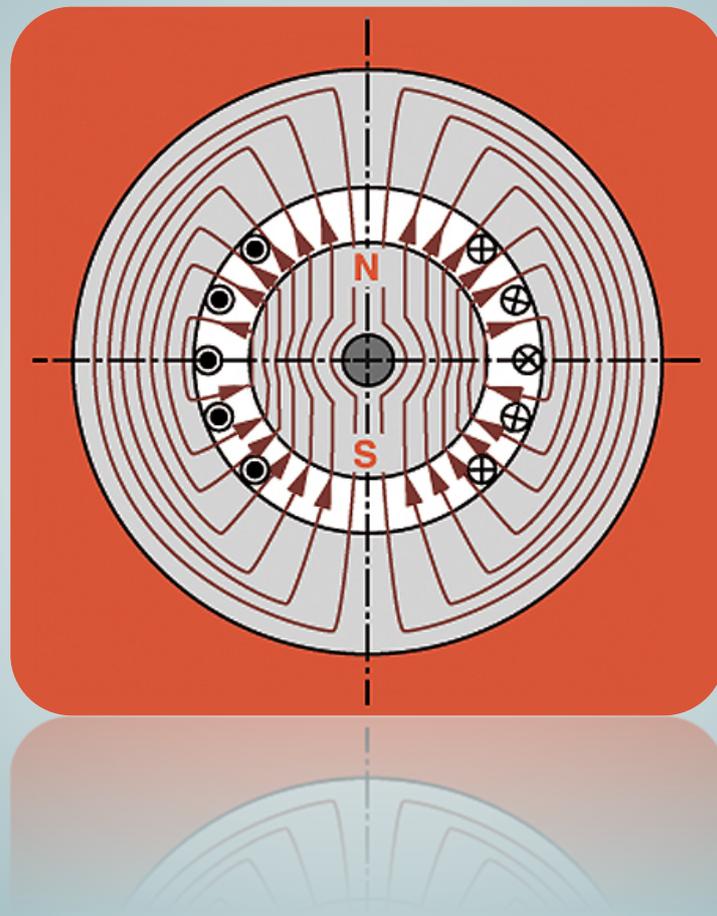


Máquinas Eléctricas I - G862

Tema 2. Transformadores Monofásicos. Problemas resueltos



Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

PRESENTACIÓN

Esta colección de problemas resueltos está estructurada de forma que ayude al alumno a resolver por sí mismo los problemas propuestos. Por esta causa este texto comienza con los enunciados de todos los problemas, seguidos de sus resultados, y finaliza con la resolución de cada problema según el siguiente esquema:

- 1) Se da el enunciado del problema.
- 2) Se muestran los resultados del problema.
- 3) Se proporcionan unas sugerencias para la resolución del problema.
- 4) Se expone la resolución detallada del problema.

Se sugiere al alumno que sólo lea el enunciado del problema y que trate de resolverlo por su cuenta. Si lo necesita, puede utilizar las sugerencias que se incluyen en cada problema.

El alumno sólo debería leer la resolución detallada de cada problema después de haber intentado resolverlo por sí mismo.

TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS**T.1 PARÁMETROS Y ENSAYOS**

T.1.1 Los ensayos de un transformador monofásico de 10 kVA, 230/2300 V han dado los siguientes resultados:

<u>Vacío (medidas en el lado de B.T.):</u>	230 V	0,45 A	70 W
<u>Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):</u>	120 V	4,5 A	240 W

- Calcular los parámetros del circuito equivalente.
- Calcular las tensiones relativas ε_{Rcc} , ε_{Xcc} y ε_{cc} .

T.1.2 Un transformador monofásico de 1 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

<u>Vacío (medidas en el lado de B.T.):</u>	1000 V	30 A	10 kW
<u>Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):</u>	540 V	90 A	12 kW

Calcular los parámetros R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} , X_{cc} , ε_{cc} , ε_{Rcc} y ε_{Xcc} del transformador.

T.1.3 Se ha ensayado un transformador monofásico de 500 kVA, 15000/3000 V y 50 Hz, obteniéndose los siguientes resultados:

<u>Vacío:</u>	15000 V	1,67 A	4000 W
<u>Cortocircuito:</u>	126 V	140 A	7056 W

- Obtener los parámetros del circuito equivalente del transformador reducido al primario.
- Determinar las caídas relativas de tensión ε_{cc} , ε_{Rcc} y ε_{Xcc} .

T.2 RENDIMIENTOS, CORTOCIRCUITOS Y CAÍDAS DE TENSIÓN

T.2.1 En el transformador del problema T.1.2 calcular lo siguiente:

- Tensión con que hay que alimentar este transformador por el primario para que proporcione la tensión asignada en el secundario cuando suministra 800 kVA con factor de potencia 0,8 inductivo.
- Potencia aparente de máximo rendimiento y el mayor de los rendimientos máximos.
- Intensidad permanente de cortocircuito en el primario y en el secundario.

Transformadores monofásicos

- T.2.2** En el transformador del problema T.1.3 calcular lo siguiente:
- El rendimiento cuando alimenta una carga de 360 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.
 - El rendimiento máximo cuando funciona con un factor de potencia 0,9 inductivo.
 - La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 inductivo.
 - La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 capacitivo.

- T.2.3** Un ingeniero quiere analizar una instalación que está alimentada por un viejo transformador monofásico del que carece de información y cuya placa de características está casi ilegible, de modo que sólo ha podido averiguar que la relación de transformación es 10000/1000 V, que la potencia asignada vale 400 kVA y la frecuencia asignada es 50 Hz.

De los datos de funcionamiento de la instalación sabe que cuando el transformador está en vacío a la tensión asignada circula una corriente de 0,6 A por el primario y consume 1000 W. También obtiene que cuando el transformador está a media carga, con factor de potencia unidad y con la tensión asignada en el primario, la tensión secundaria es 991,9 V y a plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo, la tensión en el secundario vale 955,5 V.

Calcular:

- Parámetros R_{Fe} , X_{μ} , ε_{Rcc} , ε_{Xcc} y ε_{cc} .
 - Las medidas que se hubieran obtenido de haber realizado el ensayo de cortocircuito a la intensidad asignada y alimentando el transformador por el primario.
 - La intensidad de cortocircuito en régimen permanente en el primario.
- T.2.4** De un transformador monofásico de 0,5 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz se sabe que cuando su primario está a la tensión asignada V_{1N} y se produce un cortocircuito en el secundario por el primario circula una corriente de régimen permanente 625 A y el factor de potencia vale entonces 0,313. También se sabe que el máximo rendimiento de este transformador se produce cuando el índice de carga es 0,8 y que cuando está en vacío la corriente en el primario vale 2 A. Calcular los parámetros ε_{cc} , ε_{Rcc} , ε_{Xcc} , P_{cc} , P_0 , R_{Fe} y X_{μ} de este transformador.

- T.2.5** Se ha realizado el ensayo de cortocircuito de un transformador monofásico de 2500 kVA, 50000/10000 V y 50 Hz obteniéndose los siguientes resultados:

720 V	225 A	40500 W
-------	-------	---------

Se sabe que este transformador tiene una corriente de vacío igual al 2% de la asignada y que su rendimiento con la carga asignada y factor de potencia unidad es de 97,5%. Calcular los parámetros ε_{cc} , ε_{Rcc} , ε_{Xcc} , P_0 , R_{Fe} y X_{μ} de este transformador.

RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE TRANSFORMADORES MONOFÁSICOS

T.1 PARÁMETROS Y ENSAYOS

Problema T.1.1:

- a) $R_{Fe} = 757 \Omega$; $X_{\mu} = 693 \Omega$; $R_{cc} = 0,119 \Omega$; $X_{cc} = 0,239 \Omega$
b) $\varepsilon_{Rcc} = 2,24\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4,52\%$; $\varepsilon_{cc} = 5,04\%$

Problema T.1.2:

- $R_{Fe} = 10000 \Omega$; $X_{\mu} = 3534 \Omega$; $R_{cc} = 1,48 \Omega$; $X_{cc} = 5,81 \Omega$;
 $\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1,48\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5,81\%$

Problema T.1.3:

- a) $R_{Fe} = 56,3 \text{ k}\Omega$; $X_{\mu} = 9,1 \text{ k}\Omega$; $R_{cc} = 9 \Omega$; $X_{cc} = 20,6 \Omega$
b) $\varepsilon_{cc} = 5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 4,58\%$

T.2 RENDIMIENTOS, CORTOCIRCUITOS Y CAÍDAS DE TENSIÓN

Problema T.2.1:

- a) $V_1 = 10374 \text{ V}$
b) $S_{\eta\text{Máx}} = 822 \text{ kVA}$; $\eta_{\text{Máx}} = 97,6\%$
c) $I_{1\text{falta}} = 1666,7 \text{ A}$; $I_{2\text{falta}} = 16667 \text{ A}$; $I_{1\text{ch}} = 3415,8 \text{ A}$

Problema T.2.2:

- a) $\eta = 96,75\%$
b) $\eta_{\text{Máx}} = 97,27\%$
c) $V_2 = 2922 \text{ V}$
d) $V_2 = 3021 \text{ V}$

Problema T.2.3:

- a) $R_{Fe} = 100000 \Omega$; $X_{\mu} = 16890 \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1,62\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5,26\%$; $\varepsilon_{cc} = 5,50\%$
b) $V_{1cc} = 550 \text{ V}$; $I_{1N} = 40 \text{ A}$; $P_{cc} = 6480 \text{ W}$
c) $I_{1\text{falta}} = 727,3 \text{ A}$; $I_{1\text{ch}} = 1818 \text{ A}$

Problema T.2.4:

- $\varepsilon_{cc} = 8,0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2,5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7,6\%$; $P_{cc} = 12500 \text{ W}$;
 $P_0 = 8000 \text{ W}$; $R_{Fe} = 12500 \Omega$; $X_{\mu} = 5464 \Omega$

Transformadores monofásicos

Problema T.2.5:

$$\varepsilon_{cc} = 8,0\%; \quad \varepsilon_{Xcc} = 2,0\%; \quad \varepsilon_{Rcc} = 7,75\%;$$

$$P_0 = 14103 \text{ W}; \quad R_{Fe} = 177305 \ \Omega; \quad X_{\mu} = 52138 \ \Omega$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

PROBLEMA T.1.1**ENUNCIADO**

Los ensayos de un transformador monofásico de 10 kVA, 230/2300 V han dado los siguientes resultados:

<u>Vacío (medidas en el lado de B.T.):</u>	230 V	0,45 A	70 W
<u>Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):</u>	120 V	4,5 A	240 W

- Calcular los parámetros del circuito equivalente.
- Calcular las tensiones relativas $\varepsilon_{R_{cc}}$, $\varepsilon_{X_{cc}}$ y ε_{cc} .

RESULTADOS

- $R_{Fe} = 757 \Omega$; $X_{\mu} = 693 \Omega$; $R_{cc} = 0,119 \Omega$; $X_{cc} = 0,239 \Omega$
- $\varepsilon_{R_{cc}} = 2,24\%$; $\varepsilon_{X_{cc}} = 4,52\%$; $\varepsilon_{cc} = 5,04\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} y X_{cc} . Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.
- * En este transformador el primario tiene una tensión asignada inferior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el secundario y el de Baja Tensión (B.T.) es el primario.
- * Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.
- * Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

- * Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.
- * Hay varios procedimientos para calcular ϵ_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1cc} , la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión V_{1corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.
- * Hay varios procedimientos para calcular ϵ_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc} , la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.
- * Hay varios procedimientos para calcular ϵ_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente. El más sencillo consiste en obtenerlo a partir de los parámetros ϵ_{cc} y ϵ_{RCC} aplicando el Teorema de Pitágoras.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.1.1

Datos:

$S_N = 10 \text{ kVA}$	$m = 230/2300 \text{ V}$		
Ensayo de vacío (medidas en el lado de B.T.):	230 V	0,45 A	70 W
Ensayo de cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	120 V	4,5 A	240 W

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 230 \text{ V}$$

$$V_{2N} = 2300 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{10000 \text{ VA}}{230 \text{ V}} = 43,5 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{10000 \text{ VA}}{2300 \text{ V}} = 4,35 \text{ A}$$

a) El circuito equivalente aproximado de un transformador es así:

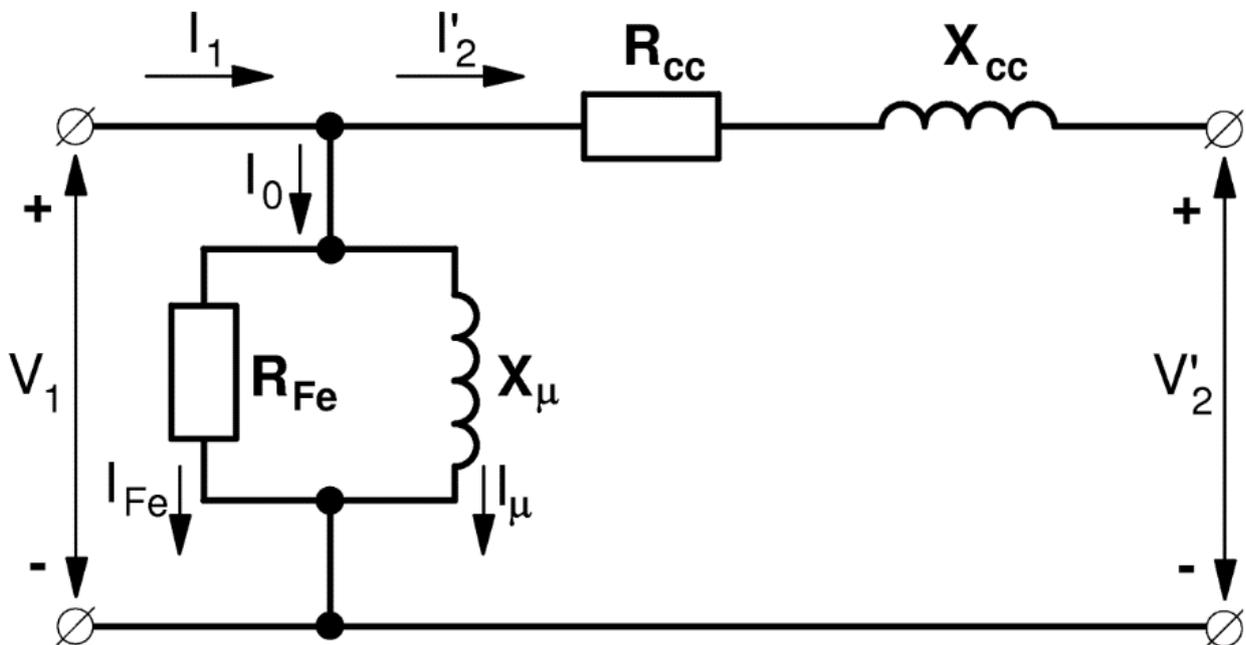


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Por lo tanto, los parámetros que se necesitan calcular para definir este circuito equivalente son R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} y X_{cc} . Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Ensayo de vacío:

El enunciado indica que el ensayo de vacío se ha realizado en el lado de Baja Tensión (B.T.) que en este caso es el primario (porque en este transformador el primario tiene una tensión asignada o nominal inferior a la del secundario). Por lo tanto, durante este ensayo el transformador se ha alimentado por el primario (donde se han realizado las medidas) y se ha dejado el secundario en circuito abierto. En estas circunstancias, el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 2b.

