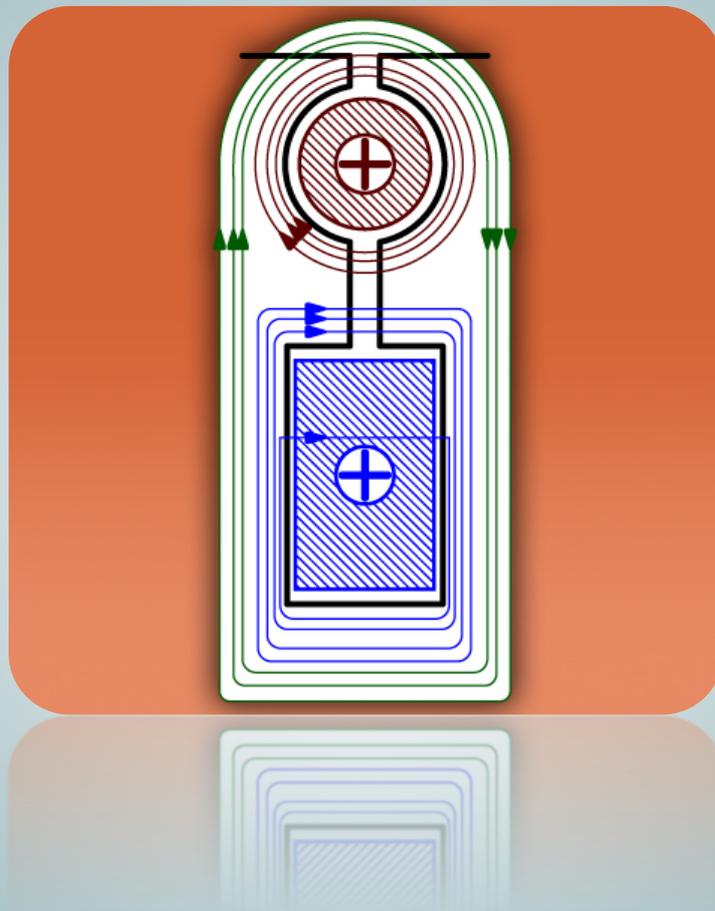


# Máquinas Eléctricas II

## Tema 3. Máquinas síncronas



**Miguel Ángel Rodríguez Pozueta**

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

© 2018, Miguel Angel Rodríguez Pozueta  
Universidad de Cantabria (España)  
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

*This work is licensed under the Creative Commons Attribution-NonCommercial-ShareAlike 4.0 International License. To view a copy of this license, visit <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/> or send a letter to Creative Commons, PO Box 1866, Mountain View, CA 94042, USA.*



*Está permitida la reproducción total o parcial de este documento bajo la licencia Creative Commons Reconocimiento-NoComercial-CompartirIgual 4.0 Unported que incluye, entre otras, la condición inexcusable de citar su autoría (Miguel Angel Rodríguez Pozueta - Universidad de Cantabria) y su carácter gratuito.*

*Puede encontrar más documentación gratuita en la página web del autor: <http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm>*

Este documento está diseñado para que se obtenga un texto impreso bien organizado si decide ahorrar papel imprimiéndolo a tamaño reducido, de forma que se incluyan dos páginas por cada hoja de papel DINA4 apaisado.

# ÍNDICE

## ÍNDICE

(Cada número de página de este índice es un enlace a dicha página)

# ÍNDICE

## MÁQUINAS SÍNCRONAS

<b>DESCRIPCIÓN Y COMPORTAMIENTO EN VACÍO</b> .....	1
Descripción.....	1
Número de polos y velocidad de sincronismo .....	2
Aspectos constructivos .....	3
Formas constructivas. Máquinas de rotor cilíndrico y de polos salientes.....	3
Devanado amortiguador.....	5
Colector de anillos.....	6
Estator.....	6
Fotos de máquinas síncronas de polos salientes.....	7
Fotos de un rotor cilíndrico.....	8
Funcionamiento en vacío.....	9
Valores por unidad (p.u.) y valores base.....	10
<b>FUNCIONAMIENTO COMO ALTERNADOR AISLADO</b> .....	11
Fuerzas magnetomotrices (f.m.m.s) de una máquina síncrona.....	12
Reacción de inducido.....	13
La máquina síncrona en carga.....	15
Circuito equivalente de Behn-Eschenburg. Reactancia síncrona.....	15
Teoría de las dos reacciones de Blondel para el estudio de máquinas síncronas de polos salientes.....	17
Diagrama fasorial de Doherty y Nickle.....	18
Reactancias síncronas en la máquina de polos salientes.....	18
Formas de funcionamiento de un alternador síncrono.....	19
Alternador síncrono en una red aislada. Características exteriores y de regulación.....	19
Funcionamiento acoplado a una red de potencia infinita .....	20
Funcionamiento acoplado en paralelo con otro alternador de potencia similar.....	20

## ÍNDICE

(Cada número de página de este índice es un enlace a dicha página)

<b>ACOPLAMIENTO A UNA RED DE POTENCIA INFINITA.....</b>	<b>21</b>
Red de potencia infinita.....	21
Condiciones de acoplamiento a una red de potencia infinita.....	22
Sincronoscopio de lámparas.....	22
Equipo de sincronización.....	23
Tensiones en la lámpara de cero. Frecuencias fundamental y de batido.....	24
Sincronoscopio de aguja. Columna de sincronización.....	25
<b>POTENCIAS ACTIVA Y REACTIVA. PARES. ESTABILIDAD ESTÁTICA..</b>	<b>26</b>
Potencias y pares en máquinas síncronas.....	27
Convenios de signos.....	27
Potencia y par en una máquina síncrona cilíndrica.....	30
Potencia y par en una máquina síncrona de polos salientes.....	32
Característica Par - ángulo de par ( $M - \delta$ ).....	36
Estabilidad estática en máquinas síncronas.....	38
Analogía mecánica del ángulo de par $\delta$ .....	38
Estabilidad estática.....	39
Par sincronizante $M_s$ para pequeños desvíos $\delta_d$ del ángulo de par.....	41
<b>MÁQUINAS SÍNCRONAS EN RED DE POTENCIA INFINITA.</b>	
<b>MOTORES SÍNCRONOS.....</b>	<b>43</b>
Compensador síncrono.....	43
Variación de la potencia activa con corriente de excitación $I_e$ constante.....	45
Variación de $I_e$ manteniendo la potencia activa constante. Lugares geométricos.....	46
Funcionamiento como generador.....	47
Funcionamiento como motor.....	48
Generador y motor. Convenios de signos.....	50
Resumen de máquina síncrona en red de potencia infinita.....	51
Par de arranque nulo de un motor síncrono.....	52
Métodos de arranque de un motor síncrono.....	53
Arranque mediante un variador de frecuencias.....	53
Arranque mediante un motor auxiliar (motor pony).....	54
Arranque como asíncrono. Resistencia de extinción del campo.....	54
Arranque de un motor síncrono como asíncrono mediante un autotransformador.....	55
Motor síncrono versus motor asíncrono.....	56

## ÍNDICE

(Cada número de página de este índice es un enlace a dicha página)

<b>MÁQUINAS SÍNCRONAS CONECTADAS EN PARALELO</b> .....	57
Regulador de velocidad (governor).....	58
Regulador centrífugo de Watt.....	58
Curva de estatismo.....	60
Regulador astático.....	62
Regulación secundaria.....	63
Alternadores en paralelo de potencias similares.....	64
Curvas de estatismo.....	64
Reparto de potencia activa entre alternadores en paralelo.....	66
Reparto de potencia reactiva entre alternadores en paralelo.....	68
Resumen del funcionamiento de un alternador síncrono acoplado en paralelo con otro alternador de potencia similar.....	68
<b>CORTOCIRCUITOS</b> .....	69
Cortocircuito permanente trifásico en bornes del inducido.....	70
Cortocircuitos permanentes asimétricos en bornes del inducido.....	71
Transitorio de cortocircuito trifásico en bornes del inducido.....	73
Cortocircuito trifásico brusco en bornes de una máquina síncrona previamente en vacío.....	73
Descripción del fenómeno.....	73
Valor eficaz de la corriente alterna simétrica.....	78
Corriente de choque.....	80
Reactancias transitoria y subtransitoria.....	82
Cortocircuito trifásico brusco en bornes de una máquina síncrona previamente en carga.....	83
Cortocircuito trifásico brusco en una máquina de polos salientes.....	84
Cortocircuitos asimétricos bruscos.....	84
Cortocircuitos al final de una línea alimentada por una máquina síncrona.....	84
Valores típicos de los parámetros que influyen en los cortocircuitos.....	86
Bibliografía.....	87

## ÍNDICE

(Cada número de página de este índice es un enlace a dicha página)

<b>OSCILACIONES PENDULARES. ESTABILIDAD DINÁMICA</b> .....	88
Introducción.....	89
Pares a considerar en las oscilaciones pendulares.....	90
Par mecánico $M_m$ .....	90
Par eléctrico $M$ .....	91
Par de inercia $M_i$ .....	92
Par amortiguador $M_a$ .....	93
Oscilaciones libres.....	94
Estabilidad dinámica. Método de igualdad de las áreas.....	96
Oscilaciones libres de pequeña amplitud.....	99
Oscilaciones forzadas.....	100
Oscilaciones forzadas en una máquina síncrona aislada.....	101
Oscilaciones forzadas en una máquina síncrona en red de potencia infinita. Resonancia.....	102
<b>BIBLIOGRAFÍA</b> .....	105

Cada número de página de este índice constituye un enlace a dicha página.

# MÁQUINAS SÍNCRONAS. Descripción y funcionamiento en vacío

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

## MÁQUINA SÍNCRONA: DESCRIPCIÓN

En las máquinas síncronas el inductor está colocado usualmente en el rotor y se alimenta con corriente continua a través de un colector de dos anillos. El inducido está en el estator y es un devanado de corriente alterna. El núcleo magnético del estator se construye a base de apilar chapas magnéticas. Las máquinas síncronas rápidas son de **rotor cilíndrico** y las lentas son de **polos salientes**.

Cuando la máquina síncrona actúa como alternador, una máquina motriz externa hace girar su rotor y con él gira el campo magnético inductor. Este campo está generado por una corriente continua, luego visto desde el rotor es un campo estático. Sin embargo, al girar el rotor las bobinas del estator “ven” un campo magnético móvil. Esto da lugar a que estas bobinas estén sometidas a un flujo magnético variable en el tiempo y se induzcan en ellas unas f.e.m.s alternas.

Cuando una máquina síncrona polifásica actúa como motor, su estator está recorrido por un sistema equilibrado de corrientes. Estas corrientes dan lugar a un campo magnético giratorio (Teorema de Ferraris) que, al interactuar con el campo magnético inductor, hace girar al rotor a su misma velocidad. La velocidad del campo giratorio se denomina *velocidad de sincronismo* y es la velocidad a que gira la máquina. De ahí el nombre de síncronas de estas máquinas.

## MÁQUINAS SÍNCRONAS

- **Inductor** de c.c. en el rotor alimentado a través de un colector de dos anillos e **inducido** de c.a. en el estator.
- Debe girar a velocidad constante para que las tensiones que genere sean siempre de la misma frecuencia. Luego debe girar a la **velocidad de sincronismo**:

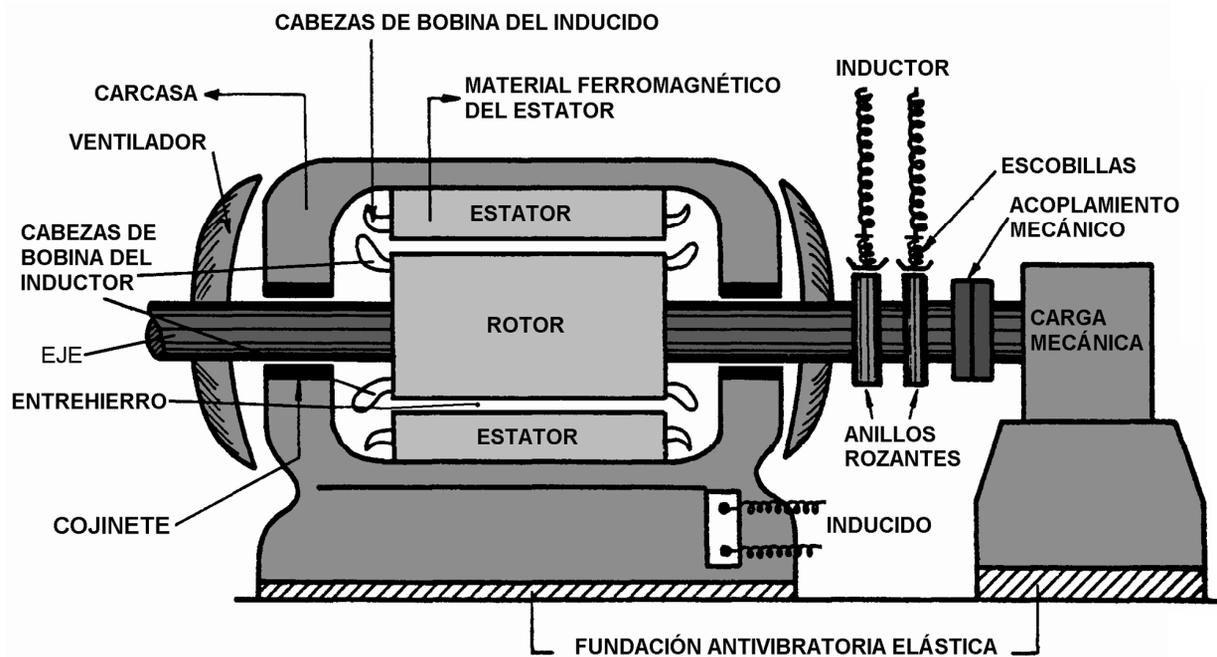
$$n = \frac{60 f}{p}$$

## NÚMERO DE POLOS

- La velocidad (n) a la que gira la máquina síncrona determina su número de polos (2p) para conseguir la frecuencia (f) deseada.
- Se procura acoplamiento directo entre el motor de accionamiento y el alternador síncrono:
  - **Hidroalternadores y alternadores Diesel**: Lentos y de polos salientes. Movidos por motores Diesel o turbinas hidráulicas.
  - **Turboalternadores**: Rápidos (2 o 4 polos) y de rotor liso. Movidos por turbinas de gas o de vapor.

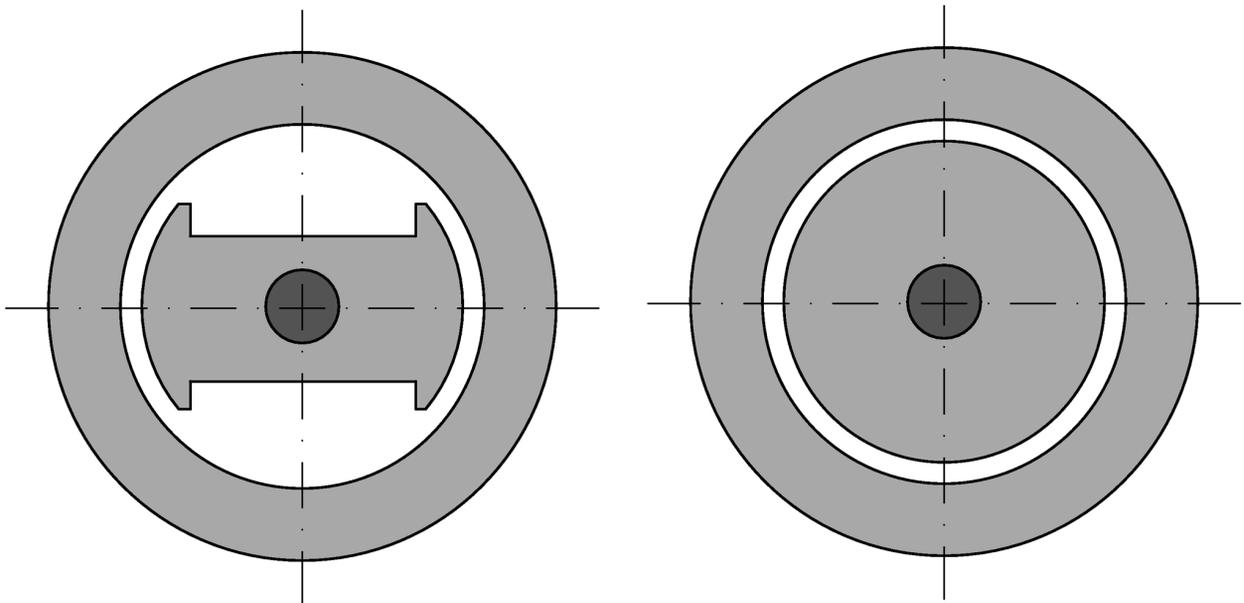
f = 50 Hz	
Nº de polos (2p)	Velocidad (n) (r.p.m.)
2	3000
4	1500
6	1000
8	750
10	600
12	500
16	375
20	300
24	250
28	214
32	188
36	167
40	150

# MÁQUINA SÍNCRONA



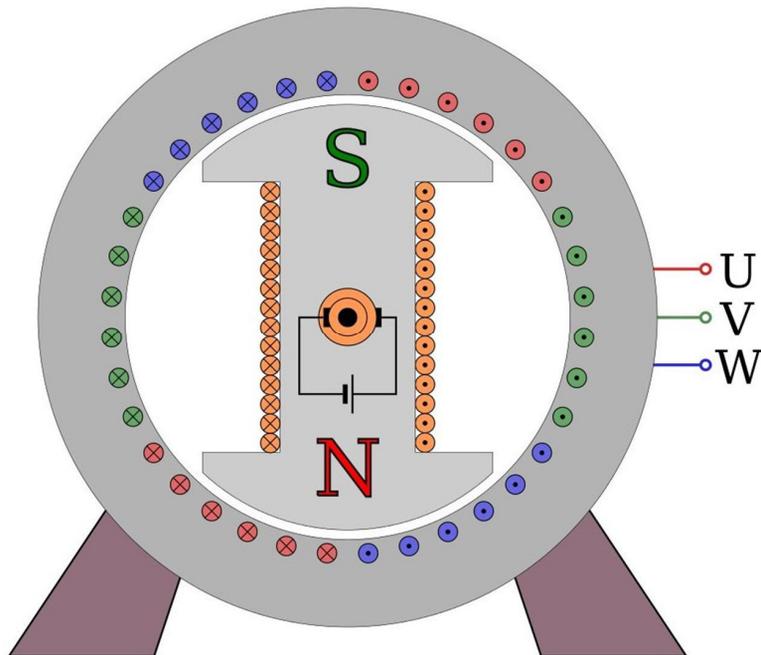
(Fuente: "El fenómeno electromagnético" de José Antonio de Gurrutxaga Ruiz)

## FORMAS CONSTRUCTIVAS



**Polos salientes**

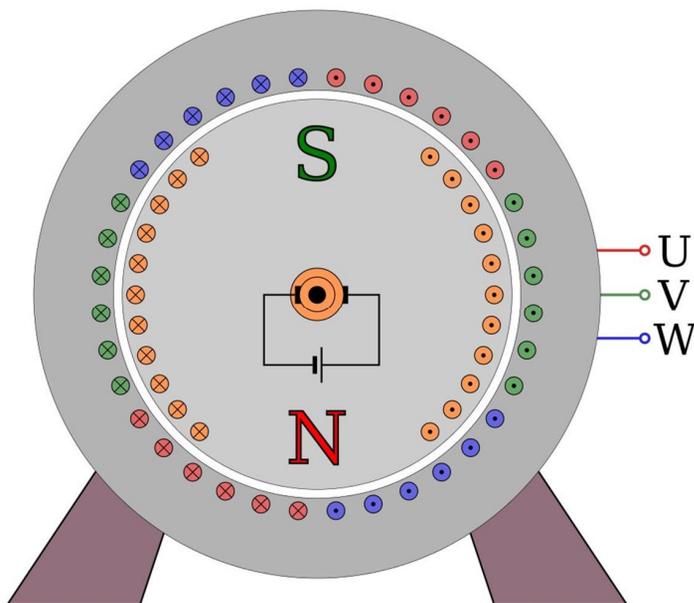
**Rotor cilíndrico**



## MÁQUINA SÍNCRONA DE POLOS SALIENTES

Fuente: Wikimedia Commons.  
Autor: Biezl

- Estas máquinas tienen muchos polos y baja velocidad. Como alternadores se usan acopladas a turbinas hidráulicas (hidroalternadores) o a motores diesel.
- Son máquinas de gran diámetro y, comparativamente, pequeña longitud axial.



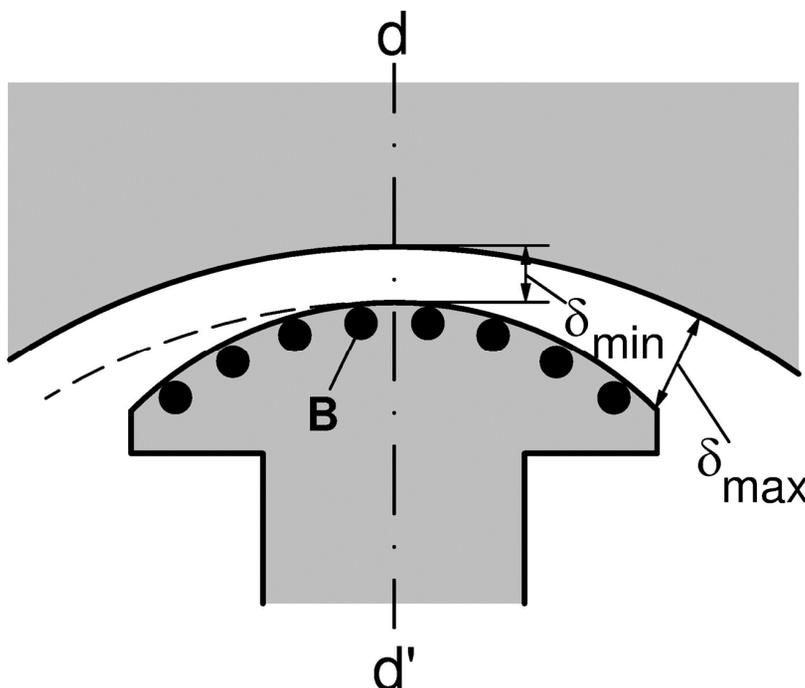
## MÁQUINA SÍNCRONA DE ROTOR CILÍNDRICO

Fuente: Wikimedia Commons.  
Autor: Biezl

- Estas máquinas tienen pocos polos (2 o 4 polos) y alta velocidad. Como alternadores se usan acopladas a turbinas térmicas (turboalternadores).
- Al girar muy rápido los conductores del rotor sufren una fuerte fuerza centrífuga. Por esta razón, los conductores del rotor se colocan en ranuras (donde están mejor sujetos que en las bobinas de los polos salientes) y el diámetro del rotor es pequeño (lo que reduce la fuerza centrífuga).
- Por lo tanto, son máquinas de pequeño diámetro y gran longitud axial.

## DEVANADO AMORTIGUADOR

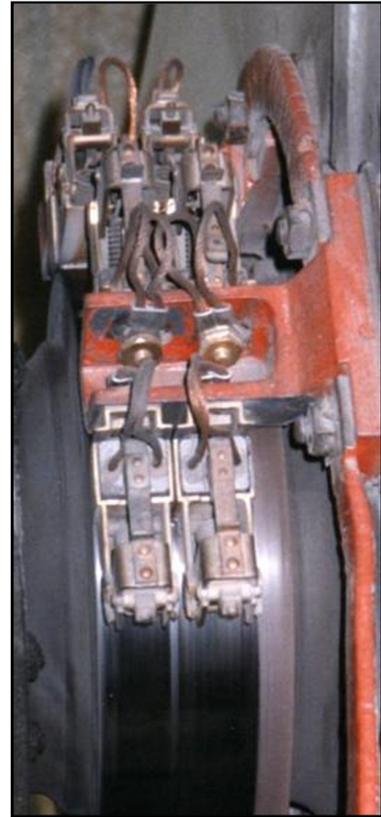
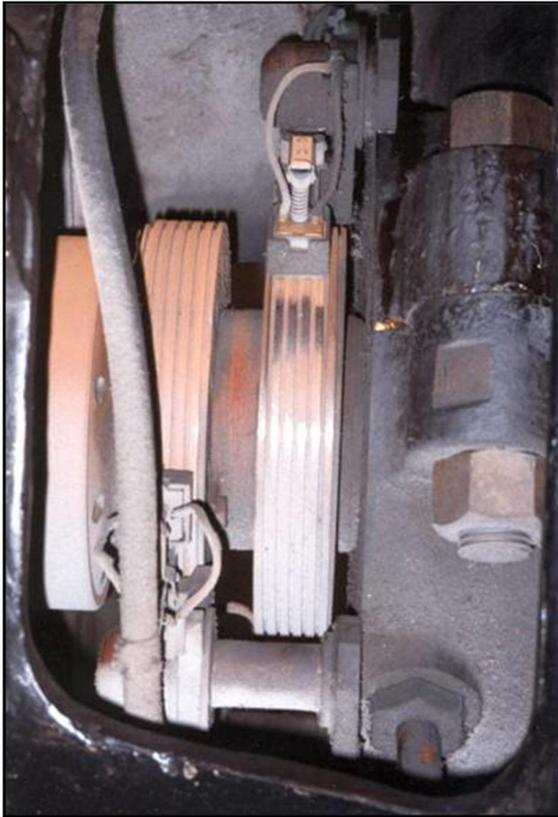
- Consiste en un devanado de jaula de ardilla o de trozos de jaula. La masa maciza de un rotor cilíndrico también actúa como devanado amortiguador.
  - Reduce los armónicos de f.e.m.
  - Ayuda a mantener la velocidad de sincronismo.
  - Amortigua las variaciones bruscas del campo magnético.
  - Puede servir para arrancar los motores síncronos.



**Corte de un polo saliente con entrehierro variable y con devanado amortiguador**

**B:** Barra del devanado amortiguador

- En las máquinas con polos salientes el entrehierro es variable para que el campo magnético se distribuya sinusoidalmente a lo largo del entrehierro.
- Las barras del devanado amortiguador se unen entre sí por delante y por detrás mediante sendos trozos de aros de cortocircuito. A veces se usan aros de cortocircuito completos que unen las barras de todos los polos.



