque por introducción de resistencias en serie con el rotor es el más adecuado de los analizados en el apartado de la página 39, ya que permite obtener un elevado par en el arranque. Sin embargo, este método sólo puede utilizarse con motores de rotor bobinado.

Se han construido motores de jaula que, de alguna manera, realizan un arranque similar al de los motores de rotor bobinado, es decir, con un elevado par de arranque.

Los **motores de doble jaula** poseen dos jaulas concéntricas (Fig. 30a) construidas de tal manera que la jaula externa presenta una pequeña autoinducción (debida a los flujos de dispersión) y una elevada resistencia, mientras que la interna presenta baja resistencia y alta autoinducción.

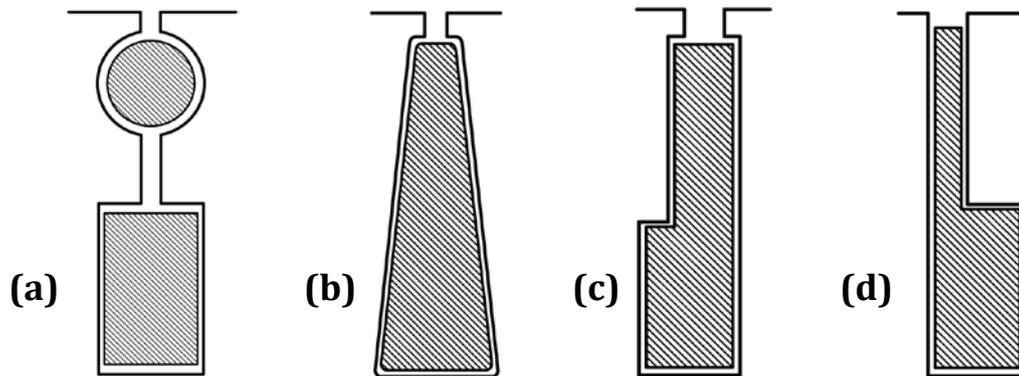


Fig. 30: Ranuras rotóricas de los motores de doble jaula (a) y de ranura profunda (b, c y d).

Para lograr esto la jaula externa tiene barras de menos sección y se construye con un material de mayor resistividad (latón o bronce) que la jaula interna (cobre). Así se consigue que la jaula externa tenga mayor resistencia que la interna. Por otra parte, cada ranura se estrecha en el espacio que hay entre ambas jaulas (Fig. 30a), dejando sólo una rendija delgada. Así se consigue que la jaula interna presente mayor inductancia de dispersión que la jaula externa.

Por ello, al arrancar la jaula externa, a pesar de tener mayor resistencia, presenta menos impedancia que la jaula interna –de alta reactancia y, en consecuencia, de mayor impedancia– y las corrientes rotóricas circulan preferentemente por ella. Se consigue así un elevado par de arranque, pues el rotor presenta entonces una resistencia alta.

A medida que el motor adquiere velocidad, disminuye la frecuencia rotórica y varía el reparto de corrientes entre las dos jaulas, aumentando la corriente de la jaula interna, cuya reactancia va bajando, y disminuyendo la corriente de la jaula externa. En régimen normal –es decir, con deslizamientos pequeños– la frecuencia rotórica es muy pequeña y las reactancias de las jaulas son despreciables, de tal manera que la corriente circula casi exclusivamente por la jaula interna; ya que ahora es la que presenta menor impedancia. En efecto, a bajos deslizamientos las reactancias son extremadamente pequeñas y las impedancias consisten casi sólo en resistencias. Esto significa que en estas condiciones el reparto de corrientes entre las dos jaulas viene condicionado por el valor de sus resistencias. La corriente circulará, entonces, preferentemente por la jaula de menor resistencia, que es la jaula interna.

Por lo tanto, en los motores de doble jaula el arranque se realiza con una resistencia elevada en el rotor que paulatinamente va disminuyendo a medida que el motor alcanza velocidad. Este arranque presenta, pues, cierta similitud con el de los motores de rotor bobinado.

Los **motores de ranura profunda** tienen una jaula cuyos conductores tienen una forma tal que su parte inferior presenta pequeña resistencia y alta autoinducción y la parte superior presenta alta resistencia y baja autoinducción (Fig. 30: b, c y d). Su comportamiento, por tanto, es similar al de los motores de doble jaula: en el arranque la corriente se concentra en la parte superior de los conductores (de alta resistencia) y en marcha normal la corriente circula preferentemente por la parte inferior, consiguiéndose así un elevado par de arranque.

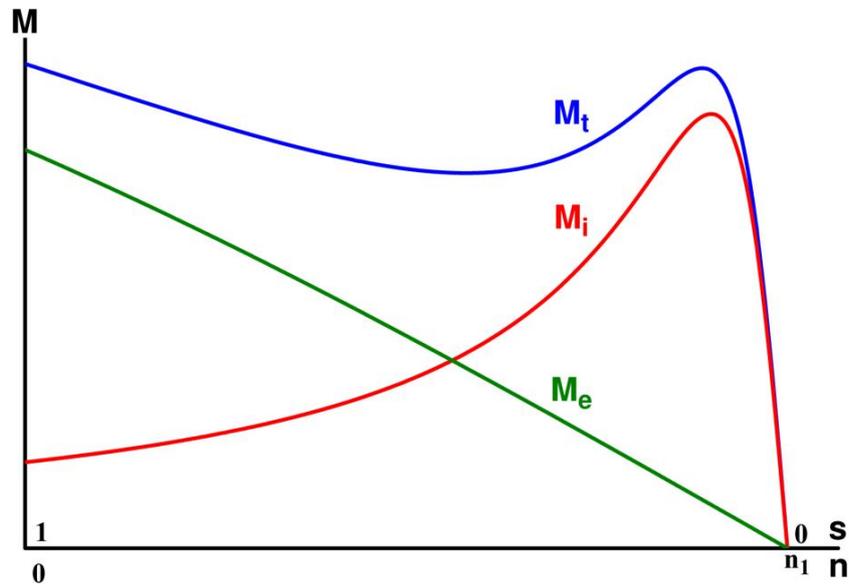


Fig. 31: Curva par-velocidad de un motor de doble jaula.

La curva de par-velocidad de un motor de doble jaula ( $M_t$  en la Fig. 31) se puede obtener como suma de las correspondientes a cada una de sus jaulas ( $M_i$  de la jaula interna y  $M_e$  de la jaula externa en la Fig. 31).

La *National Electrical Manufacturers Association* (NEMA), que es una asociación de fabricantes norteamericanos de máquinas eléctricas, y el *Comité Electrotécnico Internacional* (CEI o IEC), han clasificado los motores asíncronos según el diseño de su rotor (ver las referencias bibliográficas [2] y [16]). A estos diseños corresponden las curvas de par representadas en la Fig. 32.

Los diseños NEMA más importantes son:

- Motores de inducción de clase A: Son motores de simple jaula, en los que apenas se da el efecto pelicular, con barras de gran sección y, consecuentemente, de baja resistencia.
- Motores de inducción de clase B: Son motores de ranura profunda. Aunque su par de arranque es casi igual al de los motores de clase A (es ligeramente inferior), su corriente de arranque es menor.
- Motores de inducción clase C: Son motores de doble jaula o de ranura profunda. Tienen mayor par de arranque que los motores A y B y presentan menor par máximo y mayores deslizamientos de plena carga y de par máximo que los motores A y B.

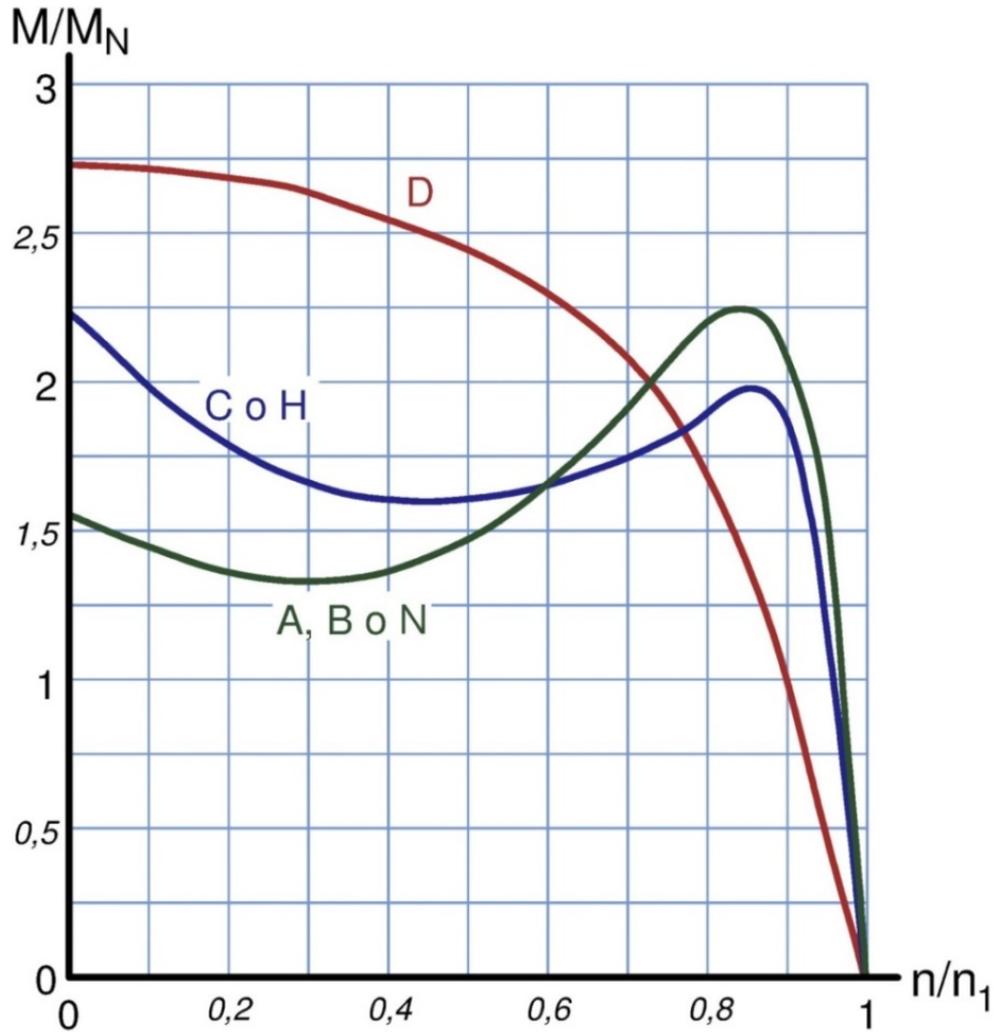


Fig. 32: Curvas par-velocidad para los diseños NEMA A, B, C y D e IEC N y H.

Tabla I: Distribución empírica de reactancias según NEMA. Valores en fracciones respecto  $X_{cc}$ .

CLASE DE MOTOR	$X_1$	$X'_2$
A	0,5	0,5
B	0,4	0,6
C	0,3	0,7
D	0,5	0,5
Rotor bobinado	0,5	0,5

- Motores de inducción de clase D: Son motores de simple jaula en los que las barras del rotor son de pequeña sección y están construidas con un metal de alta resistividad. Esto hace que su resistencia sea elevada, lo que origina que el deslizamiento de par máximo sea muy alto, así como el correspondiente a la plena carga.

## MOTOR MONOFÁSICO DE INDUCCIÓN

### Introducción

En su forma básica un motor monofásico de inducción consiste en una máquina asíncrona de jaula de ardilla cuyo devanado del estator es monofásico.

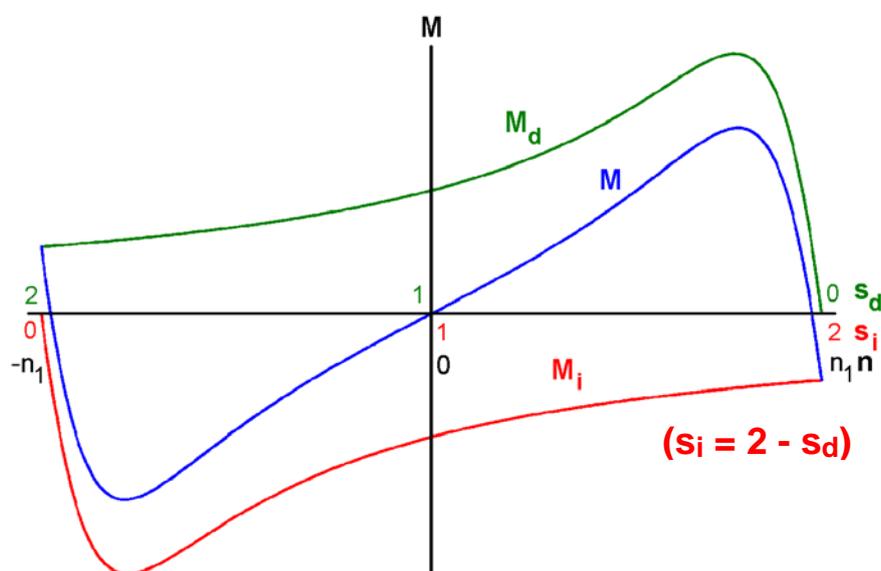
El *Teorema de Leblanc* señala que un devanado monofásico recorrido por una corriente alterna monofásica crea un campo magnético *pulsante*, el cual equivale a dos campos magnéticos giratorios iguales que rotan en sentidos opuestos. Cada uno de estos campos giratorios origina un par similar al de una máquina asíncrona polifásica.

Si el motor gira a una velocidad  $n$ , el deslizamiento  $s_d$  del campo giratorio directo (el que gira en el mismo sentido que el motor) vale

$$s_d = \frac{n_1 - n}{n_1} = 1 - \frac{n}{n_1} = s \quad (84)$$

y el deslizamiento  $s_i$  del campo inverso (el que gira en sentido contrario al del eje del motor) vale

$$s_i = \frac{(-n_1) - n}{(-n_1)} = 1 + \frac{n}{n_1} = 2 - s \quad (85)$$



*Fig. 33: Curva Par-velocidad de un motor monofásico de inducción.*

La [Fig. 33](#) representa los pares producidos por los dos campos giratorios. El par  $M_i$  del campo inverso se opone al par  $M_d$  del campo directo, por lo que se representa hacia el lado negativo del eje de ordenadas. El par resultante  $M$  se obtiene sumando los pares  $M_d$  y  $M_i$ .

Nótese que el par de arranque de este motor es nulo, pues a velocidad nula los deslizamientos  $s_d$  y  $s_i$  son iguales y los dos campos giratorios ejercen pares de igual valor y sentidos opuestos, por lo que se anulan entre sí.

Sin embargo, las relaciones (84) y (85) indican que si se consigue hacer girar al motor a una velocidad  $n$  los deslizamientos de los dos campos giratorios no son iguales y el par resultante no será nulo. Por lo tanto, una vez arrancado, el motor sigue girando por sí mismo.

Como el par inverso  $M_i$  se opone al par directo  $M_d$ , este motor consume más corriente que si sólo actuase un único campo giratorio.

El análisis de los motores monofásicos de inducción se realiza mediante el circuito equivalente de la Fig. 34.