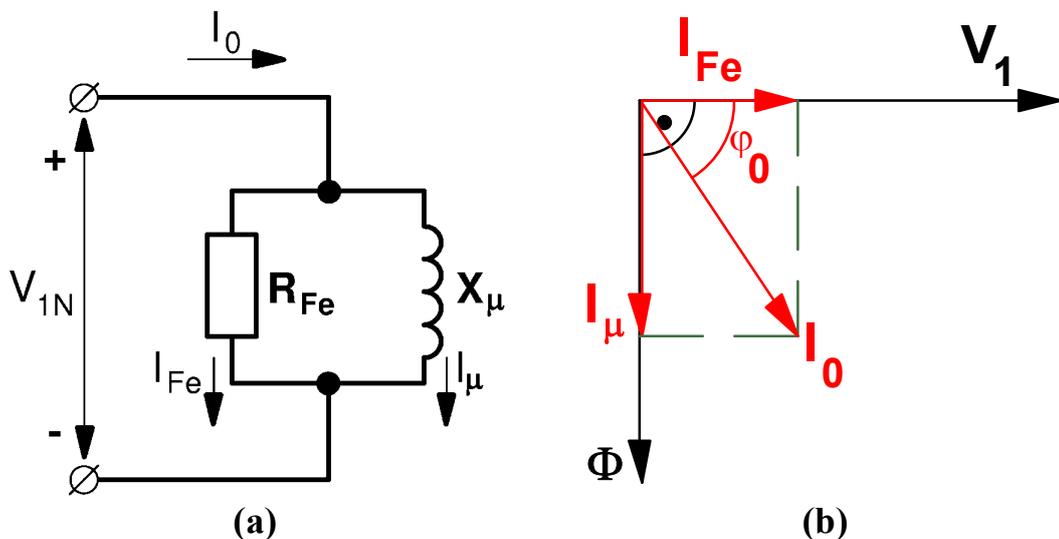


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Si el ensayo se ha realizado por el primario los datos que suministra el enunciado son:

$$V_{1N} = 230 \text{ V}$$

$$I_0 = 0,45 \text{ A}$$

$$P_0 = 70 \text{ W}$$

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. En la primera se empieza por calcular el ángulo de desfase φ_0 a partir de la potencia activa:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 \rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1N} \cdot I_0} \quad (1)$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{70}{230 \cdot 0,45} = 0,676 \rightarrow \varphi_0 = 47,44^\circ \rightarrow \text{sen } \varphi_0 = 0,737$$

De la Fig. 2b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos \varphi_0 = 0,45 \cdot 0,676 = 0,304 \text{ A} \quad (2)$$

$$I_{\mu} = I_0 \cdot \text{sen } \varphi_0 = 0,45 \cdot 0,737 = 0,332 \text{ A} \quad (3)$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{230}{0,304} = 757 \text{ Ohms} \quad (4)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{230}{0,332} = 693 \text{ Ohms} \quad (5)$$

En la otra forma de obtener los parámetros se empieza por calcular la corriente I_{Fe} :

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{70}{230} = 0,304A \quad (6)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_{μ} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{0,45^2 - 0,304^2} = 0,332 \text{ A} \quad (7)$$

Una vez calculadas las corrientes I_{Fe} e I_{μ} , el cálculo de R_{Fe} y de X_{μ} se realiza de igual manera que en el procedimiento anterior utilizando las expresiones (4) y (5).

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado en el lado de Alta Tensión (A.T.) que en este caso es el secundario (porque en este transformador el secundario tiene una tensión asignada superior a la del primario). Por otra parte, se comprueba que en este ensayo la corriente que circula por el secundario (4,5 A) es diferente de la asignada (4,35 A). Esto significa que los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{2 \text{ corto}} = 120 \text{ V} \quad I_{2 \text{ corto}} = 4,5 \text{ A} \quad P_{\text{corto}} = 240 \text{ W}$$

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1 \text{ corto}}}{V_{2 \text{ corto}}} = \frac{I_{2 \text{ corto}}}{I_{1 \text{ corto}}} \rightarrow \begin{cases} V_{1 \text{ corto}} = m \cdot V_{2 \text{ corto}} \\ I_{1 \text{ corto}} = \frac{I_{2 \text{ corto}}}{m} \end{cases} \quad (8)$$

$$V_{1 \text{ corto}} = \frac{230}{2300} 120 = 12 \text{ V} \quad I_{1 \text{ corto}} = \frac{4,5}{\frac{230}{2300}} = 45 \text{ A}$$

$$P_{\text{corto}} = 240 \text{ W}$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\text{ corto}} \frac{I_{1N}}{I_{1\text{ corto}}} = 12 \cdot \frac{43,5}{45} = 11,6 \text{ V} \quad (9)$$

$$P_{cc} = P_{\text{corto}} \left(\frac{I_{1N}}{I_{1\text{ corto}}} \right)^2 = 240 \cdot \left(\frac{43,5}{45} \right)^2 = 224,3 \text{ W} \quad (10)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado midiendo por el primario haciendo funcionar el transformador con la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 11,6 \text{ V} \quad I_{1N} = 4,35 \text{ A} \quad P_{cc} = 224,3 \text{ W}$$

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

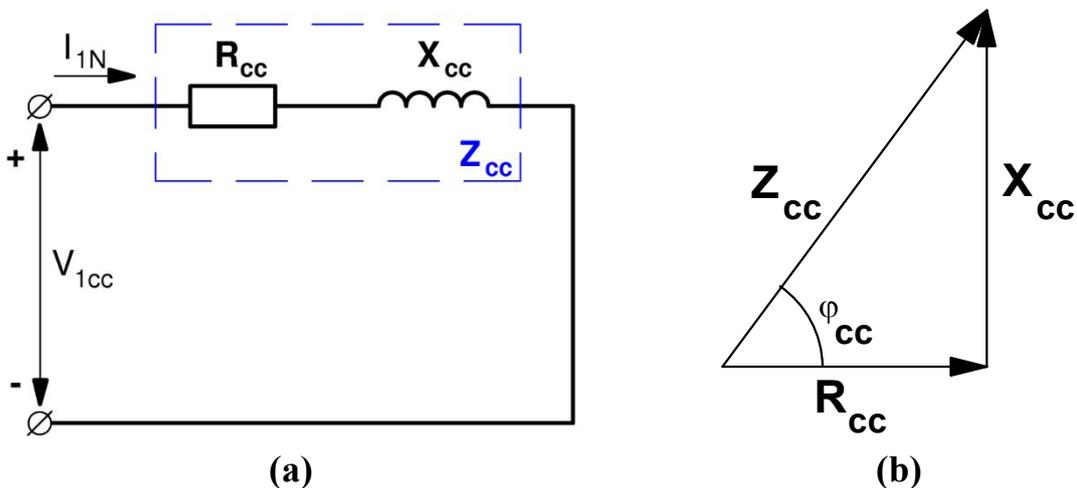


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

En las Figs. 3a y 3b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\bar{Z}_{cc} = R_{cc} + j X_{cc} = Z_{cc} \left| \varphi_{cc} \right. \quad (11)$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito. En la primera se empieza por calcular el ángulo de desfase φ_{cc} a partir de la potencia activa consumida durante el ensayo:

$$P_{cc} = V_{1cc} \cdot I_{1N} \cdot \cos \varphi_{cc} \rightarrow \cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{1cc} \cdot I_{1N}} \quad (12)$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{224,3}{11,6 \cdot 43,5} = 0,445 \rightarrow \varphi_{cc} = 63,61^\circ \rightarrow \sin \varphi_{cc} = 0,896$$

En el circuito equivalente de la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{11,6}{43,5} = 0,267 \Omega \quad (13)$$

Del triángulo de impedancias de la Fig. 3b se deduce que:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 0,267 \cdot 0,445 = 0,119 \Omega \quad (14)$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 0,267 \cdot 0,896 = 0,239 \Omega \quad (15)$$

En la otra forma de obtener los parámetros se empieza por calcular la impedancia Z_{cc} del mismo modo que en el método anterior, mediante la relación (13). A continuación se calcula la resistencia R_{cc} a partir de la potencia activa consumida en el ensayo:

$$P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{1N}^2 \rightarrow R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{1N}^2} = \frac{224,3}{43,5^2} = 0,119 \Omega \quad (16)$$

De la Fig. 3b se deduce que la reactancia X_{cc} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{0,267^2 - 0,119^2} = 0,239 \Omega \quad (17)$$

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 757 \Omega$, $X_{\mu} = 693 \Omega$, $R_{cc} = 0,119 \Omega$ y $X_{cc} = 0,239 \Omega$.

b) Hay varios métodos para calcular los parámetros de tensión relativa.

ε_{cc} se puede calcular mediante cualquiera de estas dos expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{11,6}{230} \cdot 100 = 5,04\% \quad (18a)$$

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0,267 \cdot 43,5}{230} \cdot 100 = 5,04\% \quad (18b)$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Nótese que en la expresión (18a) la tensión que hay que utilizar en el numerador es la tensión del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada o nominal V_{1cc} , no la tensión V_{1corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

El parámetro ε_{Rcc} se puede calcular mediante cualquiera de estas dos expresiones:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0,119 \cdot 43,5}{230} \cdot 100 = 2,24\% \quad (19a)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{224,3}{10000} \cdot 100 = 2,24\% \quad (19b)$$

Nótese que en la expresión (19b) la potencia activa que hay que utilizar en el numerador es la potencia del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada P_{cc} , no la potencia P_{corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

Otra forma de calcular el parámetro ε_{Rcc} se obtiene a partir de este triángulo de tensiones relativas deducido a partir del triángulo de impedancias de la Fig. 3b:

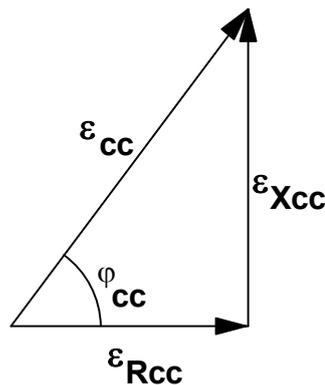


Fig. 4: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 5,04 \cdot 0,445 = 2,24\% \quad (19c)$$

ε_{Xcc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{0,239 \cdot 43,5}{230} \cdot 100 = 4,52\% \quad (20a)$$

Otras formas de calcular el parámetro ε_{Xcc} se deducen del triángulo de tensiones relativas de la Fig. 4:

$$\varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sen \varphi_{cc} = 5,04 \cdot 0,896 = 4,52\% \quad (20b)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{5,04^2 - 2,24^2} = 4,52\% \quad (20c)$$

Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 5,04\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 2,24\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 4,52\%$.

Transformadores**T.1: Parámetros y ensayos****PROBLEMA T.1.2****ENUNCIADO**

Un transformador monofásico de 1 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz ha dado los siguientes resultados en unos ensayos:

<u>Vacío (medidas en el lado de B.T.):</u>	1000 V	30 A	10 kW
<u>Cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):</u>	540 V	90 A	12 kW

Calcular los parámetros R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} , X_{cc} , ε_{cc} , ε_{Rcc} y ε_{Xcc} del transformador.

RESULTADOS

$R_{Fe} = 10000 \Omega$; $X_{\mu} = 3534 \Omega$; $R_{cc} = 1,48 \Omega$; $X_{cc} = 5,81 \Omega$;
 $\varepsilon_{cc} = 6\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 1,48\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5,81\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} y X_{cc} . Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.
- * En este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario. Por lo tanto, el lado de Alta Tensión (A.T.) es el primario y el de Baja Tensión (B.T.) es el secundario.
- * Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.
- * Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

- * Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.
- * Hay varios procedimientos para calcular ϵ_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1cc} , la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión V_{1corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.
- * Hay varios procedimientos para calcular ϵ_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc} , la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

Hay varios procedimientos para calcular ϵ_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente. El más sencillo consiste en obtenerlo a partir de los parámetros ϵ_{cc} y ϵ_{RCC} aplicando el Teorema de Pitágoras.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.1.2

Datos:

$S_N = 1 \text{ MVA}$	$m = 10000/1000 \text{ V}$		
Ensayo de vacío (medidas en el lado de B.T.):	1000 V	30 A	10 kW
Ensayo de cortocircuito (medidas en el lado de A.T.):	540 V	90 A	12 kW

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V}$$

$$V_{2N} = 1000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 1000 \text{ A}$$

El circuito equivalente aproximado de un transformador es así:

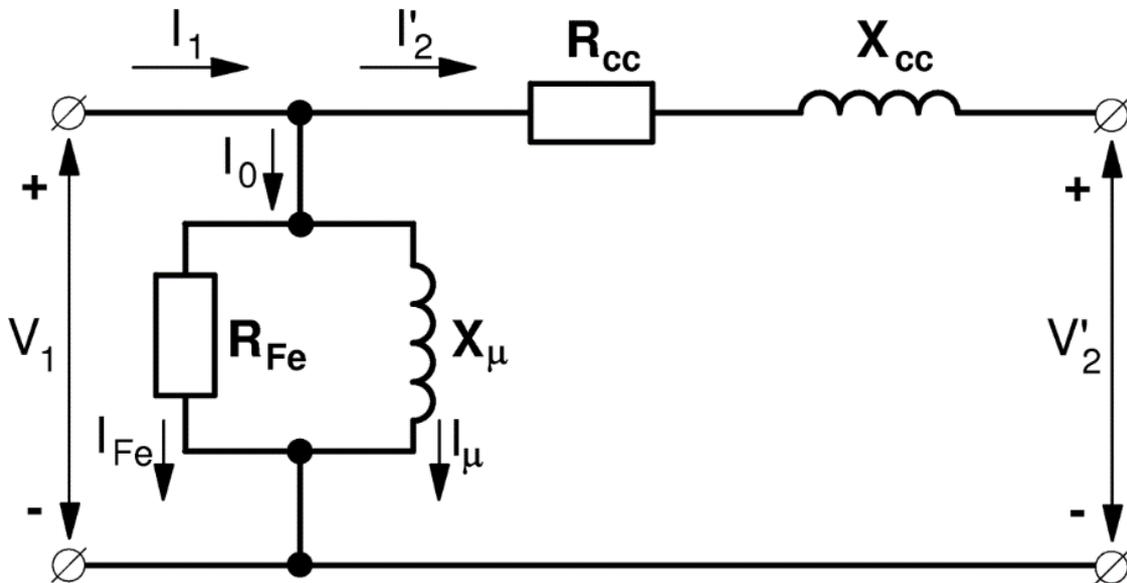


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Como se aprecia en esa figura, los parámetros de este circuito equivalente son R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} y X_{cc} . Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Ensayo de vacío:

El enunciado indica que el ensayo de vacío se ha realizado en el lado de Baja Tensión (B.T.) que en este caso es el secundario (porque en este transformador el secundario tiene una tensión asignada inferior a la del primario). Esto significa que los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{2N} = 1000 \text{ V} \qquad I_{20} = 30 \text{ A} \qquad P_0 = 10000 \text{ W}$$

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si este ensayo se hubiera realizado por el primario y no por el secundario:

$$m = \frac{V_{1N}}{V_{2N}} = \frac{I_{20}}{I_0} \rightarrow \begin{cases} V_{1N} = m \cdot V_{2N} \\ I_0 = \frac{I_{20}}{m} \end{cases} \quad (1)$$

$$V_{1N} = \frac{10000}{1000} 1000 = 10000 \text{ V} \qquad I_0 = \frac{30}{1000} = 3 \text{ A}$$

$$P_0 = 10000 \text{ W}$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de vacío se hubiera realizado midiendo por el primario y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad I_0 = 3 \text{ A} \qquad P_0 = 10000 \text{ W}$$

Por lo tanto, durante este ensayo el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 2b.