**Colectores de anillos**



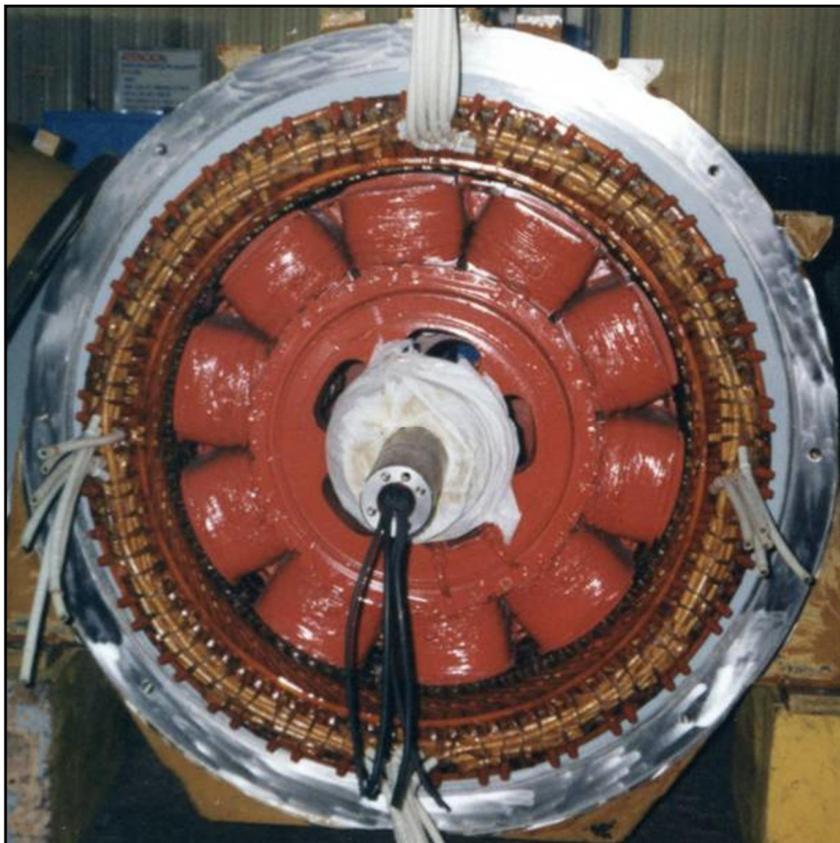
**Estator de un alternador trifásico**



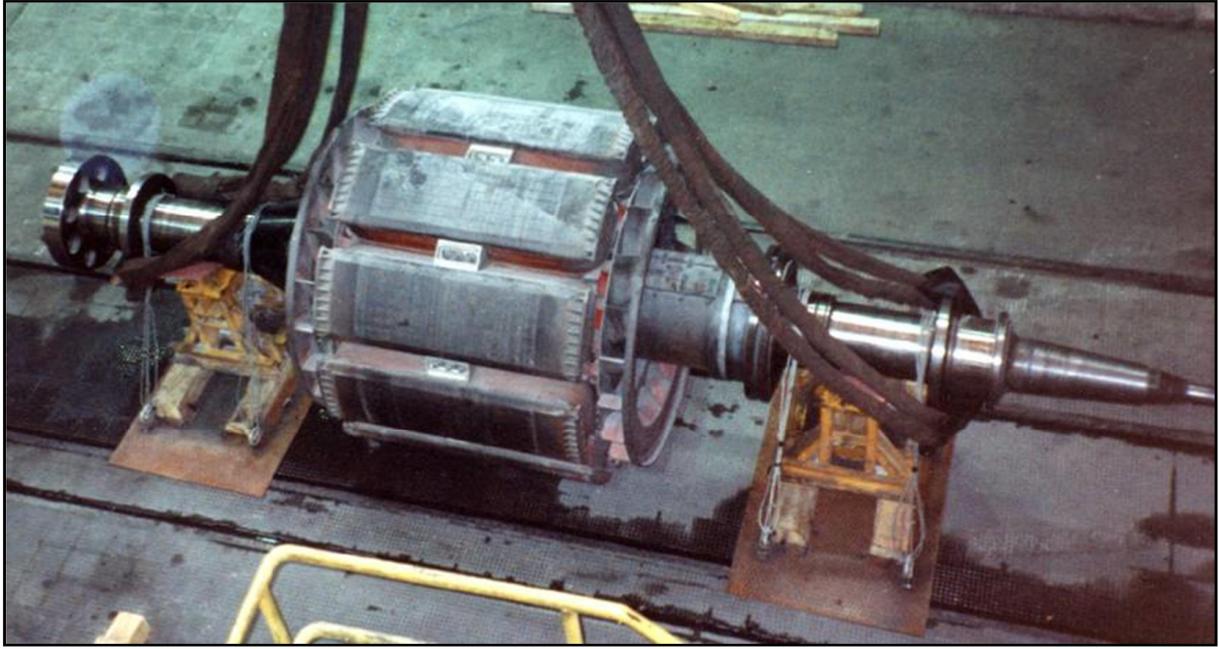
**Hidroalternador  
trifásico de la  
central de  
Itaipú**

**(824 MVA,  
90 r.p.m.,  
60 Hz)**

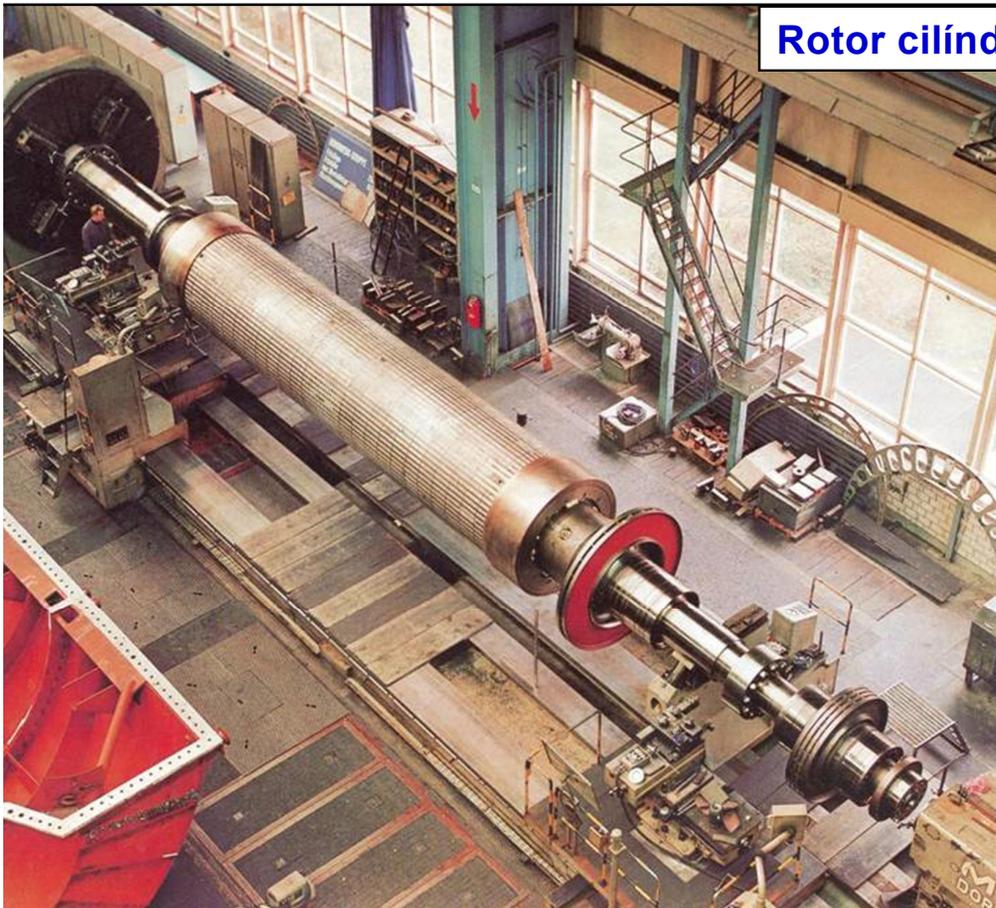
*(Fuente:  
Revista ABB, nº 1,  
1992)*



**Máquina  
síncrona de  
polos salientes**



**Rotor de un hidroalternador**

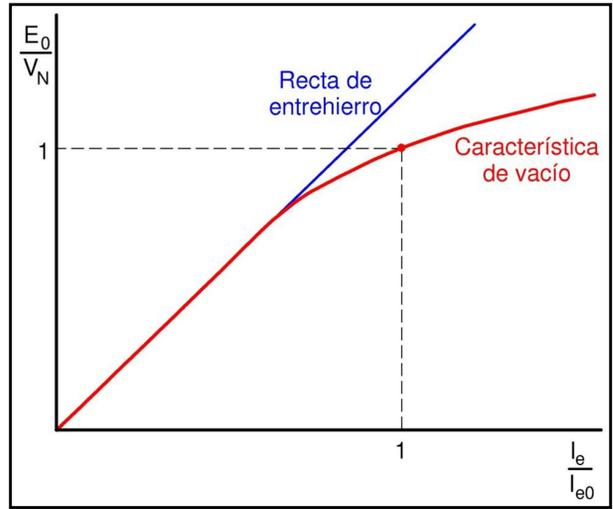
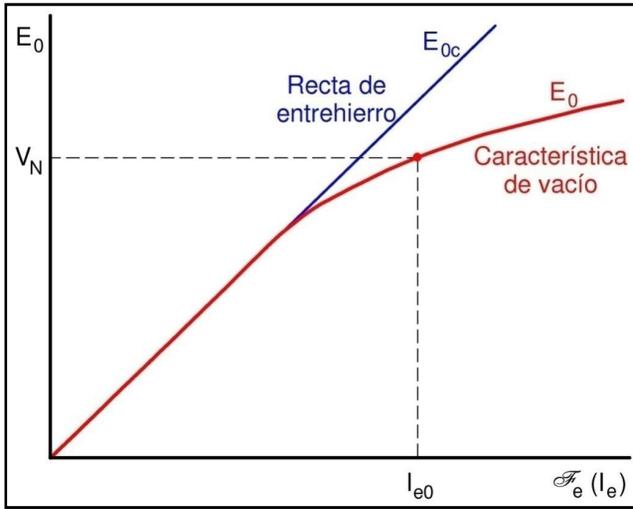


**Rotor cilíndrico**

(Fuente:  
Revista  
ABB, nº 1,  
1992)

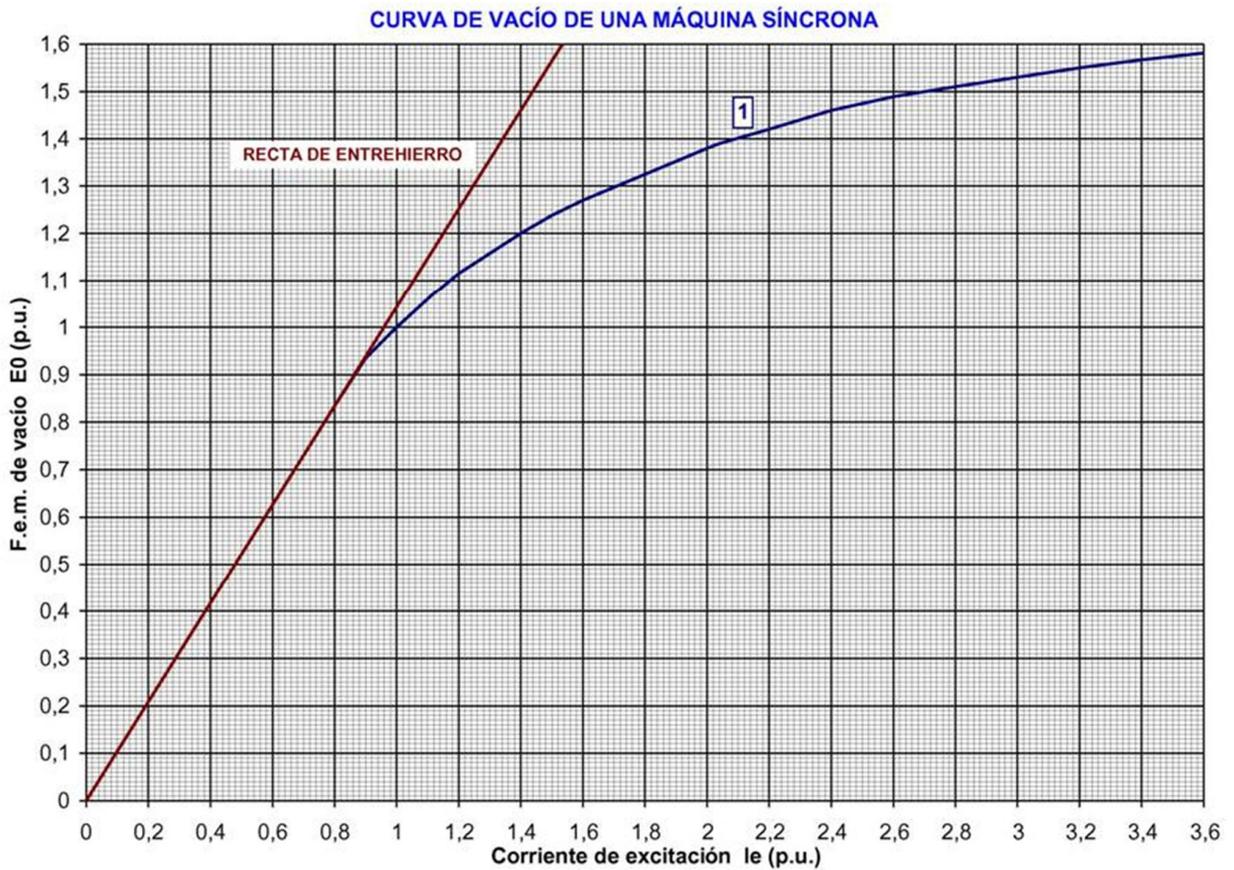
# Funcionamiento en vacío

$$E_0 = 4,44 f N \xi_b \Phi_{eM}$$



Característica de vacío:  
 $E_0 = f(\mathcal{F}_e)$  ó  $E_0 = f(I_e)$

Característica de vacío en  
 valores por unidad (p.u.)



## Valores base

- Se adoptan los siguientes valores base para las magnitudes del **inducido**:

$$V_{bL}, I_{bL}, V_b, I_b, S_b, Z_b$$

- Estos valores base están relacionados entre sí, de forma que partiendo de dos de ellos se obtienen los demás:

$$\text{Conexión estrella: } V_b = V_{bL}/\sqrt{3} \quad I_b = I_{bL}$$

$$\text{Conexión triángulo: } V_b = V_{bL} \quad I_b = I_{bL}/\sqrt{3}$$

$$S_b = \sqrt{3} \cdot V_{bL} \cdot I_{bL} \quad Z_b = V_b/I_b$$

- Usualmente se toman como valores base los valores asignados o nominales de la máquina.
- La intensidad base del **inductor**,  $I_{eb}$ , suele ser la intensidad  $I_{e0}$  que induce la tensión nominal cuando la máquina está en vacío.

## Valores por unidad (p.u.)

$$V(\text{p.u.}) = \frac{V_L}{V_{bL}} = \frac{V}{V_b} \quad I(\text{p.u.}) = \frac{I_L}{I_{bL}} = \frac{I}{I_b}$$

$$P(\text{p.u.}) = \frac{P}{S_b} \quad Q(\text{p.u.}) = \frac{Q}{S_b} \quad S(\text{p.u.}) = \frac{S}{S_b}$$

$$R(\text{p.u.}) = \frac{R}{Z_b} \quad X(\text{p.u.}) = \frac{X}{Z_b} \quad Z(\text{p.u.}) = \frac{Z}{Z_b}$$

$$I_e(\text{p.u.}) = \frac{I_e}{I_{eb}}$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA**  
**ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA**



**MÁQUINAS**  
**SÍNCRONAS:**  
**FUNCIONAMIENTO**  
**COMO ALTERNADOR**  
**AISLADO**

**Miguel Angel Rodríguez Pozueta**  
**Doctor Ingeniero Industrial**

# MÁQUINAS SÍNCRONAS.

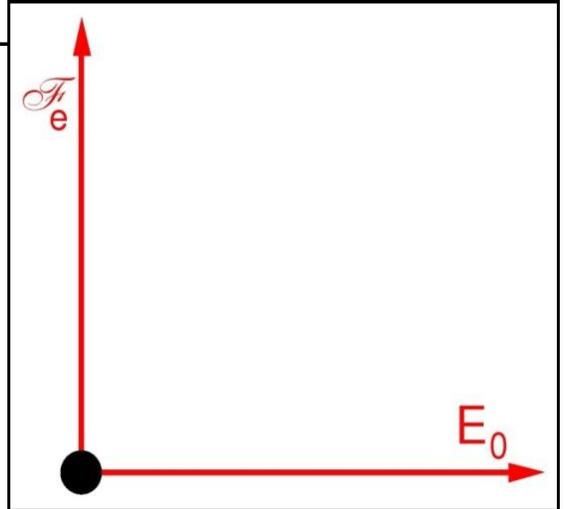
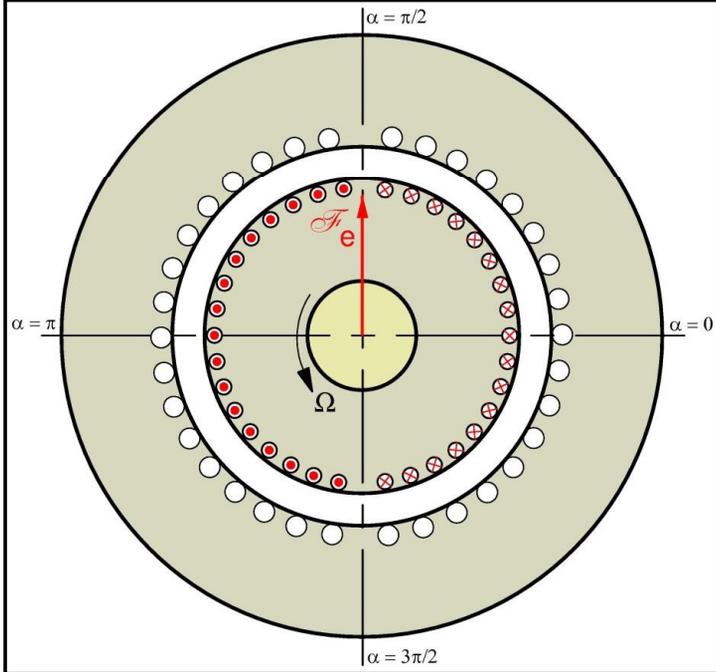
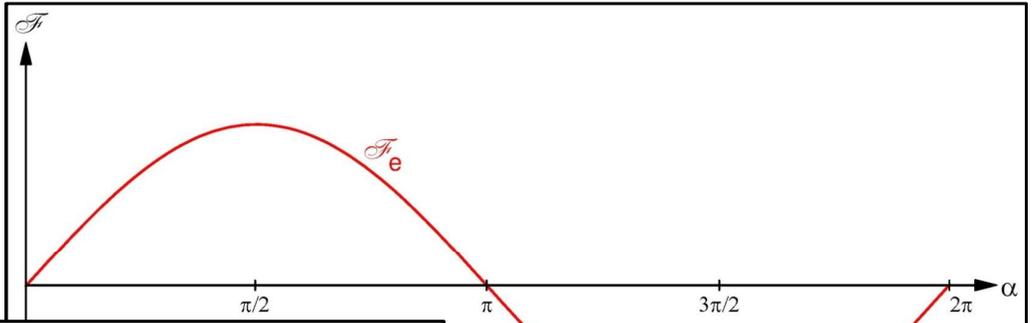
## Funcionamiento como alternador aislado

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

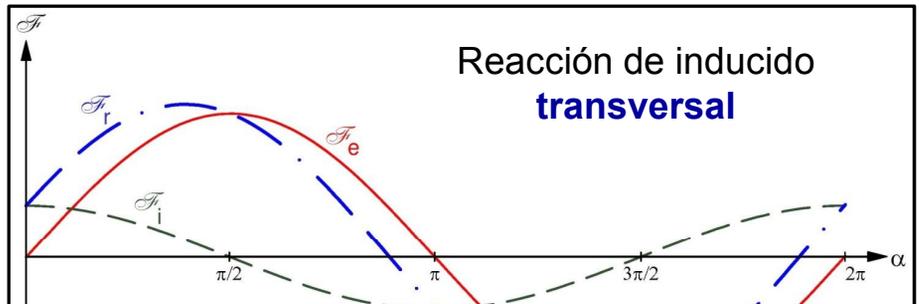
### F.m.m.s de una máquina síncrona

- La fuerza magnetomotriz (f.m.m.) en el entrehierro debida a un devanado sólo depende de la geometría de éste y de su corriente. Se puede aplicar el principio de superposición a las f.m.m.s.
- Se utilizarán estas tres f.m.m. para el análisis de máquinas síncronas:
  - **F.m.m. inductora o de excitación,  $\mathcal{F}_e$** , debida al devanado inductor.
  - **F.m.m. de reacción de inducido,  $\mathcal{F}_i$** , producida por el devanado inducido.
  - **F.m.m. resultante,  $\mathcal{F}_r$** , producida por el conjunto de todos los devanados de la máquina. Se puede obtener por superposición de las otras dos.

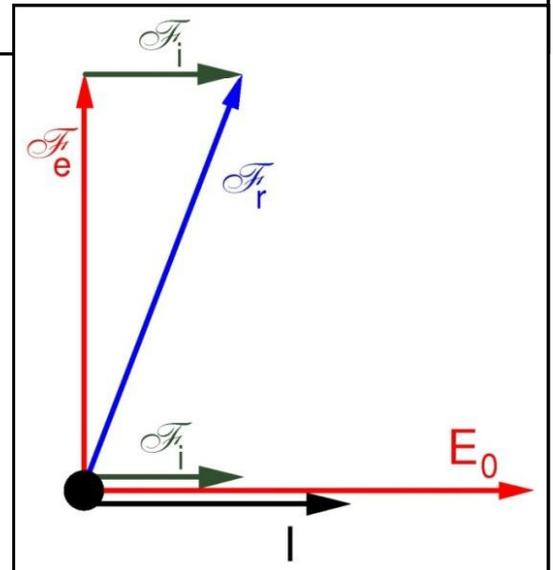
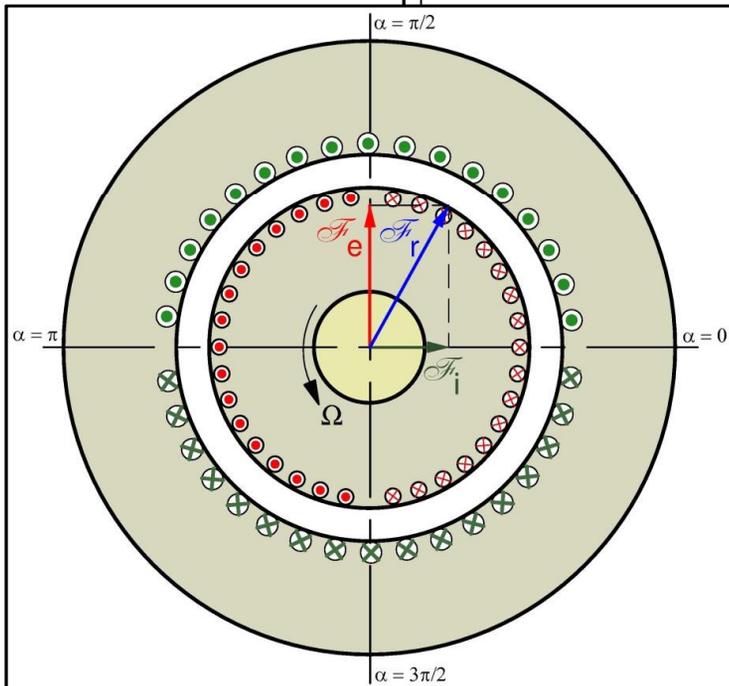
**F.m.m. en vacío**



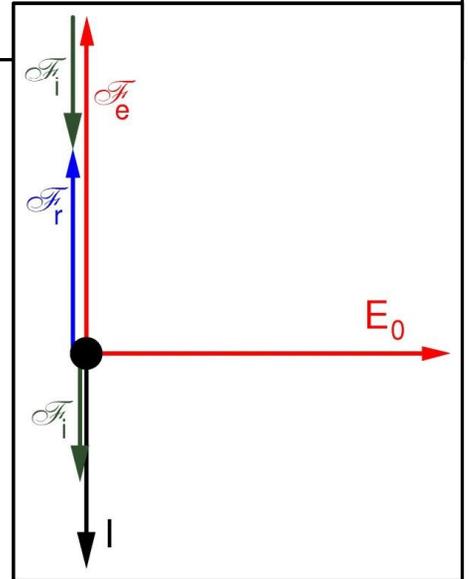
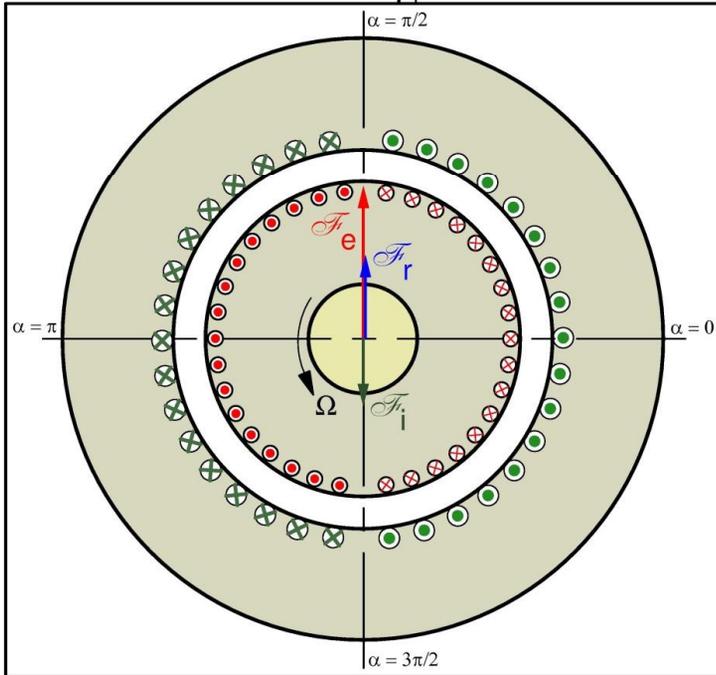
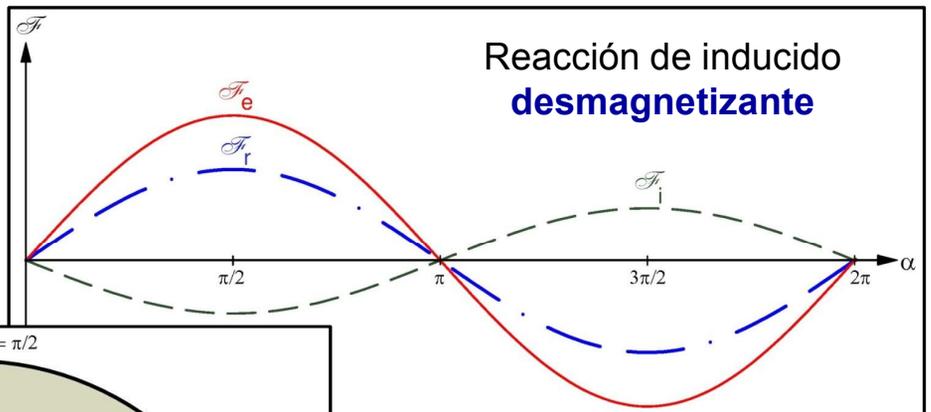
**Reacción de inducido. Carga resistiva**



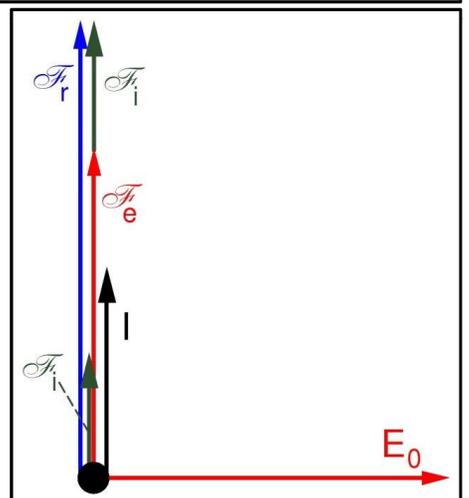
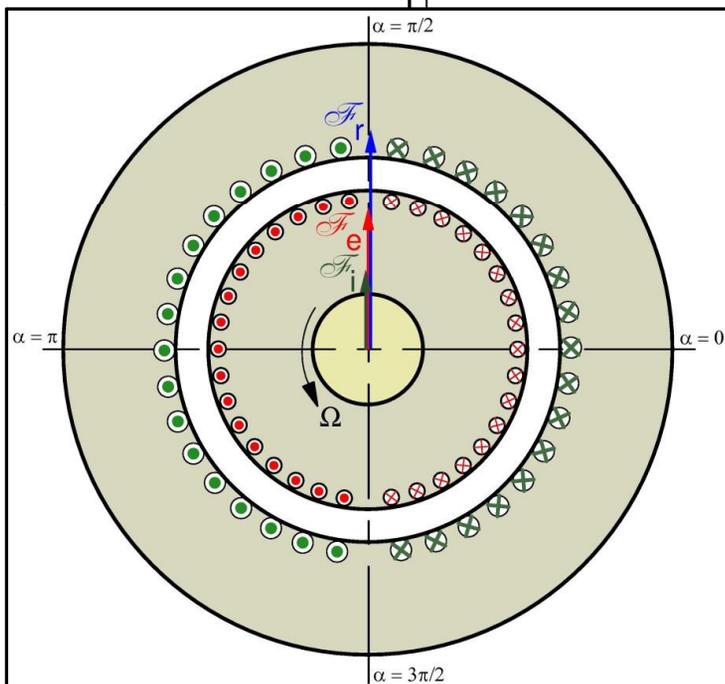
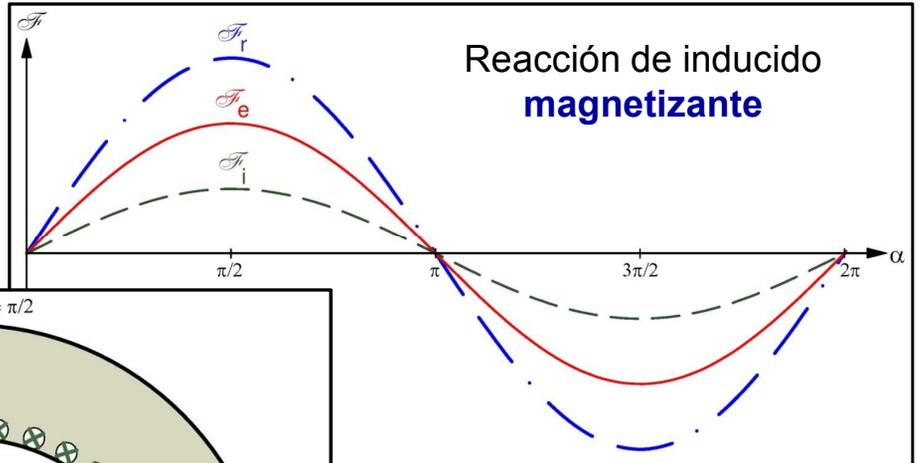
**Reacción de inducido transversal**