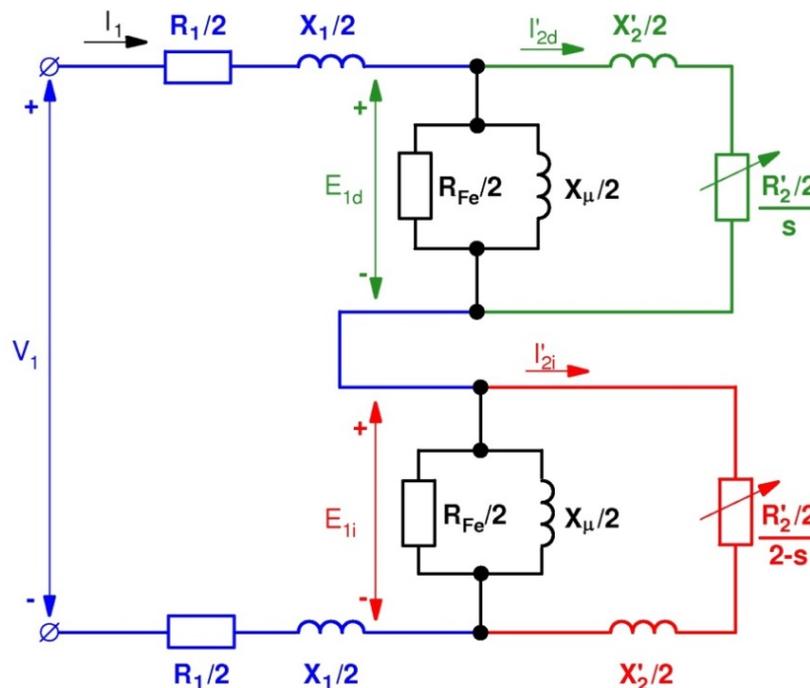


Fig. 34: Circuito equivalente de un motor monofásico de inducción.

El principal inconveniente de los motores monofásicos de inducción es que tienen un par de arranque nulo. Existen variantes del motor monofásico que consiguen superar este problema haciendo que el motor se comporte como bifásico. Así se tienen los motores monofásicos con arranque por condensador y de fase partida.

### Motores con arranque por condensador

Los motores monofásicos con arranque por condensador poseen en su estator dos devanados desfasados  $90^\circ$  eléctricos en el espacio; uno de ellos se denomina *principal* y cubre los  $2/3$  de las ranuras del estator y el otro se denomina *auxiliar* y cubre el resto del estator.

En serie con el devanado auxiliar se conecta un condensador de tal manera que las intensidades que circulen por ambos devanados queden aproximadamente desfasadas  $90^\circ$  en el tiempo y sus módulos sean iguales (Fig. 35).

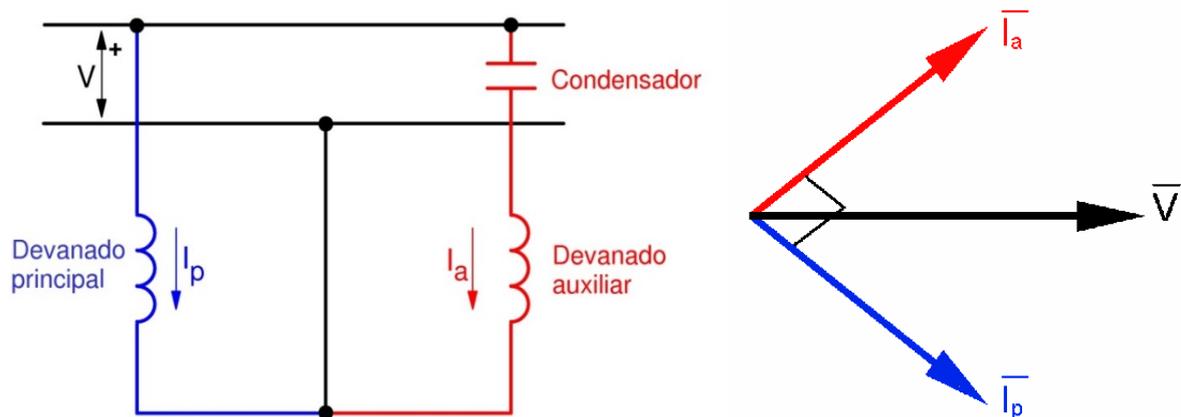


Fig. 35: Motor monofásico de condensador.

Al circular unas corrientes de iguales valores eficaces y desfasadas entre sí  $90^\circ$  en el tiempo por unos devanados desfasados  $90^\circ$  eléctricos en el espacio la máquina se comporta como un motor bifásico y se genera un campo magnético giratorio que hace girar al motor.

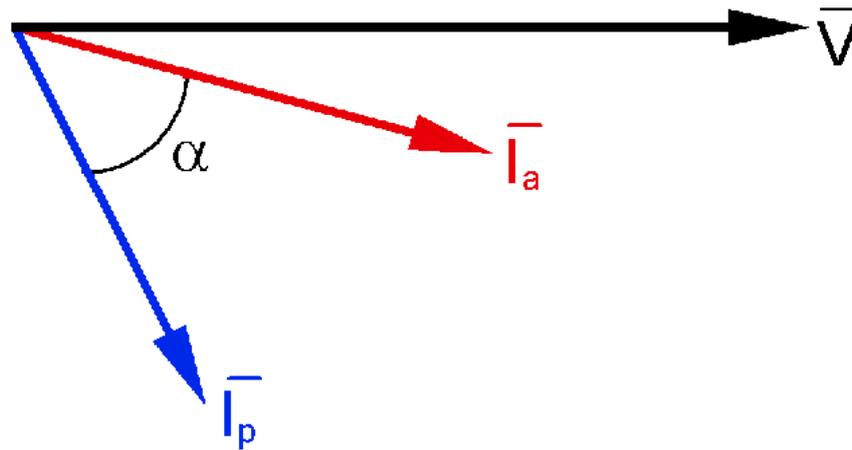
Una vez arrancado el motor, se desconecta el devanado auxiliar y el motor sigue funcionando como monofásico simple.

También existen motores monofásicos de condensador en los que, tanto el condensador como el devanado auxiliar, permanecen conectados permanentemente. En este caso hay que dimensionar el condensador y el devanado auxiliar para que puedan funcionar conectados a la red no sólo durante el arranque, sino de forma permanente. En estos motores los devanados principal y auxiliar son idénticos y, en consecuencia, cada uno de ellos cubre la mitad de las ranuras del estator. Para mejorar el arranque de estos motores se suele colocar un condensador adicional en paralelo con el condensador de funcionamiento normal. Este condensador de arranque se desconecta una vez que la máquina ha alcanzado cierta velocidad, para lo cual se puede utilizar un interruptor centrífugo.

### Motores de fase partida

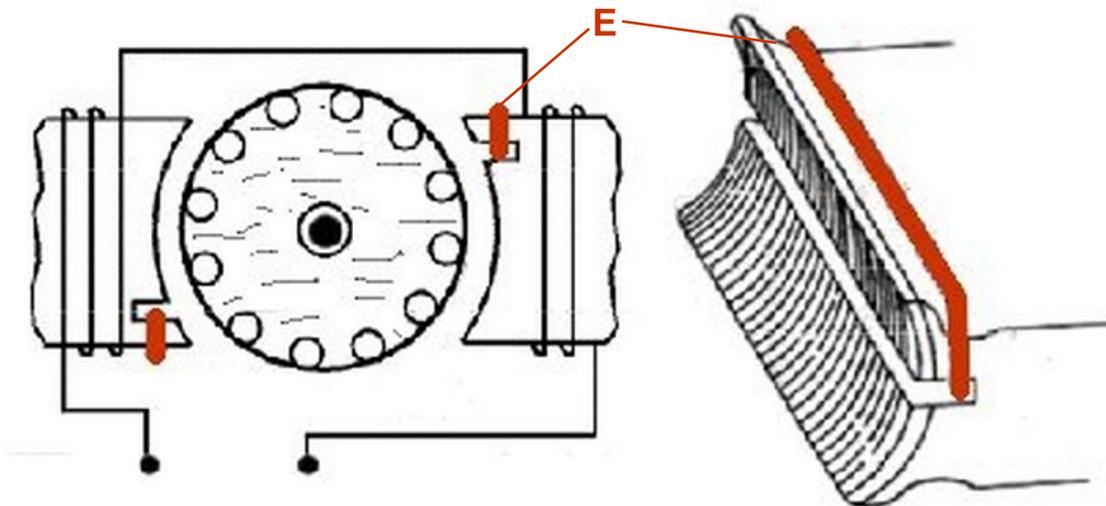
Los motores de fase partida poseen también dos devanados desfasados  $90^\circ$  eléctricos entre sí. El devanado principal tiene gran reactancia y baja resistencia y el devanado auxiliar tiene gran resistencia y baja reactancia. Así se consigue que las corrientes que circulan por ambos devanados estén desfasadas entre sí un ángulo  $\alpha$  (Fig. 36).

Las intensidades que circulan por ambos devanados,  $I_a$  e  $I_p$ , no tienen un desfase de  $90^\circ$ , por lo que no se obtiene un campo giratorio perfecto (de amplitud constante) sino un campo magnético giratorio de amplitud variable. Aun así, este campo logra hacer girar el rotor con lo que se consigue el arranque del motor. Una vez que el motor ha arrancado, un interruptor centrífugo desconecta automáticamente el devanado auxiliar y el motor queda funcionando como monofásico simple.



*Fig. 36: Diagrama fasorial de un motor de fase partida.*

### Motores de espira de sombra



Fuente: Centro Integrado de Formación Profesional (MSP).

*Fig. 37: Motor de espira de sombra.  
(E: Espira de sombra).*

Los motores de espira de sombra son motores monofásicos de muy pequeña potencia (de hasta 50 W) que tienen un rotor de jaula de ardilla y un estator de polos salientes (Fig. 37) fabricado a partir de apilar chapas magnéticas. El estator tiene un devanado concentrado que se alimenta desde una red de corriente alterna monofásica y sus polos están abrazados parcialmente por espiras de sombra (Fig. 37).

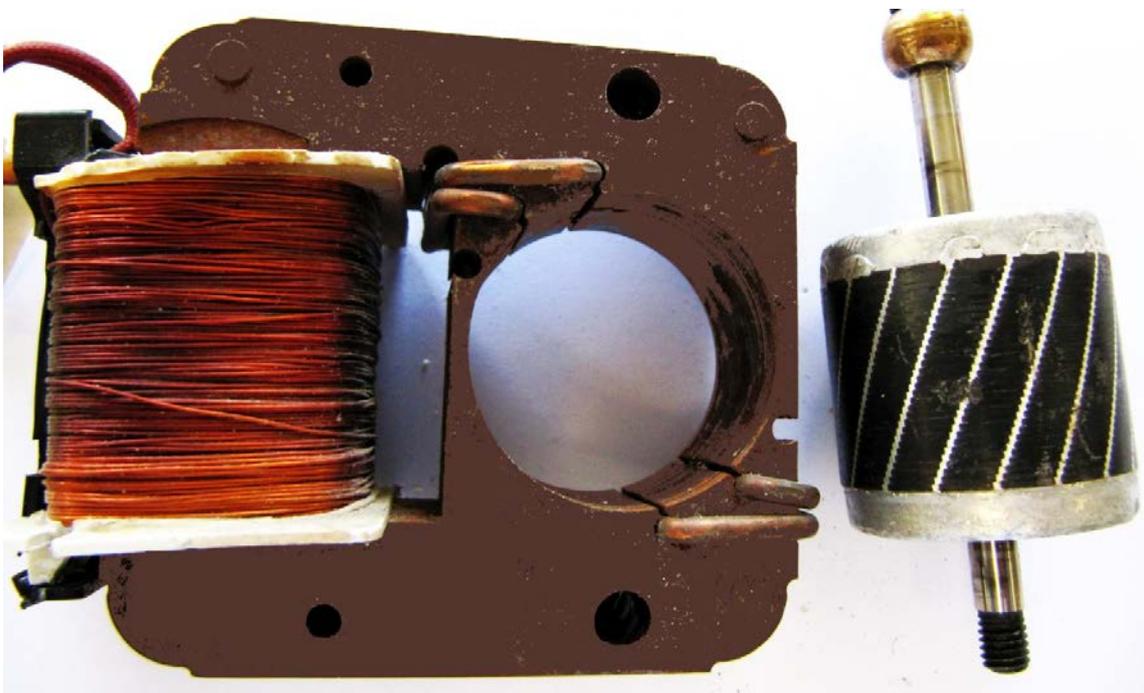
Las espiras de sombra de dos polos consecutivos están colocadas en posiciones separadas 180° eléctricos (lo que equivale a posiciones diametralmente opuestas en el caso de máquinas de dos polos, como se aprecia en la Fig. 37) y cada una de ellas consiste en una espira en cortocircuito que presenta una impedancia básicamente resistiva.

La parte del flujo total que es abrazada por una espira de sombra induce una f.e.m. sobre ella que está desfasada  $90^\circ$  en el tiempo respecto a dicho flujo. Esta f.e.m. origina en la espira una corriente prácticamente en fase con ella (la espira es una impedancia predominantemente resistiva) y, por tanto, perpendicular al flujo original. Finalmente, esta corriente de la espira da lugar a un nuevo flujo en fase con ella –y, en consecuencia, desfasado  $90^\circ$  con respecto al original– que se superpone al flujo original.

Al final, lo que se tiene son dos flujos: uno es el que pasa a través de las espiras de sombra y el otro es el que pasa por el resto de la superficie de los polos. Ambos flujos forman entre sí un ángulo en el espacio y tienen un desfase temporal. Al combinarse, ambos flujos dan lugar a un campo magnético giratorio imperfecto (es un campo *elíptico*; es decir, aunque este campo magnético gira su amplitud no permanece constante), pero suficiente como para que al actuar sobre la jaula de ardilla del rotor genere un par que consigue hacer girar al motor.

Los motores de espira de sombra son baratos pero de bajo rendimiento. Estos motores tienen una curva par-velocidad bastante plana y presentan un elevado deslizamiento asignado. Se han empleado en ventiladores, tocadiscos, proyectores de diapositivas, fotocopiadoras, bombas de agua de lavadoras, etc.

En la [Fig. 38](#) se muestra una fotografía con el despiece de un motor de espira de sombra. Se puede apreciar que en este caso se han colocado dos espiras de sombra en cada polo y que las dos espiras de sombra de un polo abrazan flujos diferentes. Se consigue que así el motor funcione mejor.



*Fig. 38: Despiece de un motor de espira de sombra.*

### CONEXIÓN STEINMETZ

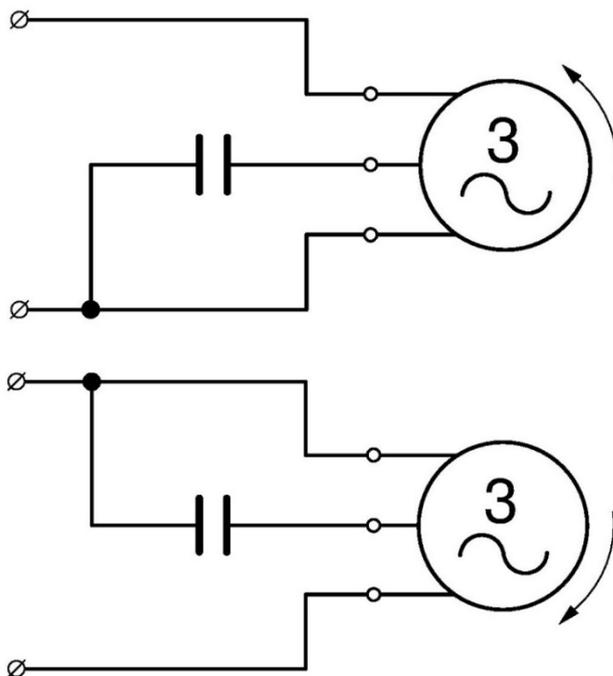
Hay ocasiones en las que se dispone de un motor trifásico y se le quiere utilizar en una instalación doméstica, la cual es monofásica.