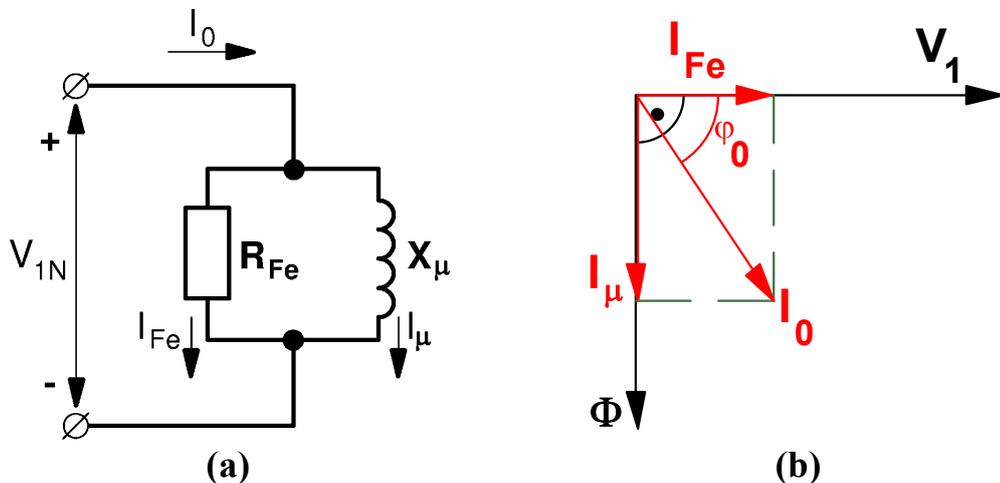


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Transformadores**T.1: Parámetros y ensayos**

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que ya se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

El ángulo de desfase φ_0 se calcula a partir de la potencia activa:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 \rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1N} \cdot I_0} \quad (2)$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{10000}{10000 \cdot 3} = 0,333 \rightarrow \varphi_0 = 70,53^\circ \rightarrow \sin \varphi_0 = 0,943$$

De la Fig. 2b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos \varphi_0 = 3 \cdot 0,333 = 1 \text{ A} \quad (3)$$

$$I_{\mu} = I_0 \cdot \sin \varphi_0 = 3 \cdot 0,943 = 2,83 \text{ A} \quad (4)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{10000}{1} = 10000 \text{ Ohms} \quad (5)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{10000}{2,83} = 3534 \text{ Ohms} \quad (6)$$

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado en el lado de Alta Tensión (A.T.) que en este caso es el primario (porque en este transformador el primario tiene una tensión asignada superior a la del secundario). Por otra parte, se comprueba que en este ensayo la corriente que circula por el primario (90 A) es diferente de la asignada (100 A). Esto significa que los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{1\text{corto}} = 540 \text{ V} \quad I_{1\text{corto}} = 90 \text{ A} \quad P_{\text{corto}} = 12000 \text{ W}$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1cc} = V_{1\text{corto}} \frac{I_{1N}}{I_{1\text{corto}}} = 540 \cdot \frac{100}{90} = 600 \text{ V} \quad (7)$$

$$P_{cc} = P_{\text{corto}} \left(\frac{I_{1N}}{I_{1\text{corto}}} \right)^2 = 12000 \cdot \left(\frac{1000}{90} \right)^2 = 14815 \text{ W} \quad (8)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado con la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 600 \text{ V} \qquad I_{1N} = 100 \text{ A} \qquad P_{cc} = 14815 \text{ W}$$

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

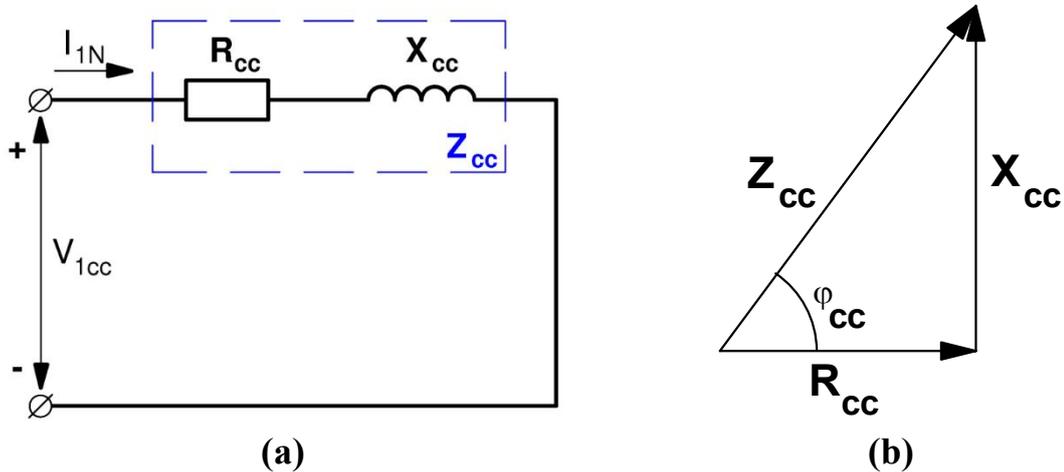


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

En las Figs. 3a y 3b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\bar{Z}_{cc} = R_{cc} + j X_{cc} = Z_{cc} \angle \varphi_{cc} \quad (9)$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

El ángulo de desfase φ_{cc} se calcula a partir de la potencia activa consumida durante el ensayo de cortocircuito:

$$P_{cc} = V_{1cc} \cdot I_{1N} \cdot \cos \varphi_{cc} \rightarrow \cos \varphi_{cc} = \frac{P_{cc}}{V_{1cc} \cdot I_{1N}} \quad (10)$$

$$\cos \varphi_{cc} = \frac{14815}{600 \cdot 100} = 0,247 \rightarrow \varphi_{cc} = 75,70^\circ \rightarrow \sin \varphi_{cc} = 0,969$$

En el circuito equivalente de la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{1cc}}{I_{1N}} = \frac{600}{100} = 6 \Omega \quad (11)$$

Del triángulo de impedancias de la Fig. 3b se deduce que:

$$R_{cc} = Z_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 6 \cdot 0,247 = 1,48 \Omega \quad (12)$$

$$X_{cc} = Z_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 6 \cdot 0,969 = 5,81 \Omega \quad (13)$$

Hay varias maneras de calcular los parámetros de tensión relativa que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también otros métodos (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

ε_{cc} , ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden calcular mediante estas expresiones:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{Z_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{6 \cdot 100}{10000} \cdot 100 = 6,0\% \quad (14)$$

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{R_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{1,48 \cdot 100}{10000} \cdot 100 = 1,48\% \quad (15)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \frac{X_{cc} \cdot I_{1N}}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{5,81 \cdot 100}{10000} \cdot 100 = 5,81\% \quad (16)$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 10000 \Omega$, $X_{\mu} = 3534 \Omega$, $R_{cc} = 1,48 \Omega$ y $X_{cc} = 5,81 \Omega$. Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\epsilon_{cc} = 6,0\%$, $\epsilon_{R_{cc}} = 1,48\%$ y $\epsilon_{X_{cc}} = 5,81\%$.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

PROBLEMA T.1.3**ENUNCIADO**

Se ha ensayado un transformador monofásico de 500 kVA, 15000/3000 V y 50 Hz, obteniéndose los siguientes resultados:

<u>Vacío:</u>	15000 V	1,67 A	4000 W
<u>Cortocircuito:</u>	126 V	140 A	7056 W

- Obtener los parámetros del circuito equivalente del transformador reducido al primario.
- Determinar las caídas relativas de tensión ϵ_{cc} , $\epsilon_{R_{cc}}$ y $\epsilon_{X_{cc}}$.

RESULTADOS

- $R_{Fe} = 56,3 \text{ k}\Omega$; $X_{\mu} = 9,1 \text{ k}\Omega$; $R_{cc} = 9 \text{ }\Omega$; $X_{cc} = 20,6 \text{ }\Omega$
- $\epsilon_{cc} = 5\%$; $\epsilon_{R_{cc}} = 2\%$; $\epsilon_{X_{cc}} = 4,58\%$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Los parámetros del circuito equivalente que pide el enunciado son R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} y X_{cc} . Los dos primeros se calculan a partir del ensayo de vacío y los dos últimos a partir del ensayo de cortocircuito.
- * En el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante cada ensayo, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, el ensayo de vacío se realiza alimentando el transformador a la tensión asignada del lado por el que se efectúa el ensayo. Por otra parte, en el ensayo de cortocircuito se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.
- * Si alguno de los ensayos tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación. Se utilizarán estos valores de medidas por el primario para calcular los parámetros del transformador.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

- * Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente. Para el cálculo de los parámetros R_{cc} y X_{cc} se utilizarán los datos del ensayo a corriente asignada.
- * Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro. Análogamente, también existen dos métodos distintos para calcular R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito, siendo indiferente el usar un método u otro.
- * Hay varios procedimientos para calcular ε_{cc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la tensión V_{1cc} , la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la tensión V_{1corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.
- * Hay varios procedimientos para calcular ε_{Rcc} que se pueden utilizar indistintamente. En uno de ellos se emplea la potencia P_{cc} , la cual sólo corresponde a la medida en el ensayo de cortocircuito con corriente asignada. Por lo tanto, no se confunda y no utilice la potencia P_{corto} medida en un ensayo de cortocircuito realizado con una corriente distinta de la asignada.

Hay varios procedimientos para calcular ε_{Xcc} que se pueden utilizar indistintamente. El más sencillo consiste en obtenerlo a partir de los parámetros ε_{cc} y ε_{Rcc} aplicando el Teorema de Pitágoras.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.1.3

Datos:

$S_N = 500 \text{ kVA}$		$m = 15000/3000 \text{ V}$	
Ensayo de vacío	15000 V	1,67 A	4000 W
Ensayo de cortocircuito	126 V	140 A	7056 W

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 15000 \text{ V}$$

$$V_{2N} = 3000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{15000 \text{ V}} = 33,3 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{3000 \text{ V}} = 166,7 \text{ A}$$

a) El circuito equivalente aproximado de un transformador es así:

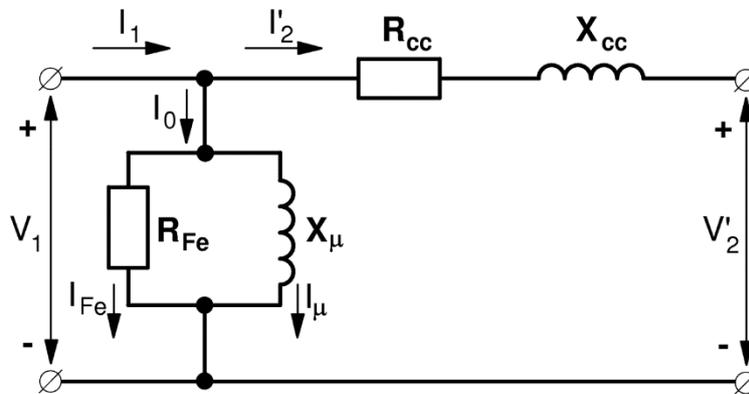


Fig. 1: Circuito equivalente aproximado de un transformador

Como se aprecia en esa figura, los parámetros de este circuito equivalente son R_{Fe} , X_{μ} , R_{cc} y X_{cc} . Los dos primeros se obtienen del ensayo de vacío y los dos últimos del ensayo de cortocircuito.

Obsérvese que en el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante cada ensayo, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, el ensayo de vacío se realiza alimentando el transformador a la tensión asignada del lado por el que se efectúa el ensayo. Por otra parte, en el ensayo de cortocircuito se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Ensayo de vacío:

El enunciado indica que el ensayo de vacío se ha realizado a una tensión de 15000 V, que es la tensión asignada del primario V_{1N} . Esto significa que el ensayo se ha realizado alimentando al transformador por el primario y, en consecuencia, los datos que proporciona el enunciado son los siguientes:

$$V_{1N} = 15000 \text{ V}$$

$$I_0 = 1,67 \text{ A}$$

$$P_0 = 4000 \text{ W}$$

Durante este ensayo el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al indicado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la Fig. 2b.

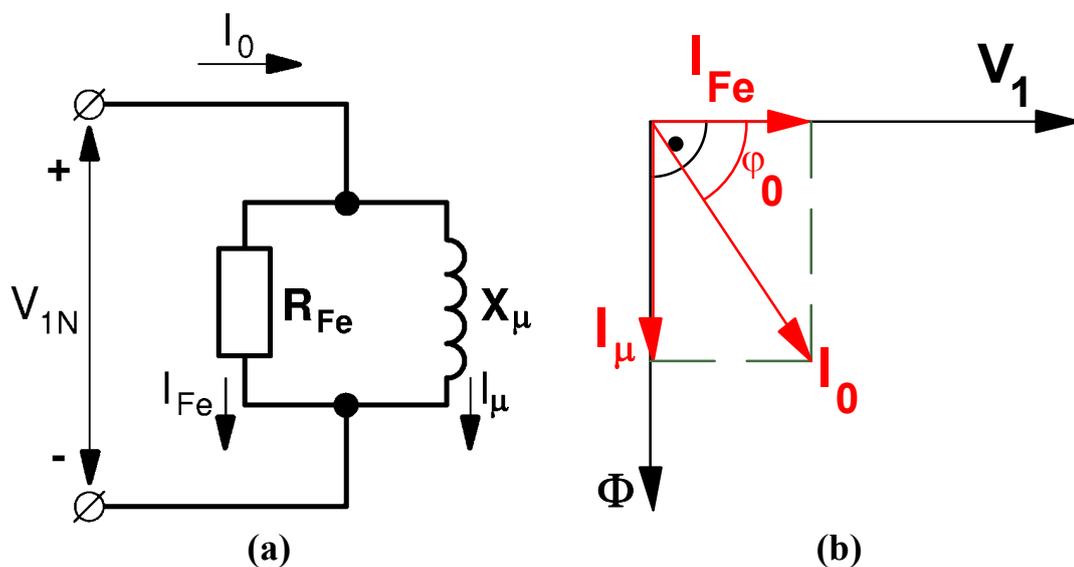


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se puede calcular así:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{4000}{15000} = 0,267 \text{ A} \quad (1)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_{μ} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{1,67^2 - 0,267^2} = 1,649 \text{ A} \quad (2)$$

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{15000}{0,267} = 56280 \text{ Ohms} = 56,3 \text{ kOhms} \quad (3)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{15000}{1,649} = 9096 \text{ Ohms} = 9,1 \text{ kOhms} \quad (4)$$

Ensayo de cortocircuito:

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente de 140 A y a una tensión de 126 V. Observando cuáles son las corrientes asignadas de los devanados de este transformador, se advierte que esta corriente está bastante próxima a la asignada del secundario (166,7 A) y es muy diferente de la corriente asignada primaria (33,3 A). Esto indica que el ensayo se ha efectuado alimentando al transformador por el secundario. Como comprobación adicional se aprecia que la tensión a la que se ha realizado el ensayo (126 V) es el 0,84% de V_{1N} y el 4,2% de V_{2N} . Una tensión del 0,84% de la asignada es exageradamente pequeña en un ensayo de cortocircuito, pero un valor del 4,2 % resulta razonable en este tipo de ensayo, lo cual ratifica que se ha efectuado en el secundario. Como, además, este ensayo se ha realizado con una corriente que no es exactamente igual a la asignada, los datos que proporciona el enunciado son:

$$V_{2 \text{ corto}} = 126 \text{ V} \quad I_{2 \text{ corto}} = 140 \text{ A} \quad P_{\text{corto}} = 7056 \text{ W}$$