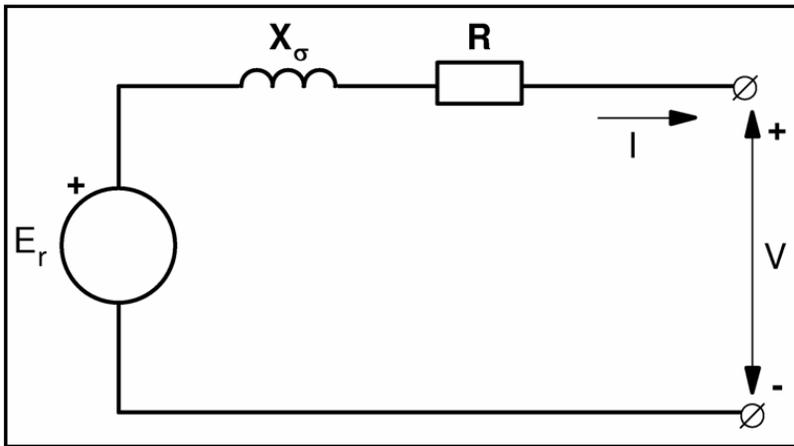
**Reacción de inducido.  
Carga inductiva**



**Reacción de inducido.  
Carga capacitiva**

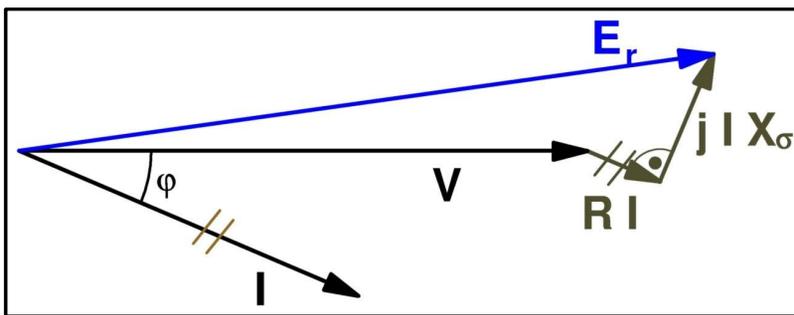


## La máquina síncrona en carga



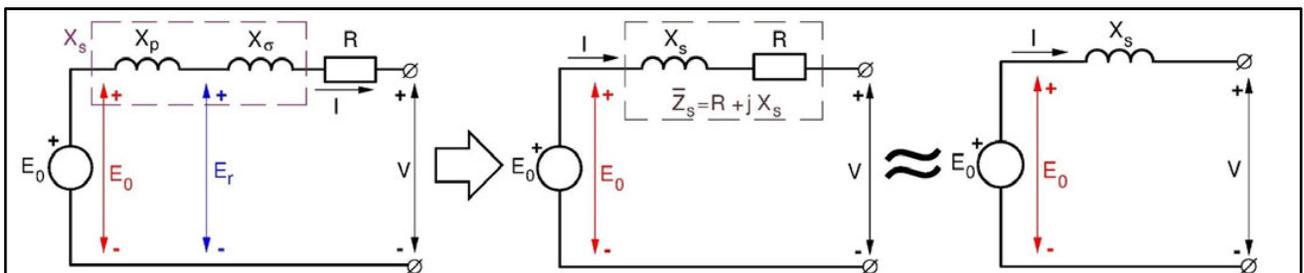
$$\bar{E}_r = \bar{V} + \bar{I} (R + jX_\sigma)$$

$$E_r = 4,44 N f \xi_b \Phi_{rM}$$

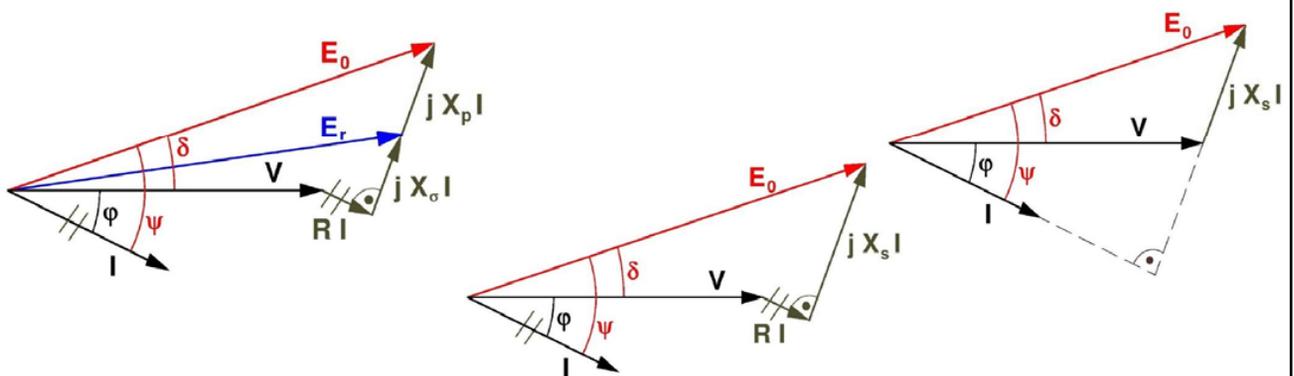


$X_\sigma$  = Reactancia de dispersión

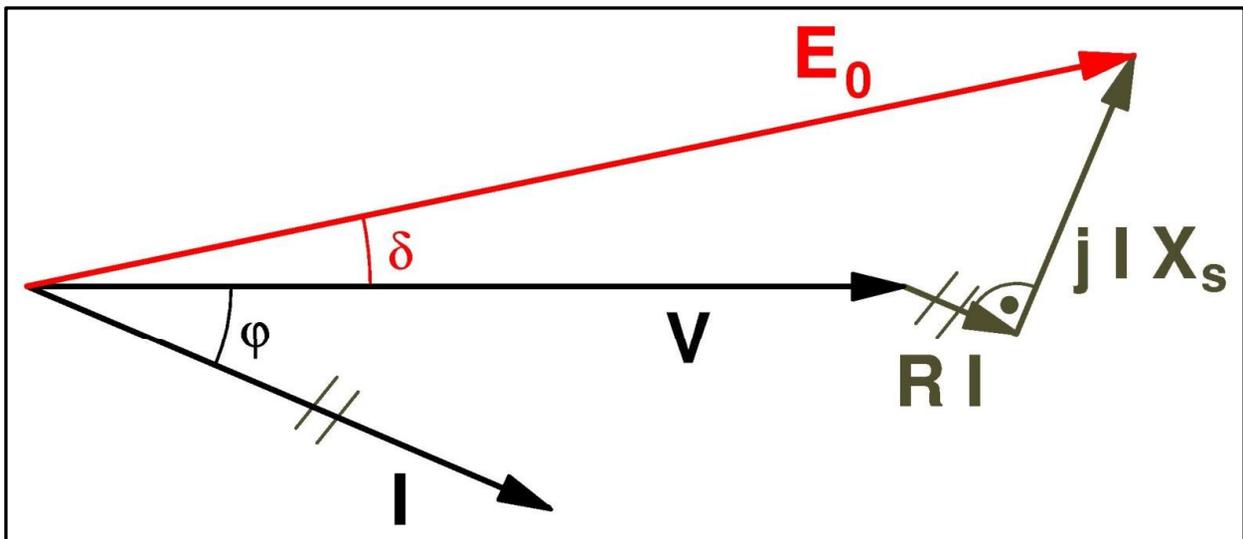
## Circuito equivalente de Behn-Eschenburg (resumen)



Circuitos equivalentes



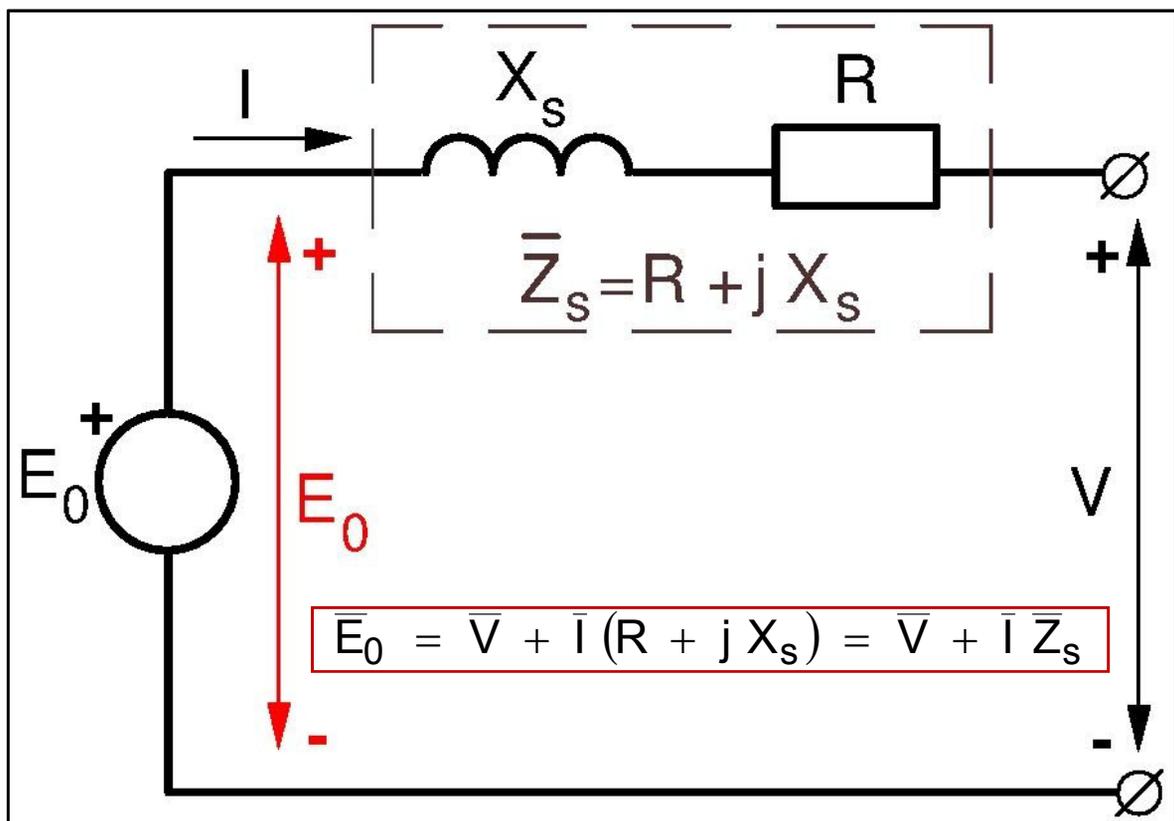
## Circuito equivalente. Reactancia síncrona



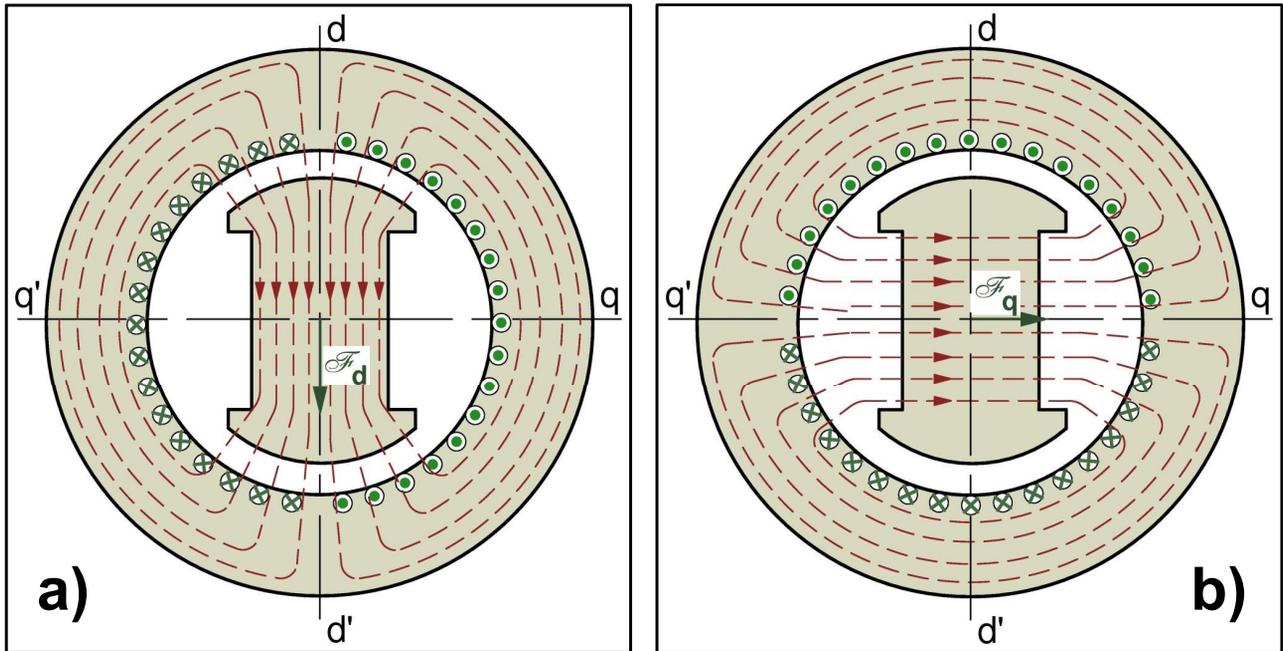
$X_s$  = Reactancia síncrona saturada

La reactancia síncrona saturada  $X_s$  varía en función de  $I_e$  o de  $E_0$ . También existe el parámetro reactancia síncrona no saturada  $X_s(\text{no sat})$ , que es constante.

## Circuito equivalente de Behn-Eschenburg



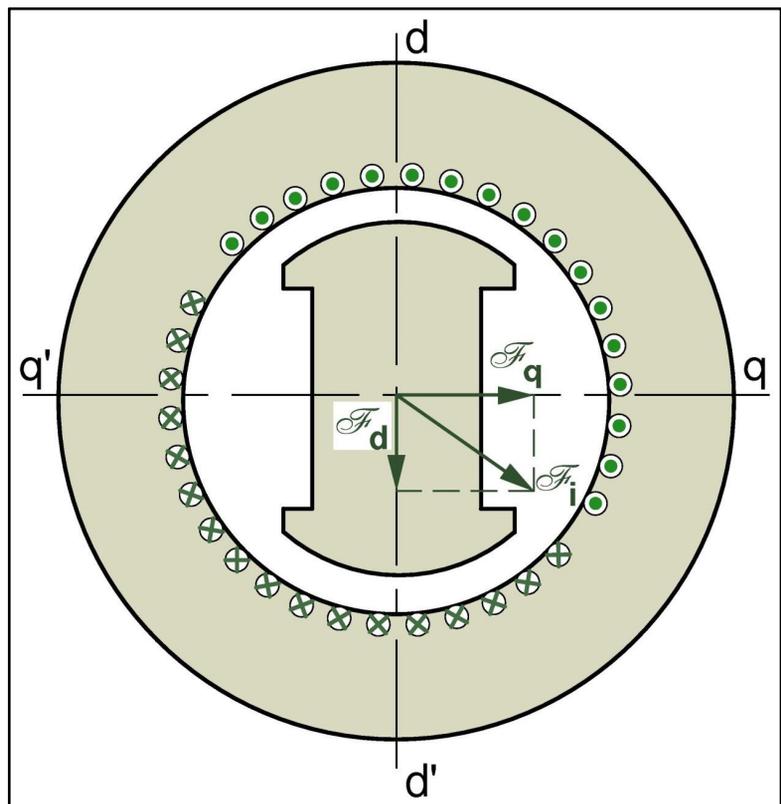
## Teoría de las dos reacciones (1)



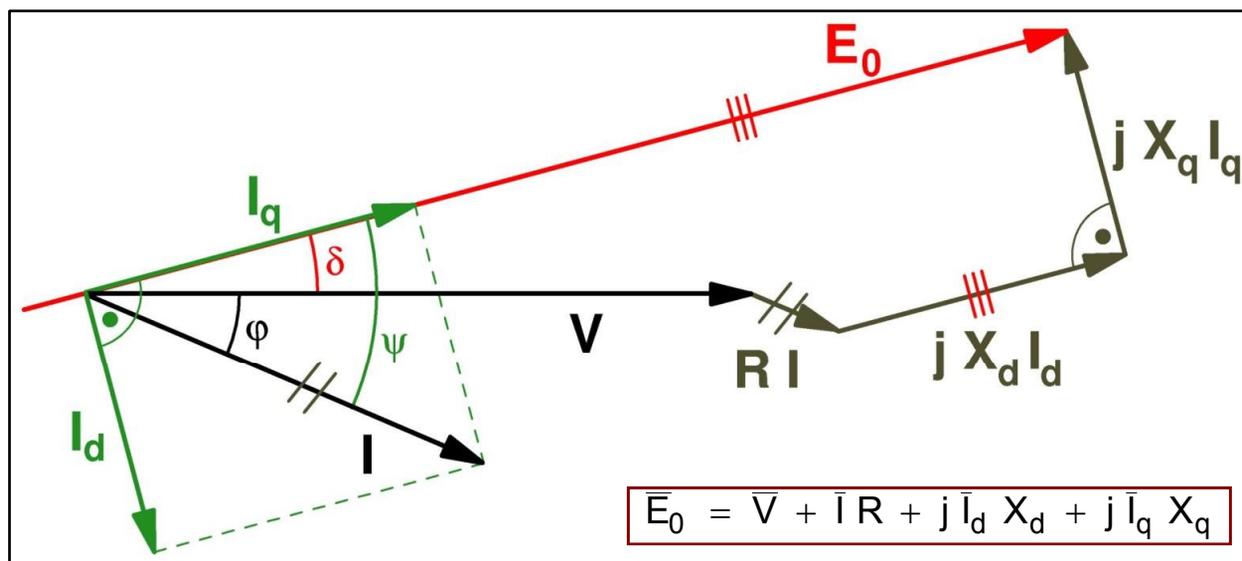
Circuitos magnéticos en las máquinas de polos salientes:  
**a) Longitudinal**                      **b) Transversal**

## Teoría de las dos reacciones (2)

La figura muestra la descomposición de la f.m.m. de reacción de inducido  $\mathcal{F}_i$  en sus componentes longitudinal  $\mathcal{F}_d$  y transversal  $\mathcal{F}_q$ .



## Diagrama fasorial de Doherty y Nickle



Se supone conocida de antemano la dirección del f.e.m.  $\vec{E}_0$  para que se pueda descomponer el f.e.m. de corriente de inducido  $\vec{I}$  en sus componentes longitudinal  $\vec{I}_d$  y transversal  $\vec{I}_q$ .

Ahora se usan las **reactancias síncronas longitudinal  $X_d$  y transversal  $X_q$** .

## Reactancias síncronas en la máquina de polos salientes

- La reactancia síncrona longitudinal  $X_d$  se puede obtener experimentalmente mediante los mismos métodos que la reactancia síncrona  $X_s$  de las máquinas cilíndricas.
- De hecho es habitual el usar también la nomenclatura  $X_d$  para referirse a la reactancia síncrona  $X_s$  de una máquina cilíndrica.
- Por lo tanto, también habrá una **reactancia síncrona longitudinal no saturada  $X_d(\text{no sat})$** , que es constante, y una **reactancia síncrona longitudinal saturada  $X_d$** , variable en función de  $E_0$  o de  $I_e$ .
- La **reactancia síncrona transversal  $X_q$**  se refiere a un circuito magnético con un entrehierro grande. Esto hace que  $X_q < X_d$  y que a  $X_q$  apenas le influya el grado de saturación del circuito magnético y, por ello, se la considera constante.

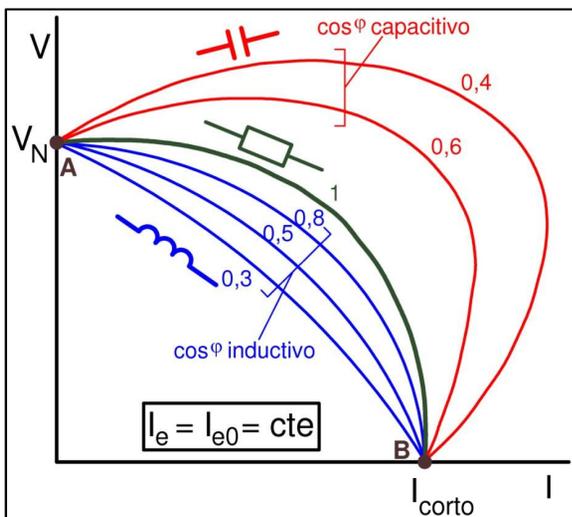
## Formas de funcionamiento de un alternador síncrono (1)

### Funcionamiento en red aislada

En este caso el alternador síncrono alimenta el sólo a una carga eléctrica.

En este tipo de funcionamiento el regulador de la velocidad del motor que mueve al generador permite ajustar la frecuencia, mientras que la regulación de la corriente del inductor permite controlar el valor eficaz de la tensión suministrada. Las potencias activa y reactiva y, por consiguiente, el factor de potencia dependen de la carga eléctrica conectada al alternador y no las controla éste.

Esta forma de funcionamiento de la máquina síncrona queda reflejada en sus características exterior y de regulación.



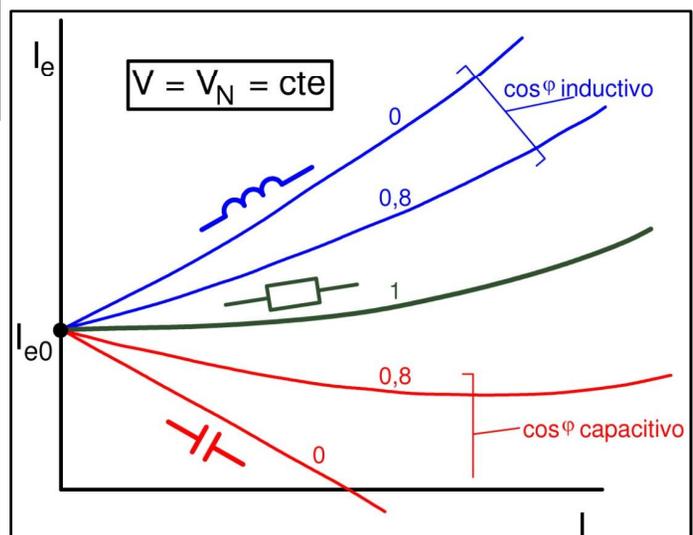
**Características exteriores**

$n = cte$

En estas gráficas cada curva es con  $\cos \varphi$  constante

**Características de regulación**

### Alternador síncrono en una red aislada: Características exteriores y de regulación



## **Formas de funcionamiento de un alternador síncrono (2)**

### **Funcionamiento acoplado a una red de potencia infinita**

Una red de potencia infinita es una red con una potencia tan grande comparada con la de la máquina síncrona que la red permanece inmutable ante los cambios que se realicen en los reguladores del alternador. Por lo tanto, el valor eficaz y la frecuencia de la tensión permanecen invariables y fijados por la red. Además, la red es capaz de consumir o de suministrar toda la potencia activa y toda la potencia reactiva que la máquina síncrona le envíe o le demande, respectivamente.

En este tipo de funcionamiento el alternador no puede modificar la tensión ni la frecuencia, como cuando estaba aislado, pues estas magnitudes las impone la red. Lo que sí se puede controlar es la potencia activa que suministra mediante la potencia que, a su vez, le proporciona el motor de accionamiento. Es decir, el regulador del motor que mueve al alternador ajusta la potencia activa. La potencia reactiva se controla mediante la corriente de excitación. Esto, a su vez, permite ajustar el factor de potencia.

## **Formas de funcionamiento de un alternador síncrono (3)**

### **Funcionamiento acoplado en paralelo con otro alternador de potencia similar**

En este tipo de funcionamiento el ajuste de los reguladores de los motores de accionamiento de ambos alternadores permite controlar la frecuencia y el reparto de potencia activa entre ambas máquinas.

Los reguladores de la corriente de excitación de ambas máquinas síncronas permiten ajustar el valor eficaz de la tensión suministrada y el reparto de potencia reactiva entre ambas máquinas.

Las potencias activa y reactiva totales a proporcionar por ambos alternadores conjuntamente no se pueden controlar, ya que son las que demanda la carga eléctrica a la que alimentan. Es el reparto de estas potencias entre ambos generadores lo que se puede ajustar mediante sus reguladores.

# MÁQUINAS SÍNCRONAS. ACOPLAMIENTO A UNA RED DE POTENCIA INFINITA

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

## Red de potencia infinita

- Se dice que un alternador está acoplado a una **red de potencia infinita** cuando la potencia de nuestro alternador es muy pequeña comparada del conjunto de los alternadores de la red. Esto significa que los ajustes que se hagan sobre los reguladores de nuestro alternador no van a modificar las características de la red.
- Por lo tanto, el valor eficaz de la tensión y la frecuencia en la red de potencia infinita van a permanecer inmutables, no se modificarán aunque se cambien los ajustes de nuestro alternador.
- Además, la red de potencia infinita va a ser capaz de absorber o suministrar toda la potencia –tanto activa como reactiva– que nuestro alternador quiera enviarle o demandarle, respectivamente.

## Condiciones de acoplamiento a una red de potencia infinita

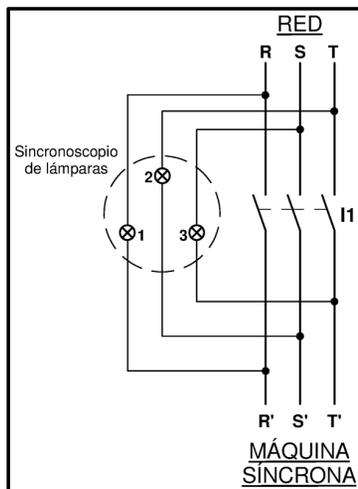
En el momento del acoplamiento a la red de potencia infinita los valores instantáneos de las tensiones del generador y de la red deben ser iguales. Esto conlleva que entre las tensiones del alternador y de la red se cumplan estas **condiciones**:

- 1) Igualdad de valores eficaces
- 2) Igualdad de frecuencias
- 3) Igualdad de ángulos de fase
- 4) Igualdad en la secuencia de fases

La última condición se verifica cuando se pone en marcha el alternador por primera vez y no hace falta volver a comprobarla.