Si dos de los terminales de un motor de inducción trifásico con el rotor parado se conectan a una red monofásica, el motor no arranca por sí mismo y consume una corriente elevada que acaba por averiarlo. Esto se debe a que el campo magnético que genera el estator ya no es giratorio, sino pulsante, como en un motor monofásico simple.

Una forma de conseguir que un motor trifásico pueda funcionar en una red monofásica consiste en usar un *convertidor electrónico*. Este dispositivo consta de un *rectificador* –en este caso un puente rectificador de doble onda monofásico– que alimenta a un *inversor* trifásico. El inversor transforma electrónicamente la tensión continua proporcionada por el rectificador en una tensión alterna trifásica.

Existe otra forma más sencilla y económica, aunque menos perfecta, de conseguir que un motor trifásico funcione en una red monofásica. Esta forma consiste en hacer funcionar al motor trifásico como si fuera un motor monofásico de condensador mediante la *conexión Steinmetz* (Fig. 39).

En esta conexión lo primero es conectar el motor en estrella o en triángulo como si la tensión de la red monofásica fuese la tensión de línea de una red trifásica. Así, un motor trifásico de 400/230 V habrá que conectarlo en triángulo si se usa en una red monofásica de 230 V y en estrella si se piensa utilizar en una red monofásica de 400 V.



*Fig. 39: Conexión Steinmetz para dos sentidos de giro opuestos (según a qué conductor de la red se conecte el terminal con condensador se controla el sentido de giro del motor).*

A continuación los tres terminales del motor –que, en principio, deberían unirse a los tres conductores de una red trifásica– se conectan así (Fig. 39):

- Dos de estos terminales se conectan directamente a los dos conductores de la red monofásica.

- El tercer terminal del motor se conecta en serie con un condensador y el conjunto se une a uno cualquiera de los conductores de la red monofásica. Dependiendo a cuál de los dos conductores de la red monofásica se conecte este terminal con condensador, la máquina girará en un sentido o en el contrario (ver la [Fig. 39](#)).

De esta manera se consigue que entre las corrientes de las tres fases del motor exista un cierto desfase, lo cual origina un campo giratorio. Este campo no es *circular* (giratorio y de amplitud constante) sino *elíptico* (es giratorio, pero su amplitud no es constante). No obstante, este campo magnético consigue que el motor gire. De todos modos, un motor trifásico conectado de esta manera no tiene un reparto idóneo de campo magnético y corrientes y no se le puede exigir una potencia superior a un 70% de la asignada.

El condensador a utilizar debe ser apto para funcionar con corriente alterna y, además, debe estar dimensionado para que aguante holgadamente la tensión de la red. Por esta razón, se recomienda que el condensador sea capaz de soportar una tensión igual o superior a 1,25 veces el valor máximo de la tensión de la red monofásica.

Según la literatura técnica la capacidad del condensador necesaria en esta conexión es de unos 60  $\mu\text{F}$  por kW de potencia asignada del motor en redes monofásicas de 230 V y 50 Hz. De esto se deduce que la potencia reactiva  $Q_C$  del condensador – cuando la tensión entre sus bornes tiene el mismo valor eficaz V y la misma frecuencia f que la red monofásica– es prácticamente igual a la potencia asignada  $P_N$  del motor:

$$Q_C \approx P_N \quad (86)$$

Partiendo de estos datos, la capacidad que se necesita para cualquier red monofásica se obtiene mediante la siguiente fórmula:

$$C = 60 P_N \left( \frac{230}{V} \right)^2 \frac{50}{f} = \frac{1,6 \cdot 10^8}{f V^2} P_N \quad (87)$$

(C en  $\mu\text{F}$ ;  $P_N$  en kW).

Las magnitudes que aparecen en las expresiones anteriores son las siguientes:

- V Tensión eficaz de la tensión de la red monofásica, la cual es igual a tensión asignada de línea del motor (V).
- f Frecuencia de la tensión de la red monofásica, que es igual a la frecuencia asignada del motor (Hz).
- $P_N$  Potencia asignada del motor (kW).
- $Q_C$  Potencia reactiva del condensador cuando está sometido a la tensión V y a la frecuencia f (kvar).
- C Capacidad del condensador ( $\mu\text{F}$ ).

A partir de la expresión (87) se deducen los siguientes valores de capacidad (en  $\mu\text{F}$ ) por kW de potencia asignada del motor para las tensiones más habituales en redes monofásicas de 50 Hz:

- 200  $\mu\text{F}/\text{kW}$  en redes de 127 V.
- 66  $\mu\text{F}/\text{kW}$  en redes de 220 V.
- 60  $\mu\text{F}/\text{kW}$  en redes de 230 V.
- 22  $\mu\text{F}/\text{kW}$  en redes de 380 V.
- 20  $\mu\text{F}/\text{kW}$  en redes de 400 V.

El par de arranque del motor trifásico se reduce apreciablemente cuando se utiliza la conexión Steinmetz. Para evitarlo y conseguir que el par de arranque del motor apenas varíe del que tiene cuando se conecta a una red trifásica, se puede colocar un condensador adicional en paralelo con el de funcionamiento normal (Fig. 40). Este condensador de arranque tiene una capacidad doble de la del condensador de funcionamiento normal (la cual puede calcularse mediante la fórmula (87)) y se debe desconectar una vez que el motor ha arrancado.

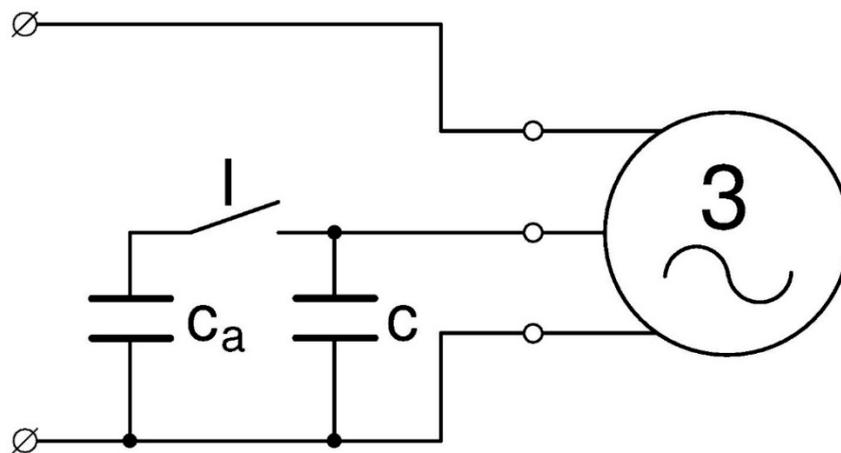


Fig. 40: Conexión Steinmetz con condensador de arranque.  
( $C_a$ : Condensador de arranque).

## MÁQUINAS ASÍNCRONAS ESPECIALES

### El regulador de inducción

El regulador de inducción es una máquina derivada del motor asíncrono de rotor bobinado. Así, el regulador posee un inductor y un inducido devanados de la misma manera que un motor, pero su rotor no puede girar ya que un mecanismo permite inmovilizarlo en cualquier posición respecto al estator.

La máquina va a actuar como una especie de transformador especial en la que se introduce una tensión primaria y se obtiene una tensión secundaria de distintos valor eficaz y ángulo de fase. Lo más habitual es que la corriente que circula por el secundario sea varias veces mayor que la del primario. Esto hace que sea más aconsejable utilizar el rotor como primario y el estator como secundario, aun cuando cualquiera de los dos devanados puede actuar como primario o como secundario. En lo que sigue se usará el subíndice "1" para las magnitudes del primario y el subíndice "2" para las del secundario, independientemente de cuál esté colocado en el estator y cual en el rotor.

Conectando el primario de esta máquina a la red, en cada fase del secundario se induce una f.e.m. cuyo valor eficaz es independiente de la posición del rotor. Sin embargo, al cambiar la posición de éste, mediante el mecanismo de la máquina, se varía el ángulo de desfase  $\gamma$  entre las f.e.m.s  $\bar{E}_1$  y  $\bar{E}_2$  de las bobinas del estator y del rotor.

Si se toman como tensiones de salida de esta máquina a las tensiones en bornes del secundario, lo que se obtiene es un **desfasador** o **decalador de fase** (Fig. 41). Mediante este dispositivo se obtienen dos sistemas trifásicos de tensiones que se pueden desfasar entre sí el ángulo que se desee; eso sí, conservando constantes los valores eficaces de todas las tensiones. Este tipo de aparato tiene utilidad en los laboratorios eléctricos, sobre todo para probar contadores y vatímetros.

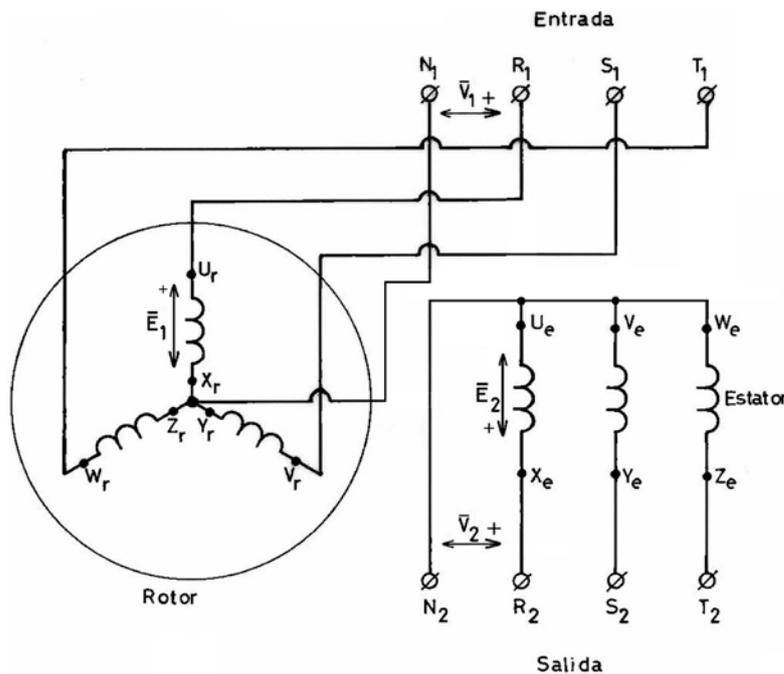


Fig. 41: Conexiones en un decalador de fase o desfasador.

Si esta máquina se conecta de tal manera que su tensión de salida sea la suma vectorial de las tensiones del primario y del secundario lo que se obtiene es un **regulador de inducción** (Fig. 42). En este aparato se puede modificar el valor eficaz de las tensiones de salida cambiando la posición en que queda inmobilizado el rotor. Por lo tanto, funciona como un transformador trifásico de tensión secundaria variable.

Los devanados del primario suelen estar conectados en estrella ya que así se requiere un número de espiras por fase menor que si estuvieran conectados en triángulo.

La Fig. 42 representa las conexiones de un regulador de inducción y la Fig. 43 su diagrama fasorial. Se han denominado  $\bar{V}_1$  y  $\bar{V}_2$  a las tensiones fase-neutro (que son las tensiones de fase en la conexión estrella) a la entrada y a la salida del regulador de inducción, respectivamente. Despreciando las caídas de tensión internas en los devanados primario y secundario (debidas a sus resistencias y reactancias de dispersión), se obtienen por fase las siguientes tensiones:

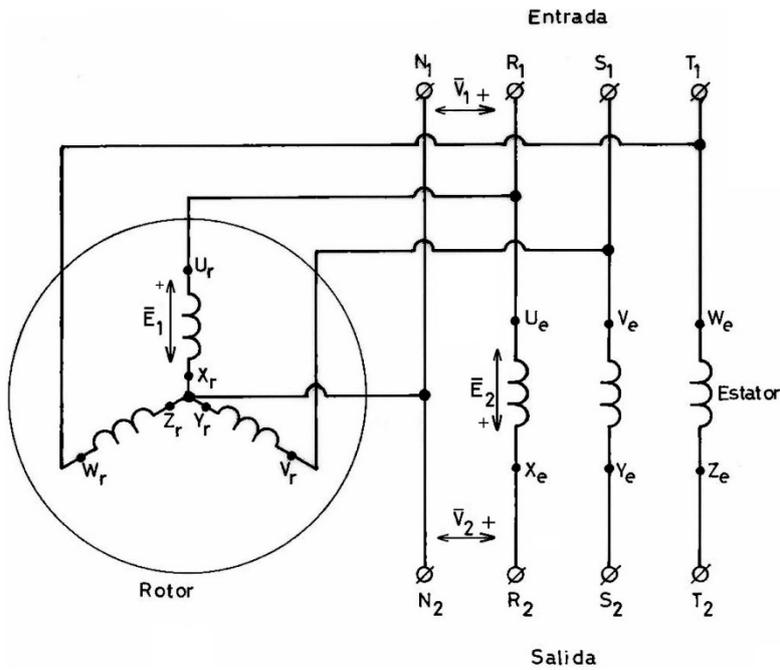


Fig. 42: Conexiones en un regulador de inducción.

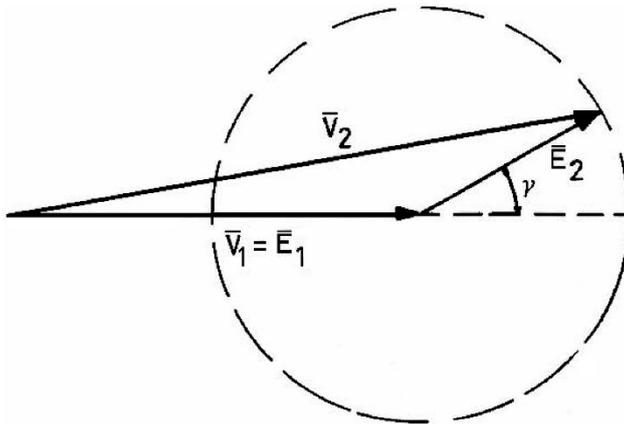


Fig. 43: Diagrama fasorial de un regulador de inducción.

$$\bar{V}_1 = \bar{E}_1; \quad \bar{V}_2 = \bar{E}_1 + \bar{E}_2 = \bar{V}_1 + \bar{E}_2$$

$$\boxed{\bar{V}_2 = \bar{V}_1 + \bar{E}_2}$$

Por consiguiente, a medida que varía el ángulo de desfase  $\gamma$  entre los fasores de f.e.m.  $\bar{E}_1$  y  $\bar{E}_2$ , se modifica el módulo de la tensión de salida, de tal manera que la punta del fasor  $\bar{E}_2$  describe la circunferencia dibujada con línea de trazos en la Fig. 43. Así pues,  $\bar{V}_1$  y  $\bar{V}_2$  generalmente no estarán en fase y el valor eficaz de esta última tensión podrá regularse entre  $(\bar{V}_1 + \bar{E}_2)$  y  $(\bar{V}_1 - \bar{E}_2)$  a medida que el ángulo  $\gamma$  varía entre  $0^\circ$  y  $180^\circ$ .