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando el transformador por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1 \text{ corto}}}{V_{2 \text{ corto}}} = \frac{I_{2 \text{ corto}}}{I_{1 \text{ corto}}} \rightarrow \begin{cases} V_{1 \text{ corto}} = m \cdot V_{2 \text{ corto}} \\ I_{1 \text{ corto}} = \frac{I_{2 \text{ corto}}}{m} \end{cases} \quad (5)$$

$$V_{1 \text{ corto}} = \frac{15000}{3000} 126 = 630 \text{ V} \quad I_{1 \text{ corto}} = \frac{140}{\frac{15000}{3000}} = 28 \text{ A}$$

$$P_{\text{corto}} = 7056 \text{ W}$$

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

$$V_{1cc} = V_{1\text{corto}} \frac{I_{1N}}{I_{1\text{corto}}} = 630 \cdot \frac{33,3}{28} = 749,3 \text{ V} \quad (6)$$

$$P_{cc} = P_{\text{corto}} \left(\frac{I_{1N}}{I_{1\text{corto}}} \right)^2 = 7056 \cdot \left(\frac{33,3}{28} \right)^2 = 9980 \text{ W} \quad (7)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado por el primario a la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1cc} = 749,3 \text{ V} \quad I_{1N} = 33,3 \text{ A} \quad P_{cc} = 9980 \text{ W}$$

Cuando el transformador se alimenta a la tensión asignada V_{1N} la corriente de vacío I_0 es pequeña comparada con la corriente asignada I_{1N} (del orden de 0,6 a 8% de I_{1N}). Durante el ensayo de cortocircuito el transformador se alimenta con una tensión reducida (no superior al 15% de V_{1N}) lo que da lugar a una corriente de vacío todavía mucho menor que a la tensión asignada. En estas condiciones se puede despreciar la corriente de vacío con respecto a la corriente primaria y el circuito equivalente de la Fig. 1 se reduce al de la Fig. 3a. El triángulo de impedancias del circuito de la Fig. 3a se ha representado en la Fig. 3b.

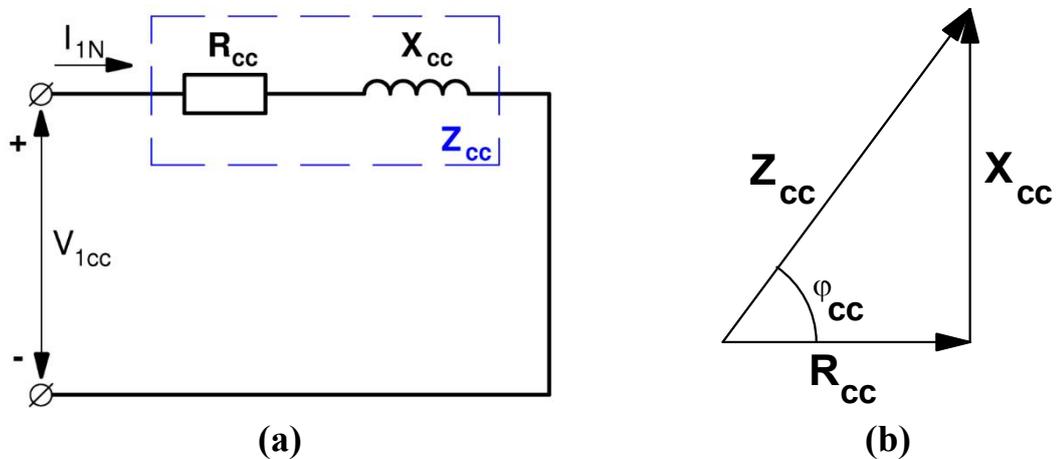


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama de impedancias (b) en el ensayo de cortocircuito de un transformador

En las Figs. 3a y 3b se tiene que la impedancia de cortocircuito Z_{cc} es:

$$\bar{Z}_{cc} = R_{cc} + j X_{cc} = Z_{cc} \angle \varphi_{cc} \quad (8)$$

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{cc} y X_{cc} a partir del ensayo de cortocircuito que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

En el circuito equivalente de la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se obtiene que

$$Z_{cc} = \frac{V_{Icc}}{I_{IN}} = \frac{749,3}{33,3} = 22,5 \Omega \quad (9)$$

La resistencia R_{cc} se calcula a partir de la potencia activa consumida en el ensayo:

$$P_{cc} = R_{cc} \cdot I_{IN}^2 \rightarrow R_{cc} = \frac{P_{cc}}{I_{IN}^2} = \frac{9980}{33,3^2} = 9 \Omega \quad (10)$$

De la Fig. 3b se deduce que la reactancia X_{cc} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$X_{cc} = \sqrt{Z_{cc}^2 - R_{cc}^2} = \sqrt{22,5^2 - 9^2} = 20,6 \Omega \quad (11)$$

Los parámetros del circuito equivalente de este transformador son $R_{Fe} = 56,3 \text{ k}\Omega$, $X_{\mu} = 9,1 \text{ k}\Omega$, $R_{cc} = 9 \Omega$ y $X_{cc} = 20,6 \Omega$.

- b) Hay varias maneras de calcular los parámetros de tensión relativa que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también otros métodos (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

ε_{cc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{Icc}}{V_{IN}} \cdot 100 = \frac{749,3}{15000} \cdot 100 = 5\% \quad (12)$$

Nótese que en la expresión (12) la tensión que hay que utilizar en el numerador es la tensión del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada V_{Icc} , no la tensión V_{Icorto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

ε_{Rcc} se puede obtener así:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 = \frac{9980}{500000} \cdot 100 = 2\% \quad (13)$$

Nótese que en la expresión (13) la potencia activa que hay que utilizar en el numerador es la potencia del ensayo de cortocircuito a intensidad asignada P_{cc} , no la potencia P_{corto} que se mide cuando el ensayo no es a la corriente asignada.

Transformadores

T.1: Parámetros y ensayos

Para calcular el parámetro ε_{Rcc} se va a partir del triángulo de tensiones relativas de la Fig. 4, deducido a partir del triángulo de impedancias de la Fig. 3b. Aplicando el Teorema de Pitágoras a este triángulo se obtiene que:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{5^2 - 2^2} = 4,58\% \quad (14)$$

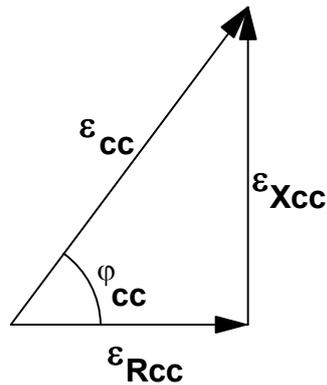


Fig. 4: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Las tensiones relativas de cortocircuito de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 5\%$, $\varepsilon_{Rcc} = 2\%$ y $\varepsilon_{Xcc} = 4,58\%$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

PROBLEMA T.2.1

ENUNCIADO

En el transformador del problema T.1.2 calcular lo siguiente:

- a) Tensión con que hay que alimentar este transformador por el primario para que proporcione la tensión asignada en el secundario cuando suministra 800 kVA con factor de potencia 0,8 inductivo.
- b) Potencia aparente de máximo rendimiento y el mayor de los rendimientos máximos.
- c) Intensidad permanente de cortocircuito en el primario y en el secundario.

RESULTADOS

- a) $V_1 = 10374 \text{ V}$
- b) $S_{\eta_{\text{máx}}} = 822 \text{ kVA}$; $\eta_{\text{máx}} = 97,6\%$
- c) $I_{1\text{falta}} = 1666,7 \text{ A}$; $I_{2\text{falta}} = 16667 \text{ A}$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Dado que en este caso la tensión del primario no va a ser exactamente la asignada, utilice la fórmula de la caída de tensión relativa en función de ε_{Rcc} y ε_{Xcc} , sustituyendo el parámetro ε_c por $\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} 100$. Como la carga es inductiva esta fórmula se utilizará con el signo +.
- * Como la tensión secundaria es la asignada V_{2N} , la tensión reducida al primario V'_2 es igual a V_{1N} .
- * Si la carga está medida en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2 . A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C .
- * Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo se produce cuando el índice de carga es C_{opt} (índice de carga óptimo), lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{\eta máx}$.
- * Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0 .
- * Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc} .
- * El rendimiento máximo $\eta_{máx}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{opt} y $S_{\eta máx}$.
- * El mayor de los rendimientos máximos se produce cuando el factor de potencia tiene un valor igual a 1.
- * Durante el régimen permanente de la falla de cortocircuito se puede despreciar la corriente de vacío
- * Las corrientes permanentes de cortocircuito del primario I_{1falta} y del secundario I_{2falta} se pueden calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de la impedancia Z_{cc} y la segunda utilizando el parámetro ε_{cc} . Estas dos formas de cálculo se pueden utilizar indistintamente.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.1

Datos (véase el problema T.1.2):

$S_N = 1 \text{ MVA}$	$m = 10000/1000 \text{ V}$	$f = 50 \text{ Hz}$
$P_0 = 10 \text{ kW}$	$P_{cc} = 14815 \text{ W}$	$Z_{cc} = 6 \Omega$
$\varepsilon_{cc} = 6\%$	$\varepsilon_{Rcc} = 1,48\%$	$\varepsilon_{Xcc} = 5,81\%$
apartado a): $S = 800 \text{ kVA}$	$\cos \varphi_2 = 0,8 \text{ inductivo}$	

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 1000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 100 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{1000000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 1000 \text{ A}$$

a) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \quad (1)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_1 = V_{1N}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \quad (2)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \quad (3)$$

(V_{20} = Tensión secundaria en vacío = V_{2N})

C es el índice de carga:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_2}{I'_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}} \quad (4)$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

En las expresiones (1) y (2) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

En este caso el transformador **no** está alimentado con la tensión asignada por el primario, luego no se empleará la expresión (2) sino la (1).

El enunciado indica que la carga consume 800 kVA. Como esta potencia está medida en kVA se trata de la potencia aparente S de la carga y, por lo tanto, el índice de carga C se puede calcular mediante el primer cociente que aparece en la expresión (4):

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{800 \text{ kVA}}{1000 \text{ kVA}} = 0,8$$

En este caso la tensión secundaria es la asignada; luego, reduciendo al primario:

$$V_2 = V_{2N} \rightarrow V'_2 = m \cdot V_2 = m \cdot V_{2N} = V_{1N} \quad (5a)$$

$$V'_2 = V_{1N} = 1000 \text{ V} \quad (5b)$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \rightarrow \sin \varphi_2 = 0,6$$

Como esta carga es inductiva, se usará el signo + en la expresión (1):

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = 0,8 [(1,48 \cdot 0,8) + (5,81 \cdot 0,6)] = 3,74\%$$

Teniendo en cuenta que en este caso se cumple la relación (5b), se tiene que:

$$3,74 = \frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = \frac{V_1 - 1000}{1000} \cdot 100$$

$$V_1 = 10000 \left(1 + \frac{3,74}{100}\right) = 10374 \text{ V}$$

La tensión con que hay que alimentar el primario de este transformador para obtener la tensión asignada en el secundario con una carga de 800 kVA y factor de potencia 0,8 inductivo es $V_1 = 10374$ Voltios.

b) El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \quad (6)$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Las pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe} representan la potencia perdida a causa de los efectos de la histéresis y de las corrientes de Foucault en el núcleo magnético del transformador y dependen del flujo magnético y de la frecuencia. Por consiguiente, si el transformador tiene en bornes de sus devanados unas tensiones que varían poco con respecto de la asignada (lo que hace que el flujo apenas cambie), se puede considerar que estas pérdidas son prácticamente constantes; es decir, las pérdidas en el hierro constituyen las pérdidas fijas P_f del transformador.

Las pérdidas en el cobre P_{Cu} representan la potencia disipada en los devanados por efecto Joule. Dependen del cuadrado de la corriente y, por lo tanto, varían con la carga. Las pérdidas en el cobre constituyen las pérdidas variables P_v del transformador.

$$P_{Fe} = P_f \qquad P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = P_v \qquad (7)$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} ; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \qquad P_{cc} = P_{CuN} \qquad (8)$$

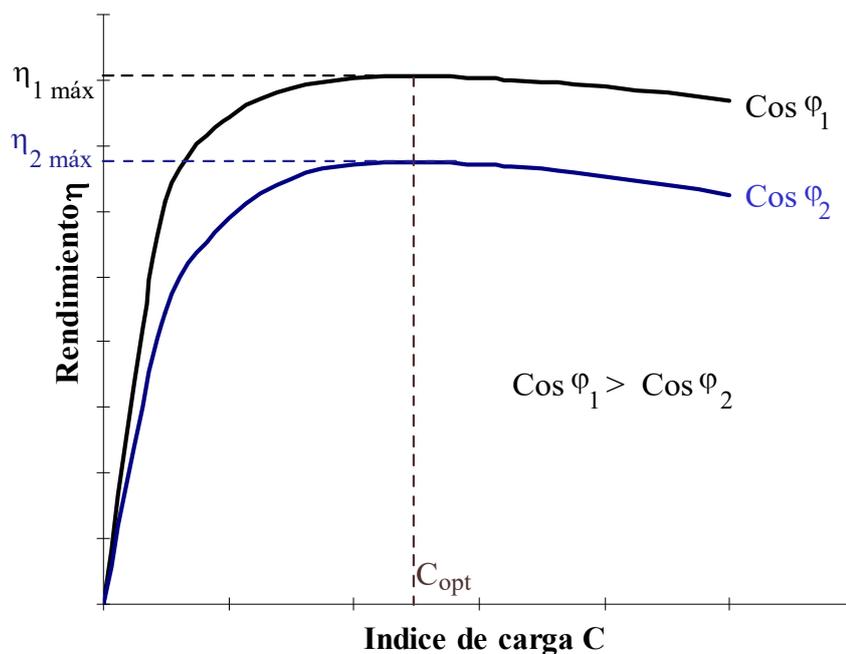


Fig. 1: Curvas de rendimiento η en función del índice de carga C para varios factores de potencia

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

En la Fig. 1 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C a factor de potencia constante. Estas curvas se han dibujado aplicando la relación (6). Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{m\acute{a}x}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \quad (9a)$$

Luego, teniendo en cuenta (8), se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \quad (9b)$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta_{m\acute{a}x}}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta_{m\acute{a}x}}}{S_N} \rightarrow S_{\eta_{m\acute{a}x}} = C_{opt} \cdot S_N \quad (10)$$

Aunque para todos los factores de potencia el rendimiento máximo se produce con el mismo índice de carga C_{opt} , en la Fig. 1 se puede apreciar que el rendimiento máximo $\eta_{m\acute{a}x}$ varía con el factor de potencia siendo mayor cuanto mayor es éste. Por lo tanto, el mayor de los rendimientos máximos se produce para factor de potencia unidad:

$$\text{Mayor } \eta_{m\acute{a}x} \rightarrow \cos \varphi_2 = 1 \quad (11)$$

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (6) cuando el índice de carga es C_{opt} y, teniendo en cuenta que se cumplen las relaciones (9a), (9b) y (10), se tiene que:

$$\eta_{m\acute{a}x} = \frac{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C_{opt} \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} = \frac{S_{\eta_{m\acute{a}x}} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta_{m\acute{a}x}} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} \quad (12)$$

En las expresiones (4), (6), (9b) y (12) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este transformador, se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{10000 \text{ W}}{14815 \text{ W}}} = 0,822$$

$$S_{\eta_{m\acute{a}x}} = C_{opt} \cdot S_N = 0,82 \cdot 1000 \text{ kVA} = 822 \text{ kVA} = 822000 \text{ VA}$$

$$P_{Fe} = P_0 = 10000 \text{ W} \quad P_{CuN} = P_{cc} = 14815 \text{ W}$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Luego, de (12) se obtiene que el rendimiento máximo para factor de potencia unidad (el mayor de los rendimientos máximos) vale:

$$\eta_{\text{máx}} = \frac{S_{\eta_{\text{máx}}} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta_{\text{máx}}} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{\text{Fe}}} = \frac{822000 \cdot 1}{822000 \cdot 1 + 2 \cdot 10000} = 0,976$$

La potencia aparente de rendimiento máximo de este transformador es $S_{\eta_{\text{máx}}} = 822 \text{ kVA}$ y el mayor de los rendimientos máximos vale 97,6%.