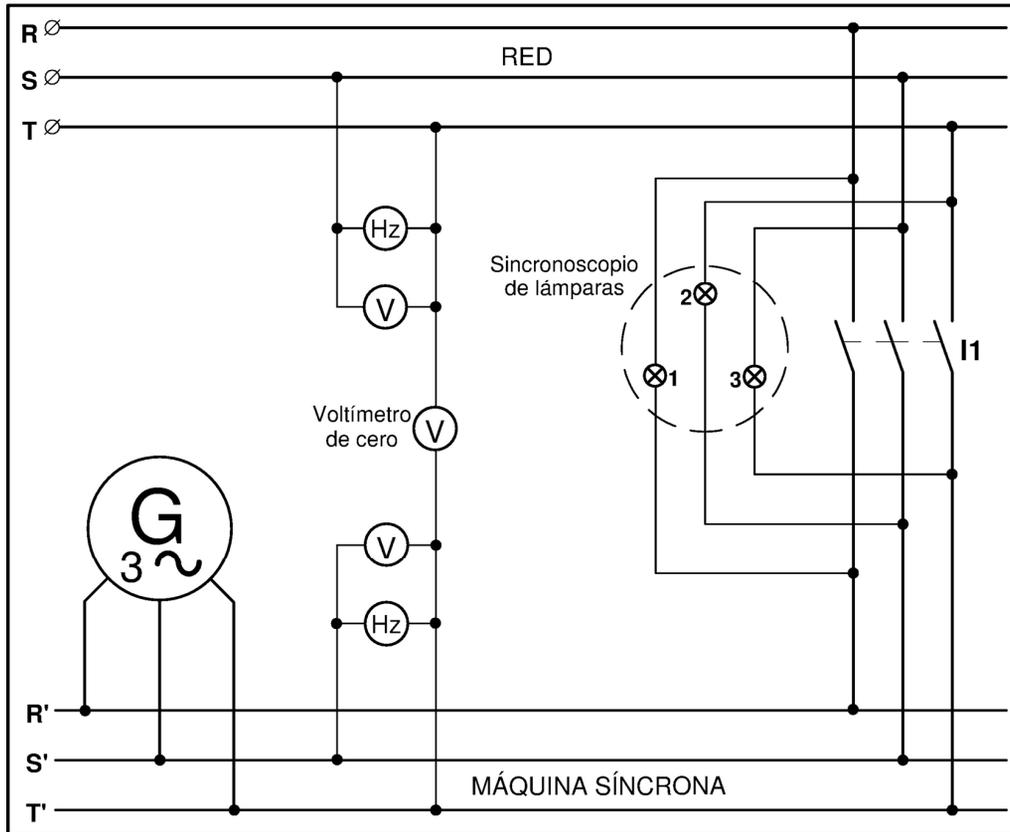
Las demás condiciones hay que verificarlas cada vez que se realiza la maniobra de acoplamiento del alternador a la red -denominada **sincronización**- y para ello se necesitan una serie de aparatos de medida. Entre estos están los **sincronoscopios**.

### Sincronoscopio de lámparas



- Las tres lámparas, colocadas en los vértices de un triángulo equilátero, lucen de forma consecutiva, lo que provoca la ilusión de una luz giratoria.
- La velocidad de giro de la luz es tanto más lenta cuanto más iguales son las frecuencias del alternador y la red. La luz se detiene cuando ambas frecuencias son iguales. El sentido de giro de la luz indica cual de estas frecuencias es mayor.
- El interruptor I1 de acoplamiento a la red se debe cerrar cuando la lámpara de la fase R está apagada y las otras dos lucen al máximo. Este instante se detecta mejor con un **voltímetro de cero**.

## Equipo de sincronización



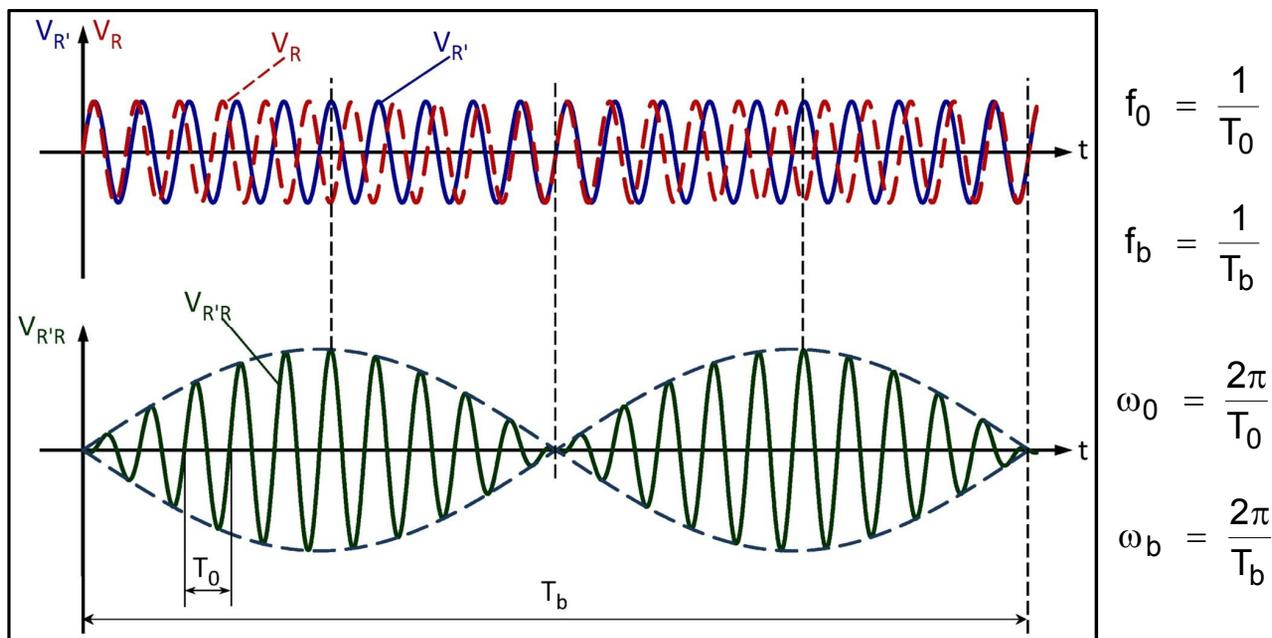
El **voltímetro de cero** se conecta entre una fase del alternador (**T'** en la figura anterior) y la fase homóloga de la red de potencia infinita (**T**). Cuando se haya conseguido la igualdad de tensiones del alternador y de la red este voltímetro indicará una tensión nula, entonces se podrá cerrar el interruptor **I1** de acoplamiento y terminar así la maniobra de sincronización.

Nótese que antes de que se consiga sincronizar el alternador con la red puede suceder que en algún momento las tensiones del alternador y de la red estén justo en oposición de fase. En estas circunstancias la tensión en bornes del voltímetro de cero es la suma de ambas tensiones; es decir, del orden del doble de la asignada del alternador.

Esto significa que el voltímetro de cero debe ser capaz de soportar tensiones del orden del doble de la asignada del alternador.

Lo mismo sucede con las lámparas del sincronoscopio que también deben poder soportar el doble de la tensión asignada del alternador.

## Tensiones en la lámpara de cero (lámpara 1)



**Pulsación fundamental:**  $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{\omega + \omega'}{2} \approx \omega$

**Pulsación de batido:**  $\omega_b = 2\pi f_b = \frac{\omega - \omega'}{2}$

$\omega$ : Pulsación de la red

$\omega'$ : Pulsación del generador

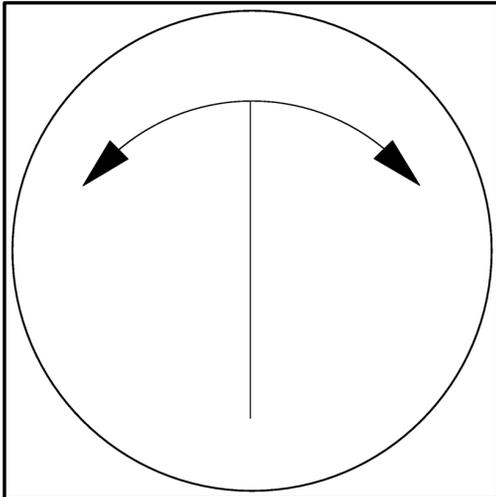
La figura anterior muestra la tensión a la que se ve sometida la lámpara 1 del sincronoscopio -que está conectada a las mismas fases (fases homólogas) del alternador y de la red- cuando ya se ha conseguido que estas tensiones tengan el mismo valor eficaz, pero aún sus frecuencias (y sus pulsaciones,  $\omega$  y  $\omega'$ ) no son totalmente iguales, aunque la diferencia entre ellas es pequeña. La velocidad a la que se ve girar la luz de las lámparas es proporcional a la pulsación de batido  $\omega_b$ .

El **sincronoscopio de aguja** (ver la figura siguiente) consta básicamente de un motor que hace girar a una aguja indicadora y que tiene sendos devanados en el estator y en el rotor. Uno de estos devanados se conecta a una tensión del alternador y el otro a la tensión homóloga de la red de potencia infinita.

Modernamente se usan **columnas de sincronización** donde los aparatos de medida necesarios para la maniobra de sincronización están montados sobre un brazo saliente y giratorio.

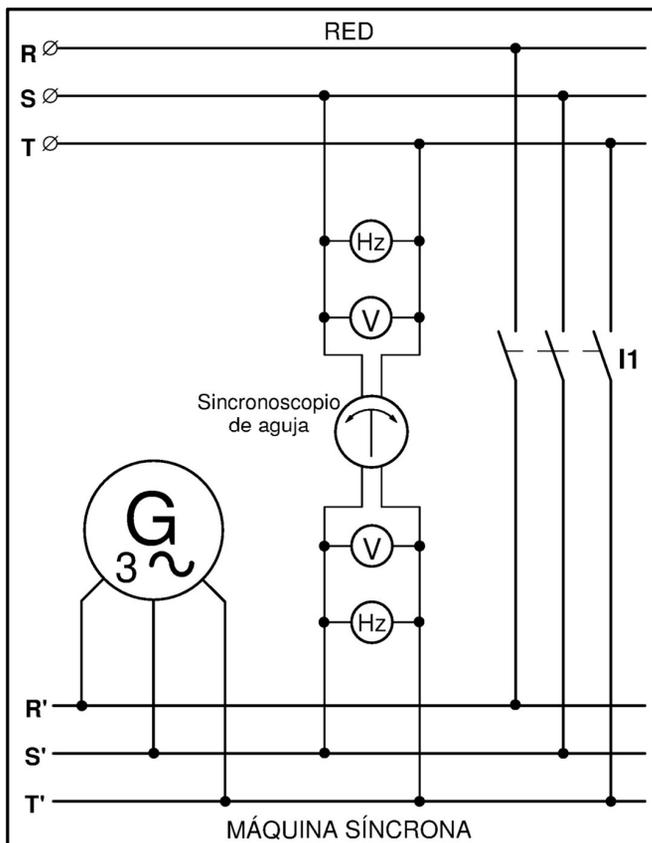
También existen instalaciones en las que la sincronización se realiza de forma automática mediante equipos electrónicos.

## Sincronoscopio de aguja



- Tiene una aguja indicadora que gira en un sentido u otro dependiendo de si la frecuencia del alternador es mayor o menor que la de la red.
- La velocidad de la aguja es tanto más lenta cuanto más iguales son ambas frecuencias, ya que esta velocidad es proporcional a la pulsación de batido  $\omega_b$ . La aguja se detiene cuando ambas frecuencias son iguales.
- El interruptor de acoplamiento a la red **I1** se debe cerrar cuando la aguja apunte a la señal superior, ya que entonces las tensiones del alternador y de la red están en fase.

## Columna de sincronización



Fuente: Wikimedia Commons. Autor: DarkMoon

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA  
Y ENERGÉTICA**

**MÁQUINAS SÍNCRONAS:**

**POTENCIAS ACTIVA Y REACTIVA.**

**PARES. ESTABILIDAD ESTÁTICA**

**Miguel Angel Rodríguez Pozueta**

Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

## 1.- POTENCIAS Y PARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS

### 1.1.- Convenios de signos

Consideremos un generador de c.a. alimentando una carga (Fig. 1). Lo normal es tomar como sentidos positivos los indicados en la Fig. 1. Es decir, se considera positiva la corriente que sale del lado positivo del generador y la tensión positiva tiene su polaridad coincidente con la del generador.

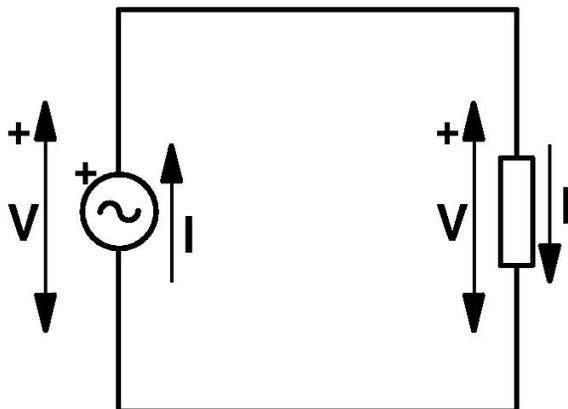


Fig. 1: Convenio de signos en un circuito con un generador y una carga.

De una manera implícita en la Fig. 1 se están considerando estos dos convenios de signos para la corriente en un generador y en una carga (Ver las Figs. 2 y 3):

- Dentro de un generador la flecha que representa la corriente tiene su punta hacia el lado de mayor tensión.
- Dentro de una carga o, lo que es lo mismo, de un receptor la flecha que representa la corriente tiene su punta hacia el lado de menor tensión.

Recordemos que la potencia reactiva no representa a una potencia realmente consumida. Cuando existen elementos capaces de almacenar energía (inductancias y condensadores), durante medio ciclo la energía fluye del generador hacia la carga, donde queda almacenada en forma de campo magnético (inductancias) o de campo eléctrico (condensadores). Durante el medio ciclo restante, la energía previamente almacenada es devuelta al generador. Por lo tanto, la potencia reactiva proviene de una energía que va y viene del generador hacia la carga y viceversa y cuyo valor medio es nulo.

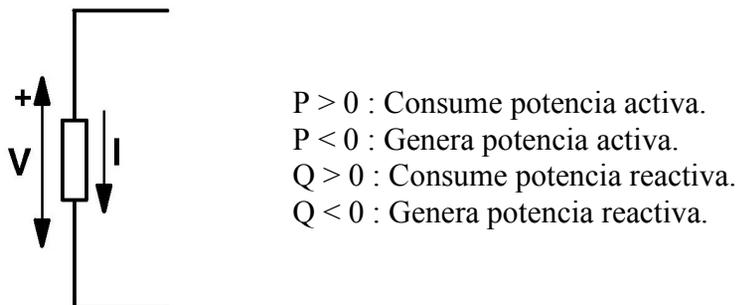
El comportamiento frente a la potencia reactiva de las inductancias y de los condensadores es diferente. En el medio periodo en el que una inductancia está recibiendo energía desde el generador, un condensador está devolviendo al generador la energía que había almacenado previamente y viceversa.

Por convenio establecemos que una carga inductiva *consume* energía reactiva y un condensador la *genera*. Realmente ambos consumen por término medio una potencia nula, pero de esta manera distinguimos las dos formas diferentes de actuar de bobinas y de condensadores.

Así pues, en un circuito con factor de potencia inductivo la carga *consume* potencia reactiva y, por tanto, el generador estará *generando* potencia reactiva. Análogamente, en un circuito con factor de potencia capacitivo la carga *genera* potencia reactiva y, por tanto, el generador la estará *consumiendo*.

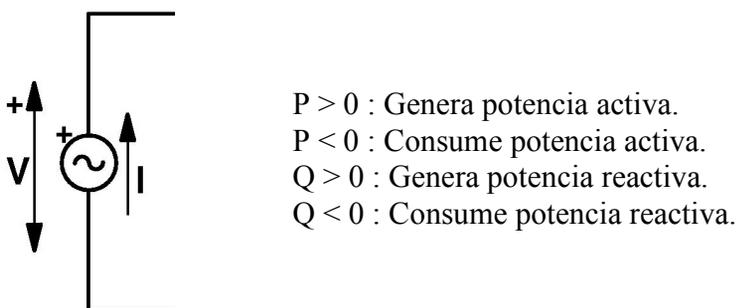
Por lo tanto, podemos resumir estos convenios de signos así:

CARGAS (MOTORES):



*Fig. 2: Convenios de signos para una carga.*

GENERADORES:



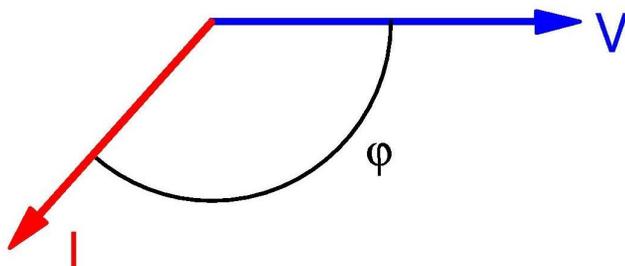
*Fig. 3: Convenios de signos para un generador.*

Consideremos una máquina síncrona que creíamos que iba a funcionar como generador, por lo que le aplicamos el convenio de signos de la Fig. 3 y se obtuvo que su potencia activa es negativa ( $P < 0$ ) mientras que la reactiva es positiva ( $Q > 0$ ). Esto significa, que:

$$\cos \varphi < 0 \quad \text{sen } \varphi > 0$$

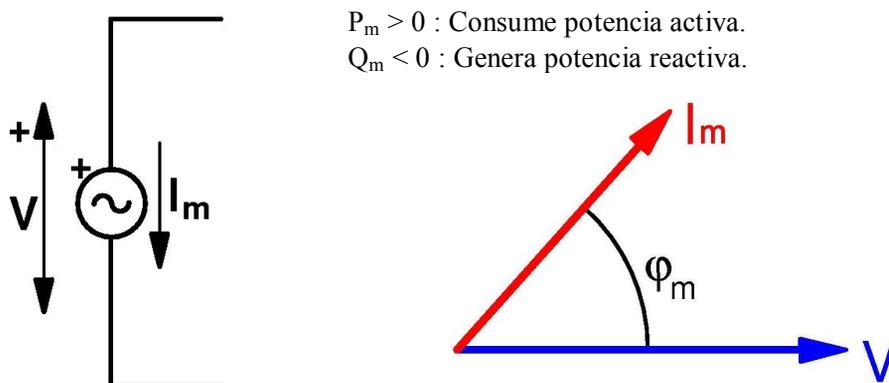
$P < 0$  : Consume potencia activa.  
 $Q > 0$  : Genera potencia reactiva.

Por lo tanto, el diagrama fasorial será el representado en la Fig. 4.



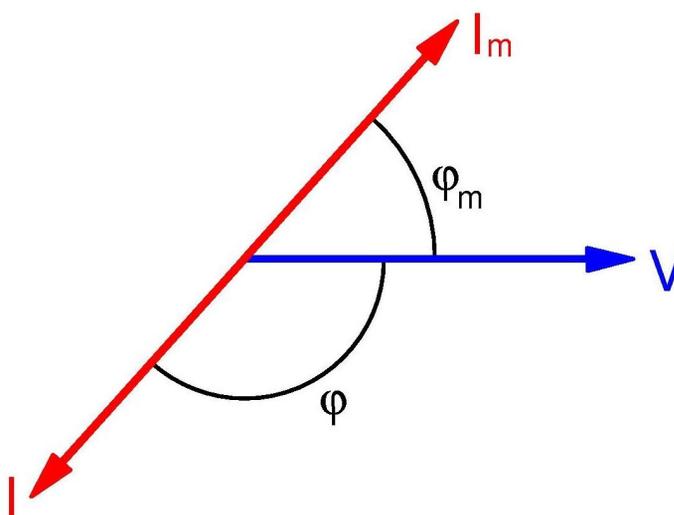
*Fig. 4: Diagrama fasorial de un generador con  $P < 0$  y  $Q > 0$ .*

En la Fig. 4 el ángulo  $\varphi$  es superior a  $90^\circ$ , sin embargo, no es habitual el trabajar con ángulos de desfase mayores de  $90^\circ$ . El que haya salido un ángulo  $\varphi$  de esta manera es debido a que la máquina síncrona está consumiendo potencia activa  $P$  y, en realidad, está actuando como un motor (y, por lo tanto, es una carga) y no como un generador. Lo lógico sería haber utilizado en este caso el convenio de signos para motor (es decir, el convenio de signos de carga) que se muestra en la Fig. 5. Con este convenio el diagrama fasorial pasa a ser el de la Fig. 6.



*Figs. 5 y 6: Convenio de signos motor para una máquina eléctrica.*

El convenio de signos motor, representado en la Fig. 5, es el mismo que para las cargas (Fig. 2). La diferencia entre las Figs. 2 y 5 es que, para distinguir este convenio del utilizado cuando la máquina se la considera generador, se ha colocado el subíndice  $m$  a la corriente y al ángulo  $\varphi$ . Comparando las Figs. 3 y 5 y las Figs. 4 y 6, se observa que las corrientes  $I$  e  $I_m$  son opuestas y que los ángulos  $\varphi$  y  $\varphi_m$  deben sumar  $180^\circ$  (Fig. 7).



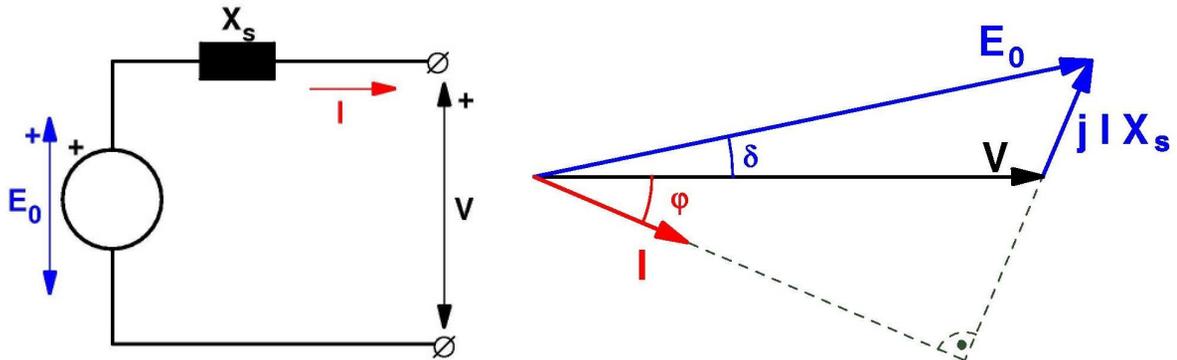
*Fig. 7: Convenios de signos generador y motor.*

Evidentemente, tanto con un convenio como con el otro se obtiene que la máquina está consumiendo potencia activa y generando potencia reactiva. Esto es debido a que en ambas situaciones la máquina está funcionando de igual manera, sólo cambia la forma en que la consideramos.

Nótese que si la máquina tiene un factor de potencia inductivo cuando se analiza con el convenio de signos de generador, debe pasar a tener un factor de potencia capacitivo con el convenio de signos motor y viceversa.

### 1.2.- Potencia y par en una máquina síncrona cilíndrica

Consideremos una máquina síncrona cilíndrica actuando como generador. Supondremos que la resistencia de las fases del estator es despreciable ( $R \approx 0$ ) y que su reactancia síncrona  $X_s$  se la puede considerar constante. En estas condiciones y aplicando el convenio de signos de generador se puede utilizar el circuito equivalente de la Fig. 8, que da lugar al diagrama fasorial de la Fig. 9 y a las ecuaciones (1) y (2).



*Figs. 8 y 9: Circuito equivalente y diagrama fasorial de un generador síncrono cilíndrico.*

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + j X_s \bar{I} \quad (1)$$

$$\bar{I} = \frac{\bar{E}_0 - \bar{V}}{j X_s} \quad (2)$$

Si se adopta como referencia del diagrama fasorial el fasor de tensión, como se ha hecho en la Fig. 9, se tiene que:

$$\bar{V} = V \angle 0 \quad \bar{I} = I \angle -\varphi \quad \bar{E}_0 = E_0 \angle \delta$$

Luego:

$$\bar{I} = \frac{E_0 \angle \delta - V \angle 0}{j X_s} = \frac{(E_0 \cos \delta - V) + j E_0 \sin \delta}{j X_s}$$

La conjugada del cociente de dos números complejos es igual al cociente de sus conjugadas. Por lo tanto:

$$\bar{I}^* = \frac{(E_0 \cos \delta - V) - j E_0 \sin \delta}{-j X_s} \quad (3)$$

En un sistema trifásico equilibrado la potencia compleja  $\bar{S}$  se puede obtener así:

$$\bar{S} = P + j Q = 3 \bar{V} \bar{I}^* \quad (4)$$

De (3) y (4) se deduce lo siguiente:

$$\bar{S} = 3 V \frac{(E_0 \cos \delta - V) - j E_0 \operatorname{sen} \delta}{-j X_s} = \frac{3 V E_0}{X_s} \operatorname{sen} \delta + j \left( \frac{3 V E_0}{X_s} \cos \delta - \frac{3 V^2}{X_s} \right) \quad (5)$$

Luego, separando las partes real e imaginaria de  $\bar{S}$  se llega a las siguientes expresiones de las potencias activa P y reactiva Q de una máquina síncrona cilíndrica:

$$P = \frac{3 V E_0}{X_s} \operatorname{sen} \delta \quad (6)$$

$$Q = \frac{3 V E_0}{X_s} \cos \delta - \frac{3 V^2}{X_s} \quad (7)$$

El primer término a la derecha del signo = en la fórmula (7) es la potencia reactiva total generada internamente en la máquina y el segundo término es la potencia reactiva que la máquina consume para su funcionamiento. La diferencia entre estos dos términos es la potencia reactiva que la máquina síncrona suministra al exterior.

De la relación (7) se deduce que en una máquina síncrona de rotor cilíndrico la potencia reactiva tiene estos signos:

- $Q > 0$  : la máquina genera potencia reactiva si se verifica que:

$$E_0 \cos \delta > V$$

- $Q < 0$  : la máquina consume potencia reactiva si se verifica que:

$$E_0 \cos \delta < V$$

Es decir, el hecho de que la proyección de  $E_0$  sobre  $V$  sea mayor o menor que  $V$  determinará el que se genere o se consuma potencia reactiva Q, respectivamente.

La máquina síncrona es una de las máquinas eléctricas de mayor rendimiento. Aceptaremos que sus pérdidas son despreciables (es decir, supondremos que su rendimiento es del 100%), lo que significa que la potencia activa P en bornes del inducido es igual a la potencia mecánica en el eje. Como, además, esta máquina siempre funciona con la misma velocidad (la de sincronismo,  $\Omega_1$ ), se deduce que el par en el eje M es así:

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \operatorname{sen} \delta \quad (8)$$

### 1.3.- Potencia y par en una máquina síncrona de polos salientes

En una máquina de polos salientes se obtiene que la potencia activa P viene dada por esta relación:

$$P = \frac{3 V E_0}{X_d} \operatorname{sen} \delta + \frac{3 V^2}{2} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \operatorname{sen} (2\delta) \quad (9)$$

Lo que significa que el par M es así:

$$M = \frac{P}{\Omega_1} = \frac{3 V E_0}{X_d \Omega_1} \operatorname{sen} \delta + \frac{3 V^2}{2 \Omega_1} \left( \frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d} \right) \operatorname{sen} (2\delta) \quad (10)$$

Comparando el par de una máquina de polos salientes (10) con el de la de rotor cilíndrico (8) se deduce que:

- La máquina cilíndrica equivale a una máquina de polos salientes donde las reactancias síncronas longitudinal  $X_d$  y transversal  $X_q$  son iguales ( $X_d = X_q (= X_s)$ ).
- En la máquina de polos salientes aparece un par adicional denominado par de reluctancia, que es función de  $\operatorname{sen} (2\delta)$ .

Este par no depende de  $E_0$  (ni, por consiguiente, de la corriente de excitación  $I_c$ ). Por lo tanto, existe aunque el inductor esté desconectado y es debido a la menor reluctancia magnética que presenta el rotor en los polos salientes comparada con la de las zonas entre los polos (obsérvese en la relación (10) que este par es debido a la diferencia que existe entre las reactancias  $X_d$  (en la dirección de los polos) y  $X_q$  (en la dirección de las zonas interpolares)). Esto provoca que el rotor tienda a orientar sus polos salientes en la dirección que en cada momento tenga el campo magnético para intentar que el flujo magnético sea el máximo posible, originando así un par sobre el rotor.