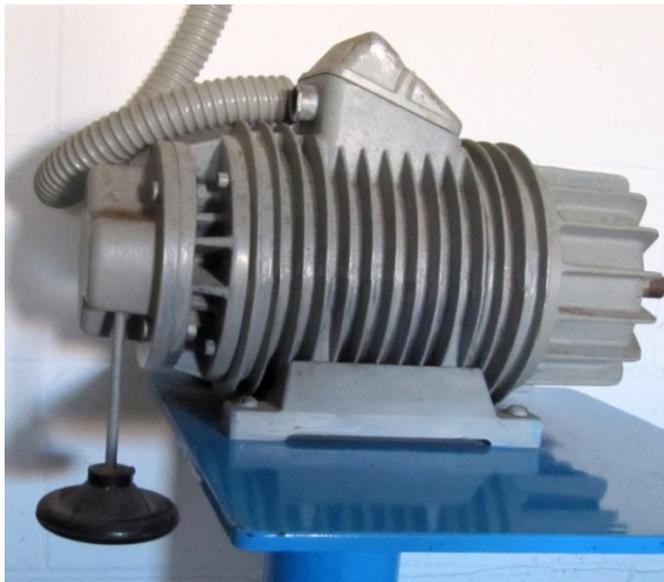
El regulador de inducción es una máquina que posee entrehierro y, por lo tanto, su intensidad magnetizante es mayor que la de un transformador y su rendimiento y factor de potencia son peores. Sin embargo, presenta las ventajas de permitir una regulación continua de las tensiones de salida y de requerir un mantenimiento menor que si se utilizara un transformador con conmutación del número de espiras.

Al utilizar un regulador de inducción es preciso tener en cuenta que las tensiones de salida no están en fase con las de entrada, aunque esto no suele tener importancia en sus aplicaciones más usuales: regulador de la tensión en redes de distribución y utilización en laboratorios eléctricos.

Aunque el regulador de inducción puede diseñarse con cualquier número de polos es conveniente reducir este número al mínimo, es decir, a dos. De esta manera se reduce el diámetro y la corriente magnetizante de la máquina. Además, al reducir el número de polos es preciso un mayor desplazamiento geométrico del rotor para conseguir el mismo ángulo de desfase eléctrico  $\gamma$ , consiguiéndose así una regulación más fina de las tensiones de salida.

En el caso de reguladores de inducción de potencia y tensiones reducidas se utiliza refrigeración natural al aire o, en todo caso, el aire circula forzado mediante ventiladores. Sin embargo, los reguladores industriales para redes de distribución suelen ir sumergidos en aceite, siendo su eje vertical para facilitar la circulación del aceite refrigerante.

Generalmente el mecanismo que inmoviliza al rotor está basado en un tornillo sin fin y una rueda helicoidal solidaria con el eje del regulador. Este mecanismo es accionado a mano en las máquinas pequeñas y mediante un motor en las mayores.



*Fig. 44: Regulador de inducción.*

En los reguladores muy grandes el mecanismo de inmovilización debe soportar el elevado par que desarrolla la máquina y su accionamiento requiere un gran esfuerzo. En estos casos conviene utilizar reguladores de inducción dobles. Un regulador de este tipo consiste en el acoplamiento sobre el mismo eje de dos reguladores idénticos de tal manera que sus pares se anulan mutuamente. Los devanados rotóricos están conectados en paralelo con el circuito de entrada y los devanados estatóricos están conectados en serie entre sí y con el circuito de salida. Evidentemente, en un regulador de inducción doble, al anularse los pares que actúan sobre ambos rotores, el par necesario para accionar su mecanismo es sólo el preciso para vencer los rozamientos.

## El motor lineal de inducción

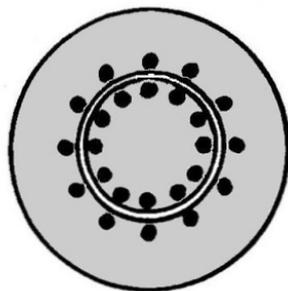
### Descripción

Una máquina lineal puede ser descrita como la obtenida a partir de la máquina rotativa clásica correspondiente, a la cual se le ha realizado un corte por una generatriz y desarrollado posteriormente (Fig. 45). Otra descripción puede obtenerse considerando una máquina lineal como una rotativa de radio infinito.

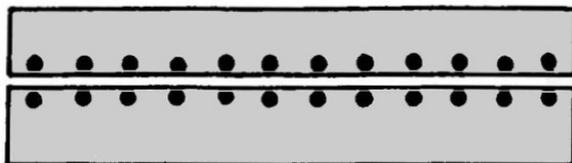
Aunque en principio se pueda realizar la versión lineal correspondiente a cualquier tipo de máquina eléctrica rotativa convencional, sólo algunas tienen interés práctico. De entre todas las máquinas lineales la más difundida es el motor de inducción, del cual se ocupará este texto.

Si en un motor de jaula de ardilla se realiza el proceso de corte y desarrollo mencionado anteriormente, el motor lineal obtenido está formado por un inductor con un bobinado trifásico y un inducido compuesto por una pieza de hierro, que actúa como cierre del circuito magnético, y los conductores de la jaula, que ahora tienen forma de escalera.

Si se desea que la acción lineal que desarrolla el motor se ejecute sobre un trayecto relativamente largo resulta conveniente dar una mayor longitud a uno de los dos elementos que lo forman, inductor o inducido, frente al otro. Según que el inductor sea más largo o más corto, se habla de motor lineal *de estator largo o corto*, aunque esta nomenclatura no sea totalmente correcta, ya que no siempre es el inductor el elemento que permanece inmóvil.



*Fig. 45: Obtención de una máquina lineal por desarrollo de una máquina rotativa.*



Lo más usual es que se utilicen motores de estator corto, pues así el elemento más largo es el que se puede construir de una forma más económica. Para conseguir un mayor ahorro el inducido se suele fabricar a base de una chapa de material conductor. En este caso las corrientes del inducido no tienen una dirección predeterminada, al contrario de lo que pasa con los motores con el rotor en escalera.

Los motores mencionados hasta ahora son *unilaterales* (Fig. 46), pues en ellos el primario consiste en un único núcleo inductor y el inducido está formado por una chapa

conductor y el cierre del circuito magnético. Un tipo de motor mejorado es el **bilateral** (Fig. 47), en el que se sitúa un núcleo inductor a cada lado de una lámina conductora que constituye el inducido. Esta disposición permite mejorar el recorrido del flujo magnético creado y, además, compensa las fuerzas entre la lámina y los núcleos inductores.

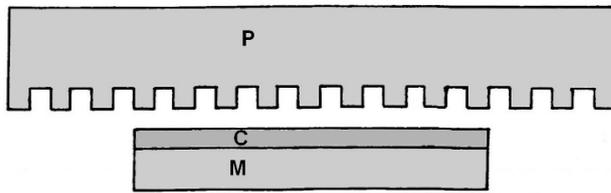


Fig. 46: Motor lineal de inducción unilateral.

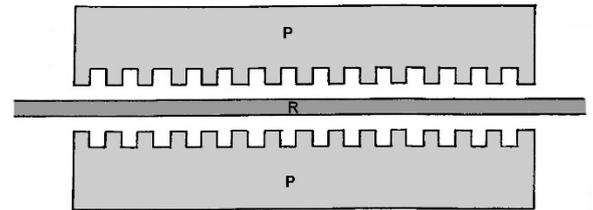


Fig. 47: Motor lineal de inducción bilateral.

El inducido puede adoptar diversas formas, ya sea una lámina de cobre o de aluminio, o bien una lámina de acero recubierto en sus caras laterales con cobre o aluminio, o incluso, un líquido conductor, como sucede en las bombas para metales fundidos.

### Principio de funcionamiento

Cuando el bobinado del inductor es alimentado por un sistema de corrientes trifásicas se genera un campo magnético móvil que se desplaza a lo largo del entrehierro. Esta onda magnética induce unas corrientes en el secundario que tenderán a oponerse a las variaciones de dicho campo magnético.

La acción entre el campo magnético deslizante y las corrientes inducidas dará lugar a unas fuerzas que moverán al inducido en la dirección del campo inductor. Para que estos fenómenos se sigan produciendo el secundario nunca se podrá mover a la misma velocidad que el campo giratorio, pues en caso contrario cada punto del secundario estaría sometido a un campo magnético fijo y no existirían corrientes inducidas.

Además de los fenómenos mencionados hasta ahora, similares a los que se originan en las máquinas rotativas convencionales, se producen otros que pueden dar lugar a que los motores lineales se comporten de manera totalmente diferente a los motores giratorios.

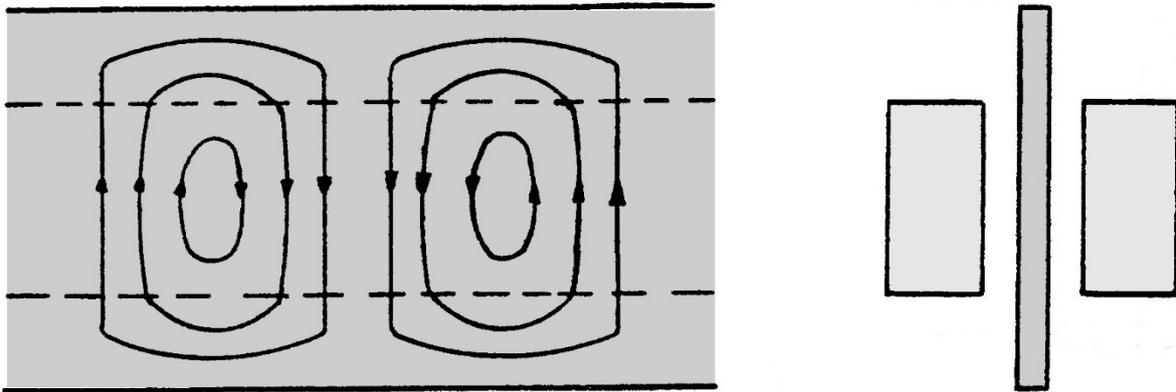
Los fenómenos más significativos que hacen variar el comportamiento de los motores lineales respecto a los giratorios son los **efectos de extremidad**, también llamados **de extremo longitudinal**, tanto a la entrada como a la salida.

El **efecto de entrada** consiste en la creación retrasada del campo al principio del inductor debida a la entrada del inducido en la zona de campo del motor.

El **efecto de salida** consiste en la extensión fuera del inductor del flujo magnético debido a que es arrastrado por el inducido en su salida de la zona de campo del motor.

Los fenómenos de extremidad, fundamentalmente el de salida, crean fuerzas de frenado y unas pérdidas adicionales que disminuyen el rendimiento del motor. Además,

estos fenómenos originan una deformación del campo magnético en sentido longitudinal que da lugar a un empeoramiento del factor de potencia de esta máquina.



*Fig. 48: Efecto borde.*

El **efecto de borde o efecto transversal** consiste en un conjunto de fenómenos derivados de la anchura finita del paquete de chapas del inductor.

En un motor con el inducido en escalera las corrientes rotóricas siguen un camino prefijado por la geometría de éste, de tal manera que en la zona activa tienen una dirección perpendicular al movimiento y se cierran, fuera de dicha zona, por los "anillos" de cortocircuito.

En el caso, más normal, de inducido conductor macizo las corrientes inducidas serán de la forma indicada en la [Fig. 48](#).

En la [Fig. 48](#) se observa que las corrientes del inducido se cierran en parte en la zona activa, con lo cual queda desaprovechada parte de ésta para producir fuerza de tracción y pueden aparecer unas fuerzas laterales indeseables. Por otra parte, las corrientes de retorno no se reparten uniformemente; se concentran más en unas zonas que en otras, aumentando así las pérdidas por efecto de Joule en el secundario.

Otras diferencias entre los motores de inducción lineales y giratorios son:

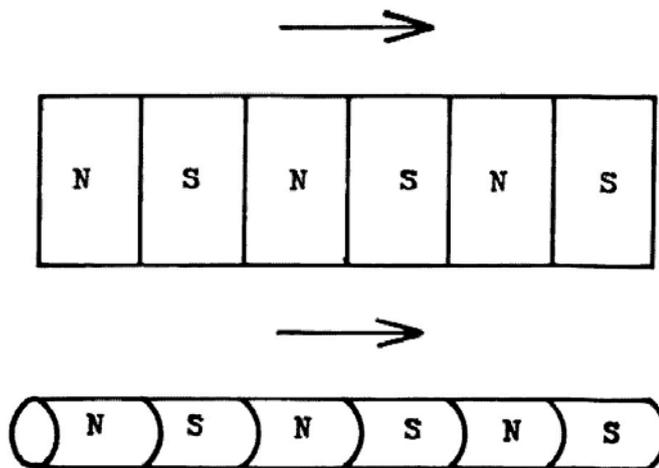
- La existencia de polos extremos permite realizar máquinas lineales con un número impar de polos.
- Al ser diferente la reluctancia de los circuitos magnéticos de los polos extremos y la de los polos interiores, la impedancia de las distintas fases de un motor lineal no es la misma. Por lo tanto, las corrientes consumidas por un motor lineal están desequilibradas.
- Al carecer los motores lineales de una simetría radial, se producirán fuerzas transversales de atracción o repulsión.
- La variación de la reluctancia a lo largo del inductor hace que el campo magnético generado y la potencia absorbida por un motor lineal sean diferentes según se conecten las bobinas inductoras en serie o en paralelo.
- En las aplicaciones más usuales del motor lineal intervienen ciertos condicionantes mecánicos, sobre todo en el sistema de guiado de la parte

móvil, que obligan a utilizar entrehierros muy grandes. Esta circunstancia perjudica al rendimiento y al factor de potencia de los motores lineales.

### El motor tubular

El motor tubular es un tipo especial de motor lineal que posee un estator tubular con un bobinado trifásico y un rotor consistente en un cilindro conductor que se desliza por el interior del estator.

Este tipo de motor se puede considerar obtenido al enrollar un motor lineal plano alrededor de un eje en la dirección del movimiento (Fig. 49).



*Fig. 49: El motor tubular se puede considerar resultado de enrollar un motor lineal plano según la dirección del movimiento.*

### La bomba electromagnética de inducción. Inducción magnetohidrodinámica (IMHD)

Las bombas electromagnéticas de inducción tienen el mismo principio de funcionamiento que los motores lineales de inducción actuando un líquido conductor como inducido del motor. El líquido conductor es en la mayoría de los casos un metal fundido.

Normalmente estas bombas mueven líquidos a alta temperatura y, por lo tanto, las canalizaciones por donde circula el líquido suelen construirse con acero inoxidable o material refractario.

Estas bombas se utilizan fundamentalmente en centrales nucleares y acerías.

Existe la expectativa de usar este tipo de máquinas lineales para la propulsión de buques, especialmente submarinos (propulsión mediante *motores de inducción magnetohidrodinámica (IMHD)*). En este caso el fluido conductor que actúa de inducido es el propio agua del mar: el agua marina es captada por la proa, pasa por el motor IMHD y es expulsada a chorro por la popa, lo que produce la propulsión del buque. Esta idea se ha llevado al cine en la película "La caza del Octubre Rojo" donde un submarino soviético experimental utiliza esta tecnología, lo cual hace que sea sumamente silencioso.