- c) En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1N} , aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada. Dado que la corriente de vacío I_0 nunca supera el 8% de I_{1N} , se tiene que en esta situación la corriente de vacío es totalmente despreciable frente a la corriente del primario y el circuito equivalente durante el cortocircuito queda así:

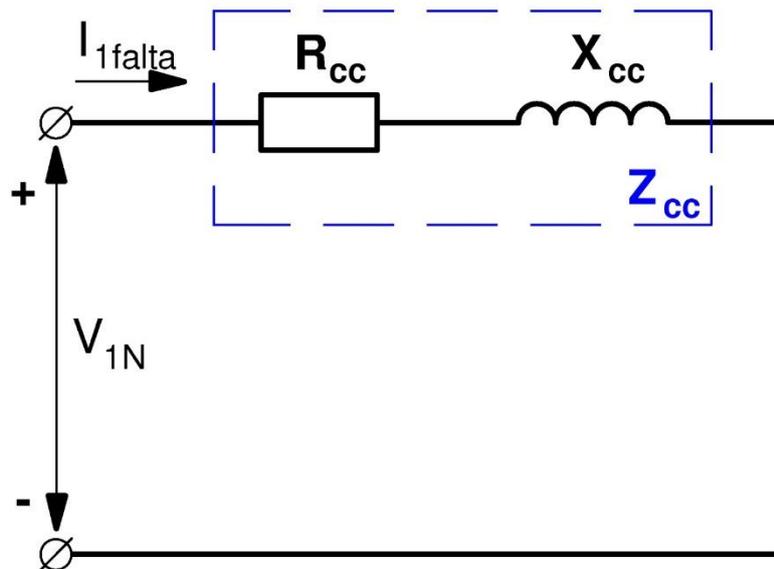


Fig. 2: Circuito equivalente del transformador durante la falta de cortocircuito

Nótese la diferencia con el ensayo de cortocircuito (ver la resolución del problema T.1.1.2). En el ensayo se utiliza una tensión reducida para que la corriente sea igual o parecida a la asignada y el transformador no se sobrecargue. La falta de cortocircuito es un accidente que se produce cuando está funcionando normalmente a la tensión asignada y da lugar a una corriente elevada que puede ser peligrosa para la integridad de la máquina.

De la Fig. 2, aplicando la Ley de Ohm, se deduce que

$$I_{1\text{ falta}} = \frac{V_{1N}}{Z_{cc}} = \frac{10000}{6} = 1666,7 \text{ A}$$

Transformadores**T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión**

Como la corriente de vacío es despreciable en este caso, sucede que:

$$I_{1 \text{ falta}} = I_0 + I'_{2 \text{ falta}} \approx I'_{2 \text{ falta}} \rightarrow I_{2 \text{ falta}} = m \cdot I'_{2 \text{ falta}} = m \cdot I_{1 \text{ falta}} \quad (13)$$

$$I_{2 \text{ falta}} = m \cdot I_{1 \text{ falta}} = \frac{10000}{1000} \cdot 1666,7 = 16667 \text{ A}$$

Otra forma alternativa para calcular estas corrientes, es mediante las expresiones siguientes:

$$I_{1 \text{ falta}} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 100 \cdot \frac{100}{6} = 1666,7 \text{ A} \quad (14)$$

$$I_{2 \text{ falta}} = I_{2N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 1000 \cdot \frac{100}{6} = 16667 \text{ A} \quad (15)$$

Las corrientes que circulan por los devanados de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito son $I_{1 \text{ falta}} = 1666,7 \text{ A}$ e $I_{2 \text{ falta}} = 16667 \text{ A}$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

PROBLEMA T.2.2

ENUNCIADO

En el transformador del problema T.1.3 calcular lo siguiente:

- a) El rendimiento cuando alimenta una carga de 360 kW con factor de potencia 0,8 inductivo.
- b) El rendimiento máximo cuando funciona con un factor de potencia 0,9 inductivo.
- c) La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 inductivo.
- d) La tensión en el secundario si el primario está conectado a una red de 15000 V y se conecta una carga en el secundario que absorbe 100 A con un factor de potencia 0,8 capacitivo.

RESULTADOS

- a) $\eta = 96,75\%$
- b) $\eta_{\text{Máx}} = 97,27\%$
- c) $V_2 = 2922 \text{ V}$
- d) $V_2 = 3021 \text{ V}$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0 .
- * Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc} .
- * Si la carga está dada en VA o en kVA se trata de la potencia aparente S y si está dada en W o en kW se trata de la potencia activa en el secundario P_2 . A partir de cualquiera de estas potencias se puede calcular el índice de carga C .
- * Para un factor de potencia dado el rendimiento máximo se produce cuando el índice de carga es C_{opt} , lo que conlleva que la potencia aparente sea $S_{\eta_{\text{máx}}}$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

- * El rendimiento máximo $\eta_{\text{máx}}$ se da cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se pueden calcular C_{opt} y $S_{\eta_{\text{máx}}}$.
- * A partir de la corriente que consume la carga conectada al secundario del transformador se puede calcular el índice de carga C .
- * Si la tensión primaria es la asignada V_{1N} se puede calcular la tensión secundaria V_2 mediante la fórmula que liga la regulación del transformador ε_c con las caídas relativas de tensión de cortocircuito $\varepsilon_{R_{cc}}$ y $\varepsilon_{X_{cc}}$. En esta fórmula se empleará el signo + si la carga es inductiva y signo – si es capacitiva.
- * Una vez calculado el valor de la regulación ε_c se puede obtener a partir de él el valor de la tensión secundaria V_2 .
- * Cuando el transformador funciona en vacío con su primario a la tensión asignada V_{1N} , apenas hay caída de tensión y la tensión secundaria en vacío V_{20} es igual a la tensión asignada secundaria del transformador V_{2N} .
- * Para cargas capacitivas puede suceder que la tensión secundaria V_2 sea superior a la de vacío V_{20} . Esto es el Efecto Ferranti.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.2

Datos (véase el problema T.1.3):

$S_N = 500 \text{ kVA}$	$m = 15000/3000 \text{ V}$	$f = 50 \text{ Hz}$
$P_0 = 4000 \text{ W}$	$P_{cc} = 9980 \text{ W}$	
$\varepsilon_{cc} = 5\%$	$\varepsilon_{Rcc} = 2\%$	$\varepsilon_{Xcc} = 4,58\%$
apartado a): $S = 360 \text{ kW}$	$\cos \varphi_2 = 0,8$ inductivo	
apartado b): $\cos \varphi_2 = 0,9$ inductivo		
apartado c): $V_1 = 15000 \text{ V}$	$\cos \varphi_2 = 0,8$ inductivo	$I_2 = 100 \text{ A}$
apartado d): $V_1 = 15000 \text{ V}$	$\cos \varphi_2 = 0,8$ capacitivo	$I_2 = 100 \text{ A}$

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 15000 \text{ V}$$

$$V_{2N} = 3000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{15000 \text{ V}} = 33,3 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{3000 \text{ V}} = 166,7 \text{ A}$$

a) El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \quad (1)$$

Las pérdidas magnéticas o pérdidas en el hierro P_{Fe} constituyen la potencia perdida a causa de los efectos de la histéresis y de las corrientes de Foucault en el núcleo magnético del transformador y dependen del flujo magnético y de la frecuencia. Por consiguiente, si el transformador tiene en bornes del primario una tensión fija (lo que hace que el flujo apenas cambie), se puede considerar que estas pérdidas son prácticamente constantes; es decir, las pérdidas en el hierro constituyen las pérdidas fijas P_f del transformador.

Las pérdidas en el cobre P_{Cu} representa la potencia disipada en los devanados por efecto Joule. Dependen del cuadrado de la corriente y, por lo tanto, varían con la carga. Las pérdidas en el cobre constituyen las pérdidas variables P_v del transformador.

$$P_{Fe} = P_f \quad P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = P_v \quad (2)$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} ; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \qquad P_{cc} = P_{CuN} \qquad (3)$$

El índice de carga C se puede obtener mediante estas relaciones:

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{I'_2}{I'_{2N}} = \frac{I'_2}{I_{1N}} \approx \frac{I_1}{I_{1N}} \qquad (4)$$

En las expresiones (1) y (4) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este caso la potencia de la carga está medida en kW; por lo tanto, el dato que está proporcionando el enunciado es la potencia activa P_2 en el secundario:

$$P_2 = 360 \text{ kW} = 360000 \text{ W}$$

La potencia aparente S vale entonces

$$S = \frac{P_2}{\cos \varphi_2} = \frac{360 \text{ kW}}{0,8} = 450 \text{ kVA}$$

y, del primer cociente de (4), se deduce que el índice de carga es

$$C = \frac{S}{S_N} = \frac{450}{500} = 0,9$$

Las pérdidas de esta máquina se obtienen aplicando las relaciones (2) y (3):

$$P_{Fe} = P_0 = 4000 \text{ W}$$

$$P_{CuN} = P_{cc} = 9980 \text{ W}$$

$$P_{Cu} = C^2 \cdot P_{CuN} = 0,9^2 \cdot 9980 = 8084 \text{ W}$$

Luego, por (1), el rendimiento η vale

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{360000}{360000 + 4000 + 8084} = 0,9675$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

El rendimiento de este transformador cuando alimenta una carga de 360 kW y factor de potencia 0,8 inductivo es $\eta = 96,75\%$.

b)

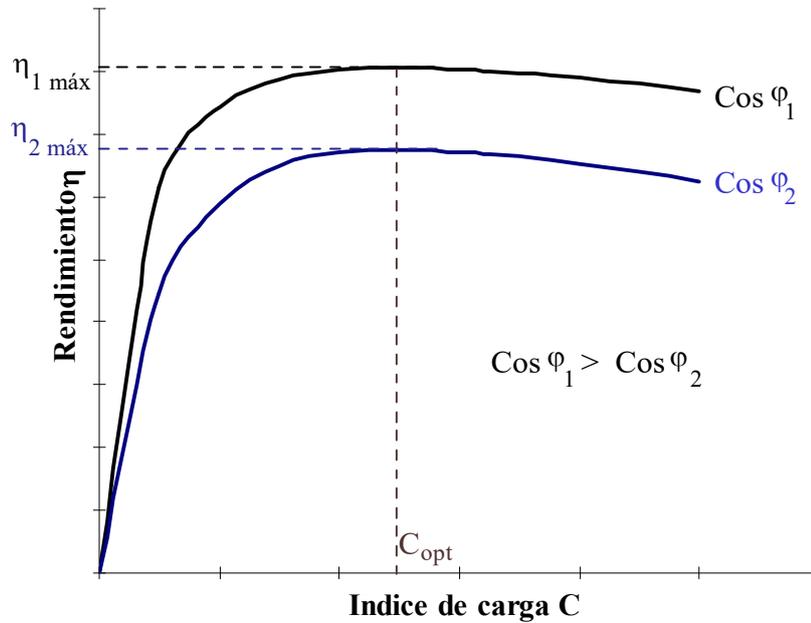


Fig. 1: Curvas de rendimiento η en función del índice de carga C para varios factores de potencia

En la Fig. 1 se han representado varias curvas en las que se aprecia cómo varía el rendimiento η en función del índice de carga C a factor de potencia constante. Estas curvas se han dibujado aplicando la relación (1). Se puede apreciar que hay un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{m\acute{a}x}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables igualan a las fijas:

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \quad (5a)$$

Luego, teniendo en cuenta (3), se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \quad (5b)$$

La potencia aparente a la cual se produce el máximo rendimiento es aquella que da lugar al índice de carga óptimo y se denomina $S_{\eta_{m\acute{a}x}}$:

$$C_{opt} = \frac{S_{\eta_{m\acute{a}x}}}{S_N} \rightarrow S_{\eta_{m\acute{a}x}} = C_{opt} \cdot S_N \quad (6)$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

El rendimiento máximo se calcula mediante la relación (1) cuando en índice de carga es C_{opt} y, teniendo en cuenta que se cumplen las relaciones (5a), (5b) y (6), se tiene que:

$$\eta_{m\acute{a}x} = \frac{C_{opt} \cdot S \cdot \cos \varphi_2}{C_{opt} \cdot S \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C_{opt}^2 \cdot P_{CuN}} = \frac{S_{\eta_{m\acute{a}x}} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta_{m\acute{a}x}} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} \quad (7)$$

En las expresiones (5b), (6) y (7) hay que tener cuidado de utilizar las mismas unidades para todas las potencias.

En este transformador, de (5b) y (6) se tiene que:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} = \sqrt{\frac{4000 \text{ W}}{9980 \text{ W}}} = 0,633$$

$$S_{\eta_{m\acute{a}x}} = C_{opt} \cdot S_N = 0,633 \cdot 500 \text{ kVA} = 316,5 \text{ kVA} = 316500 \text{ VA}$$

Luego, de (7) se obtiene que el rendimiento máximo para factor de potencia 0,9 inductivo vale:

$$\cos \varphi_2 = 0,9$$

$$\eta_{m\acute{a}x} = \frac{S_{\eta_{m\acute{a}x}} \cdot \cos \varphi_2}{S_{\eta_{m\acute{a}x}} \cdot \cos \varphi_2 + 2 \cdot P_{Fe}} = \frac{316500 \cdot 0,9}{316500 \cdot 0,9 + 2 \cdot 4000} = 0,9727$$

El rendimiento máximo de este transformador cuando el factor de potencia de la carga vale 0,9 es $\eta_{m\acute{a}x} = 97,27\%$.

c) En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \quad (8)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_1 = V_{1N}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \quad (9)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \quad (10)$$

(V_{20} = Tensión secundaria en vacío = V_{2N})

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

En las expresiones (8) y (9) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

En este caso el transformador está alimentado con la tensión asignada por el primario, luego se puede emplear la expresión (9).

El enunciado indica que la carga absorbe una corriente $I_2 = 100$ A. Por lo tanto, de acuerdo con el segundo cociente de (4) se tiene que

$$C = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{100}{166,7} = 0,6$$

El factor de potencia de la carga vale 0,8, luego:

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \rightarrow \sin \varphi_2 = 0,6$$

Como esta carga es inductiva, se usará el signo + en la expresión (9):

$$\varepsilon_C = 0,6 [(2 \cdot 0,8) + (4,58 \cdot 0,6)] = 2,61\%$$

Luego, de (10):

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 \rightarrow 2,61 = \frac{3000 - V_2}{3000} \cdot 100$$

$$V_2 = 3000 \left(1 - \frac{2,61}{100}\right) = 2922 \text{ V}$$

Cuando este transformador tiene su primario conectado a la tensión asignada y alimenta una carga que consume 100 A con factor de potencia 0,8 inductivo, la tensión en el secundario es $V_2 = 2922$ V.