La potencia reactiva Q de una máquina síncrona de polos salientes viene dada por:

$$Q = \frac{3 V E_0}{X_d} \cos \delta - \frac{3 V^2}{X_d} \cos^2 \delta - \frac{3 V^2}{X_q} \operatorname{sen}^2 \delta \quad (11)$$

El primer término a la derecha del signo = en la fórmula (11) es la potencia reactiva total generada internamente en la máquina, el segundo término es la potencia reactiva que la máquina consume en el eje longitudinal (eje d) y el tercer término es la potencia reactiva que la máquina consume en el eje transversal (eje q) para su funcionamiento. La diferencia entre el primero y los dos términos restantes es la potencia reactiva que la máquina síncrona suministra al exterior.

En las Figs. 10 y 11 se muestra de una manera intuitiva la diferencia entre los dos pares que hay en una máquina síncrona de polos salientes, que son los dos sumandos de la relación (10): el par electromagnético  $M_e$ , que es función de  $\sin \delta$ , y el par de reluctancia  $M_{\mathcal{R}}$ , que es función de  $\sin 2\delta$ .

En estas figuras se representa de forma esquemática una máquina de dos polos salientes, en la que el rotor posee dos expansiones polares (A y B) con sus respectivos devanados polares alimentados con corriente continua, de forma que por la expansión A salen las líneas del campo magnético hacia el entrehierro, por lo que se convierte en un polo norte del rotor, mientras que por la expansión B entran al rotor las líneas de campo magnético procedentes del entrehierro, por lo que se trata de un polo sur del rotor.

La Fig. 10 muestra el sentido del par electromagnético  $M_e$  en cuatro situaciones diferentes: a, b, c y d. En todas ellas se muestra el momento en que el devanado del estator origina un campo magnético dirigido verticalmente de forma que las líneas de este campo magnético salen al entrehierro por la parte inferior donde, por lo tanto, habrá un polo norte del estator, y entran al estator desde el entrehierro por la parte superior, donde se encontrará, entonces, un polo sur del estator. Este campo magnético del estator, al igual que el rotor, gira a la velocidad de sincronismo; por consiguiente, en otro instante de tiempo diferente al mostrado en la Fig. 10 tanto el campo magnético estatórico como el rotor y, consiguientemente, su campo magnético rotórico habrán girado el mismo ángulo y guardarán la misma posición relativa entre ellos. Nótese que las figuras 10a, 10b, 10c y 10d representan, respectivamente, un instante de cuatro estados de funcionamiento diferentes de una máquina síncrona, no cuatro instantes de tiempo de un mismo estado de la máquina.

En el estado a (Fig. 10a), el rotor forma un ángulo eléctrico  $\gamma$  con el campo magnético del estator comprendido entre  $0$  y  $90^\circ$  (al tratarse en este caso de una máquina de dos polos ( $p = 1$  par de polos), en ella los ángulos eléctricos son iguales a los ángulos geométricos) y vemos que el polo norte del rotor es atraído por el polo sur del estator y el sur del rotor es atraído por el norte del estator, lo que da lugar a que aparezca sobre el rotor un par  $M_e$  de sentido antihorario.

En el estado b (Fig. 10b), el rotor forma un ángulo eléctrico  $\gamma$  con el campo magnético del estator comprendido entre  $90$  y  $180^\circ$  y vemos que el polo norte del rotor es repelido por el polo norte del estator y el sur del rotor es repelido por el sur del estator, lo que da lugar a que siga apareciendo sobre el rotor un par  $M_e$  de sentido antihorario.

En el estado c (Fig. 10c), el rotor forma un ángulo eléctrico  $\gamma$  con el campo magnético del estator comprendido entre  $180$  y  $270^\circ$  y vemos que el polo norte del rotor es repelido por el polo norte del estator y el sur del rotor es repelido por el sur del estator, lo que da lugar a que se ejerza sobre el rotor un par  $M_e$  de sentido horario.

Finalmente, en el estado d (Fig. 10d), el rotor forma un ángulo eléctrico  $\gamma$  con el campo magnético del estator comprendido entre  $270$  y  $360^\circ$  y vemos que el polo norte del rotor es atraído por el polo sur del estator y el sur del rotor es atraído por el norte del estator, lo que da lugar a que siga ejerciéndose sobre el rotor un par  $M_e$  de sentido horario.

Por consiguiente, al variar el ángulo  $\gamma$  desde  $0$  a  $360^\circ$  el par tiene sentido antihorario en los primeros  $180^\circ$  y sentido contrario en los  $180^\circ$  restantes.

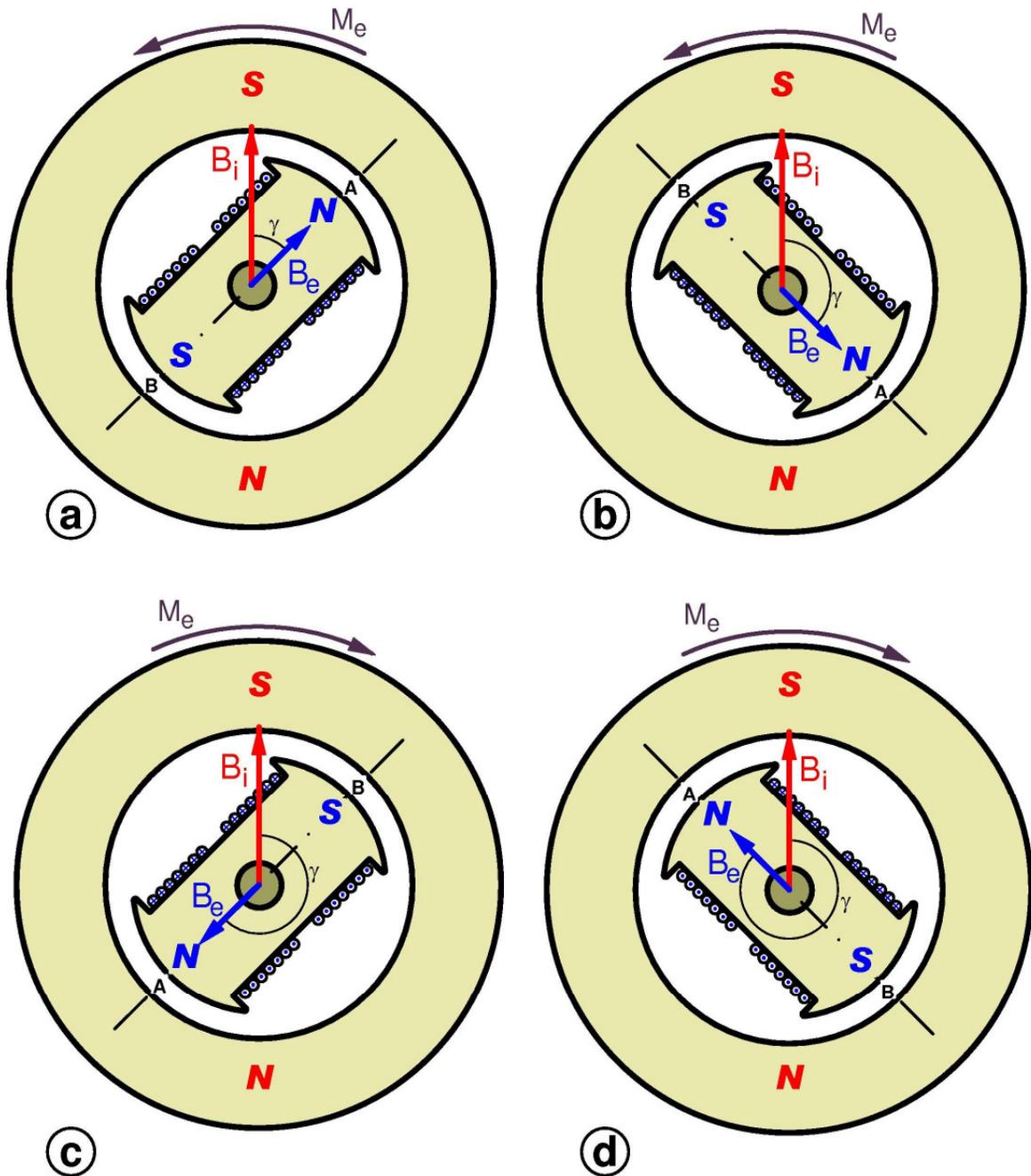
El ángulo de par  $\delta$  está relacionado con el ángulo  $\gamma$ , de forma que si  $\gamma$  varía de  $0$  a  $360^\circ$ , también lo hará el ángulo de par  $\delta$ . Luego, al variar  $\delta$  entre  $0$  y  $360^\circ$  el par  $M_e$  cambia de signo cada  $180^\circ$  eléctricos, lo que es coherente con que el par electromagnético  $M_e$  sea función de  $\sin \delta$ .

En la Fig. 11 se han representado otra vez los mismos cuatro estados que en la Fig. 10 cuando la corriente del rotor se anula. En este caso desaparece el campo magnético del rotor y el par que existe es el par de reluctancia (en la Fig. 10 en realidad, además del par electromagnético  $M_e$  que se ha explicado anteriormente, también existirá el par de reluctancia, que al ser mucho menor que el electromagnético hemos despreciado hasta ahora).

El par de reluctancia aparece por la tendencia que tienen las piezas de hierro de ser atraídas por los polos magnéticos, de forma que el campo magnético busca siempre el circular por el camino de mínima reluctancia magnética.

En la Fig. 11a la pieza polar A es atraída por el polo sur del estator y la pieza polar B es atraída por el polo norte del estator. Esto da lugar a la aparición de un par de reluctancia  $M_{\mathcal{R}}$  de sentido antihorario.

En la Fig. 11b la pieza polar A es atraída por el polo norte del estator y la pieza polar B es atraída por el polo sur del estator. Esto da lugar a la aparición de un par de reluctancia  $M_{\mathcal{R}}$  de sentido horario.

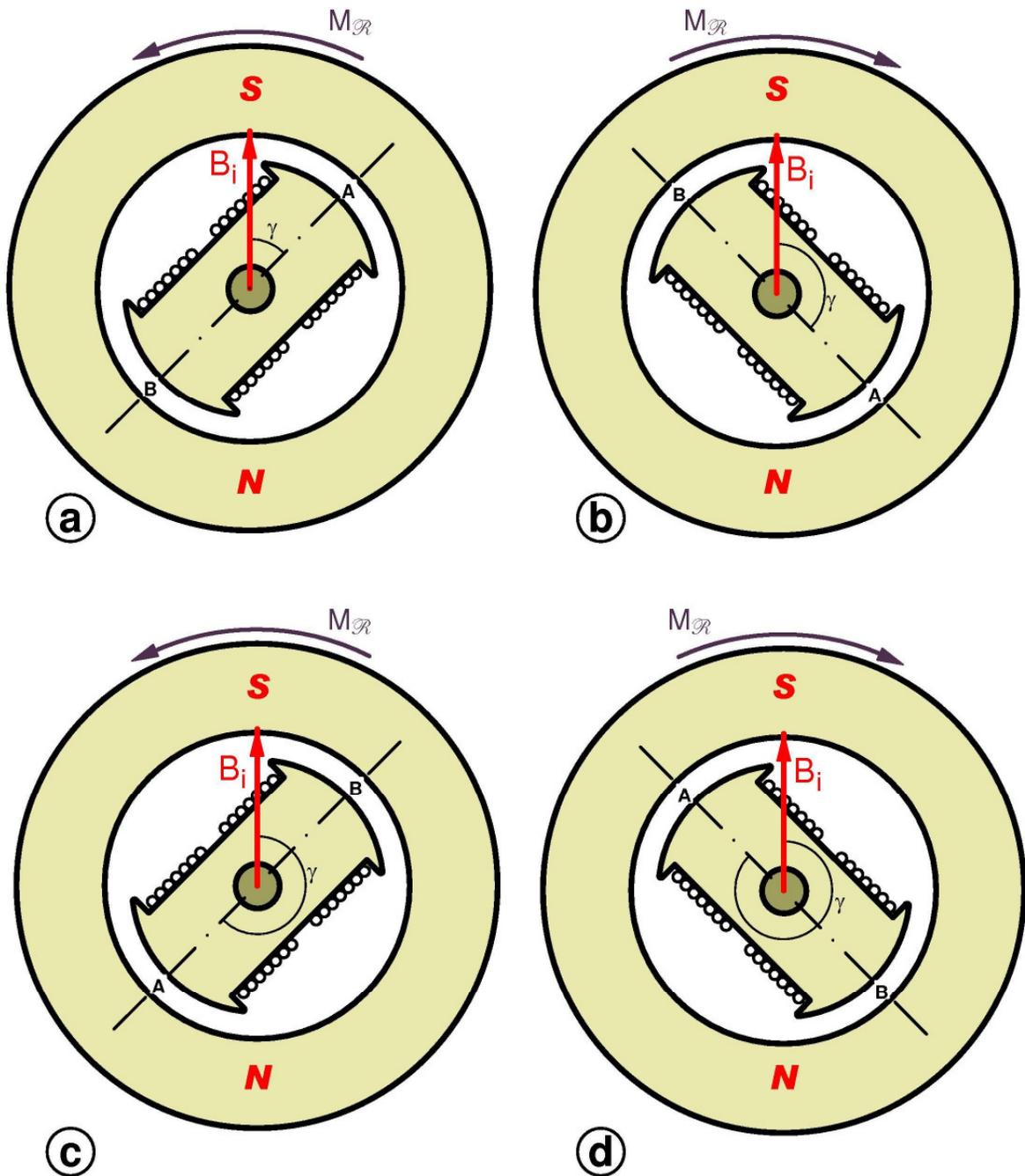


*Fig. 10: Par electromagnético.*

En la Fig. 11c la pieza polar A es atraída por el polo norte del estator y la pieza polar B es atraída por el polo sur del estator. Esto da lugar a la aparición de un par de reluctancia  $M_{\mathcal{R}}$  de sentido antihorario.

Finalmente, en la Fig. 11d la pieza polar A es atraída por el polo sur del estator y la pieza polar B es atraída por el polo norte del estator. Esto da lugar a un par de reluctancia  $M_{\mathcal{R}}$  de sentido horario.

Luego, cuando el ángulo  $\gamma$  varía de 0 a  $360^\circ$  eléctricos y, consecuentemente, el ángulo de par  $\delta$  también varía de 0 a  $360^\circ$ , el par de reluctancia  $M_{\mathcal{R}}$  cambia de signo cada  $90^\circ$ ; lo que es coherente con que dicho par sea función de  $\sin(2\delta)$ .



*Fig. 11: Par de reluctancia.*

#### 1.4.- Característica Par - ángulo de par (M - δ)

Supongamos una máquina síncrona cilíndrica de resistencia del estator R despreciable, corriente de excitación  $I_e$  constante (luego,  $E_0$  permanece constante) y reactancia síncrona  $X_s$  constante que está conectada a una red de potencia infinita.

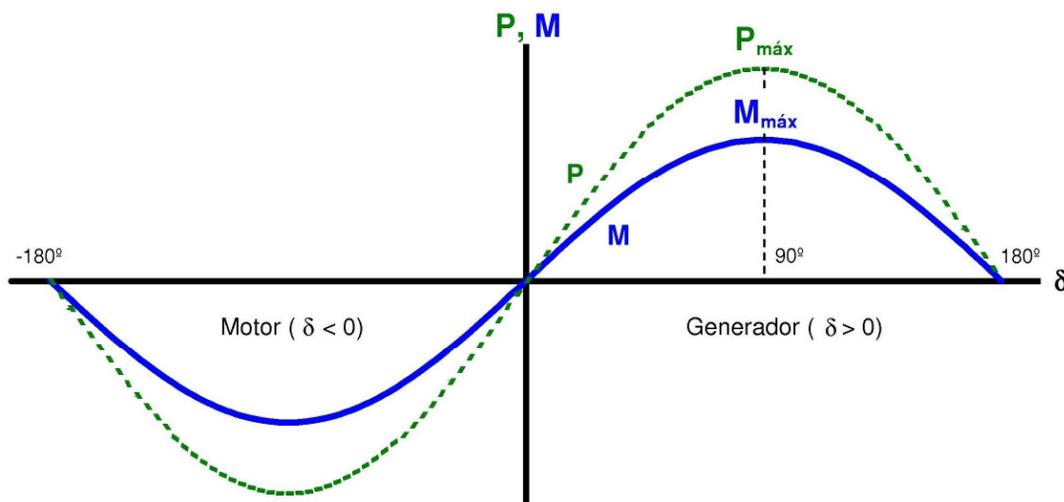
El hecho de que se trate de una red de potencia infinita significa que la tensión  $V$  y la frecuencia  $f$  en bornes del inducido serán constantes. Esto, a su vez, conlleva que la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$  permanecerá invariable.

En esta situación se deduce de las expresiones (6) y (8) que tanto la potencia activa como el par variarán solamente en función del ángulo de par  $\delta$  (de ahí el nombre que se da a este ángulo):

$$P = \frac{3 V E_0}{X_s} \operatorname{sen} \delta = P_{\max} \operatorname{sen} \delta ; \quad P_{\max} = \hat{P} = \frac{3 V E_0}{X_s} \quad (12)$$

$$M = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \operatorname{sen} \delta = M_{\max} \operatorname{sen} \delta ; \quad M_{\max} = \hat{M} = \frac{P_{\max}}{\Omega_1} = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \quad (13)$$

Por lo tanto, las características  $P - \delta$  y  $M - \delta$  son sinusoidales y los valores máximos de estas magnitudes se producen cuando el ángulo de par  $\delta$  vale  $90^\circ$  (Fig. 12).



*Fig. 12: Características  $P - \delta$  y  $M - \delta$  en una máquina síncrona de rotor cilíndrico.*

Cuando se considera que el ángulo  $\delta$  varía entre  $-180^\circ$  y  $+180^\circ$  y se emplea el convenio de signos generador, se deduce que:

- Si  $\delta > 0$ , resulta que  $P > 0$  y la máquina actúa como generador.  
Si  $\delta < 0$ , resulta que  $P < 0$  y la máquina actúa como motor.
- Luego:  
Si el fasor  $E_0$  está adelantado con respecto a  $V$  (Fig. 9), la máquina actúa como generador.  
Si el fasor  $E_0$  está retrasado con respecto a  $V$  (Fig. 13), la máquina actúa como motor.

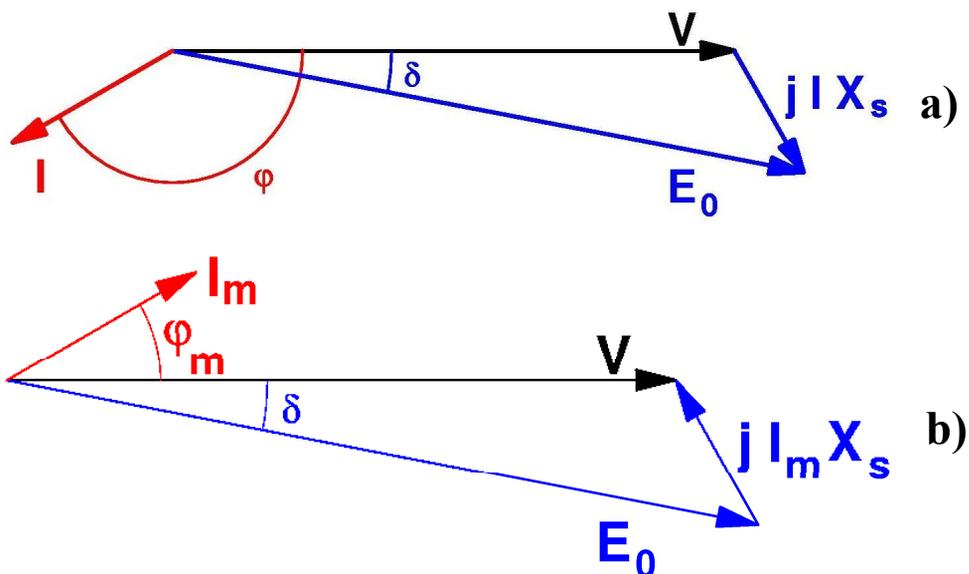


Fig. 13: Diagramas fasoriales de una máquina síncrona de rotor cilíndrico actuando como motor:  
 a) Convenio de signos generador; b) Convenio de signos motor

En las máquinas de polos salientes conectadas a una red de potencia infinita el par  $M$  (ecuación (10)) es la suma de dos senoides: el *par electromagnético*, función de  $\sin \delta$  y el *par de reluctancia*, función de  $\sin 2\delta$  (Fig. 14). La potencia activa  $P$  también será igual a la suma de dos senoides de este tipo. Por lo tanto, al igual que cuando el rotor es cilíndrico, el par y la potencia activa de una máquina síncrona de polos salientes en una red de potencia infinita dependen sólo de  $\delta$ . En este caso, la potencia y el par máximos se producirán para un valor del ángulo de par  $\delta$  ligeramente inferior a  $90^\circ$ .

Normalmente el par de reluctancia se puede despreciar frente al par electromagnético y la máquina síncrona de polos salientes se analiza con las mismas curvas de par y de potencia (Fig. 12) que la máquina de rotor cilíndrico.

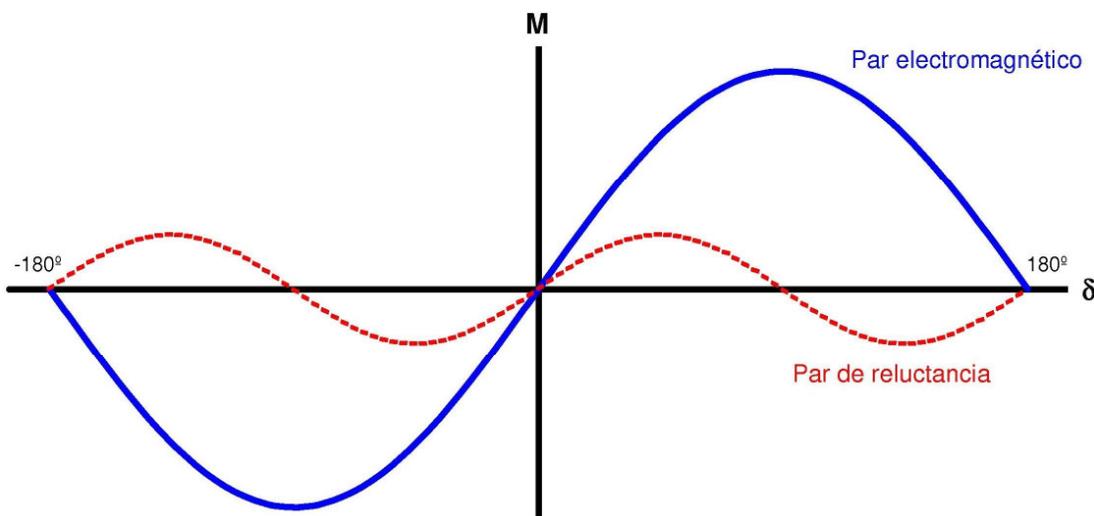


Fig. 14: Característica  $M - \delta$  en una máquina síncrona de polos salientes.

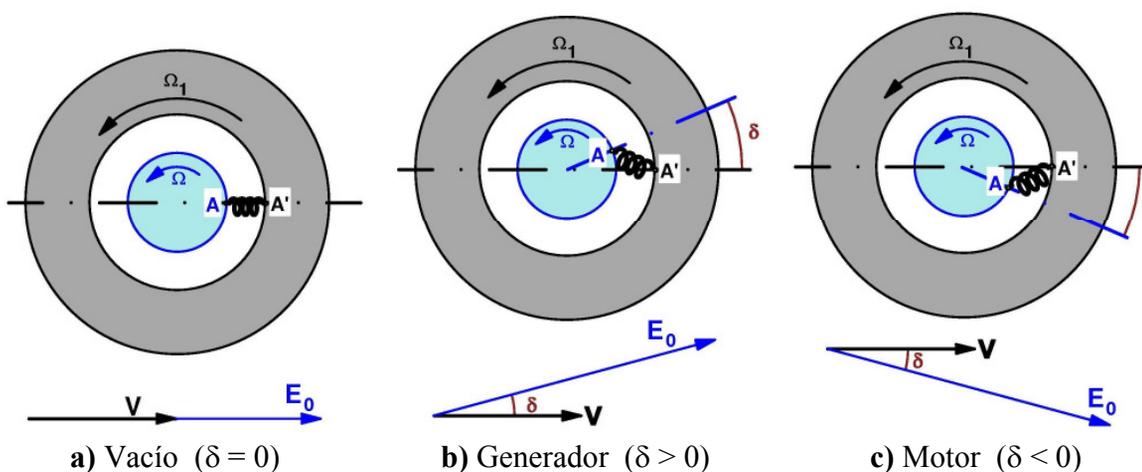
## 2.- ESTABILIDAD ESTÁTICA EN MÁQUINAS SÍNCRONAS

### 2.1.- Analogía mecánica del ángulo de par $\delta$

En los apartados anteriores se ha visto como una máquina síncrona cilíndrica en red de potencia infinita tiene un par que sólo depende del ángulo  $\delta$ . Este ángulo es el que forman los fasores de f.e.m. de vacío  $E_0$  y de tensión en bornes  $V$ .

La f.e.m.  $E_0$  es originada por la acción del campo magnético inductor, es decir, por el campo generado por el bobinado del rotor. La tensión  $V$  viene impuesta por la red de potencia infinita, la cual también impone la frecuencia  $f$  y la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$ . Los fasores de ambas magnitudes están alineados cuando el par es nulo (y, en consecuencia,  $\delta = 0$ ). Por lo tanto, el desfase  $\delta$  entre ambos fasores se corresponde con el desfase que físicamente existe entre la posición del rotor en un momento dado con respecto a un punto que gire siempre a la velocidad de sincronismo.

Esto permite establecer una *analogía mecánica* (Fig. 15) del par de una máquina síncrona, la cual facilita la comprensión de este fenómeno.



*Fig. 15: Analogía mecánica del funcionamiento de una máquina síncrona en red de potencia infinita.*

Consideremos dos puntos imaginarios en el entrehierro de la máquina. Uno, el  $A$ , está fijo al rotor y gira, por tanto, a la velocidad  $\Omega$  de la máquina. El otro punto, el  $A'$ , está en el lado del estator, pero no está inmóvil sino que gira siempre a la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$ , constante e impuesta por la red de potencia infinita. Ambos puntos se encuentran enfrentados cuando la máquina está en vacío, es decir, cuando el par es nulo y  $\delta = 0$  (Fig. 15a). El efecto del par es equivalente a que entre  $A$  y  $A'$  hubiera un resorte de forma que no ejerce ninguna fuerza cuando  $A$  y  $A'$  están enfrentados, pero que comienza a tensarse (y a ejercer fuerza y, por lo tanto, también par) cuando  $A$  y  $A'$  se separan entre sí.

Con la máquina en *vacío* (Fig. 15a), ambos puntos giran siempre a igual velocidad ( $\Omega = \Omega_1$ ) y el resorte no se tensa y no se transmite par entre ambos puntos. Para un observador que estuviera situado en  $A'$ , girando siempre a la velocidad de sincronismo, el punto  $A$  permanecería inmóvil frente a él.

Si, partiendo de esta situación de vacío, el motor que mueve a la máquina síncrona aumenta su par, de momento nos encontramos en una situación de desequilibrio de pares. El par motor aumenta, pero el par de la máquina síncrona todavía es nulo, pues sigue sucediendo que  $\delta = 0$ . Esto origina que el rotor se acelere ligeramente, aumentando su velocidad y provocando que el punto A se adelante con respecto a A' (Fig. 15b). Por lo tanto, el resorte se tensa hasta que origine un par similar y opuesto al del motor, obligando al rotor a volver a girar a la velocidad de sincronismo. El par se transmite desde el rotor hacia el estator, pues es el punto A el que “tira” de A', y la máquina síncrona empieza a actuar como *generador* ejerciendo, en consecuencia, un par de frenado opuesto al del motor que la mueve.

En la realidad, físicamente aparece este movimiento de adelanto del rotor hasta que el desfase entre los puntos A y A' dé lugar a un ángulo  $\delta$  que origine un par igual y opuesto al del motor. Así, un observador situado sobre A' vería como el punto A se adelanta hasta que el ángulo de par  $\delta$  es el adecuado para contrarrestar el par motor.