### Aplicaciones de los motores lineales

Los motores lineales se han usado en diferentes aplicaciones: puertas correderas, plumillas de plotters, cintas transportadoras, lanzaderas de telares,... También se han usado como frenos.

Una de las aplicaciones más interesantes de los motores lineales, tanto síncronos como asíncronos, es en la *tracción eléctrica* de ferrocarriles de alta velocidad.

Los motores lineales de inducción que normalmente se han usado para esta aplicación son de estator corto donde el inducido está solidario a la vía y el “estator” ahora realmente es el elemento móvil y se coloca en la locomotora.

Estos sistemas de propulsión se han combinado con diferentes sistemas de sustentación del vehículo: sustentación rueda-carril, sustentación neumática y, sobre todo, sustentación magnética.

Las principales ventajas que presentan los motores lineales para el transporte son:

- Transmisión de empuje mecánico sin necesidad de contacto físico entre los elementos fijo y móvil.
- Funcionamiento silencioso.
- No producen contaminación de la atmósfera.

### Transmisiones síncronas o selsyns

#### Introducción

Una transmisión síncrona consiste básicamente en dos máquinas asíncronas conectadas eléctricamente de tal manera que una de ellas (el “motor”) sigue fielmente el movimiento de la otra (el “generador”). Es decir, en este tipo de sistemas los ejes de las dos máquinas están sincronizados y las máquinas que lo componen se denominan *selsyns*.

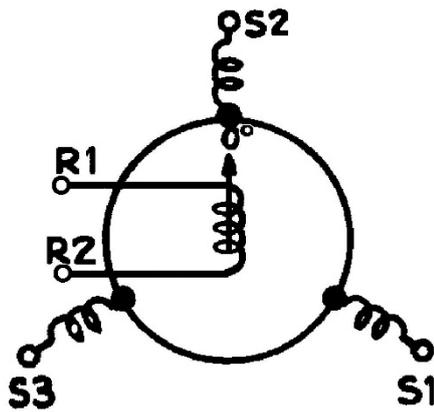
Hay dos tipos de selsyns:

- Los que se emplean en sistemas de poca potencia y de control que se denominan *sincros*.
- Los utilizados en aplicaciones de potencia que se denominan *ejes eléctricos*.

#### Sincros

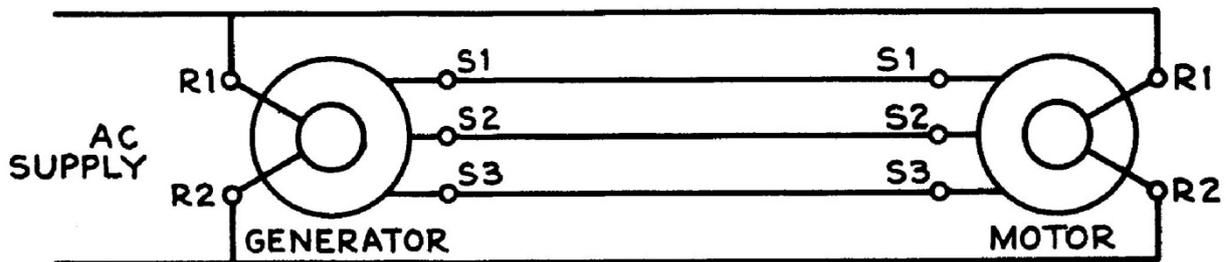
##### *Sincros generador y motor*

Tanto el sincro generador como el sincro motor son dos máquinas asíncronas cuyo devanado estático es trifásico, usualmente conectado en estrella, y el devanado del rotor es monofásico y se alimenta a través de un colector de dos anillos (Ver la [Fig. 50](#)). Además el rotor es de polos salientes. Las dos máquinas, generador y motor, deben ser eléctricamente idénticas, tener conectados sus rotores a la misma red monofásica y tener sus estatores conectados entre sí y sin unir a ninguna red externa ([Fig. 51](#)).



*Fig. 50: Tanto los sincros generador como motor tienen un estator trifásico y un rotor monofásico. Este último es de polos salientes y se alimenta a través de un colector de dos anillos.*

Fuente: U.S. Navy synchros [21].



Fuente: U.S. Navy synchros [21].

*Fig. 51: Conexión eléctrica entre sincros generador y motor. (AC supply = red de tensión alterna).*

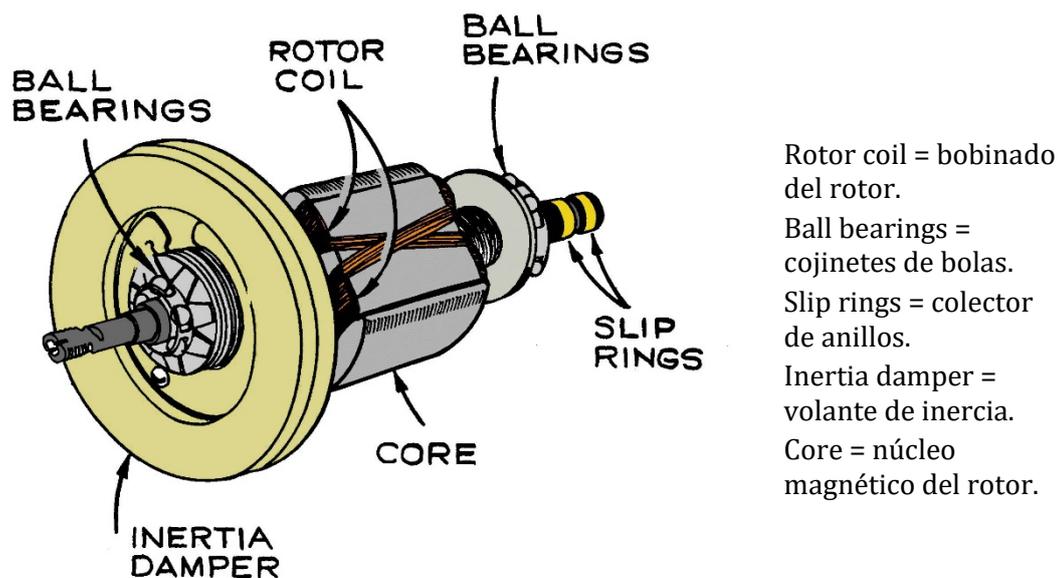
Para entender el comportamiento de este sistema supóngase que ambas máquinas –cuyos devanados y circuitos magnéticos son idénticos– están en reposo y con sus ejes en la misma posición angular. En cada una de ellas el devanado del rotor recibe tensión desde la red monofásica y genera un campo magnético alterno (pulsante) el cual induce f.e.m.s sobre las tres fases del estator. El valor de la f.e.m. inducida sobre una fase del estator, en general, será distinto del de las demás fases y dependerá de la posición en que esté el rotor. En esta situación de igualdad de las posiciones angulares, en fases homólogas de las dos máquinas se inducen las mismas f.e.m.s; esto es, entre los terminales S1, S2 y S3 del estator de una de las máquinas aparecen las mismas tensiones que entre los terminales S1, S2 y S3 de la otra. Por lo tanto, al no haber diferencia de tensión entre los bornes homólogos de las dos máquinas, no circulará ninguna corriente por los devanados del estator y no aparecerá ningún par que intente mover el eje de ninguna de las dos máquinas.

Si partiendo de esta situación de igualdad de posiciones angulares se mueve el rotor del sincro generador y se detiene en una nueva posición, sucederá que ahora las f.e.m.s inducidas sobre las fases del estator de las dos máquinas ya no son iguales y empezarán a circular corrientes por sus devanados estatóricos. Esto hace que aparezcan pares en ambas máquinas. El sincro generador no girará, pues está prácticamente inmovilizado al estar unido a un elemento de gran inercia, pero el sincro motor empezará a moverse hasta que su posición angular coincida con la del sincro generador y se detendrá, tras una serie de oscilaciones, en esta posición. En efecto, al igual que sucedía antes, al volverse a igualar las posiciones angulares de los dos sincros se inducen f.e.m.s similares en los estatores de ambas máquinas y deja de circular corriente por ellos y, en consecuencia, desaparece el par que estaba haciendo girar al sincro motor.

Lo que se consigue, pues, es que el sincro motor siga fielmente los movimientos del sincro generador y que, al final, ambas máquinas terminen teniendo la misma posición angular.

Los pares que aparecen en este tipo de máquinas son pequeños y se utilizan sobre todo en sistemas indicadores y de control. Así, por ejemplo, supóngase que el sincro generador está acoplado al eje del timón en la popa de un barco. El sincro motor mueve un indicador situado en un panel de instrumentos en el puente de mando. Este indicador puede consistir, por ejemplo, en una aguja que gira delante de una escala graduada y que señala en todo momento la posición angular que tiene el timón.

Las diferencias constructivas entre los sincros generador y motor son pequeñas. Ambas máquinas tienen iguales circuitos magnéticos y devanados. El sincro motor está unido a un sistema de poca masa (en el ejemplo está unido a una aguja indicadora) y su movimiento se produce con oscilaciones. Por esta causa, para amortiguar estas oscilaciones al sincro motor se le incorporan un volante de inercia y algunas otras mejoras (Fig. 52). El sincro generador es más barato, ya que no necesita disponer de estos elementos porque va acoplado a un equipo de gran inercia (en el ejemplo está unido al timón del barco) y no sufre oscilaciones.



Fuente: U.S. Navy synchros [21]. Figura modificada del original.

Fig. 52: Constitución del rotor de un sincro motor.

### Sincro diferencial

El sincro diferencial es una máquina asíncrona de pequeña potencia con devanados trifásicos tanto en el estator como en el rotor, que ahora no es de polos salientes sino cilíndrico (Fig. 53). Esta máquina dispone de un colector de tres anillos para conectar el bobinado del rotor con el exterior. Los devanados del estator y del rotor son idénticos; ambos arrollamientos no sólo tienen el mismo número de fases, sino también el mismo número de espiras y la misma geometría. Esta máquina se conecta eléctricamente entre los estatores de los sincros motor y generador (Fig. 54).

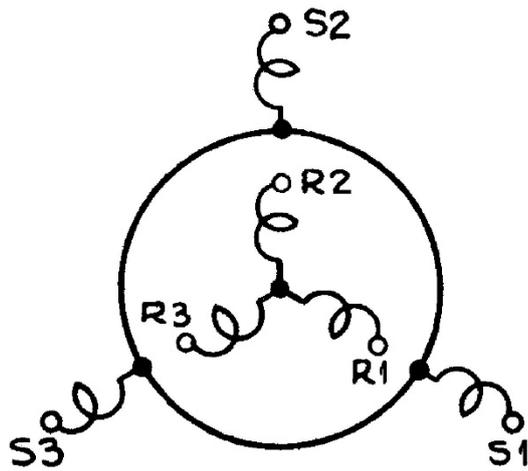
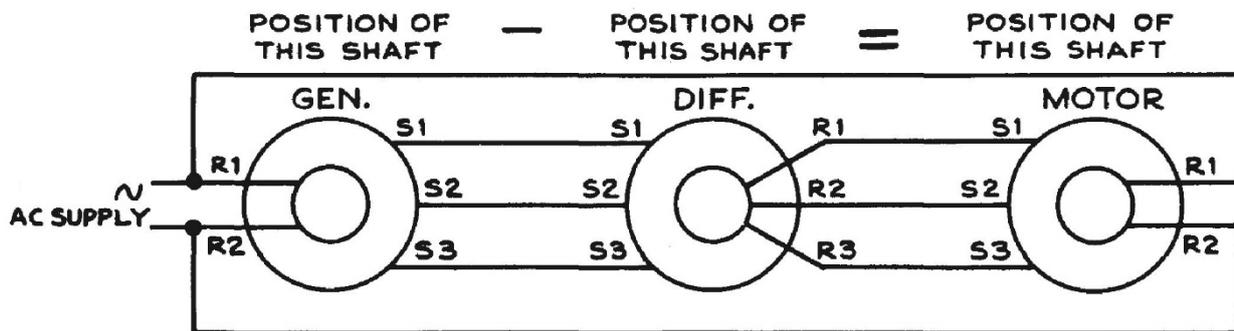


Fig. 53: En el sincro diferencial los devanados del estator y del rotor son trifásicos, el rotor es cilíndrico y tiene un colector de tres anillos.

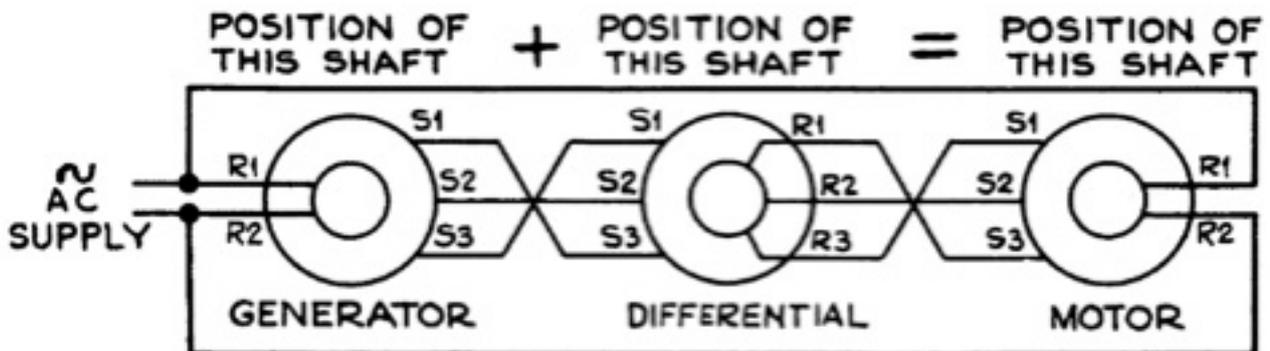
Fuente: U.S. Navy synchros [21].



Fuente: U.S. Navy synchros [21].

Fig. 54: Conexión eléctrica del sincro diferencial restador. (Position of this shaft = posición de este eje).

El estator de un sincro diferencial está alimentado por las tensiones que le envía un sincro generador. Las f.e.m.s que se inducen en el rotor del sincro diferencial tienen unos valores que dependen de la posición angular de su rotor. Con estas f.e.m.s se alimenta al sincro motor y empezarán a circular corrientes por su devanado trifásico hasta que el sincro motor se inmovilice en una posición que será igual a la diferencia de las posiciones angulares del sincro generador y del sincro diferencial. Es decir, el sincro motor acaba en una posición angular igual a la diferencia entre las posiciones de los sincros generador y diferencial.