- d)** En este apartado el transformador también tiene su primario conectado a la tensión asignada y la carga consume 100 A, pero ahora el factor de la carga es 0,8 capacitivo. Por lo tanto, se resuelve de igual manera que en el apartado anterior, pero empleando el signo – en la expresión (9):

$$C = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{100}{166,7} = 0,6$$

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \rightarrow \sin \varphi_2 = 0,6$$

$$\varepsilon_C = 0,6 [(2 \cdot 0,8) - (4,58 \cdot 0,6)] = -0,689\%$$

Transformadores**T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión**

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 \rightarrow -0,689 = \frac{3000 - V_2}{3000} \cdot 100$$

$$V_2 = 3000 \left(1 - \frac{-0,689}{100}\right) = 3000 \left(1 + \frac{0,689}{100}\right) = 3021 \text{ V}$$

Obsérvese que en este caso la tensión secundaria V_2 es mayor que la de vacío V_{20} ($= V_{2N}$). Cuando se tienen cargas capacitivas puede suceder que la tensión secundaria aumente respecto a la de vacío. Este fenómeno se conoce como Efecto Ferranti.

Cuando este transformador tiene su primario conectado a la tensión asignada y alimenta una carga que consume 100 A con factor de potencia 0,8 capacitivo, la tensión en el secundario es $V_2 = 3021 \text{ V}$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

PROBLEMA T.2.3

ENUNCIADO

Un ingeniero quiere analizar una instalación que está alimentada por un viejo transformador monofásico del que carece de información y cuya placa de características está casi ilegible, de modo que sólo ha podido averiguar que la relación de transformación es 10000/1000 V, que la potencia asignada vale 400 kVA y la frecuencia asignada es 50 Hz.

De los datos de funcionamiento de la instalación sabe que cuando el transformador está en vacío a la tensión asignada circula una corriente de 0,6 A por el primario y consume 1000 W. También obtiene que cuando el transformador está a media carga, con factor de potencia unidad y con la tensión asignada en el primario, la tensión secundaria es 991,9 V y a plena carga con factor de potencia 0,8 inductivo, la tensión en el secundario vale 955,5 V.

Calcular:

- a) Parámetros R_{Fe} , X_{μ} , ε_{Rcc} , ε_{Xcc} y ε_{cc} .
- b) Las medidas que se hubieran obtenido de haber realizado el ensayo de cortocircuito a la intensidad asignada y alimentando el transformador por el primario.
- c) La intensidad de cortocircuito en régimen permanente en el primario.

RESULTADOS

- a) $R_{Fe} = 100000 \Omega$; $X_{\mu} = 16890 \Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1,62\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5,26\%$; $\varepsilon_{cc} = 5,50\%$
- b) $V_{1cc} = 550 \text{ V}$; $I_{1N} = 40 \text{ A}$; $P_{cc} = 6480 \text{ W}$
- c) $I_{1falta} = 727,3 \text{ A}$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Los datos que el enunciado da para cuando el transformador está en vacío son los mismos que si se hubiera realizado un ensayo de vacío.
- * Existen dos métodos distintos para calcular R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío. Es indiferente el utilizar un método u otro.
- * Cuando el transformador está a media carga significa que su índice de carga C es 0,5. Análogamente, cuando el transformador está a plena carga (es decir, a carga asignada) su índice de carga es la unidad.
- * Calcule el valor de la regulación ε_c a partir de la tensión secundaria V_2 para los dos valores de carga que indica el enunciado.
- * Si la tensión primaria es la asignada V_{1N} existe una expresión que liga la regulación del transformador ε_c con las caídas relativas de tensión de cortocircuito ε_{Rcc} y ε_{Xcc} . En esta fórmula se empleará el signo $+$ si la carga es inductiva y signo $-$ si es capacitiva. Aplicando esta expresión para los dos estados de carga que da el enunciado se obtienen los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc} .
- * El parámetro ε_c se calcula a partir de ε_{Rcc} y ε_{Xcc} utilizando el Teorema de Pitágoras.
- * Las medidas que se obtendrían en un ensayo de cortocircuito efectuado alimentando el transformador a la intensidad asignada por el primario son V_{1cc} , I_{1N} y P_{cc} .
- * La tensión V_{1cc} se puede obtener a partir de la fórmula que expresa el parámetro ε_{cc} en función de las tensiones V_{1cc} y V_{1N} .
- * La potencia P_{cc} se puede obtener a partir de la fórmula que expresa el parámetro ε_{Rcc} en función de las potencias P_{cc} y S_N .
- * La corriente permanente de cortocircuito del primario I_{1falta} se puede calcular de dos maneras: la primera a partir de la Ley de Ohm y de Z_{cc} y la segunda utilizando ε_{cc} . En este caso se usará la segunda, ya que es ε_{cc} el parámetro que se ha calculado anteriormente.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.3

Datos:

$S_N = 400 \text{ kVA}$ $m = 10000/1000 \text{ V}$ $f = 50 \text{ Hz}$
 En vacío, con $V_1 = V_{1N}$: $0,6 \text{ A}$ y 1000 W
 A media carga, $\cos \varphi_2 = 1$ y $V_1 = V_{1N}$: $V_2 = 991,9 \text{ V}$
 A plena carga, $\cos \varphi_2 = 0,8$ inductivo y $V_1 = V_{1N}$: $V_2 = 955,5 \text{ V}$

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 1000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{400000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 40 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{400000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 400 \text{ A}$$

- a) Los datos que el enunciado suministra cuando el transformador está en vacío y con la tensión asignada en el primario son los que corresponderían a un ensayo de vacío. Por lo tanto, se dispone de los siguientes datos:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad I_0 = 0,6 \text{ A} \qquad P_0 = 1000 \text{ W}$$

Durante el ensayo de vacío el circuito equivalente del transformador se reduce al indicado en la figura 1a y el diagrama vectorial del transformador es el señalado en la figura 1b.

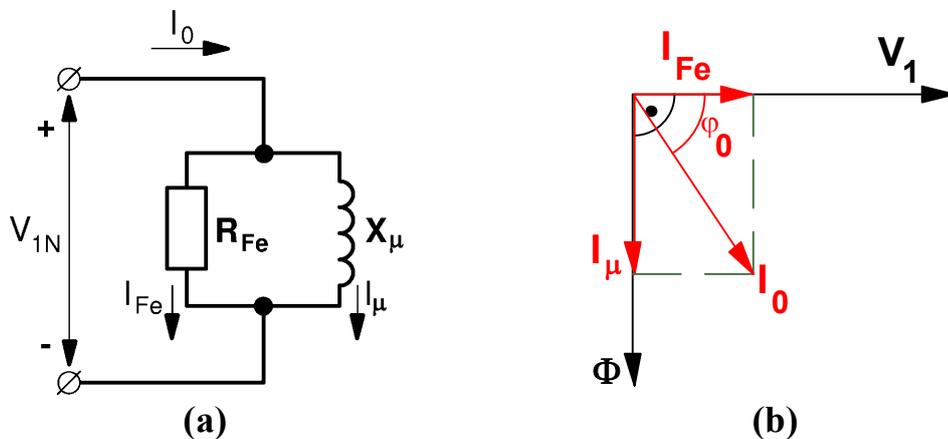


Fig. 1: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (ver la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se puede calcular así:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{1000}{10000} = 0,1 \text{ A} \quad (1)$$

De la figura 1b se deduce que la corriente I_{μ} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{0,6^2 - 0,1^2} = 0,592 \text{ A} \quad (2)$$

De la figura 1a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{10000}{0,1} = 100000 \text{ Ohms} = 100 \text{ kOhms} \quad (3)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{10000}{0,592} = 16892 \text{ Ohms} = 16,89 \text{ kOhms} \quad (4)$$

En un transformador se verifica la siguiente relación:

$$\frac{V_1 - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \quad (5)$$

La cual, en el caso más habitual de que el primario esté conectado a su tensión asignada ($V_1 = V_{1N}$), se convierte en la conocida expresión:

$$\varepsilon_C = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \quad (6)$$

donde ε_C es la regulación del transformador:

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{V_{1N} - V'_2}{V_{1N}} \cdot 100 \quad (7)$$

(V_{20} = Tensión secundaria en vacío = V_{2N})

En las expresiones (5) y (6) se utilizarán los valores absolutos de las funciones seno y coseno de φ_2 y se usará el signo + cuando la carga conectada al secundario del transformador tenga factor de potencia inductivo y el signo – para cargas capacitivas.

Transformadores**T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión**

En el enunciado se dan datos de caídas de tensión para dos cargas diferentes, pero en ambas la tensión primaria es la asignada. Por lo tanto, se empleará la expresión (6) para analizar estas caídas de tensión.

Si el transformador está a media carga significa que su índice de carga es:

$$C = \frac{1}{2} = 0,5$$

Como en este caso el primario está a la tensión asignada y el secundario tiene una tensión $V_2 = 991,9$ V, de acuerdo con (7) la regulación vale

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{1000 - 991,9}{1000} \cdot 100 = 0,81\%$$

El factor de potencia de esta carga es la unidad, luego

$$\cos \varphi_2 = 1 \rightarrow \sin \varphi_2 = 0$$

De la expresión (6) se obtiene que

$$\varepsilon_C = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sin \varphi_2)] \rightarrow 0,81 = 0,5 [(\varepsilon_{Rcc} \cdot 1) \pm (\varepsilon_{Xcc} \cdot 0)]$$

$$0,81 = 0,5 \cdot \varepsilon_{Rcc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{2} \rightarrow \varepsilon_{Rcc} = 2 \cdot 0,81 = 1,62\%$$

Si el transformador está a plena carga (o carga asignada) significa que su índice de carga vale:

$$C = 1$$

Como en este caso el primario está a la tensión asignada y el secundario tiene una tensión $V_2 = 955,5$ V, de acuerdo con (7) la regulación vale

$$\varepsilon_C = \frac{V_{20} - V_2}{V_{20}} \cdot 100 = \frac{1000 - 955,5}{1000} \cdot 100 = 4,45\%$$

El factor de potencia de esta carga es 0,8, luego

$$\cos \varphi_2 = 0,8 \rightarrow \sin \varphi_2 = 0,6$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Como este factor de potencia es inductivo hay que utilizar el signo + en la expresión (6). Se obtiene que:

$$\varepsilon_C = C [(\varepsilon_{Rcc} \cdot \cos \varphi_2) + (\varepsilon_{Xcc} \cdot \sen \varphi_2)] \rightarrow 4,45 = 1 [(1,62 \cdot 0,8) + (\varepsilon_{Xcc} \cdot 0,6)]$$

$$4,45 = 1,296 + 0,6 \cdot \varepsilon_{Xcc} \rightarrow \varepsilon_{Xcc} = \frac{4,45 - 1,296}{0,6} = 5,26\%$$

Las tensiones relativas de cortocircuito están relacionadas entre sí por el triángulo dibujado en la figura 2.

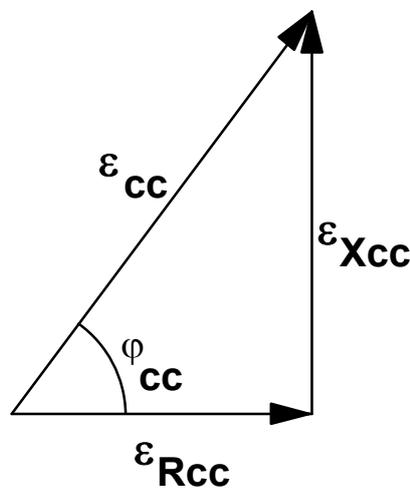


Fig. 2: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Aplicando el Teorema de Pitágoras en la figura 2 se obtiene que

$$\varepsilon_{cc} = \sqrt{\varepsilon_{Rcc}^2 + \varepsilon_{Xcc}^2} = \sqrt{1,62^2 + 5,26^2} = 5,50\%$$

Este transformador tiene los siguientes parámetros: $R_{Fe} = 100 \text{ k}\Omega$; $X_{\mu} = 16,89 \text{ k}\Omega$; $\varepsilon_{Rcc} = 1,62\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 5,26\%$ y $\varepsilon_{cc} = 5,50\%$.

- b) En un ensayo de cortocircuito realizado alimentando al transformador por el primario, de forma que circule la corriente asignada, se miden las siguientes magnitudes:

$$V_{Icc} \qquad I_{IN} \qquad P_{cc}$$

La tensión relativa de cortocircuito ε_{cc} se puede calcular mediante esta expresión:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{Icc}}{V_{IN}} \cdot 100 \tag{8}$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Luego, para este transformador se tiene que:

$$\varepsilon_{cc} = \frac{V_{1cc}}{V_{1N}} \cdot 100 \rightarrow 5,50 = \frac{V_{1cc}}{10000} \cdot 100$$

$$V_{1cc} = 5,50 \cdot \frac{10000}{100} = 550 \text{ V}$$

La tensión relativa ε_{Rcc} se puede calcular mediante la expresión siguiente, en la cual hay que tener cuidado en utilizar unidades similares para P_{cc} y S_N :

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \quad (9)$$

Así pues, para este transformador se tiene que:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \rightarrow 1,62 = \frac{P_{cc}}{400 \text{ kVA}} \cdot 100$$

$$P_{cc} = 400 \text{ kVA} \cdot \frac{1,62}{100} = 6,48 \text{ kW} = 6480 \text{ W}$$

Luego, si se realiza un ensayo de cortocircuito en este transformador alimentándolo por el primario con la corriente asignada se obtendrían estas medidas: $V_{1cc} = 550 \text{ V}$; $I_{1N} = 40 \text{ A}$ y $P_{cc} = 6480 \text{ W}$.

- c) En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1N} , aparecen en los devanados unas corrientes que en régimen permanente tienen unos valores varias veces superiores a los asignados. En el problema T.2.1 se han señalado dos maneras diferentes de calcular las corrientes permanentes de cortocircuito en el primario I_{1falta} y en el secundario I_{2falta} . Aquí se emplearán las expresiones que relacionan estas corrientes con el parámetro ε_{cc} , que es el que se ha calculado en los apartados anteriores:

$$I_{1falta} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 40 \cdot \frac{100}{5,50} = 727,3 \text{ A} \quad (10)$$

$$I_{2falta} = I_{2N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} = 400 \cdot \frac{100}{5,50} = 7273 \text{ A} \quad (11)$$

(Aunque el enunciado no lo pide también se ha calculado la corriente I_{2falta}).

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

La corriente que circula por el primario de este transformador durante el régimen permanente de la falta de cortocircuito es $I_{1\text{ falta}} = 727,3 \text{ A}$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

PROBLEMA T.2.4**ENUNCIADO**

De un transformador monofásico de 0,5 MVA, 10000/1000 V y 50 Hz se sabe que cuando su primario está a la tensión asignada V_{1N} y se produce un cortocircuito en el secundario por el primario circula una corriente de régimen permanente 625 A y el factor de potencia vale entonces 0,313. También se sabe que el máximo rendimiento de este transformador se produce cuando el índice de carga es 0,8 y que cuando está en vacío la corriente en el primario vale 2A. Calcular los parámetros ε_{cc} , ε_{Rcc} , ε_{Xcc} , P_{cc} , P_0 , R_{Fe} y X_{μ} de este transformador.