De forma análoga, si partiendo de la situación de vacío, se introduce una carga mecánica (por ejemplo, una bomba) en el eje de la máquina síncrona, el rotor se ve sometido a un par de frenado (el de la carga) que reduce su velocidad. Esto provoca que el punto A se retrase con respecto a A' (Fig. 15c) haciendo que la máquina síncrona empiece a funcionar como *motor*. Ahora el resorte se tensa en sentido contrario, es el punto A' el que arrastra al A (par transmitido desde el estator hacia el rotor) para obligar al rotor a que vuelva a girar a la velocidad de sincronismo. Al final el desfase entre A y A' será tal que el par debido al resorte equilibre al par de la carga.

Físicamente veríamos este movimiento de retraso del rotor hasta que el desfase entre los puntos A y A' dé lugar a un ángulo  $\delta$  que origine un par motor igual y opuesto al de la carga. Así, un observador situado sobre A' vería como el punto A se atrasa hasta que el ángulo de par  $\delta$  es el adecuado para contrarrestar el par de carga.

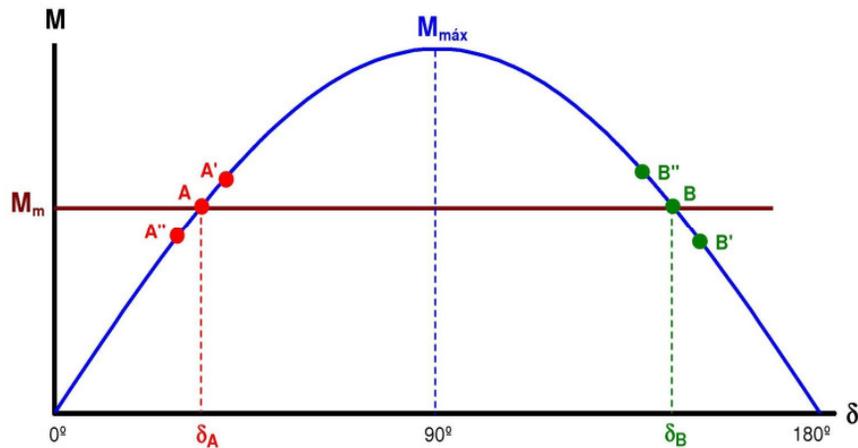
Por lo tanto, las variaciones del par repercuten en movimientos del rotor, hacia delante o hacia atrás, superpuestos al movimiento de giro con la velocidad de sincronismo. Es decir, el ángulo de par  $\delta$  es también el ángulo que físicamente forman entre sí un punto del rotor y otro que girase a la velocidad de sincronismo. En todos estos movimientos la velocidad del rotor  $\Omega$  apenas se aparta de la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$  y, al final, se estabiliza manteniendo un valor constante e igual a  $\Omega_1$ .

## 2.2.- Estabilidad estática

Consideremos una máquina síncrona cilíndrica de resistencia de estator R despreciable e intensidad de excitación  $I_e$  y reactancia síncrona  $X_s$  constantes que está funcionando como generador acoplada a una red de potencia infinita.

En estas condiciones la curva de par de esta máquina, restringida a la zona de funcionamiento como generador, es la representada en la Fig. 16.

Observemos en la Fig. 16 que si el motor de accionamiento está proporcionando un par constante  $M_m$ , la máquina en régimen permanente puede estar funcionando en dos puntos, A y B, de la curva de par. Vamos a estudiar la estabilidad de la máquina en ambos puntos.



*Fig. 16: Estudio de la estabilidad estática de un generador síncrono en red de potencia infinita.*

Evidentemente, se cumplirá que los ángulos de par  $\delta_A$  y  $\delta_B$  verifican que:

$$M_m = M_A = M_{m\acute{a}x} \text{ sen } \delta_A \qquad M_m = M_B = M_{m\acute{a}x} \text{ sen } \delta_B \qquad (14)$$

Supongamos que la máquina funciona en el punto A, con el ángulo de par  $\delta_A$ , y se produce una pequeña perturbación transitoria (por ejemplo, un aumento transitorio del par motor) que provoca un ligero aumento del par, con lo cual el ángulo de par pasa a ser  $\delta_{A'}$ . La máquina síncrona pasa, entonces, a colocarse en el punto A'. En cuanto cese esta perturbación, el par motor vuelve a ser  $M_m$  pero la inercia mecánica de la máquina impide que el ángulo de par vuelva instantáneamente a valer  $\delta_A$  (recordemos que las variaciones del ángulo de par repercuten en movimientos reales del rotor que se suman al giro a la velocidad de sincronismo). La máquina se encuentra, pues, en un estado de desequilibrio de pares: el par motor es  $M_m = M_A$ , pero el par de la máquina es mayor, pues es el que corresponde al punto A' (Fig. 16). La máquina síncrona está actuando como generador, lo que significa que ejerce un par de frenado,  $M_{A'}$ , superior al par motor,  $M_A$ , por lo que la máquina reduce entonces su velocidad. Esto, como se vio al estudiar la analogía mecánica del par, provoca que el ángulo de par vaya disminuyendo hasta que, al final, acabe valiendo  $\delta_A$  y se alcancen otra vez el punto de equilibrio A y la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$ .

Si la perturbación transitoria desde el punto A produjo una disminución del par, la máquina pasará al punto A'', cuyo ángulo de par es  $\delta_{A''}$ . Al desaparecer la perturbación el par motor sigue siendo  $M_m = M_A$ , pero el par de la máquina es inferior (es  $M_{A''}$  (ver la Fig. 16)). Luego, el par motor es mayor que el par de frenado y la máquina aumentará su velocidad. Esto hace que el ángulo de par aumente hasta que vuelva a valer  $\delta_A$  y se alcancen otra vez el punto de equilibrio A y la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$ .

En resumen, aunque aparezcan perturbaciones transitorias que desvíen, tanto en sentido positivo como negativo, el ángulo de par con respecto al punto de equilibrio inicial A; la máquina vuelve a recuperar el equilibrio en el punto A. Por lo tanto, el punto A es un punto de funcionamiento estable del generador síncrono.

Supongamos que ahora la máquina se encuentra inicialmente en el punto de equilibrio B y que se produce una pequeña perturbación transitoria que provoca una ligera disminución del par con lo que el ángulo del par pasa a ser  $\delta_{B'}$ . La máquina síncrona se coloca, entonces, en el punto

B'. En el momento de desaparecer la perturbación el par motor sigue siendo  $M_m = M_B$ , pero el par de la máquina es inferior (es  $M_{B'}$ , (ver la Fig. 16)). Luego, el par motor es mayor que el par de frenado y la máquina aumentará su velocidad. Esto hace que el ángulo de par aumente, separándose cada vez más de  $\delta_B$  hasta que la máquina pierda el sincronismo con la red.

Si la perturbación transitoria desde el punto B produjo un aumento del par, la máquina pasará al punto B'', cuyo ángulo de par es  $\delta_{B''}$ . Al desaparecer la perturbación el par motor sigue siendo  $M_m = M_B$ , pero el par de la máquina es mayor (es  $M_{B''}$ , correspondiente a  $\delta_{B''}$ , (ver la Fig. 16)). Luego, el par motor es inferior que el par de frenado y la máquina reducirá su velocidad. Esto hace que el ángulo de par disminuya, alejándose cada vez más de  $\delta_B$  hasta que alcance un nuevo equilibrio en el punto A.

En resumen, si aparecen perturbaciones transitorias que desvíen, tanto en sentido positivo como negativo, el ángulo de par con respecto al punto de equilibrio inicial B; la máquina es incapaz de recuperar el equilibrio en el punto B. Por lo tanto, el punto B es un punto de funcionamiento inestable del generador síncrono.

Se deduce, entonces, que los puntos de funcionamiento del generador síncrono cuyos ángulos de par  $\delta$  estén comprendidos entre  $0$  y  $90^\circ$  son estables, mientras que si están comprendidos entre  $90$  y  $180^\circ$  son inestables. Luego, el ángulo de par  $\delta = 90^\circ$  es el límite de estabilidad estática.

En el punto de equilibrio estable A, la máquina recupera el equilibrio porque al apartarla de A aparece una diferencia de pares entre el generador síncrono y el motor que obliga al sistema al volver al punto de equilibrio A. Esta diferencia de pares se denomina par sincronizante  $M_s$ .

En esta explicación no se ha tenido en cuenta la energía cinética que el sistema acumula cuando se aparta del punto de equilibrio inicial A, la cual origina que la vuelta al punto de equilibrio no se realice directamente. Se producen una serie de oscilaciones -superpuestas al movimiento de giro con la velocidad de sincronismo- alrededor de A hasta que, finalmente, la máquina se estabiliza en dicho punto. Este fenómeno hace que el estudio de la estabilidad sea algo más complicado, lo que se tratará más adelante al estudiar las oscilaciones pendulares y la estabilidad dinámica.

### **2.3.- Par sincronizante $M_s$ para pequeños desvíos $\delta_d$ del ángulo de par**

Supongamos que el generador síncrono estaba funcionando en el punto de equilibrio estable A (Fig. 16) y se produjo una pequeña perturbación que lo apartó transitoriamente de dicho punto. Al desaparecer la perturbación los pares de la máquina  $M$  y del motor  $M_m$  son distintos. Su diferencia es el *par sincronizante*  $M_s$  que devuelve la máquina al punto de equilibrio A:

$$M_s = M - M_m = M - M_A \quad (15)$$

Durante la vuelta al estado de equilibrio A, el ángulo de par  $\delta$  va cambiando hasta que, finalmente, vale  $\delta_A$ . Llamaremos ángulo de desvío  $\delta_d$  a la diferencia que en cada momento tiene el ángulo de par con respecto a su valor en el punto de equilibrio A:

$$\delta_d = \delta - \delta_A \rightarrow \delta = \delta_A + \delta_d \quad (16)$$

Si el ángulo de desvío  $\delta_d$  es pequeño (menor de  $20^\circ$ ), se cumple que:

$$\delta_d \ll \rightarrow \text{sen } \delta_d \approx \delta_d; \quad \text{cos } \delta_d \approx 1 \quad (17)$$

Luego, partiendo de las relaciones (13), (15) y (16) se deduce lo siguiente:

$$M_s = M - M_A = M_{\text{máx}} [\text{sen } \delta - \text{sen } \delta_A] = M_{\text{máx}} [\text{sen } (\delta_A + \delta_d) - \text{sen } \delta_A] \quad (18)$$

Teniendo en cuenta esta propiedad trigonométrica:

$$\text{sen } (\delta_A + \delta_d) = \text{sen } \delta_A \text{ cos } \delta_d + \text{cos } \delta_A \text{ sen } \delta_d \text{ que,}$$

con las relaciones (17) se convierte en:

$$\text{sen } (\delta_A + \delta_d) \approx \text{sen } \delta_A + \delta_d \text{ cos } \delta_A \quad (19)$$

se obtiene de (18) que:

$$M_s \approx M_{\text{máx}} [(\text{sen } \delta_A + \delta_d \text{ cos } \delta_A) - \text{sen } \delta_A] = (M_{\text{máx}} \text{ cos } \delta_A) \delta_d \quad (20)$$

Se denomina par sincronizante específico  $K_s$  para el punto de equilibrio A a esta magnitud:

$$\boxed{K_s = M_{\text{máx}} \text{ cos } \delta_A = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \text{ cos } \delta_A} \quad (21)$$

$K_s$  depende del punto de equilibrio A en el que se encuentre la máquina. A igualdad de valores de V,  $E_0$  y  $X_s$ , el par sincronizante específico  $K_s$  es máximo en vacío ( $\delta_A = 0$ ) y nulo en el límite de estabilidad estática ( $\delta_A = 90^\circ$ ). Por lo tanto, cuanto mayor es  $K_s$  mayor es la estabilidad estática de la máquina y, consecuentemente, el valor de  $K_s$  en un punto de equilibrio A es una medida de la estabilidad estática de la máquina en dicho punto. Nótese, además, que el par sincronizante específico  $K_s$  es igual al valor en el punto A de la derivada del par sincronizante  $M_s$  con respecto al ángulo de par  $\delta$ .

Por otra parte, el par sincronizante específico  $K_s$  es mayor cuanto menor es la reactancia síncrona  $X_s$ . Por esta razón, el entrehierro de las máquinas síncronas suele ser relativamente grande para así aumentar su estabilidad estática.

De (20) y (21) se deduce lo siguiente:

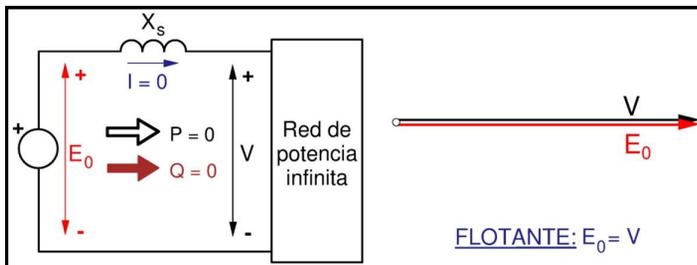
$$\boxed{M_s = K_s \cdot \delta_d} \quad (22)$$

La expresión (22) para el par sincronizante  $M_s$  es similar a la del par de un resorte en espiral. Cuando la máquina está en el punto de equilibrio A, el par sincronizante es cero. Pero cuando una perturbación la aparta de este punto de equilibrio, es como si se tensara un resorte que produjera el par  $M_s$  -tanto mayor cuanto mayor es el desvío  $\delta_d$  respecto al punto de equilibrio- que tiende a volver al generador síncrono al punto A.

# MÁQUINAS SÍNCRONAS EN RED DE POTENCIA INFINITA. MOTORES SÍNCRONOS

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

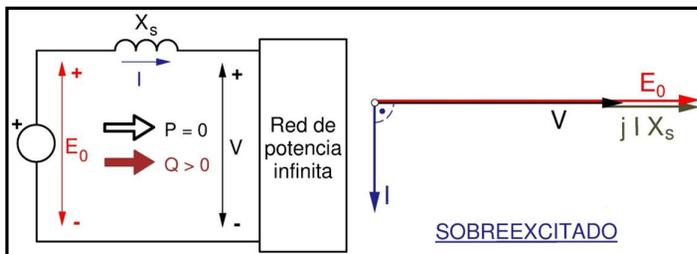
## Compensador síncrono



Compensador síncrono:

$$P = 0 \rightarrow \delta = 0; Q = S$$

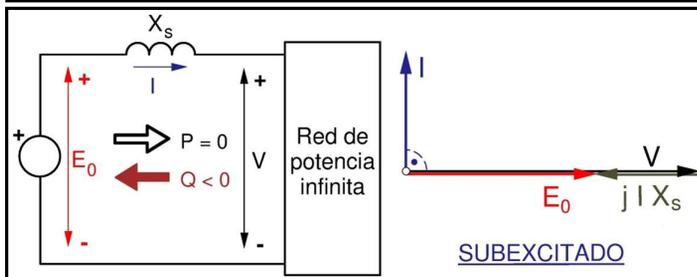
Modo flotante



Sobreexcitado

$Q > 0$ ; f.d.p. inductivo

(f.d.p. = Factor de potencia)



Subexcitado

$Q < 0$ ; f.d.p. capacitivo

(Convenio de signos generador)

$$\left( P = \frac{3 V E_0}{X_s} \sin \delta \right)$$

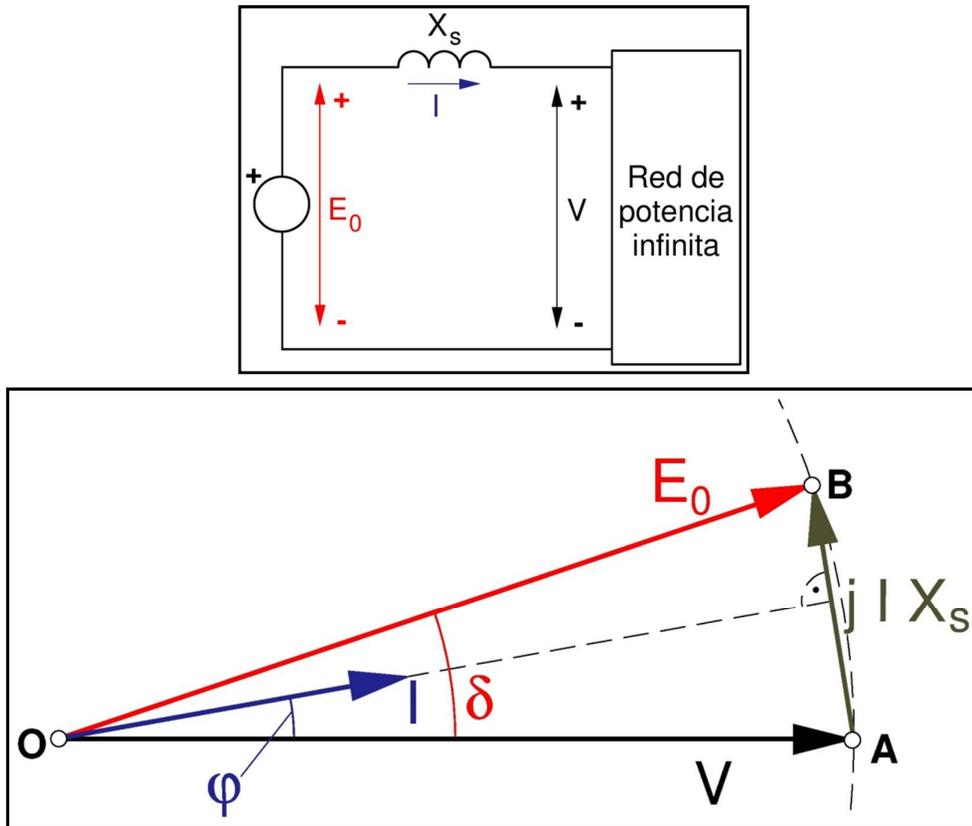
## Compensador síncrono

- Supóngase una máquina síncrona de rotor cilíndrico conectada a una red de potencia infinita y cuya resistencia de inducido es despreciable.
- Se supondrá que la máquina actúa como generador y, por ello, se usará el convenio de signos de generador.
- También se supondrá que las pérdidas en la máquina son despreciables. Luego, se aceptará que la potencia mecánica absorbida por el eje de la máquina es igual a la potencia activa suministrada a la red.
- Justo antes de conectar esta máquina a la red; es decir, durante la maniobra de sincronización, el alternador está en vacío. Por lo tanto su f.e.m. de vacío  $E_0$  es igual a su tensión en bornes  $V$ .
- En consecuencia, justo después de terminar la maniobra de sincronización la f.e.m.  $E_0$  es igual, tanto en módulo como en ángulo, a la tensión  $V$  en bornes del inducido que le impone la red de potencia infinita. Se dice entonces que la máquina trabaja en **modo flotante** y sucede que:

$$E_0 = V \quad I = 0 \quad P = 0 \quad Q = 0$$

- Si ahora se sigue manteniendo nula la potencia en el eje sucederá que la potencia activa  $P$  sigue siendo nula (se desprecian las pérdidas) y, por lo tanto, el ángulo de par es nulo:  $\delta = 0$  (ya que  $P = (3VE_0/X_s) \sin \delta$ ).
- Si manteniendo nula la potencia  $P$  (y por lo tanto, también el ángulo de par  $\delta$  es nulo) se modifica la corriente de excitación  $I_e$ , ocurre que la potencia reactiva  $Q$  se puede regular mediante  $I_e$  (ver la figura anterior):
  - Cuando aumenta la corriente de excitación  $I_e$  –es decir, cuando la máquina está **sobreexcitada**– la f.e.m. de vacío tiene un valor eficaz mayor que la tensión en bornes ( $E_0 > V$ ) y la corriente del inducido  $I$  forma un ángulo de  $90^\circ$  en retraso con la tensión  $V$ . Esto hace que se mantenga  $P = 0$  y se genere potencia reactiva ( $Q > 0$ ). Luego, la máquina (con convenio generador) tiene un f.d.p. inductivo.
  - Cuando disminuye la corriente de excitación  $I_e$  –es decir, cuando la máquina está **subexcitada**– la f.e.m. de vacío tiene un valor eficaz menor que la tensión en bornes ( $E_0 < V$ ) y la corriente del inducido  $I$  forma un ángulo de  $90^\circ$  en adelanto con la tensión  $V$ . Esto hace que se mantenga  $P = 0$  y se consume potencia reactiva ( $Q < 0$ ). Luego, la máquina (con convenio generador) tiene un f.d.p. capacitivo.
- Un **compensador síncrono** es una máquina síncrona que funciona siempre con potencia activa nula ( $P = 0$ ) y que sirve para proporcionar (o absorber) la potencia reactiva que se desee hasta un valor igual a su potencia asignada  $S_N$ . En efecto, como  $P = 0$  sucede que  $Q = S$ .  
Hace años estas máquinas eran usadas para mejorar el f.d.p. de la red.

## Variación de la potencia con $I_e$ constante

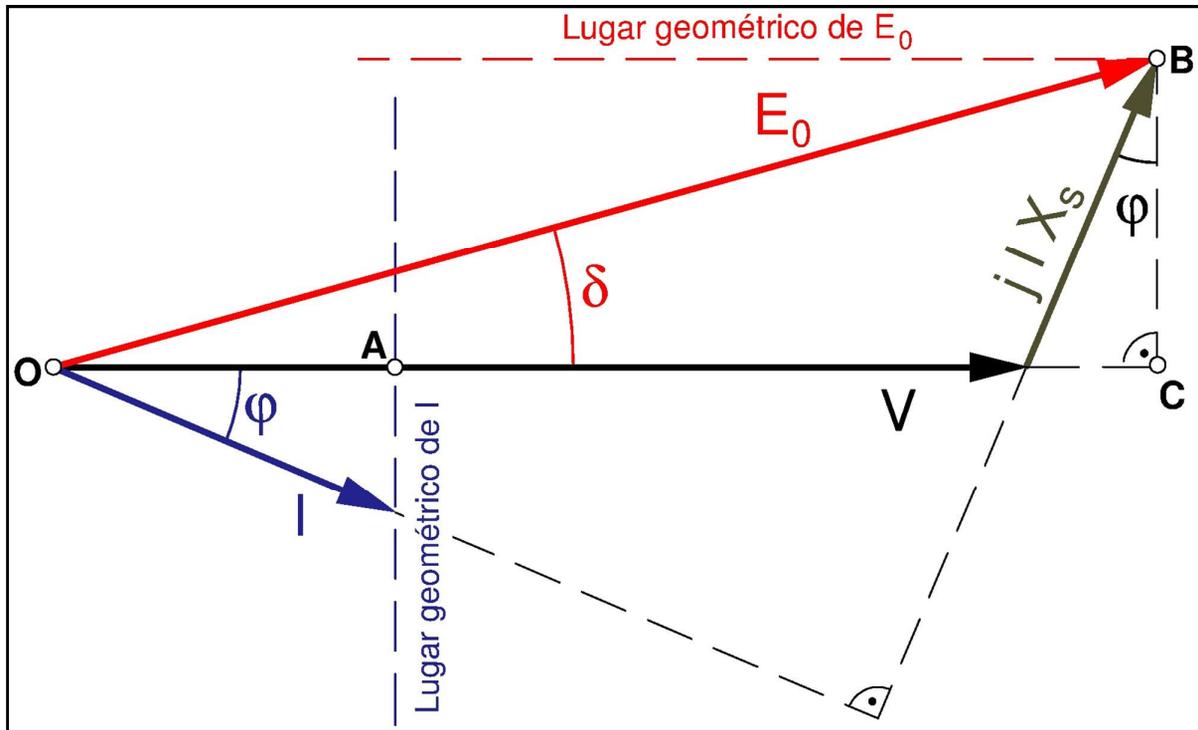


- Ahora se supone que a un alternador síncrono, que estaba en *modo flotante* (y por lo tanto, su f.e.m. de vacío  $E_0$  y la tensión  $V$  tienen iguales valores eficaces), se le empieza a suministrar potencia mecánica por su eje manteniendo constante su corriente de excitación  $I_e$ .
- Al mantener constante su corriente de excitación  $I_e$ , el valor eficaz de  $E_0$  no varía y sigue siendo igual al de la tensión  $V$ . Por lo tanto, el nuevo fasor de  $E_0$  tendrá su extremo sobre la circunferencia de centro  $O$  y radio  $V$ .
- Si la máquina recibe potencia mecánica empieza a suministrar una potencia activa  $P$ , que se puede calcular así:

$$P = \frac{3 V E_0}{X_s} \text{sen } \delta$$

- Luego, ahora el ángulo de par  $\delta$  deja tener un valor nulo y toma el valor que se obtiene al despejarlo de la expresión anterior.
- La tener  $E_0$  y  $V$  la misma longitud y formar entre sí un ángulo  $\delta$  no nulo, la proyección de  $E_0$  sobre  $V$  es más pequeña que  $V$  ( $E_0 \cos \delta < V$ ) y la máquina está subexcitada. Luego consume potencia reactiva ( $Q < 0$ ) y el factor de potencia es capacitivo.