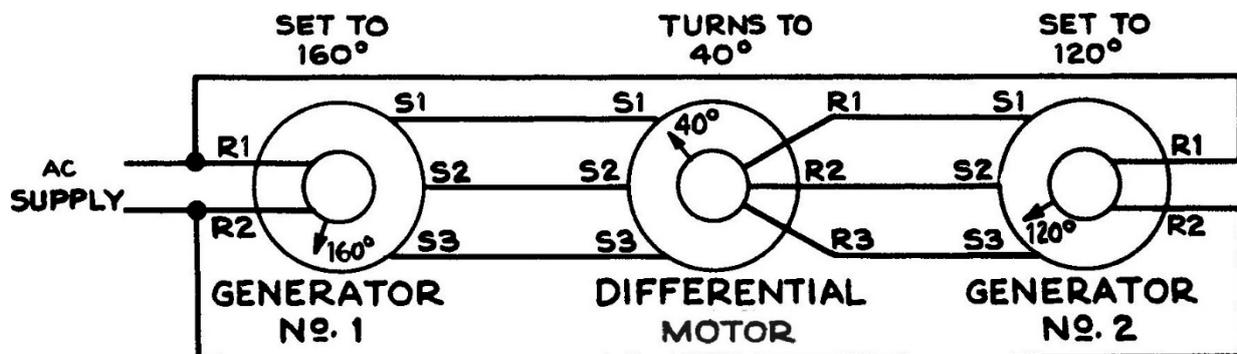
Fuente: U.S. Navy synchros [21].

Fig. 55: Conexión eléctrica del sincro diferencial inverso o sincro sumador. (Position of this shaft = posición de este eje; AC supply = red de tensión alterna).

Invirtiendo las conexiones de las fases del estator y del rotor del sincro diferencial respecto a las mostradas en la [Fig. 54](#), se consigue que actúe como sumador ([Fig. 55](#)). Ahora el sincro motor se detendrá en una posición que será igual a la suma de las posiciones angulares del sincro generador y del sincro diferencial.

Se puede adaptar el ejemplo del timón de un barco para el sincro diferencial restador. Supóngase que ahora se sigue teniendo un sincro generador unido al eje del timón del barco y se añade un sincro diferencial acoplado al eje de la rueda de mando con la que el timonel gobierna dicho timón desde el puente de mando. El sincro motor mueve un indicador que ahora señala la diferencia entre la posición del timón y de la rueda de mando. Al girar la rueda de mando, el motor que acciona el timón empezará a funcionar y el indicador irá mostrando la diferencia que existe en cada momento entre la posición angular del timón y la posición de la rueda de mando. Esta diferencia se irá reduciendo hasta hacerse nula al finalizar la maniobra, cuando el timón haya alcanzado finalmente la posición que le ordena la rueda de mando.

En los ejemplos anteriores se ha supuesto que el sincro diferencial actúa de generador; es decir, unido a un elemento de gran inercia. También es posible utilizar el sincro diferencial como motor unido a una aguja indicadora o a otro elemento de pequeña masa, lo que exige que esta máquina ahora incorpore un volante de inercia que amortigüe las oscilaciones. En este tipo de funcionamiento los devanados del estator y del rotor del sincro diferencial son alimentados por sendos sincros generadores unidos a equipos de elevada inercia. Ahora es el sincro diferencial el que gira hasta alcanzar una posición angular igual a la diferencia o a la suma –dependiendo de cómo se realicen las conexiones eléctricas– de las posiciones de ambos sincros generadores. En la [Fig. 56](#) se muestra las conexiones de un sincro diferencial motor que actúa de restador.

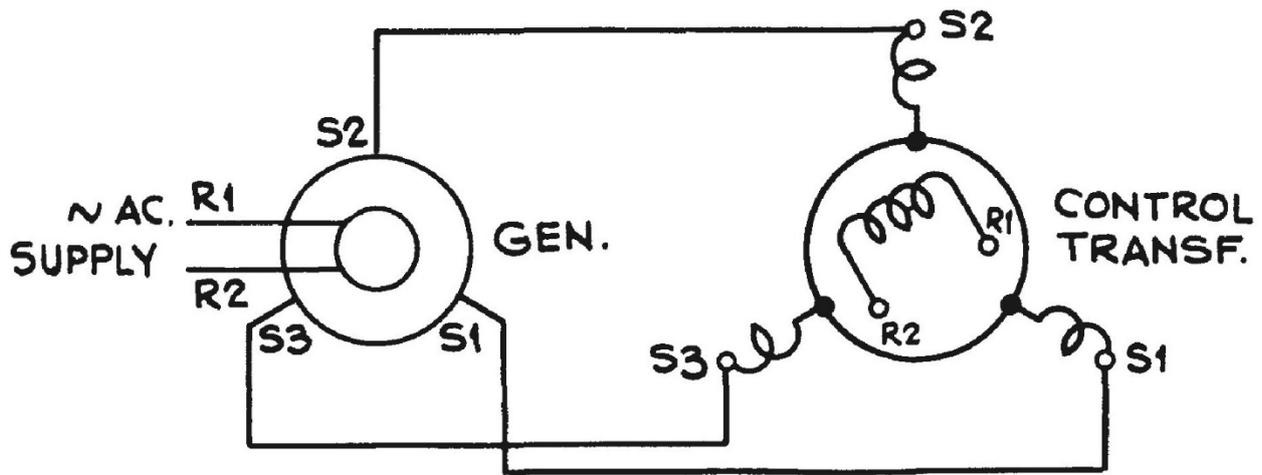


Fuente: U.S. Navy synchros [\[21\]](#).

*Fig. 56:* Conexión eléctrica de un sincro diferencial motor restador.  
(Set to 160° = ajustado a la posición angular de 160°; turns to 40° = gira a la posición angular de 40°).

### Sincro transformador

Un sincro transformador, al igual que otros sincros, tiene un estator trifásico y un rotor monofásico con colector de dos anillos. Esta máquina carece de volante de inercia y su rotor no se conecta a una red monofásica, sino que la f.e.m. inducida en él se envía como señal de entrada a un circuito de control. El estator del sincro transformador se conecta a un sincro generador, como se puede apreciar en la [Fig. 57](#).



Fuente: U.S. Navy synchros [21].

*Fig. 57: Conexión eléctrica de un sincro generador y un sincro transformador.*

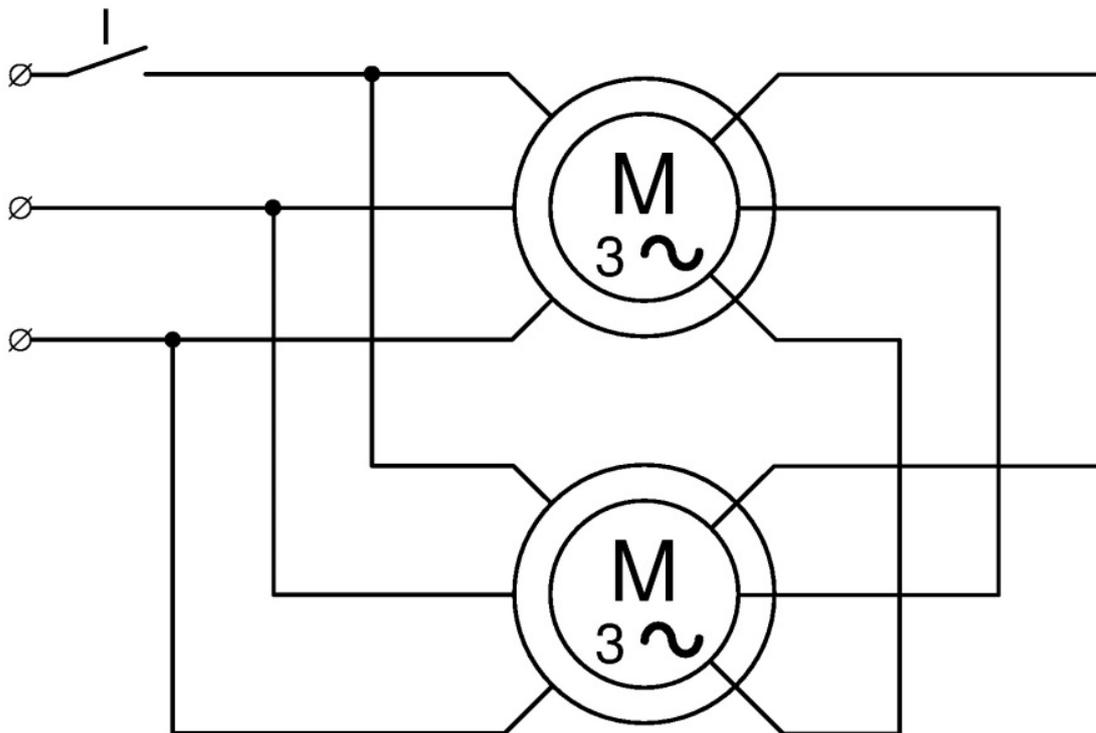
El valor eficaz de la f.e.m. inducida en el rotor del sincro transformador varía sinusoidalmente con la diferencia de las posiciones angulares de los sincros generador y transformador. Será máximo cuando las posiciones angulares de ambas máquinas sean iguales o formen  $180^\circ$  y será nulo cuando dichas posiciones angulares se diferencien en  $\pm 90^\circ$ . Por otra parte, la f.e.m. inducida en el rotor del sincro transformador está en fase con la tensión de la red monofásica que alimenta al rotor del generador cuando la diferencia entre las posiciones angulares de ambos sincros está dentro del rango  $-90^\circ \dots 0^\circ \dots +90^\circ$  y ambas magnitudes están en oposición de fase cuando la diferencia de posiciones angulares está comprendida dentro de los valores  $+90^\circ \dots 180^\circ \dots -90^\circ$ .

Siguiendo con el ejemplo del barco, se puede pensar que ahora el sincro generador se acopla a la rueda de mando y el sincro transformador al eje del timón. La f.e.m. que suministra el sincro transformador indica la diferencia entre las posiciones angulares de ambas máquinas y se puede usar como señal de error en un circuito de control en lazo cerrado que gobierne al motor que acciona al timón.



*Fig. 58: De izquierda a derecha estas son las fotos de unos sincros: 1: generador; 2: diferencial; 3: motor y 4: transformador.*

Eje eléctrico



*Fig. 59: Eje eléctrico.*

*(El interruptor I está habitualmente cerrado y se abre sólo al principio para sincronizar las posiciones angulares iniciales de ambas máquinas).*

Un eje eléctrico emplea dos máquinas asíncronas trifásicas de rotor bobinado idénticas (son dos motores trifásicos de rotor bobinado normales) conectadas eléctricamente como se aprecia en la [Fig. 59](#). Es decir, sus estatores están unidos a la misma red de tensión alterna trifásica y sus rotores están unidos entre sí.

El eje eléctrico se utiliza en aplicaciones de potencia y se usa para transmitir un par desde una máquina a la otra de forma que sus ejes giran a igual velocidad y tienen la misma posición angular. Es decir, se comporta de una forma similar a un eje mecánico cuyos extremos serían los ejes de las dos máquinas que componen el eje eléctrico.

Como se muestra en la [Fig. 59](#), antes de empezar a funcionar se alinean los ejes de ambas máquinas dejando abierto el interruptor I. Así funcionan de una manera parecida a un sistema de sincros generador y motor ([Fig. 51](#)), aunque ahora los rotores son trifásicos y los estatores monofásicos. Después se cierra este interruptor –con lo que el estator ahora es trifásico y el sistema ya puede transmitir potencias más elevadas– y se consigue que el sistema actúe como un eje, pues empieza a circular corriente por los rotores de ambas máquinas si ambas no están en la misma posición. Esto provoca que en cada máquina del eje eléctrico aparezca un par que sólo cesa cuando ambas posiciones angulares vuelven a coincidir (ya que entonces se anula la corriente que circula por los rotores).

Un ejemplo de utilización de un eje eléctrico se da en una grúa puente. La grúa avanza por sendos carriles situados a ambos lados de una nave industrial. Hay que conseguir que las ruedas a ambos lados avancen a igual velocidad para evitar que descarrile. Una rueda de cada lado de la grúa está acoplada, además de a un motor principal, a una de las máquinas de un eje eléctrico. Cuando los motores principales hacen que las ruedas de ambos lados avancen a igual velocidad, el eje eléctrico no actúa. Pero si las ruedas de un lado empiezan a ir más rápido que las del otro empezará a pasar corriente a través de los rotores de las máquinas del eje eléctrico que origina un par de frenado en el lado que se ha acelerado (pues la máquina del eje eléctrico de este lado funciona como generador) y un par motor de la misma magnitud en el lado que iba más lento (pues la máquina del eje eléctrico de este lado funciona como motor) hasta conseguir volver a sincronizar ambos lados de la grúa. El eje eléctrico, por tanto, introduce unos pares adicionales a los de los motores principales que permiten sincronizar el desplazamiento de los dos lados del puente grúa.

Se obtienen unos pares mayores en el eje eléctrico cuando las máquinas que lo constituyen giran en sentido contrario al de giro de su campo magnético.

Además de en los puentes grúas, los ejes eléctricos también se han usado en las grúas de los puertos y en los mecanismos de accionamiento de las compuertas de las presas.

**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] AENOR. 1997. *UNE 60034-2: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 2: Métodos para la determinación de las pérdidas y del rendimiento de las máquinas eléctricas rotativas a partir de los ensayos (excepto las máquinas para vehículos de tracción)*. Madrid: AENOR.
- [2] AENOR. 2003. *UNE-EN 60034-12: Máquinas eléctricas rotativas. Parte 12: Características de arranque de los motores trifásicos de inducción de jaula con una sola velocidad*. Madrid: AENOR.
- [3] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [4] CORTES. 1977. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo 3: Máquinas de corriente alterna asíncronas*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [5] DEPARTAMENTO TÉCNICO DISTESA. 1976 *"Manuales Distesa: Máquinas Ila y Automatismos"*. Madrid: DISTESA.
- [6] FAURE BENITO. 2000. *Máquinas y accionamientos eléctricos*. Madrid: Colegio oficial de ingenieros navales y oceánicos.
- [7] FERNÁNDEZ FLÓREZ, FRAILE MORA y MOLINA MARTÍN URDA. 1977. *Prácticas de Laboratorio I*. Madrid: Sección de Publicaciones de la E.T.S.I.I. de Madrid.
- [8] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [9] FRAILE MORA y GARCÍA GUTIÉRREZ. *Prácticas de Electrotecnia*. Madrid: Servicio de Publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Madrid.
- [10] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.
- [11] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético. Tomo IV. Las máquinas eléctricas II*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.
- [12] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas. Tomo 2*. Moscú: Editorial Mir.
- [13] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas. Tomo II*. Moscú: Editorial Mir.
- [14] LAFOSSE. 1978. *Manual práctico de medidas eléctricas y de ensayos de máquinas*. Bilbao: Urmo.
- [15] LANGSDORF. 1977. *Teoría de las máquinas de corriente alterna* Méjico: McGraw-Hill.
- [16] NEMA. 2001. NEMA Standards Publication MG 10-2001 (R2007): *Energy Management Guide For Selection and Use of Fixed Frequency Medium AC Squirrel-Cage Polyphase Induction Motors*. Rosslyn, Virginia. USA.
- [17] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2015. *Campo magnético en el entrehierro de las máquinas eléctricas*. Web del autor en la Universidad de Cantabria:  
<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Generales>
- [18] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.
- [19] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.
- [20] SUÁREZ CREO, J.M. y MIRANDA BLANCO, B.N. 2006. *Máquinas eléctricas. Funcionamiento en régimen permanente*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, S.L.
- [21] RCA SERVICE COMPANY, INC. 1944. *United States Navy synchros. Description and operation*. New Jersey: K. A. Simons. Disponible en esta web:  
<http://www.eugeneleeslover.com/AMMUNITION/SYNCHROS.html>
- [22] WILDI, T. 2007. *Máquinas eléctricas y sistemas de potencia*. México: Pearson Educación.