RESULTADOS

$\varepsilon_{cc} = 8,0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2,5\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7,6\%$; $P_{cc} = 12500$ W;
 $P_0 = 8000$ W; $R_{Fe} = 12500$ Ω ; $X_{\mu} = 5464$ Ω

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * Los factores de potencia son iguales durante el ensayo de cortocircuito y durante la falta de cortocircuito.
- * La corriente relativa de cortocircuito ε_{cc} se puede calcular de la fórmula que expresa la corriente I_{falta} en función de ε_{cc} y de I_{1N} .
- * Los parámetros ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden obtener a partir de ε_{cc} y de $\cos \varphi_{cc}$.
- * La potencia P_{cc} se puede obtener a partir de la fórmula que expresa el parámetro ε_{Rcc} en función de las potencias P_{cc} y S_N .
- * Las pérdidas magnéticas o en el hierro P_{Fe} son fijas y tienen el mismo valor que la potencia medida en el ensayo de vacío P_0 .
- * Las pérdidas en el cobre a P_{Cu} son variables con el cuadrado de la carga. Las pérdidas en el cobre a corriente asignada P_{CuN} tienen el mismo valor que la potencia del ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc} .
- * C_{opt} es el índice de carga del transformador cuando se produce el rendimiento máximo.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

- * El rendimiento máximo $\eta_{\text{máx}}$ se produce cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las pérdidas fijas (las pérdidas en el hierro). De esta condición se puede expresar C_{opt} en función de P_{cc} y de P_0 y despejar la potencia de vacío P_0 .
- * Dado que ya se conocen las magnitudes V_{1N} , I_0 y P_0 , se tienen las medidas que se obtendrían si se realizase en ensayo de vacío alimentando el primario del transformador a su tensión asignada.
- * A partir de las medidas obtenidas en el ensayo de vacío se pueden calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} . Existen dos métodos distintos para este cálculo y es indiferente el utilizar uno u otro.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.4

Datos:

$S_N = 0,5 \text{ MVA}$	$m = 10000/1000 \text{ V}$	$f = 50 \text{ Hz}$
Factor de potencia en la falta de cortocircuito: 0,313		
$I_{1\text{falta}} = 625 \text{ A}$	$C_{\text{opt}} = 0,8$	$I_0 = 2 \text{ A}$

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 1000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 50 \text{ A} \qquad I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{500000 \text{ VA}}{1000 \text{ V}} = 500 \text{ A}$$

En el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario del transformador, estando el primario conectado a su tensión asignada V_{1N} , aparece una corriente que en régimen permanente tiene un valor varias veces superior a la asignada. Dado que la corriente de vacío I_0 nunca supera el 8% de I_{1N} , se tiene que en esta situación la corriente de vacío es totalmente despreciable frente a la corriente del primario y el circuito equivalente durante el cortocircuito queda como se indica en la Fig. 1a.

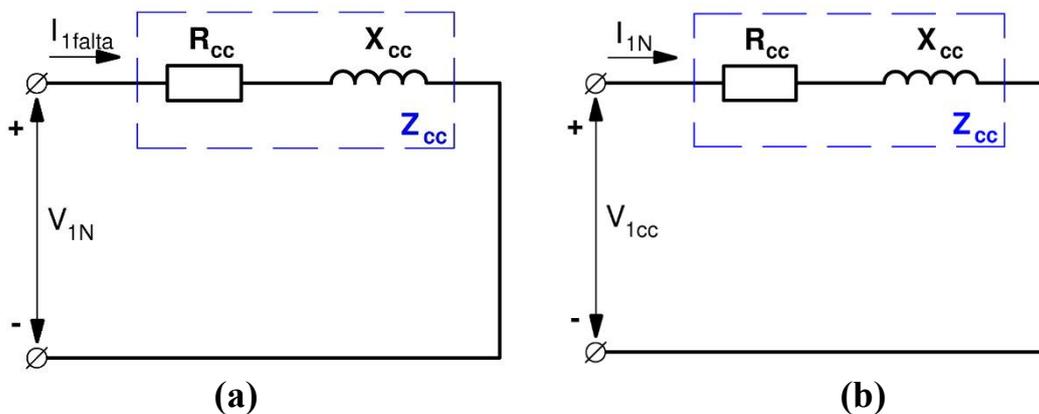


Fig. 1: Circuitos equivalentes del transformador durante la falta de cortocircuito (a) y el ensayo de cortocircuito (b)

Nótese la diferencia con el ensayo de cortocircuito. En el ensayo se utiliza una tensión reducida para que la corriente sea igual o parecida a la asignada y el transformador no se sobrecargue. La falta de cortocircuito es un accidente que se produce cuando está funcionando normalmente a la tensión asignada y da lugar a una corriente elevada que puede ser peligrosa para la integridad de la máquina.

Como en el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada, hay una corriente de vacío mucho menor que a tensión asignada y se puede despreciar frente a la corriente primaria. Así pues, el circuito equivalente del transformador durante el ensayo de cortocircuito se reduce al representado en la Fig. 1b.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Los circuitos equivalentes de las Figs. 1a y 1b son similares. Así pues, el factor de potencia es el mismo tanto en la falta como en el ensayo de cortocircuito y, por lo tanto, según el enunciado:

$$\cos \varphi_{cc} = 0,313 \rightarrow \varphi_{cc} = 71,76^\circ \rightarrow \sin \varphi_{cc} = 0,950$$

La corriente permanente de la falta de cortocircuito $I_{1\text{falta}}$ verifica la siguiente relación:

$$I_{1\text{ falta}} = I_{1N} \cdot \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \quad (1)$$

Luego, se tiene que $\varepsilon_{cc} = \frac{I_{1N}}{I_{1\text{ falta}}} \cdot 100 = \frac{50}{625} \cdot 100 = 8,0\%$

Las tensiones relativas de cortocircuito están relacionadas entre sí por el triángulo dibujado en la Fig. 2.

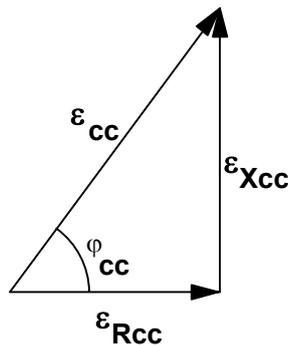


Fig. 2: *Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito*

De la Fig. 2 se deduce que:

$$\varepsilon_{Rcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \cos \varphi_{cc} = 8 \cdot 0,313 = 2,5\% \quad (2)$$

$$\varepsilon_{Xcc} = \varepsilon_{cc} \cdot \sin \varphi_{cc} = 8 \cdot 0,950 = 7,6\% \quad (3)$$

La tensión relativa ε_{Rcc} se puede calcular mediante la fórmula siguiente, en la cual hay que tener cuidado en utilizar unidades similares para P_{cc} y S_N .

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \quad (4)$$

Luego, se cumple que:

$$\varepsilon_{Rcc} = \frac{P_{cc}}{S_N} \cdot 100 \rightarrow P_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} \cdot S_N \quad (5)$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

y en este transformador se obtiene que:

$$P_{cc} = \frac{\varepsilon_{Rcc}}{100} \cdot S_N = \frac{2,5}{100} \cdot 500 \text{ kVA} = 12,5 \text{ kW} = 12500 \text{ W}$$

Existe un índice de carga C_{opt} con el cual, para un factor de potencia dado, el transformador funciona a su máximo rendimiento $\eta_{m\acute{a}x}$. Este índice de carga óptimo es común para todos los factores de potencia y se produce cuando las pérdidas variables (las pérdidas en el cobre) igualan a las fijas (las pérdidas en el hierro):

$$C = C_{opt} \rightarrow P_v = P_f \rightarrow P_{Cu} = P_{Fe} \rightarrow C_{opt}^2 \cdot P_{CuN} = P_{Fe} \quad (6)$$

En el ensayo de vacío las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} ; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_0 = P_{Fe} \quad P_{cc} = P_{CuN} \quad (7)$$

Luego, teniendo en cuenta (6) y (7), se llega a:

$$C_{opt} = \sqrt{\frac{P_{Fe}}{P_{CuN}}} = \sqrt{\frac{P_0}{P_{cc}}} \quad (8)$$

de donde se deduce que:

$$P_0 = C_{opt}^2 \cdot P_{cc} \quad (9)$$

que aplicado a este transformador da el siguiente resultado:

$$P_0 = C_{opt}^2 \cdot P_{cc} = 0,8^2 \cdot 12500 \text{ W} = 8000 \text{ W}$$

El enunciado indica cuánto vale la corriente de vacío a tensión asignada y se acaba de calcular la potencia de vacío. Por lo tanto, se disponen de los datos del ensayo de vacío:

$$V_{1N} = 10000 \text{ V} \quad I_0 = 2 \text{ A} \quad P_0 = 8000 \text{ W}$$

Durante el ensayo de vacío el circuito equivalente del transformador se reduce al indicado en la Fig. 3a y el diagrama vectorial es el señalado en la Fig. 3b.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Hay dos formas de calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar una de ellas. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método.

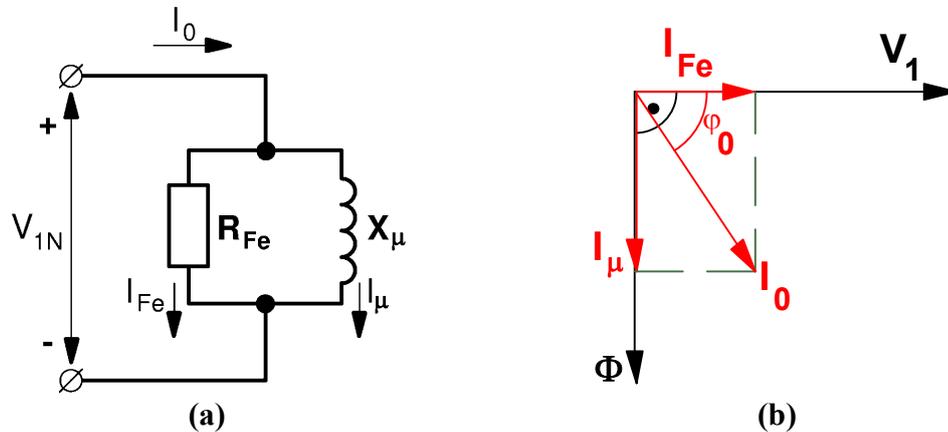


Fig. 3: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

El ángulo de desfase φ_0 se calcula a partir de la potencia activa:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 \rightarrow \cos \varphi_0 = \frac{P_0}{V_{1N} \cdot I_0} \quad (10)$$

$$\cos \varphi_0 = \frac{8000}{10000 \cdot 2} = 0,40 \rightarrow \varphi_0 = 66,42^\circ \rightarrow \text{sen } \varphi_0 = 0,917$$

De la Fig. 3b se deduce que:

$$I_{Fe} = I_0 \cdot \cos \varphi_0 = 2 \cdot 0,40 = 0,80 \text{ A} \quad (11)$$

$$I_{\mu} = I_0 \cdot \text{sen } \varphi_0 = 2 \cdot 0,917 = 1,83 \text{ A} \quad (12)$$

De la Fig. 3a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{10000}{0,8} = 12500 \text{ Ohms} \quad (13)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{10000}{1,83} = 5464 \text{ Ohms} \quad (14)$$

Los parámetros de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 8,0 \%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2,5 \%$; $\varepsilon_{Xcc} = 7,6 \%$; $P_{cc} = 12500 \text{ W}$; $P_0 = 8000 \text{ W}$; $R_{Fe} = 12500 \Omega$ y $X_{\mu} = 5464 \Omega$.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

PROBLEMA T.2.5**ENUNCIADO**

Se ha realizado el ensayo de cortocircuito de un transformador monofásico de 2500 kVA, 50000/10000 V y 50 Hz obteniéndose los siguientes resultados:

720 V 225 A 40500 W

Se sabe que este transformador tiene una corriente de vacío igual al 2% de la asignada y que su rendimiento con la carga asignada y factor de potencia unidad es de 97,5%. Calcular los parámetros ε_{cc} , ε_{Rcc} , ε_{Xcc} , P_0 , R_{Fe} y X_{μ} de este transformador.

RESULTADOS

$\varepsilon_{cc} = 8,0\%$; $\varepsilon_{Xcc} = 2,0\%$; $\varepsilon_{Rcc} = 7,75\%$;
 $P_0 = 14103 \text{ W}$; $R_{Fe} = 177305 \Omega$; $X_{\mu} = 52138 \Omega$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

- * Para empezar es conveniente obtener los valores asignados o nominales de las tensiones e intensidades del primario y del secundario.
- * En el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante el ensayo de cortocircuito, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, en este ensayo se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.
- * Si el ensayo de cortocircuito tiene sus medidas realizadas en el secundario, se debe calcular lo que se hubiera medido de realizar el ensayo por el primario. Para ello se utiliza la relación de transformación.
- * Se debe comprobar si el ensayo de cortocircuito cuyos datos proporciona el enunciado corresponden a un ensayo realizado haciendo circular la corriente asignada por el transformador. De no ser así, se procede a calcular lo que se hubiera medido de haber realizado el ensayo con la corriente asignada. Para ello se tiene en cuenta que la tensión del ensayo es proporcional a la corriente y la potencia activa es proporcional al cuadrado de la corriente.
- * Los parámetros ε_{cc} , ε_{Rcc} y ε_{Xcc} se pueden obtener calculando previamente los parámetros R_{cc} , X_{cc} y Z_{cc} . Sin embargo, es más cómodo calcular directamente las tensiones relativas de cortocircuito.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

- * Para calcular ϵ_{cc} se puede emplear la expresión que lo pone en función de las tensiones V_{1cc} y V_{1N} . Esta expresión sólo es válida si se emplea la tensión V_{1cc} medida en un ensayo de cortocircuito en el que circulan exactamente las corrientes asignadas por los devanados del transformador.
- * Para calcular ϵ_{Rcc} se puede emplear la expresión que lo pone en función de las potencias P_{cc} y S_N . Esta expresión sólo es válida si se emplea la potencia P_{cc} medida en un ensayo de cortocircuito en el que circulan exactamente las corrientes asignadas por los devanados del transformador.
- * ϵ_{cc} se puede calcular a partir de ϵ_{Rcc} y ϵ_{Xcc} aplicando el Teorema de Pitágoras.
- * Cuando el transformador alimenta la carga asignada su índice de carga vale 1.
- * La potencia de pérdidas en el cobre para carga asignada P_{CuN} es igual a la medida en el ensayo de cortocircuito a corriente asignada P_{cc} .
- * A partir del rendimiento para carga asignada y factor de potencia unidad se puede calcular la potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe} .
- * La potencia de pérdidas en el hierro P_{Fe} es igual a la potencia medida en el ensayo de vacío P_0 .
- * Con los cálculos anteriores se disponen de las medidas que se hubieran obtenido si se hubiera realizado el ensayo de vacío alimentando el transformador por el primario.
- * A partir de las medidas obtenidas en el ensayo de vacío se pueden calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} . Existen dos métodos distintos para este cálculo y es indiferente el utilizar uno u otro.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA T.2.5

Datos:

$$\begin{array}{lll}
 S_N = 2500 \text{ kVA} & m = 50000/10000 \text{ V} & f = 50 \text{ Hz} \\
 \text{Ensayo de cortocircuito:} & 720 \text{ V} & 225 \text{ A} & 40500 \text{ W} \\
 I_0 = 2\% \text{ de } I_{1N} & & & \\
 \text{Para carga asignada y factor de potencia unidad: } \eta = 97,5\% & & &
 \end{array}$$

Resolución:

Antes de empezar a resolver el problema lo primero que hay que hacer es obtener las tensiones e intensidades asignadas del primario y del secundario:

$$V_{1N} = 50000 \text{ V} \qquad V_{2N} = 10000 \text{ V}$$

$$I_{1N} = \frac{S_N}{V_{1N}} = \frac{2500000 \text{ VA}}{50000 \text{ V}} = 50 \text{ A}$$

$$I_{2N} = \frac{S_N}{V_{2N}} = \frac{2500000 \text{ VA}}{10000 \text{ V}} = 250 \text{ A}$$

Ensayo de cortocircuito:

Obsérvese que en el enunciado no se cita por qué lado del transformador se ha alimentado y medido durante el ensayo de cortocircuito, pero esto se puede deducir a partir de los datos suministrados. Así, en el ensayo de cortocircuito se hace pasar una corriente igual o cercana a la asignada y la tensión no supera el 15% de la asignada del devanado por donde se alimenta al transformador.