## Variación de $I_e$ manteniendo la potencia activa constante. Lugares geométricos



- En la figura se muestra el diagrama fasorial -empleando el convenio de signos generador- cuando la máquina síncrona es un generador con una potencia activa  $P$  no nula. Por lo tanto, su ángulo de par  $\delta$  es no nulo y positivo: el fasor de la f.e.m.  $E_0$  está adelantado respecto al de tensión  $V$ . (Cuando la máquina pase a actuar como motor sucederá que  $\delta < 0$ ).
- En las siguientes diapositivas se va a analizar lo que sucede cuando se modifica la corriente de excitación  $I_e$  (y por lo tanto se varía la f.e.m. de vacío  $E_0$ ) manteniendo constante la potencia en el eje y, por consiguiente, también la potencia activa  $P$ .
- La potencia activa se puede calcular mediante estas expresiones:

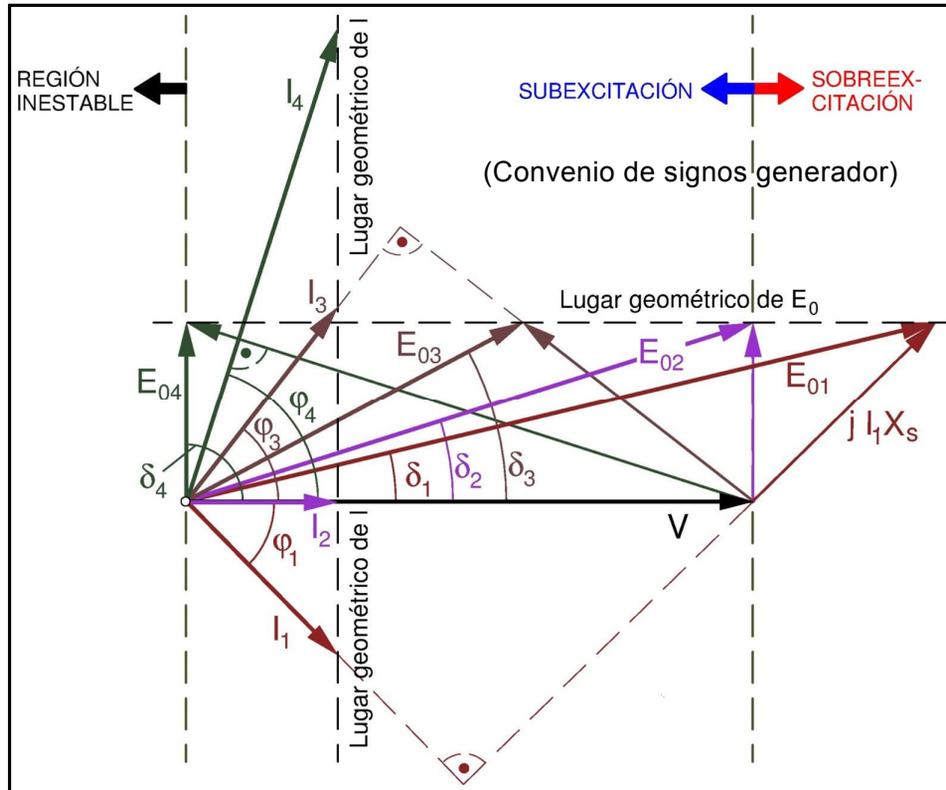
$$P = \frac{3 V E_0}{X_s} \sin \delta \qquad P = 3 V I \cos \varphi$$

- En red de potencia infinita el valor eficaz de la tensión  $V$  es constante, luego

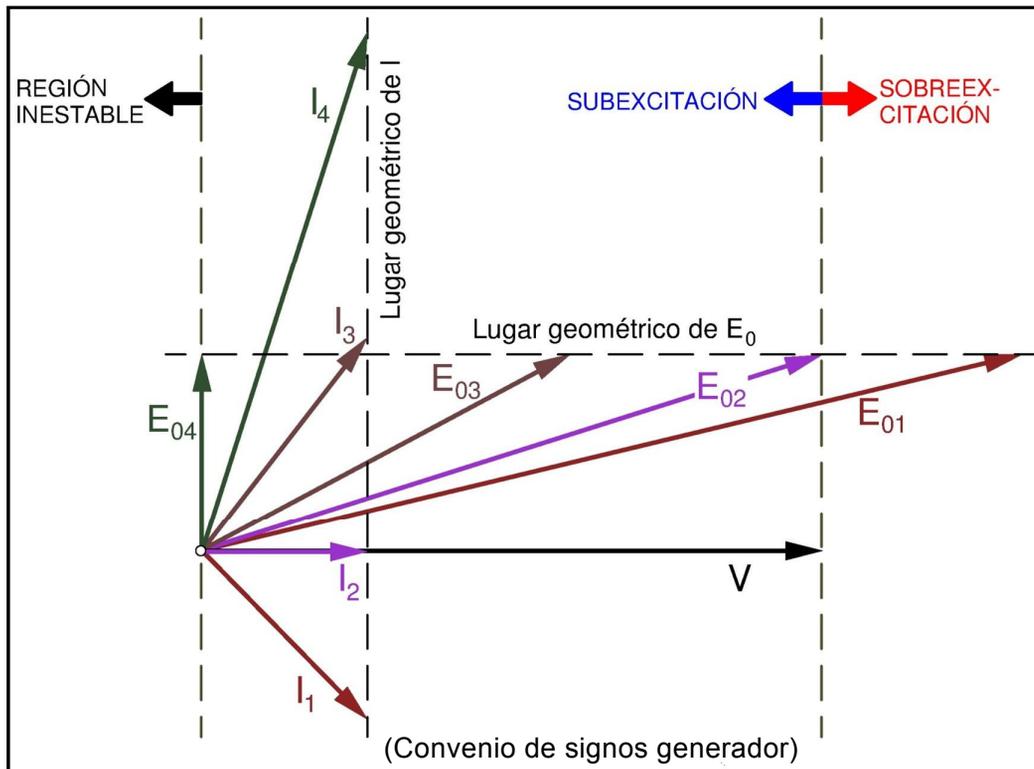
$$P = \text{cte} \rightarrow E_0 \sin \delta = \text{cte}; \quad I \cos \varphi = \text{cte}$$

- Por lo tanto, a medida que se va cambiando la corriente de excitación  $I_e$  los fasores de f.e.m. de vacío  $E_0$  y de corriente  $I$  variarán, pero siempre conservando sus extremos sobre los lugares geométricos respectivos que están mostrados en la figura.

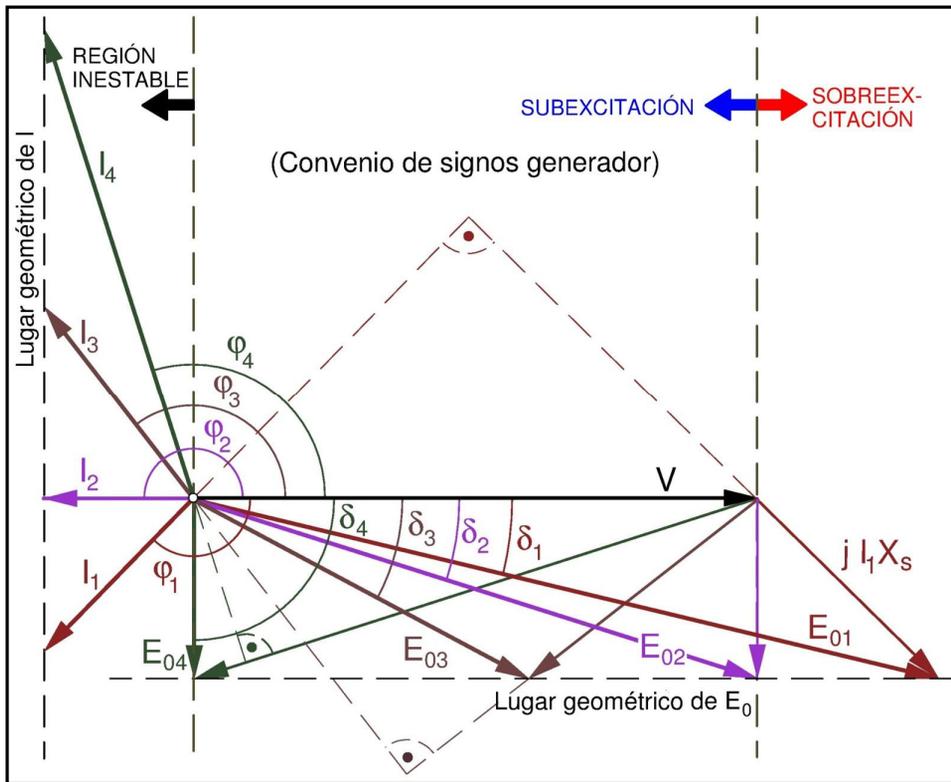
## Variación de $I_e$ con potencia constante. Funcionamiento como generador (1)



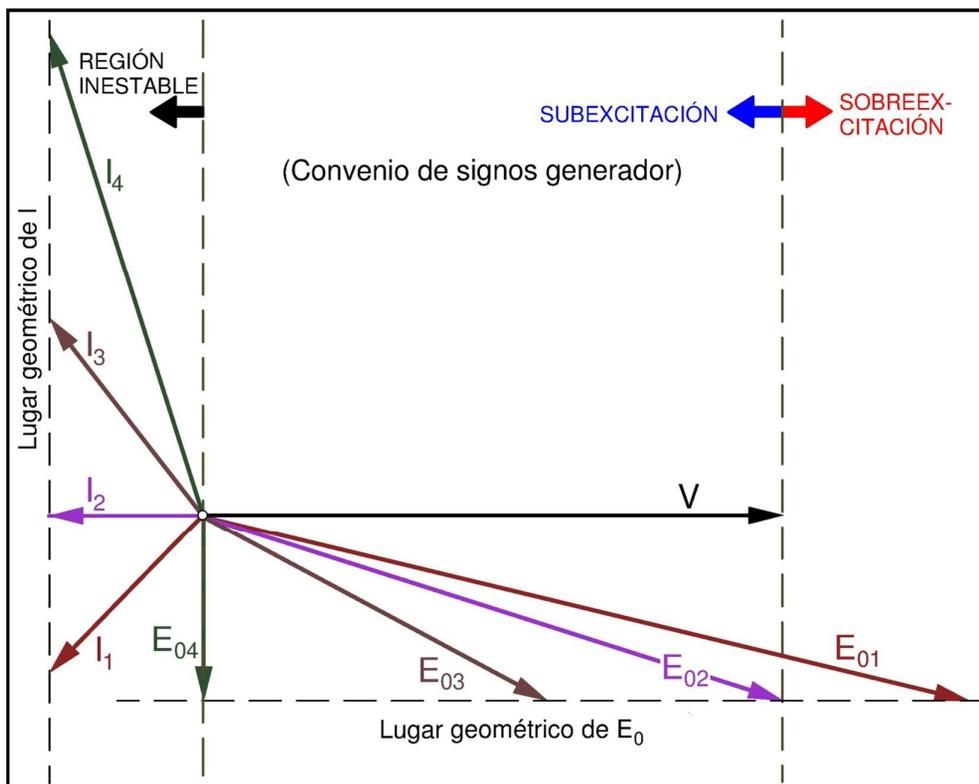
## Variación de $I_e$ con potencia constante. Funcionamiento como generador (2)



## Variación de $I_e$ con potencia constante. Funcionamiento como motor (1)

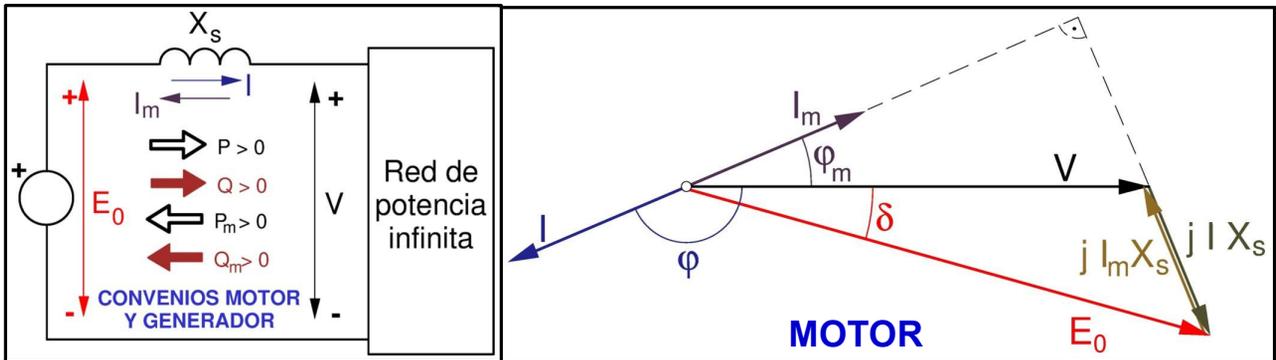
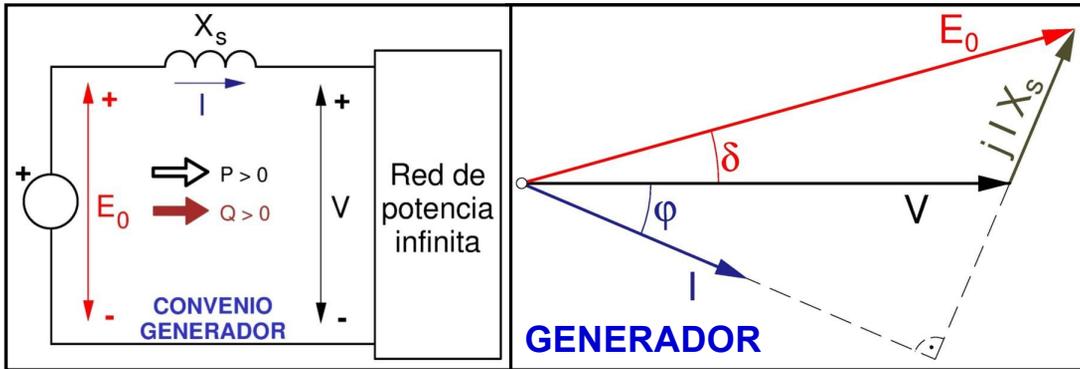


## Variación de $I_e$ con potencia constante. Funcionamiento como motor (2)

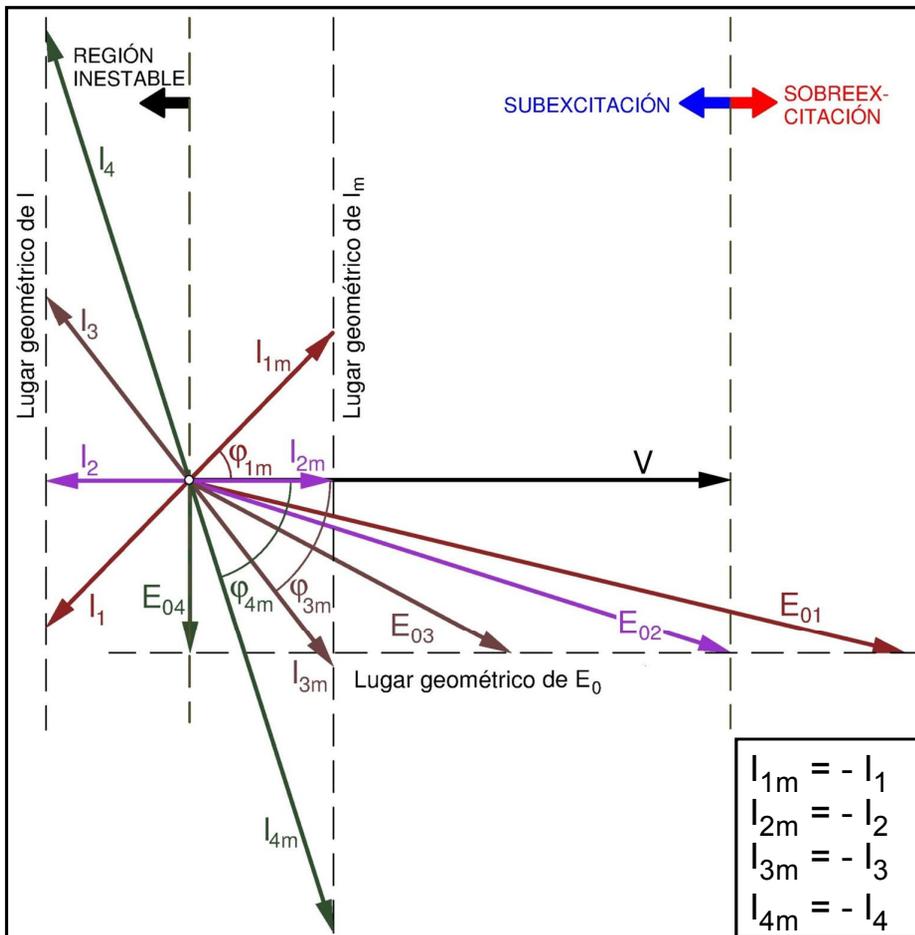


- En las diapositivas anteriores se muestran dos parejas de figuras con los diagramas fasoriales cuando la máquina varía su excitación  $I_e$  manteniendo constante la potencia en el eje. Una pareja de figuras representa lo que pasa cuando la máquina actúa como generador y la otra pareja cuando actúa de motor. La segunda figura de cada pareja es una versión simplificada de la primera. En todas las figuras se ha empleado el convenio de signos de generador (incluso para el motor).
- De las figuras anteriores se deduce que, tanto en funcionamiento generador como motor y de manera similar al funcionamiento como compensador síncrono, la corriente de excitación  $I_e$  permite regular la potencia reactiva  $Q$  de la máquina:
  - Cuando se aumenta la corriente de excitación  $I_e$  de tal forma que la proyección del fasor  $E_0$  sobre  $V$  es mayor que  $V$  ( $E_0 \cos \delta > V$ ) la máquina está **sobreexcitada**. Entonces, se genera potencia reactiva ( $Q > 0$ ) y la máquina (con convenio generador) tiene un f.d.p. inductivo.
  - Cuando se disminuye la corriente de excitación  $I_e$  de tal forma que la proyección del fasor  $E_0$  sobre  $V$  es menor que  $V$  ( $E_0 \cos \delta < V$ ) la máquina está **subexcitada**. Entonces, se consume potencia reactiva ( $Q < 0$ ) y la máquina (con convenio generador) tiene un f.d.p. capacitivo.
- Actuando tanto como motor como generador, cuando la corriente de excitación  $I_e$  se reduce mucho, la f.e.m.  $E_0$  se hace tan pequeña que ni siquiera con  $\delta = 90^\circ$  ( $\sin \delta = 1$ ) la máquina puede producir una potencia activa igual a la potencia mecánica en su eje. La máquina pierde entonces la estabilidad. Por esta razón en los diagramas anteriores hay una **región inestable** a la izquierda. El fasor de f.e.m.  $E_0$  no puede estar en esta región.
- Con funcionamiento como motor y convenio de signos generador la potencia activa es negativa ( $P < 0$ ), pues se trata de una potencia consumida. Esto hace que  $\cos \varphi$  deba ser negativo, por lo que los ángulos de desfase  $\varphi$  son mayores de  $90^\circ$ . Ahora, al ser motor, el fasor  $E_0$  está retrasado respecto al  $V$ .
- En las diapositivas siguientes se muestran los convenios de signos de generador y de motor y cómo queda el diagrama fasorial del motor cuando se usan ambos convenios de signos, lo que permite compararlos.
- Se observa que en un motor con convenio motor los ángulos de desfase  $\varphi_m$  son menores que  $90^\circ$ , son inductivos cuando se consume potencia reactiva ( $Q_m > 0$ ) y son capacitivos cuando se genera potencia reactiva ( $Q_m < 0$ ).
- Evidentemente, es preferible que cuando la máquina actúe como motor se use el convenio de signos de motor.
- Aunque el análisis de la máquina síncrona en red de potencia infinita se ha realizado sobre máquinas de rotor cilíndrico, los resultados obtenidos también son aplicables a las máquinas síncronas de polos salientes.

## Generador y motor. Convenios de signos



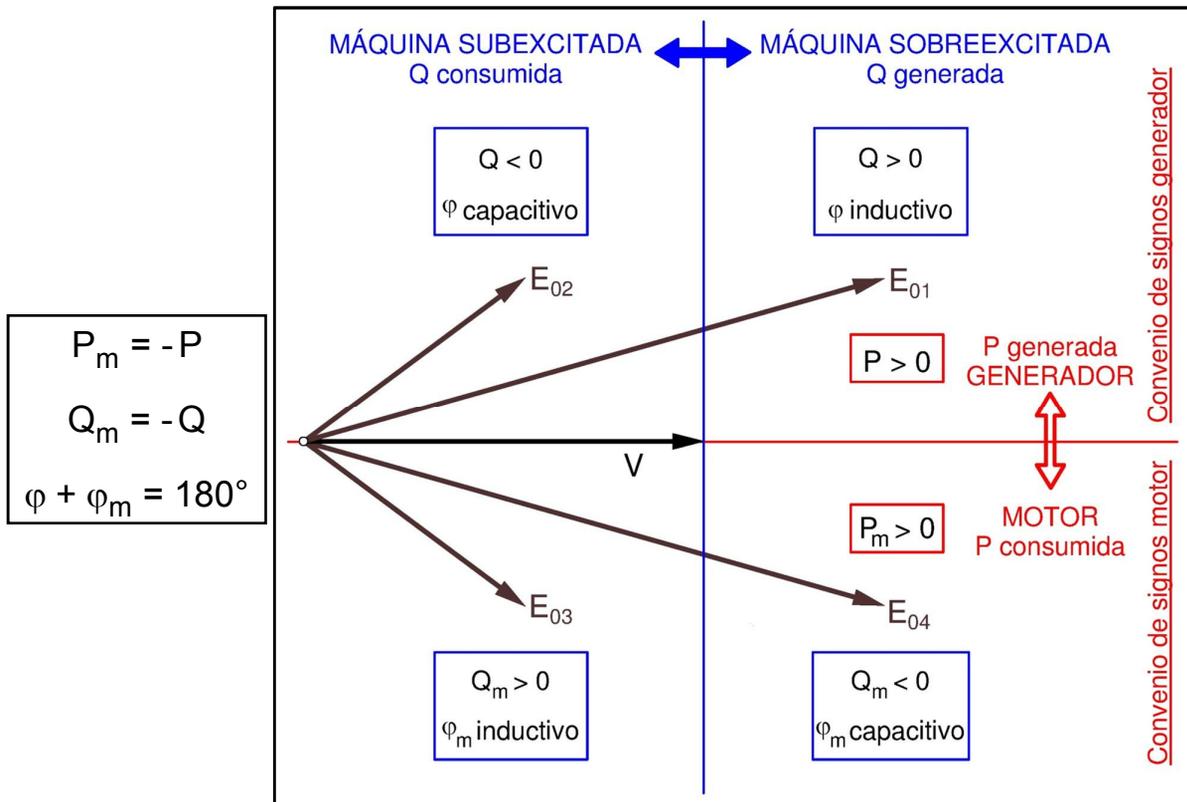
$$I_m = -I \quad P_m = -P \quad Q_m = -Q \quad \varphi + \varphi_m = 180^\circ$$



$$\begin{aligned} I_{1m} &= -I_1 \\ I_{2m} &= -I_2 \\ I_{3m} &= -I_3 \\ I_{4m} &= -I_4 \end{aligned}$$

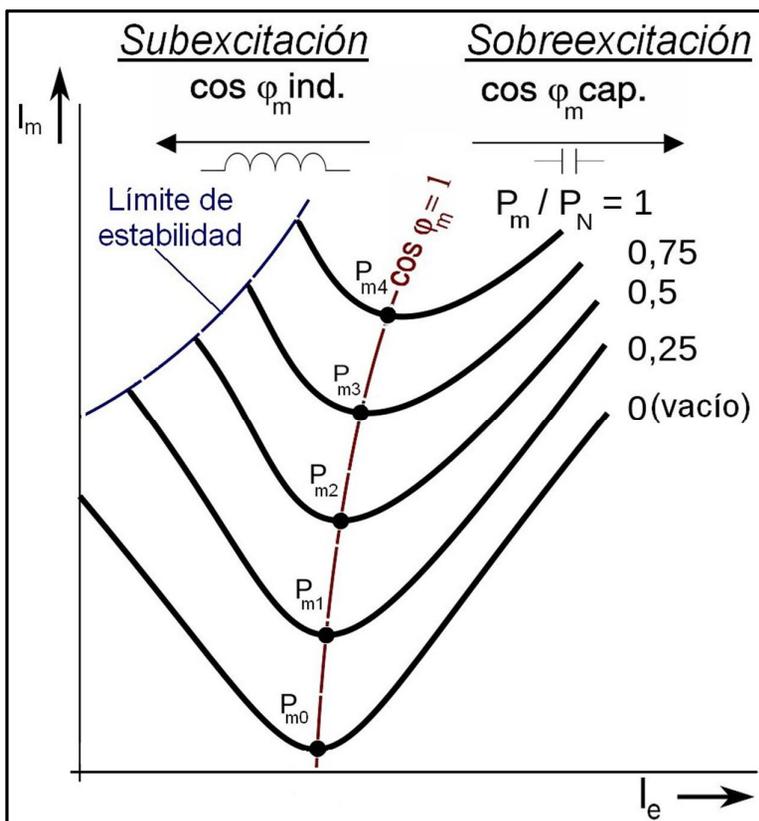
**Variación de  $I_e$  con potencia constante. Funcionamiento como motor. Convenios de signos generador y motor**

## Resumen de máquina síncrona en red de potencia infinita



Signos de las potencias activa y reactiva y del factor de potencia en función del módulo del fasor  $E_0$  y de su desfase respecto al fasor  $V$

## Curvas de Mordey de un motor síncrono



### Curvas en $V$ de Mordey

- Motor síncrono conectado a una red de potencia infinita.
- Estas curvas relacionan la corriente del inducido con la del inductor cuando se mantiene constante la potencia mecánica suministrada por el motor síncrono.
- Cada curva corresponde a una potencia mecánica diferente.

Fuente. Wikimedia Commons  
 Autor: Wdwd  
 Figura modificada del original

## Par de arranque nulo de un motor síncrono

- Consideremos un motor síncrono en reposo al que se alimenta con tensión continua a su devanado inductor, situado en el rotor, y con tensión alterna trifásica al devanado inducido, situado en el estator.
- El campo magnético inductor está fijo al rotor y girará a la misma velocidad que gire el rotor. El campo del inducido es un campo giratorio que gira a la velocidad de sincronismo (Teorema de Ferraris).
- Supóngase que inicialmente un polo norte del rotor está enfrenteado a un polo sur del campo giratorio del estator. Ambos polos se atraen y el rotor quiere empezar a girar a la velocidad de sincronismo. Pero el rotor tiene una inercia mecánica que impide que pueda variar su velocidad de forma brusca.
  
- Cuando el rotor quiere empezar a moverse el campo giratorio ha avanzado un paso polar y ahora el polo norte del rotor se encuentra frente a un polo norte del campo giratorio del estator y ambos se repelen. El rotor quiere empezar a girar en sentido opuesto a la velocidad síncrona; pero antes de que su inercia le permita empezar a moverse el polo norte del rotor vuelve a estar enfrenteado a un polo sur del estator.
- Ahora el rotor quiere volver a girar en el mismo sentido que la velocidad de sincronismo, pero antes de pueda moverse el campo giratorio avanza otro paso polar. Y así sucesivamente.
- Se observa que la máquina no consigue moverse; no se produce el arranque. Un motor síncrono tiene un par de arranque nulo.
- Sólo cuando la velocidad de sincronismo sea extraordinariamente pequeña el rotor puede seguir al campo giratorio, autosincronizarse (ver la siguiente diapositiva) y empezar a girar a esta pequeña velocidad síncrona.

## Motor síncrono. Métodos de arranque

- Un motor síncrono no tiene par de arranque. Luego, no puede arrancar por sí mismo y necesita algún método de arranque que lo lleve a la velocidad de sincronismo o a una velocidad muy cercana a la de sincronismo.

En este último caso, una vez que la máquina ya casi gira a la velocidad síncrona se excita su inductor, lo que da lugar al par electromagnético (más el par de reluctancia, si la máquina es de polos salientes) que consigue que alcance la velocidad de sincronismo. Este proceso se denomina **autosincronización**.

- Los **métodos de arranque** más empleados son:
  - 1) **Arranque mediante un variador de frecuencias**
  - 2) **Arranque por motor auxiliar (motor pony)**.
  - 3) **Arranque como motor asíncrono**.
- En el segundo método, para reducir el tamaño del motor auxiliar, el arranque se realiza con el motor síncrono en vacío. La carga mecánica se acopla al eje del motor síncrono cuando éste ya ha alcanzado la velocidad de sincronismo.

### Arranque mediante un variador de frecuencias

- Este método de arranque se emplea cuando se utiliza el variador para regular la velocidad. No tiene justificación económica el usar un variador de frecuencias sólo para el arranque.
- Se arranca el motor con una frecuencia muy baja, a la que corresponde una velocidad síncrona lo suficientemente pequeña como para que el rotor –a pesar de su inercia mecánica– sea capaz de empezar a girar a dicha velocidad.
- Luego se aumenta progresivamente la frecuencia, y con ella la velocidad síncrona, de forma que el rotor sea capaz de seguir este aumento gradual de la velocidad hasta alcanzar la velocidad normal de funcionamiento y completar así el proceso de arranque.

## Arranque mediante un motor auxiliar

- **Arranque mediante un motor auxiliar de corriente continua**

Se pueden usar dos tipos de máquinas de c.c. como motor de arranque:

- Motor independiente de corriente continua
- Usar la excitatriz de c.c como motor durante el arranque

- **Arranque mediante un motor auxiliar asíncrono**

Se pueden usar dos tipos de máquinas asíncronas:

- Motor de arranque del mismo número de polos que el motor síncrono

Los motores síncrono y de arranque tienen la misma velocidad síncrona. El motor de arranque no alcanza la velocidad de sincronismo, pero sí una lo suficientemente cercana a ella como para que se produzca la autosincronización del motor síncrono.