**ANEXO:**

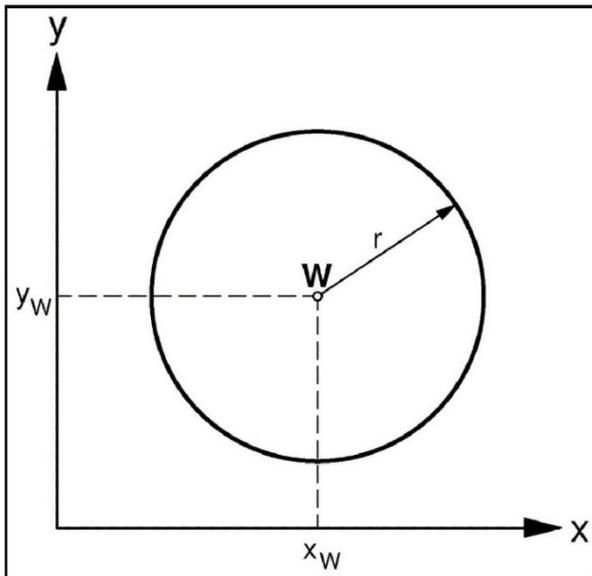
**DIAGRAMA DEL CÍRCULO PARA MÁQUINAS  
ASÍNCRONAS**

**DIAGRAMA DEL  
CÍRCULO PARA  
MÁQUINAS  
ASÍNCRONAS**

**DIAGRAMA DEL CÍRCULO.  
PRESENTACIÓN**

- El **diagrama del círculo** o **diagrama circular** es una construcción geométrica que permite el análisis del comportamiento de una máquina asíncrona, así como, el calcular gráficamente sus magnitudes y su características.
- El diagrama del círculo se basa en el circuito equivalente aproximado de la máquina de inducción cuando tanto el valor eficaz  $V_1$  como la frecuencia  $f_1$  de las tensiones del estator permanecen constantes.

## CUESTIONES PREVIAS (1)



**Ecuación de una circunferencia de radio  $r$  y cuyo centro está en el punto  $(x_w, y_w)$**

$$(x - x_w)^2 + (y - y_w)^2 = r^2$$

$$(x^2 + x_w^2 - 2 x_w x) + (y^2 + y_w^2 - 2 y_w y) = r^2$$

$$\boxed{x^2 + y^2 = (r^2 - x_w^2 - y_w^2) + (2 x_w) x + (2 y_w) y} \quad (1)$$

## CUESTIONES PREVIAS (2)

**Impedancia:**  $\bar{Z} = R + j X \quad (\Omega)$

**Admitancia:**  $\bar{Y} = \frac{1}{\bar{Z}} = G + j B \quad (\Omega^{-1}, \text{ mho o Siemens})$

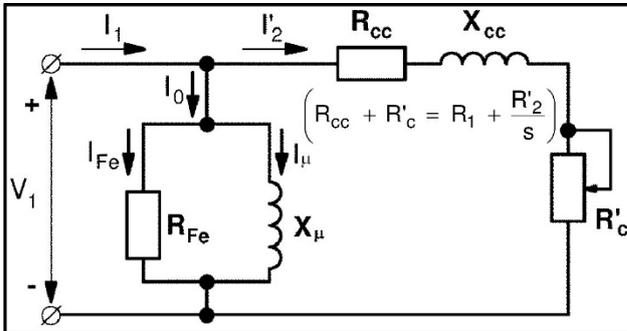
**Conductancia:**  $G = \frac{R}{R^2 + X^2} \quad (\Omega^{-1}, \text{ mho o Siemens})$

**Susceptancia:**  $B = \frac{-X}{R^2 + X^2} \quad (\Omega^{-1}, \text{ mho o Siemens})$

**Ley de Ohm en c.a.:**

$$\bar{V} = \bar{Z} \cdot \bar{I} \quad \bar{I} = \frac{\bar{V}}{\bar{Z}} \quad \boxed{\bar{I} = \bar{V} \cdot \bar{Y}}$$

## CIRCUITO EQUIVALENTE APROXIMADO. ECUACIONES



$$\bar{I}_1 = \bar{I}_0 + \bar{I}'_2$$

$$\bar{I}_0 = \bar{V}_1 \cdot \bar{Y}_0 \quad \bar{I}'_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{Y}_s$$

$$\boxed{\bar{I}_1 = \bar{V}_1 \cdot (\bar{Y}_0 + \bar{Y}_s)}$$

Si  $\bar{V}_1$  es constante,  $\bar{I}_0$  es constante e  $\bar{I}'_2$  es función del deslizamiento  $s$

$$\bar{Y}_0 = \frac{1}{R_{Fe}} + \frac{1}{jX_\mu} = \frac{1}{R_{Fe}} - j \frac{1}{X_\mu}$$

$$\bar{Z}_s = R_s + jX_s = (R_{cc} + R'_c) + jX_{cc}$$

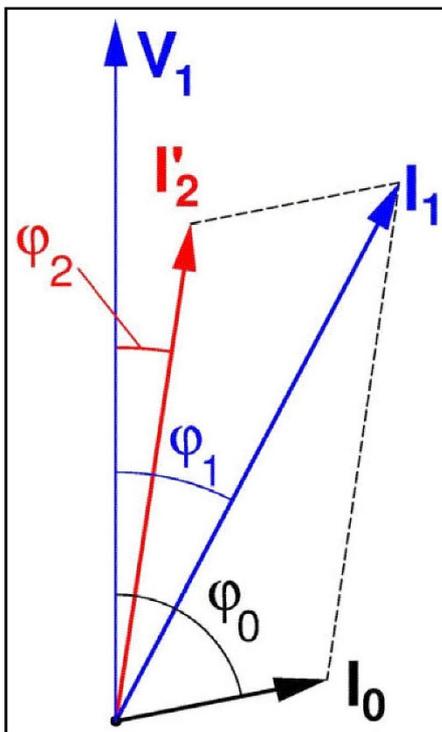
$$\bar{Y}_s = \frac{1}{\bar{Z}_s} = G_s + jB_s$$

$$R_s = R_1 + \frac{R'_2}{s} \quad X_s = X_{cc}$$

$$G_s = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

$$B_s = \frac{-X_s}{R_s^2 + X_s^2}$$

## DIAGRAMA FASORIAL



Elijo tomar al fasor  $\bar{V}_1$  como referencia en dirección vertical:

$$\bar{V}_1 = j V_1$$

$$\bar{I}'_2 = \bar{V}_1 \cdot \bar{Y}_s = (j V_1) \cdot \bar{Y}_s$$

$$\bar{I}'_2 = V_1 \cdot (j \bar{Y}_s)$$

$$j \bar{Y}_s = -B_s + j G_s \quad \left\{ \begin{array}{l} -B_s = \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} \\ G_s = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} \end{array} \right.$$

Luego, a medida que varía el deslizamiento  $s$  el lugar geométrico del fasor  $\bar{I}'_2$  es igual al lugar geométrico del fasor  $j \bar{Y}_s$  a escala  $V_1$ .

## LUGAR GEOMÉTRICO DE LA ADMITANCIA DEL ROTOR

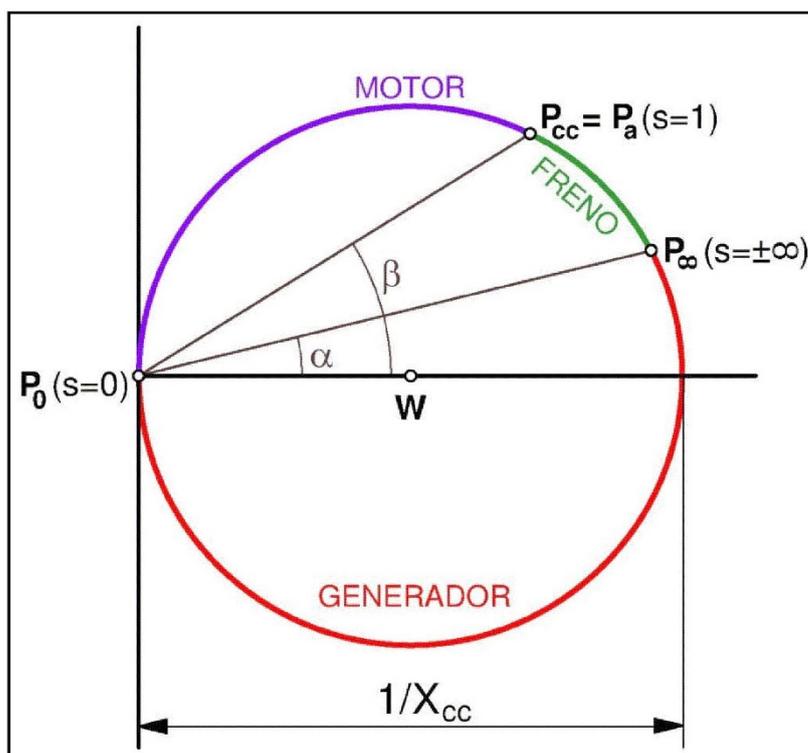
El lugar geométrico de  $j\bar{Y}_s$  es igual al de  $\bar{Y}_s$  si en el eje de abscisas se representa la parte imaginaria de  $\bar{Y}_s$  cambiada de signo y en el eje de ordenadas se representa la parte real de  $\bar{Y}_s$ :

$$\left. \begin{aligned} x &= -B_s = \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} \\ y &= G_s = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} \end{aligned} \right\} \frac{1}{R_s^2 + X_s^2} = \frac{x}{X_s} = \frac{x}{X_{cc}} \quad (X_s = X_{cc})$$

$$x^2 + y^2 = \left( \frac{1}{R_s^2 + X_s^2} \right)^2 (X_s^2 + R_s^2) = \frac{1}{R_s^2 + X_s^2} \rightarrow \boxed{x^2 + y^2 = \left( \frac{1}{X_{cc}} \right) x}$$

Comparando con la ecuación de una circunferencia (1) se aprecia que esta es la ecuación de una circunferencia de radio  $r = \frac{1}{2 X_{cc}}$  y cuyo centro (el punto **W**) tiene estas coordenadas:  $\left( x_W = \frac{1}{2 X_{cc}}, y_W = 0 \right)$

## LUGAR GEOMÉTRICO DE LA ADMITANCIA DEL ROTOR



**MOTOR:**

$$0 \leq n \leq n_1 \\ 1 \geq s \geq 0$$

**GENERADOR:**

$$n_1 < n < \infty \\ 0 > s > -\infty$$

**FRENO A CONTRACORRIENTE:**

$$-\infty < n < 0 \\ \infty > s > 1$$

## LUGAR GEOMÉTRICO DE LA ADMITANCIA DEL ROTOR

$$x = -B_s = \frac{X_s}{R_s^2 + X_s^2} = \frac{X_{cc}}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} = \frac{s^2 \cdot X_{cc}}{(s \cdot R_1 + R'_2)^2 + (s \cdot X_{cc})^2}$$

$$y = G_s = \frac{R_s}{R_s^2 + X_s^2} = \frac{R_1 + \frac{R'_2}{s}}{\left(R_1 + \frac{R'_2}{s}\right)^2 + X_{cc}^2} = \frac{s^2 \cdot R_1 + s \cdot R'_2}{(s \cdot R_1 + R'_2)^2 + (s \cdot X_{cc})^2}$$

**VACÍO IDEAL (Punto  $P_0$ ):**  $n = n_1$ ;  $s = 0$ ;  $x = 0$ ;  $y = 0$

**ARRANQUE (Punto  $P_{cc}$  (=  $P_a$ )):**  $n = 0$ ;  $s = 1$ ;  $x = X_{cc}/Z_{cc}^2$ ;  $y = R_{cc}/Z_{cc}^2$

$$\boxed{\operatorname{tg} \beta = R_{cc}/X_{cc}} \quad (Z_{cc}^2 = (R_1 + R'_2)^2 + X_{cc}^2)$$

**Punto  $P_\infty$ :**  $n = \mp\infty$ ;  $s = \pm\infty$ ;  $R'_2/s = 0$ ;  $x = X_{cc}/(R_1^2 + X_{cc}^2)$ ;  $y = R_1/(R_1^2 + X_{cc}^2)$

$$\boxed{\operatorname{tg} \alpha = R_1/X_{cc}}$$

## LUGAR GEOMÉTRICO DE LA ADMITANCIA DEL ROTOR

**Recta  $P_0$ - $P_{cc}$ :**

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \beta = \left(\frac{X_{cc}}{R_s^2 + X_s^2}\right) \cdot \left(\frac{R_{cc}}{X_{cc}}\right) = \frac{R_{cc}}{Z_s^2} \quad (2)$$

$$(X_s = X_{cc}) \quad (Z_s^2 = R_s^2 + X_s^2)$$

**Recta  $P_0$ - $P_\infty$ :**

$$y = x \cdot \operatorname{tg} \alpha = \left(\frac{X_{cc}}{R_s^2 + X_s^2}\right) \cdot \left(\frac{R_1}{X_{cc}}\right) = \frac{R_1}{Z_s^2} \quad (3)$$



## LUGAR GEOMÉTRICO DE LA CORRIENTE DEL ROTOR. POTENCIAS

### Recta $P_0$ - $P_\infty$ :

Partiendo de la ecuación (3) del lugar geométrico de la admitancia del rotor:

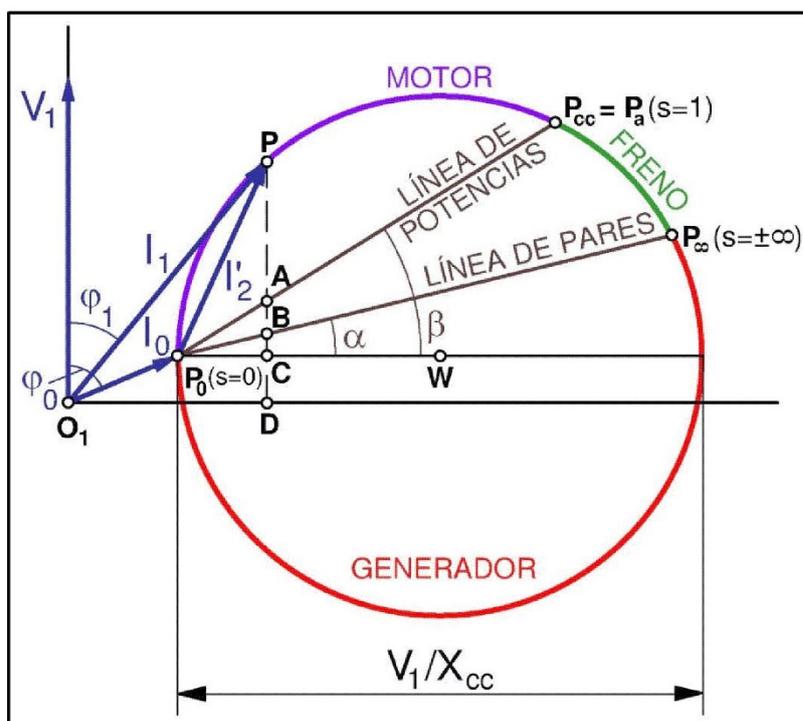
$$y = \frac{m_1 V_1^2 R_1}{Z_s^2} = m_1 (V_1 Y_s)^2 R_1 = m_1 I_2'^2 R_1 = P_{Cu1}$$

Luego, si el motor está funcionando en el punto **P** del lugar geométrico de la corriente del rotor y se usa la escala de potencias (multiplicando por  $m_1 V_1$  a las corrientes o por  $m_1 (V_1)^2$  a las admitancias), la distancia **B-C** es igual a las pérdidas en el cobre  $P_{Cu1}$  del estator.

$$P_{Cu} = P_{Cu1} + P_{Cu2} \Rightarrow P_{Cu2} = m_1 I_2'^2 R_2' = P_{Cu} - P_{Cu1}$$

Por lo tanto, la distancia **A-B** representa a las pérdidas en el cobre  $P_{Cu2}$  del rotor.