El enunciado indica que el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente de 225 A y a una tensión de 720 V. Observando cuáles son las corrientes asignadas de los devanados de este transformador, se advierte que esta corriente está bastante próxima a la asignada del secundario (250A) y es muy diferente de la corriente asignada primaria (50 A). Esto indica que el ensayo se ha efectuado alimentando al transformador por el secundario. Como comprobación adicional se aprecia que la tensión a la que se ha realizado el ensayo (720 V) es el 1,44% de V_{1N} y el 7,2% de V_{2N} . Una tensión del 1,44% de la asignada es exageradamente pequeña en un ensayo de cortocircuito, pero un valor del 7,2 % resulta razonable en este tipo de ensayo, lo cual ratifica que se ha efectuado en el secundario. Como, además, este ensayo se ha realizado con una corriente que no es exactamente igual a la asignada, los datos que proporciona el enunciado son:

$$V_{2 \text{ corto}} = 720 \text{ V} \qquad I_{2 \text{ corto}} = 225 \text{ A} \qquad P_{\text{corto}} = 40500 \text{ W}$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Como todas las expresiones explicadas en la teoría de la asignatura se han deducido suponiendo que el ensayo se realiza alimentando el transformador por el primario, lo primero que se va a hacer es calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo se hubiera realizado por el primario:

$$m = \frac{V_{1 \text{ corto}}}{V_{2 \text{ corto}}} = \frac{I_{2 \text{ corto}}}{I_{1 \text{ corto}}} \rightarrow \begin{cases} V_{1 \text{ corto}} = m \cdot V_{2 \text{ corto}} \\ I_{1 \text{ corto}} = \frac{I_{2 \text{ corto}}}{m} \end{cases} \quad (1)$$

$$V_{1 \text{ corto}} = \frac{50000}{10000} 720 = 3600 \text{ V} \quad I_{1 \text{ corto}} = \frac{225}{\frac{50000}{10000}} = 45 \text{ A}$$

$$P_{\text{corto}} = 40500 \text{ W}$$

A continuación, se van a calcular las medidas que se hubieran obtenido si el ensayo de cortocircuito se hubiera efectuado con la corriente asignada:

$$V_{1\text{cc}} = V_{1 \text{ corto}} \frac{I_{1\text{N}}}{I_{1 \text{ corto}}} = 3600 \cdot \frac{50}{45} = 4000 \text{ V} \quad (2)$$

$$P_{\text{cc}} = P_{\text{corto}} \left(\frac{I_{1\text{N}}}{I_{1 \text{ corto}}} \right)^2 = 40500 \cdot \left(\frac{50}{45} \right)^2 = 50000 \text{ W} \quad (3)$$

Luego, a partir de ahora se trabajará como si el ensayo de cortocircuito se hubiera realizado por el primario a la intensidad asignada y las medidas obtenidas fueran:

$$V_{1\text{cc}} = 4000 \text{ V} \quad I_{1\text{N}} = 50 \text{ A} \quad P_{\text{cc}} = 50000 \text{ W}$$

Se podrían calcular primero los parámetros R_{cc} , X_{cc} y Z_{cc} para, a partir de ellos, obtener las tensiones relativas ε_{cc} , $\varepsilon_{R_{\text{cc}}}$ y $\varepsilon_{X_{\text{cc}}}$ que pide el enunciado. Sin embargo, es más cómodo calcular directamente estos parámetros:

$$\varepsilon_{\text{cc}} = \frac{V_{1\text{cc}}}{V_{1\text{N}}} \cdot 100 = \frac{4000}{50000} \cdot 100 = 8,0\% \quad (4)$$

$$\varepsilon_{R_{\text{cc}}} = \frac{P_{\text{cc}}}{S_{\text{N}}} \cdot 100 = \frac{50000}{2500000} \cdot 100 = 2,0\% \quad (5)$$

Recuérdese que en las expresiones (4) y (5) deben emplearse la tensión $V_{1\text{cc}}$ y la potencia P_{cc} obtenidas en un ensayo de cortocircuito efectuado haciendo circular exactamente las corrientes asignadas por los devanados del transformador.

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Teniendo en cuenta que las tensiones relativas de cortocircuito están relacionadas formando el triángulo de la Fig. 1, aplicando el Teorema de Pitágoras se obtiene que:

$$\varepsilon_{Xcc} = \sqrt{\varepsilon_{cc}^2 - \varepsilon_{Rcc}^2} = \sqrt{8,0^2 - 2,0^2} = 7,75\% \quad (6)$$

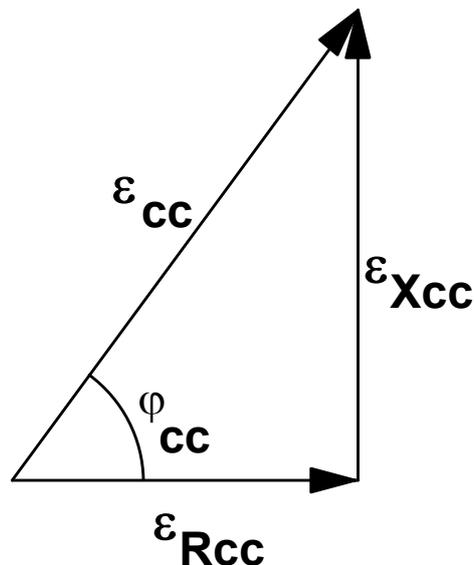


Fig. 1: Triángulo de tensiones relativas de cortocircuito

Ensayo de vacío:

Cuando el transformador funciona con la carga asignada ($S = S_N$) su índice de carga vale

$$C = \frac{S}{S_N} = 1 \quad (7)$$

En el ensayo de cortocircuito la tensión es pequeña comparada con la asignada (luego, el flujo también es pequeño), por lo que las pérdidas en el hierro son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el cobre. Si el ensayo de cortocircuito se realiza a la corriente asignada se tendrá que la potencia medida en el ensayo es igual a la producida por las pérdidas en el cobre asignadas P_{CuN} ; es decir, las pérdidas en el cobre cuando la carga es la asignada.

$$P_{cuN} = P_{cc} = 50000 \text{ W} \quad (8)$$

El rendimiento de un transformador viene dado por la siguiente relación, en la cual hay que tener cuidado de usar unidades similares para medir todas las potencias:

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \quad (9)$$

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Luego, en este transformador para carga asignada y factor de potencia unidad, midiendo las potencias en VA y W, por (7), (8) y (9) se tiene que:

$$\eta = \frac{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2}{C \cdot S_N \cdot \cos \varphi_2 + P_{Fe} + C^2 \cdot P_{CuN}} \rightarrow$$

$$\rightarrow 0,975 = \frac{1 \cdot 2500000 \cdot 1}{1 \cdot 2500000 \cdot 1 + P_{Fe} + 1^2 \cdot 50000}$$

$$P_{Fe} = \frac{2500000}{0,975} - (2500000 + 50000) = 14103 \text{ W}$$

En el ensayo de vacío, las pérdidas en el cobre son despreciables y la potencia consumida es sólo la debida a las pérdidas en el hierro. Luego:

$$P_0 = P_{Fe} = 14103 \text{ W} \tag{10}$$

Según el enunciado, en este transformador en vacío la corriente consumida es el 2% de la asignada, es decir:

$$I_0 = \frac{2}{100} \cdot 50 = 1 \text{ A} \tag{11}$$

De (10) y (11) se deduce que si se realizase un ensayo de vacío alimentando el transformador por el primario se obtendrían estas medidas:

$$V_{1N} = 5000 \text{ V}$$

$$I_0 = 1 \text{ A}$$

$$P_0 = 14103 \text{ W}$$

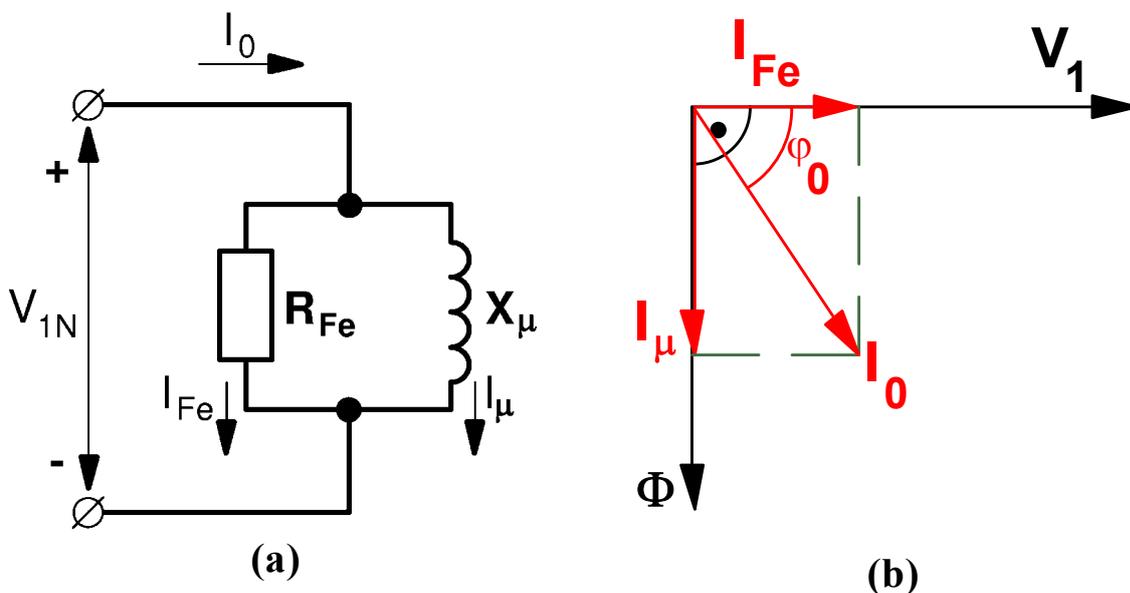


Fig. 2: Circuito equivalente(a) y diagrama vectorial (b) en el ensayo de vacío de un transformador

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

Durante este ensayo el transformador ha sido alimentado por el primario (donde se han realizado las medidas) y se ha dejado el secundario en circuito abierto. En estas circunstancias, el circuito equivalente del transformador se reduce al mostrado en la Fig. 2a y el diagrama vectorial correspondiente es el que aparece dibujado en la Fig. 2b.

Hay dos métodos para calcular los parámetros R_{Fe} y X_{μ} a partir del ensayo de vacío que se pueden utilizar indistintamente y que se explicaron en la resolución del problema T.1.1. En esta explicación se va a utilizar uno de estos métodos. Es conveniente que el lector intente calcular estos parámetros utilizando también el otro método (para ello siga el proceso indicado en la resolución del problema T.1.1) y compruebe que obtiene los mismos resultados.

La corriente I_{Fe} se puede calcular así:

$$P_0 = V_{1N} \cdot I_0 \cdot \cos \varphi_0 = V_{1N} \cdot I_{Fe} \rightarrow I_{Fe} = \frac{P_0}{V_{1N}} = \frac{14103}{50000} = 0,282A \quad (12)$$

De la Fig. 2b se deduce que la corriente I_{μ} se puede calcular aplicando el Teorema de Pitágoras:

$$I_{\mu} = \sqrt{I_0^2 - I_{Fe}^2} = \sqrt{1,0^2 - 0,282^2} = 0,959 A \quad (13)$$

De la Fig. 2a, aplicando la ley de Ohm, se deduce que:

$$R_{Fe} = \frac{V_{1N}}{I_{Fe}} = \frac{50000}{0,282} = 177305 \text{ Ohms} = 177,3 \text{ k}\Omega \quad (14)$$

$$X_{\mu} = \frac{V_{1N}}{I_{\mu}} = \frac{50000}{0,959} = 52138 \text{ Ohms} = 52,1 \text{ k}\Omega \quad (15)$$

Los parámetros de este transformador son $\varepsilon_{cc} = 8,0 \%$; $\varepsilon_{Rcc} = 2,0 \%$; $\varepsilon_{Xcc} = 7,75 \%$; $P_0 = 14103 \text{ W}$; $R_{Fe} = 177,3 \text{ k}\Omega$ y $X_{\mu} = 52,1 \text{ k}\Omega$.

Aunque el enunciado no lo pide, con los datos de que se dispone se puede calcular la corriente que circularía en régimen permanente por el primario en el caso de producirse un cortocircuito en bornes del secundario. Esta corriente se denomina I_{1falta} y se puede determinar mediante esta fórmula:

$$I_{1falta} = I_{1N} \frac{100}{\varepsilon_{cc}} \quad (16)$$

Aplicando esta fórmula al transformador que se está analizando se obtiene el siguiente resultado:

Transformadores

T.2: Rendimientos, cortocircuitos y caídas de tensión

$$I_{\text{ifalta}} = I_{1N} \frac{100}{\varepsilon_{\text{cc}}} = 50 \frac{100}{8} \Rightarrow I_{\text{ifalta}} = 625 \text{ A}$$

La corriente del primario durante el régimen permanente de cortocircuito vale $I_{\text{ifalta}} = 625 \text{ A}$.

Transformadores

BIBLIOGRAFÍA

- [1] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [2] CORRALES MARTIN. 1982. *Cálculo Industrial de máquinas eléctricas (2 tomos)*. Barcelona: Marcombo.
- [3] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw Hill Interamericana.
- [4] FOGIEL, M. 1987. *The electrical machines problem solver*. New York. Research and Education Association.
- [5] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.
- [6] FRAILE MORA, J. y FRAILE ARDANUY, J. 2015. *Problemas de máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.
- [7] GURRUTXAGA, J. A. 1985. *El fenómeno electromagnético. Tomo V. Las máquinas eléctricas I*. Santander: Dpto. de publicaciones de la E.T.S.I.C.C.P. de Santander.
- [8] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas (3 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.
- [9] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas (2 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.
- [10] RODRÍGUEZ POZUETA, M. A. Diversos apuntes sobre transformadores publicados en esta web:
<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Trafo>
- [11] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.
- [12] SUÁREZ CREO, J.M. y MIRANDA BLANCO, B.N. 2006. *Máquinas eléctricas. Funcionamiento en régimen permanente*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, S.L.