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO



- Este es el lugar geométrico del fasor de corriente del estator  $\bar{I}_1$ ; el cual forma el ángulo  $\varphi_1$  con el eje vertical (cuya dirección es la del fasor  $\bar{V}_1$  de tensión del estator).
- Se obtiene sumando vectorialmente el fasor (constante) de corriente de vacío  $\bar{I}_0$  al lugar geométrico del fasor  $\bar{I}'_2$  de corriente del rotor.

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. POTENCIAS

### Potencia absorbida por el estator $P_1$

Es evidente que multiplicando por  $m_1 V_1$  la escala de corrientes del diagrama del círculo, las proyecciones vertical y horizontal del punto **P** (que corresponde a un estado de funcionamiento de la máquina) se obtienen, respectivamente, las potencias activa  $P_1$  y reactiva  $Q_1$ , absorbidas por el estator de la máquina en dicho estado:

$$\begin{array}{l} \text{Distancia } \mathbf{P-D}: P_1 = m_1 V_1 I_1 \cos \varphi_1 \\ \text{Distancia } \mathbf{O_1-D}: Q_1 = m_1 V_1 I_1 \sin \varphi_1 \end{array}$$

### Pérdidas en el hierro $P_{Fe}$ :

Se aprecia que utilizando la escala de potencias sucede que:

$$\boxed{\text{Distancia } \mathbf{C-D}: P_{Fe}} = m_1 V_1 I_0 \cos \varphi_0 = m_1 V_1 I_{Fe} = \text{Constante}$$

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. POTENCIAS

### Pérdidas en el cobre $P_{Cu1}$ y $P_{Cu2}$

Ya se ha visto anteriormente que usando la escala de potencias:

$$\begin{array}{l} \text{Distancia } \mathbf{B-C}: P_{Cu1} = m_1 R_1 I_2^2 \\ \text{Distancia } \mathbf{A-B}: P_{Cu2} = m_1 R'_2 I_2^2 \end{array}$$

### Potencia mecánica interna $P_{mi}$ :

$$P_{mi} = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} - P_{Cu2}$$

$$\boxed{\text{Distancia } \mathbf{P-A}: P_{mi} \approx P_u}$$

Usando la escala de potencias sucede que la distancia vertical desde un punto de funcionamiento **P** de la máquina a la recta  $\mathbf{P_0-P_{cc}}$  es igual a la potencia interna  $P_{mi}$  para este funcionamiento. Por esta razón, a la recta  $\mathbf{P_0-P_{cc}}$  se le denomina la **recta de potencias**.

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. PAR

### Potencia en el entrehierro $P_a$ y par $M$

$$P_a = P_1 - P_{Cu1} - P_{Fe} = P_{mi} + P_{Cu2}$$

$$\boxed{\text{Distancia P-B: } P_a}$$

Sabemos que si la frecuencia  $f_1$  es constante también lo es la velocidad de sincronismo,  $\Omega_1$  (rad/s) o  $n_1$  (r.p.m.) ( $n_1 = 60 f_1/p$ ), por lo que el par  $M$  y la potencia en el entrehierro  $P_a$  son proporcionales:

$$M = \frac{P_a}{\Omega_1} = \frac{P_a}{\frac{2\pi}{60} n_1}$$

Luego, si se usa una nueva escala, la escala de pares, consistente en dividir la escala de potencias por la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$ , la distancia vertical desde un punto de funcionamiento  $P$  de la máquina a la recta  $P_0$ - $P_\infty$  es igual al par  $M$  de la máquina en este funcionamiento. Por este motivo, a la recta  $P_0$ - $P_\infty$  se le denomina la **recta de pares**.

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. DESLIZAMIENTO Y RENDIMIENTO

### Deslizamiento $s$

$$P_{Cu2} = s \cdot P_a \Rightarrow s = \frac{P_{Cu2}}{P_a}$$

$$\boxed{s = \frac{\text{Distancia A-B}}{\text{Distancia P-B}}}$$

### Rendimiento $\eta$

Si se desprecian las pérdidas mecánicas  $P_m$  el rendimiento  $\eta$  se puede obtener así:

$$\eta = \frac{P_{mi}}{P_1} \Rightarrow \boxed{\eta = \frac{\text{Distancia P-A}}{\text{Distancia P-D}}}$$

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. ESCALAS GRÁFICAS

### Escala de intensidades

Es la escala de partida:  $1 \text{ A} = l_A \text{ mm} \Rightarrow 1 \text{ mm} = \frac{1}{l_A} \text{ A}$

### Escala de admitancias

Se divide la escala de intensidades por  $V_1$ :  $1 \text{ mm} = \frac{1}{V_1 \cdot l_A} \Omega^{-1}$

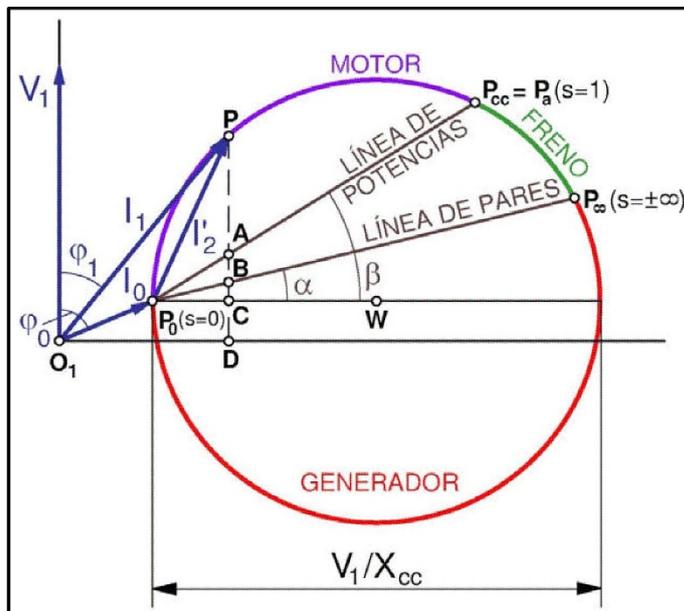
### Escala de potencias

Se multiplica la escala de intensidades por  $m_1 V_1$ :  $1 \text{ mm} = \frac{m_1 V_1}{l_A} \text{ W}$

### Escala de pares

Se divide la escala de potencias por  $\Omega_1$ :  $1 \text{ mm} = \frac{m_1 V_1}{\Omega_1 \cdot l_A} = \frac{m_1 V_1}{\left(\frac{2\pi}{60} n_1\right) \cdot l_A} \text{ Nm}$

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. RESUMEN



### Escala de potencias:

$$P_1 = \overline{PD}$$

$$P_{mi} \approx P_u = \overline{PA}$$

$$P_{Cu2} = \overline{AB}$$

$$P_{Cu1} = \overline{BC}$$

$$P_{Fe} = \overline{CD}$$

$$P_a = \overline{PB}$$

### Escala de pares:

$$M = \overline{PB}$$

### Escala de intensidades:

$$I_1 = \overline{PO_1}$$

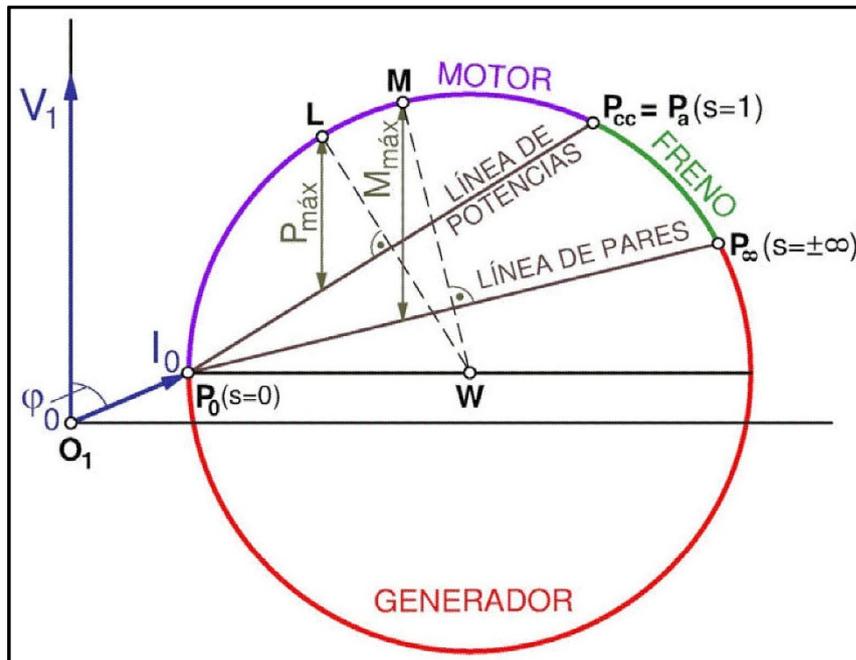
$$I_2 = \overline{PP_0}$$

$$I_0 = \overline{P_0O_1}$$

### Magnitudes adimensionales:

$$s = \frac{\overline{AB}}{\overline{PB}} \quad \eta = \frac{\overline{PA}}{\overline{PD}}$$

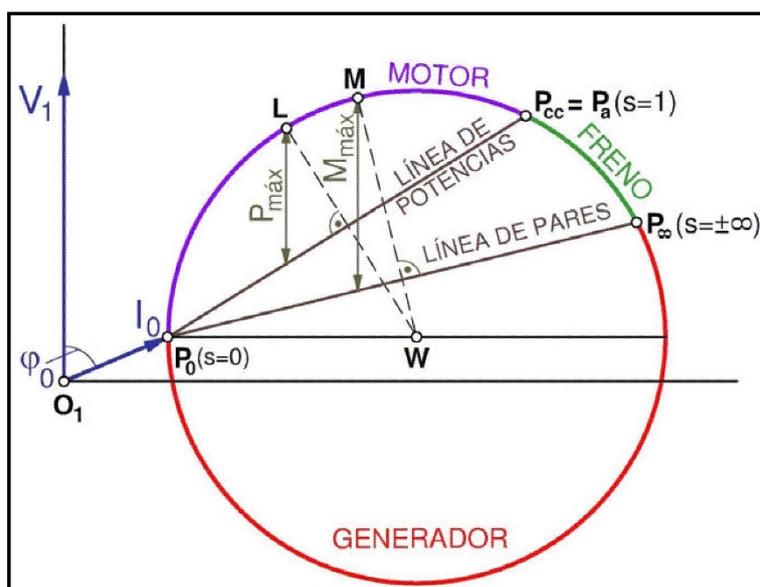
## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. POTENCIA Y PAR MÁXIMOS



Mediante la construcción geométrica de la figura se determinan los valores del **par máximo  $M_{\text{máx}}$**  y de **potencia útil máxima  $P_{\text{máx}}$**  (que, si se deprecian las pérdidas mecánicas  $P_m$  es igual a la potencia interna máxima).

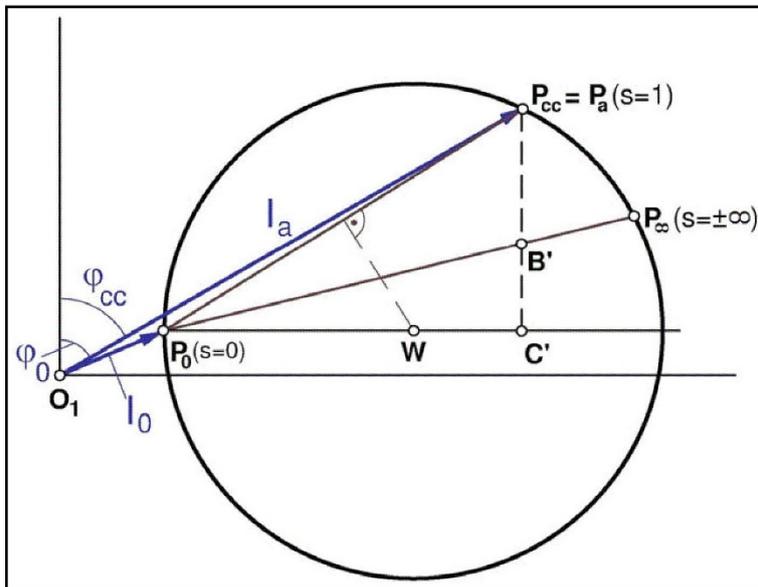
**M:** Punto de par máximo; **L:** Punto de potencia máxima

## DIAGRAMA DEL CÍRCULO. POTENCIA Y PAR MÁXIMOS



- El punto **M** de **par máximo** es el punto de corte con la circunferencia de la recta perpendicular a la línea de pares **P-P<sub>∞</sub>** trazada desde el centro **W** de la circunferencia.
- El punto **L** de **potencia máxima** es el punto de corte con la circunferencia de la recta perpendicular a la línea de potencias **P-P<sub>cc</sub>** trazada desde el centro **W** de la circunferencia

## OBTENCIÓN DEL DIAGRAMA DEL CÍRCULO A PARTIR DE LOS ENSAYOS



1. De los ensayos de vacío y de cortocircuito se obtienen  $I_0$ ,  $\varphi_0$ ,  $I_a$  y  $\varphi_{cc}$ . Esto permite ubicar los puntos  $P_0$  y  $P_{cc}$  ( $= P_a$ ) usando la escala de intensidades.

2. Se dibujan la horizontal que pasa por  $P_0$  y la recta  $P_0-P_{cc}$ . La mediatriz de  $P_0-P_{cc}$  corta a la horizontal en el centro  $W$  de la circunferencia.

4. El punto  $P_\infty$  se obtiene teniendo en cuenta que:

$$\frac{\text{Distancia } P_{cc}-B'}{\text{Distancia } B'-C'} = \frac{R'_2}{R_1}$$

3. Se dibuja la circunferencia de centro en  $W$  y que pase por los puntos  $P_0$  y  $P_{cc}$ .

## OBTENCIÓN DEL DIAGRAMA DEL CÍRCULO A PARTIR DE LOS ENSAYOS

- Los valores de  $I_0$  y de  $\varphi_0$  se obtienen del **ensayo de vacío** como se explicó al tratar de este ensayo.
- En el **ensayo de cortocircuito** se trabaja con una tensión del estator reducida  $V_{1cc}$  que da lugar a que circule la corriente asignada  $I_{1N}$  cuando el rotor está parado.

El ángulo  $\varphi_{cc}$  se obtiene como se explicó al tratar de este ensayo.

La corriente de arranque  $I_a$  que se necesita para obtener el punto  $P_{cc}$  ( $= P_a$ ) del diagrama de círculo con la tensión  $V_1$  del estator se obtiene mediante la siguiente relación:

$$I_a = \frac{V_1}{V_{1cc}} I_{1N}$$