- Motor de arranque con un par de polos menos que el motor síncrono

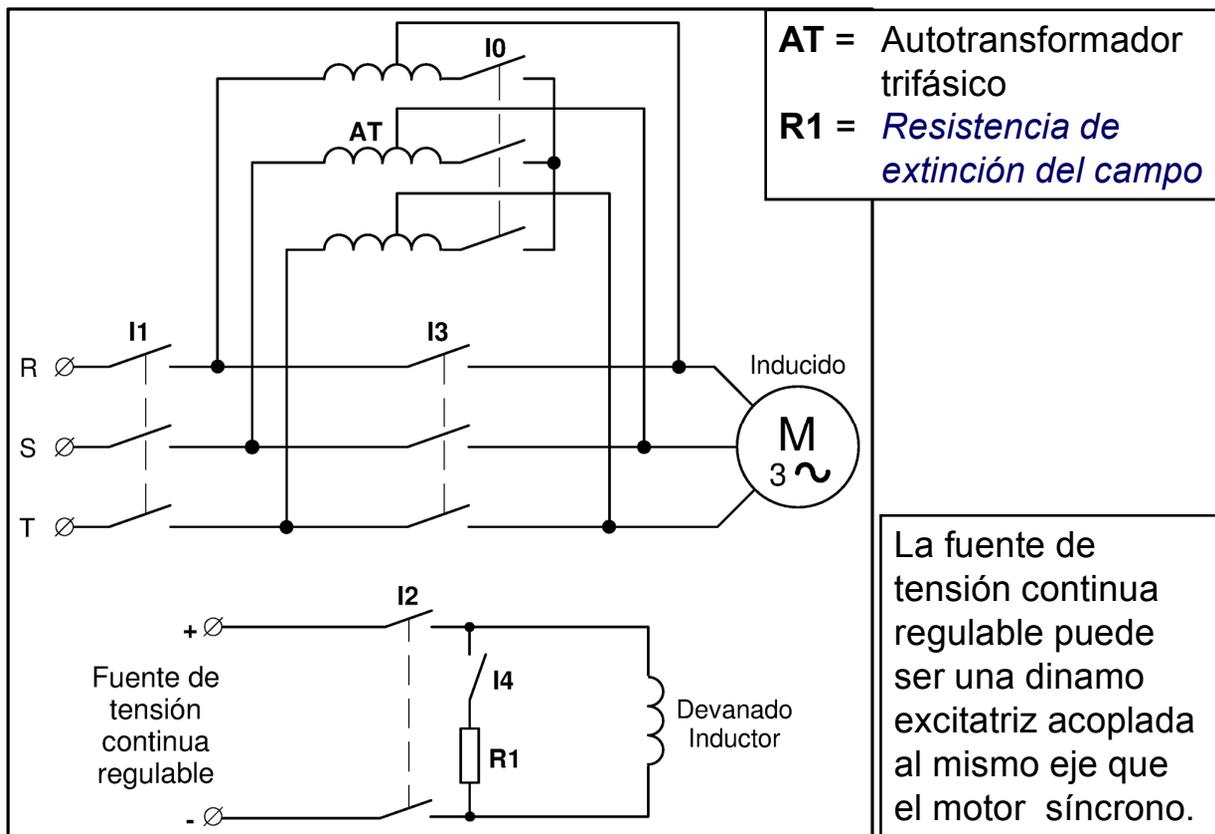
El motor de arranque tiene una velocidad de sincronismo superior a la del motor síncrono. Se puede regular su velocidad para que iguale a la síncrona del motor síncrono o llevarle a una velocidad superior, desconectarle -con lo que la velocidad empieza a bajar- y conectar el motor síncrono en el momento en el que la velocidad iguale a su velocidad síncrona.

## Arranque como asíncrono

- El motor síncrono arranca como motor asíncrono gracias a las corrientes que se inducen en el devanado amortiguador y en las masas macizas del rotor cuando la velocidad de la máquina todavía no es igual a la síncrona.
- Mediante este método la máquina alcanza una velocidad algo inferior a la síncrona, pero muy cercana a ella. En este momento se alimenta el inductor con corriente continua y se produce la autosincronización de la máquina.
- Para reducir la corriente de arranque se usan los mismos métodos que en las máquinas asíncronas: estrella-triángulo, autotransformador, M
- Mientras la máquina está girando a una velocidad diferente a la de sincronismo su rotor se ve sometido a la acción de un campo magnético variable con el tiempo que induce una f.e.m. elevada en el devanado inductor. No conviene que este devanado permanezca en circuito abierto, porque esta f.e.m. podría dañar sus aislamientos o los del colector. Tampoco conviene ponerlo en cortocircuito porque circularía una corriente alterna elevada.

Por esta razón, durante el arranque el devanado inductor se conecta a la **resistencia de extinción del campo**, cuyo valor óhmico es igual a unas 10 veces la resistencia del devanado inductor.

## Arranque de un motor síncrono como asíncrono con autotransformador



- 1) Teniendo previamente cerrados los interruptores **I0** e **I4** y abiertos los interruptores **I2** e **I3**, se cierra el interruptor **I1**. La máquina arranca como asíncrona a la tensión reducida que le proporciona el autotransformador trifásico **AT** y con el inductor conectado a la resistencia de extinción del campo **R1**.
- 2) Se abre el interruptor **I0**. El autotransformador **AT** deja de funcionar como tal y ahora se convierte en unas reactancias puestas en serie con cada fase del inducido. Las caídas de tensión en estas reactancias dan lugar a que el motor tenga mayor tensión que antes, pero aún está a una tensión inferior a la de la red.
- 3) Se cierra el interruptor **I3** (dejando abierto a **I0**). La máquina recibe la totalidad de la tensión de la red y acaba su arranque como asíncrono, alcanzando una velocidad cercana a la de sincronismo.
- 4) Se cierra el interruptor **I2**, con lo que el inductor queda alimentado con una tensión continua y la máquina empieza a funcionar como síncrona. El motor se autosincroniza y consigue alcanzar la velocidad síncrona.
- 5) Con el interruptor **I2** cerrado y la máquina ya a la velocidad síncrona, se desconecta la resistencia de extinción del campo **R1** abriendo el interruptor **I4**. Con esta maniobra termina el arranque del motor síncrono.

## **Motor síncrono versus motor asíncrono**

- El motor síncrono tiene una velocidad estrictamente constante, mientras que el asíncrono tiene una velocidad ligeramente variable con la carga (pues su par varía con el deslizamiento).
- El motor síncrono es menos sensible a las variaciones en la tensión de alimentación porque su par es proporcional al valor eficaz de la tensión ( $V$ ), mientras que el asíncrono tiene un par proporcional al cuadrado de la tensión ( $V^2$ ).
- El motor síncrono tiene un f.d.p. regulable. Se puede usar como motor y, a la vez, para mejorar el f.d.p. de una instalación.
- La máquina síncrona tiene mayor entrehierro que la asíncrona, lo que le da una mayor seguridad mecánica para evitar el roce del rotor con el estator.
- El motor síncrono, además de ser más caro que el de motor de jaula de ardilla, requiere una fuente de tensión continua y los reguladores correspondientes. Por esta razón el motor síncrono es más caro que el asíncrono.

*MÁQUINAS SÍNCRONAS EN PARALELO*

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

*DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA*

# **MÁQUINAS SÍNCRONAS CONECTADAS EN PARALELO**

**Miguel Angel Rodríguez Pozueta**

## Regulador de velocidad (*governor*)

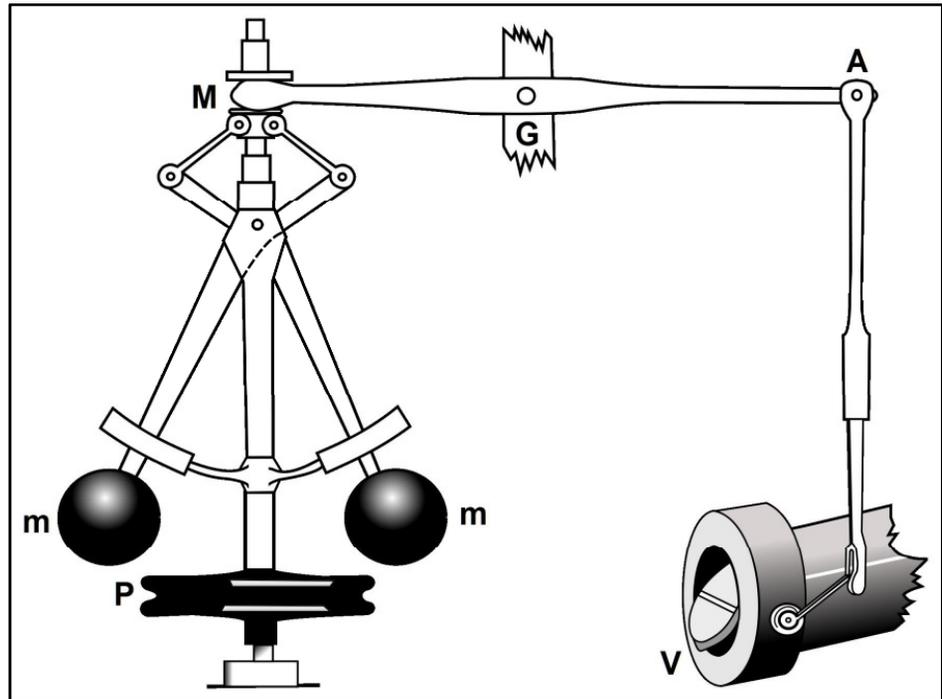
- El motor (turbina de gas, de vapor, hidráulica, motor Diesel, etc.) que acciona al alternador síncrono debe disponer de un regulador de velocidad que modifique la potencia suministrada por el motor para adaptarla a la que le demanda el alternador en función de la carga eléctrica conectada a sus bornes.
- Cuando se produce un aumento de la carga eléctrica, inicialmente el motor de accionamiento sigue proporcionando la misma potencia que estaba dando previamente (que ahora es inferior a la que le pide el alternador). Esto provoca que la velocidad empiece a disminuir, lo cual es detectado por el regulador de velocidad que aumenta la potencia del motor con lo que se vuelve a alcanzar el equilibrio entre las potencias suministrada por el motor y demandada por el alternador. Entonces la velocidad deja de variar y se estabiliza en un valor constante.
- A la inversa, cuando la carga eléctrica disminuye el sistema se acelera y aumenta su velocidad. El regulador de velocidad reacciona entonces reduciendo la potencia del motor de accionamiento y volviendo a equilibrar las potencias suministrada y demandada, lo que hace que la velocidad vuelva a estabilizarse en un valor constante.

## Regulador centrífugo de Watt



(Fuente: Wikimedia Commons.  
Foto tomada en el "Science  
Museum" de Londres por  
Mirko Junge)

## Regulador centrífugo de Watt



(Fuente: Wikimedia Commons. Autor: M de Vicente)

(Fuente: Wikimedia Commons. Autor: Andy Dingley)

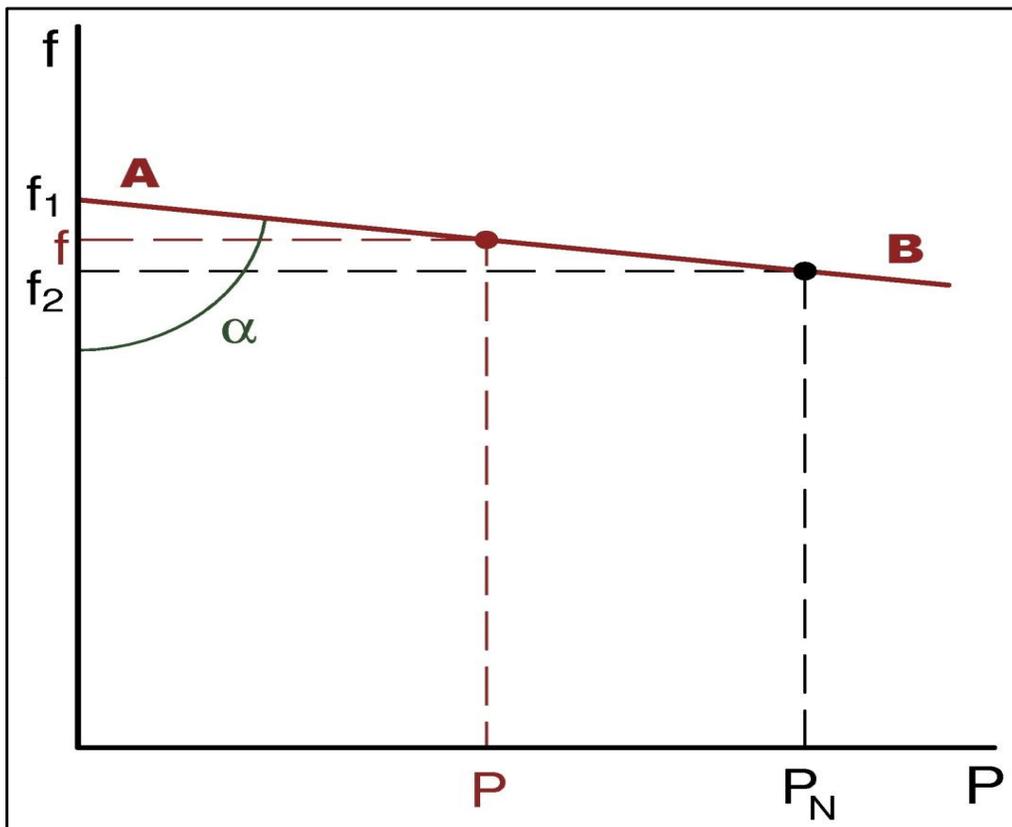
## Regulador de Watt

- Uno de los reguladores de velocidad más conocidos es el **regulador de Watt**. En las figuras anteriores se muestran dos variantes de este regulador.
- En el regulador de Watt hay un cuadrilátero articulado con dos masas  $m$  que está girando a la misma velocidad que el sistema motor-alternador.
- La válvula  $V$  es la que suministra combustible, vapor, agua, etc. (según sea el caso) al motor de accionamiento y, por lo tanto, sirve para controlar la potencia de dicho motor.
- La fuerza centrífuga separa las dos masas  $m$ . Si la velocidad aumenta, las masas  $m$  se separan más, el punto  $M$  baja y mueve a la barra  $M-A$ , la cuál acciona la válvula  $V$  para que reduzca su paso. Esto disminuye la potencia suministrada por el motor.
- Si la velocidad se reduce las dos masas  $m$  se acercan y el extremo  $M$  sube y la barra  $M-A$  hace que la válvula  $V$  aumente su paso. Esto incrementa la potencia suministrada por el motor.

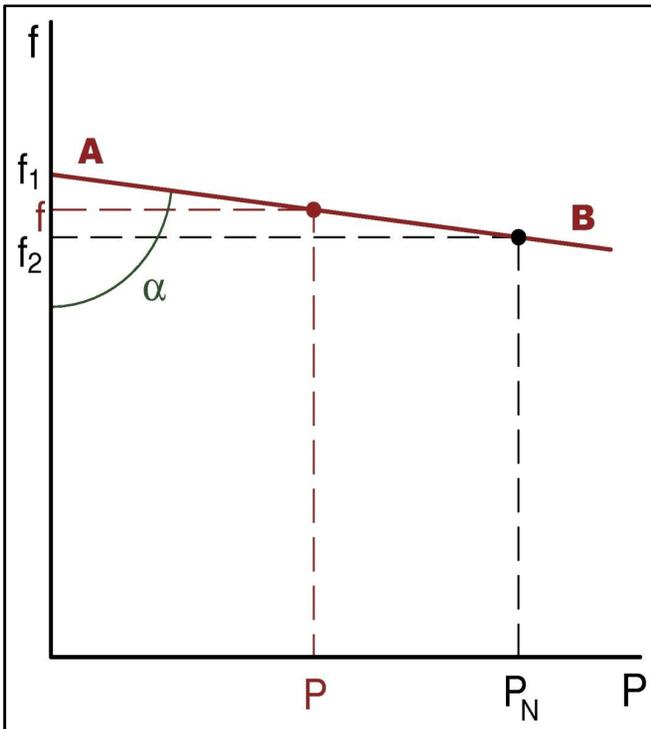
## Curva de estatismo

- El comportamiento de un regulador de velocidad se puede representar mediante una gráfica que exprese la velocidad en función de la potencia en el eje.
- Para el análisis de máquinas síncronas interesa representar el comportamiento del regulador utilizando magnitudes eléctricas. En lugar de la velocidad se usa una magnitud que es proporcional a ella: la frecuencia  $f$ . En lugar de la potencia mecánica en el eje se utiliza la potencia activa suministrada  $P$  ya que son proporcionales y prácticamente tienen el mismo valor, pues la máquina síncrona tiene un rendimiento muy alto.
- Así pues, la **curva de estatismo** muestra el comportamiento de un regulador de velocidad indicando como varía la frecuencia en función de la potencia activa.
- La curva de estatismo es prácticamente lineal.

## Curva de estatismo



## Curva de estatismo de un regulador



Frecuencia asignada:  $f_N = \frac{f_1 + f_2}{2}$

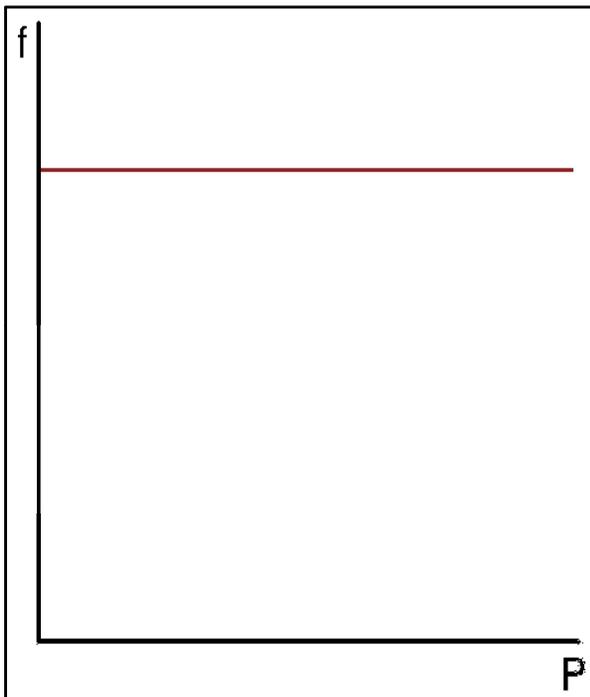
Estatismo:  $\delta_r = \frac{f_1 - f_2}{f_N} = 2 \frac{f_1 - f_2}{f_1 + f_2}$

Constante del regulador o potencia regulante:

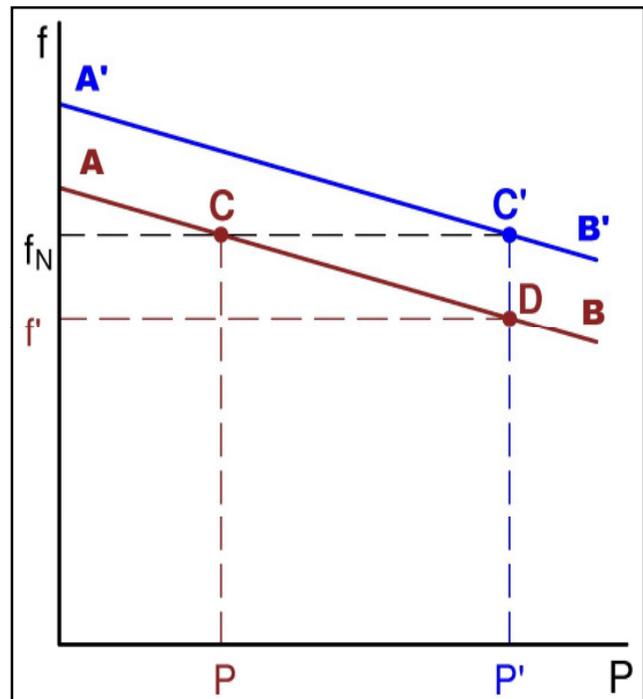
$$K = \operatorname{tg} \alpha = \frac{P_N}{f_1 - f_2} = \frac{P_N}{\delta_r f_N}$$

$$f = f_1 - \frac{1}{K} P$$

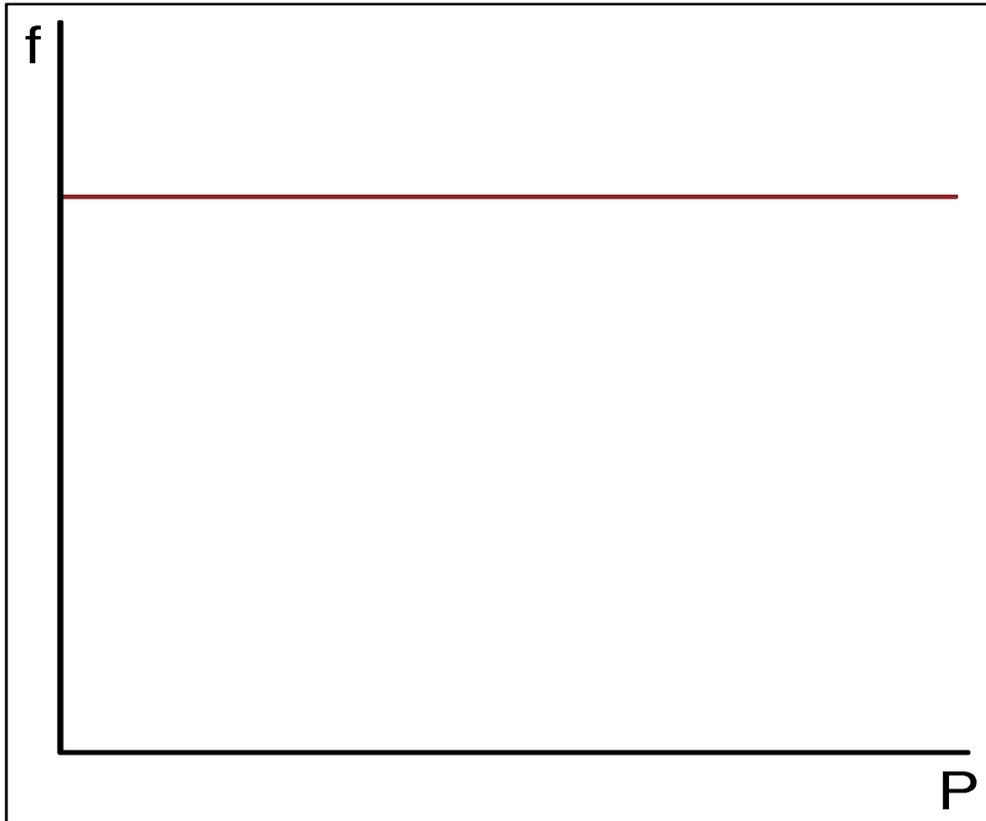
## Regulador estático



## Regulación secundaria



## Regulador astático



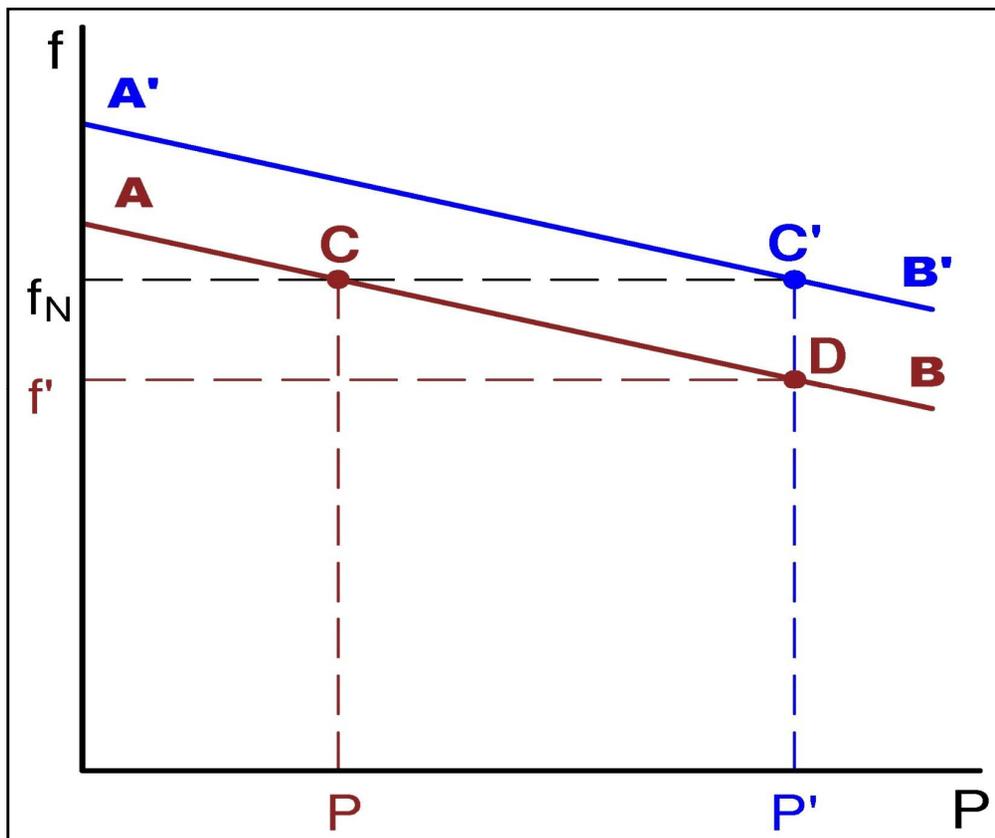
## Regulador astático

- Cuando la máquina síncrona funciona como alternador aislado interesa que proporcione una tensión con siempre la misma frecuencia; es decir, interesa mantener la velocidad constante.
- Parece, pues, que en funcionamiento aislado interesa utilizar un regulador de velocidad **astático**; esto es, un regulador cuya curva de estatismo es horizontal.
- Sin embargo, como se estudiará más adelante, un regulador astático no permite un funcionamiento correcto de la máquina síncrona cuando funciona en paralelo con otros alternadores. Por eso se utilizan reguladores con algo de estatismo (usualmente  $\delta_r < 4\%$ ).

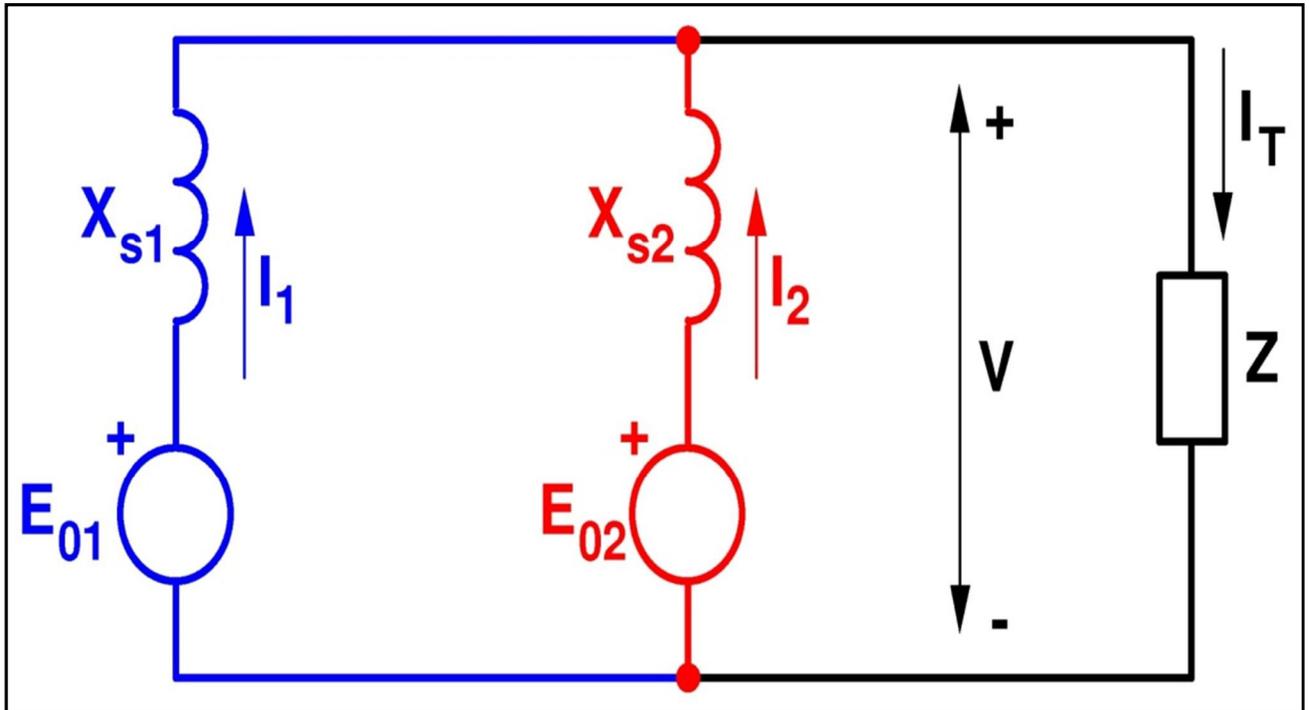
## Regulación secundaria

- Para un correcto funcionamiento de un alternador aislado con un regulador con estatismo se introduce una **regulación secundaria** que permite desplazar verticalmente la curva de estatismo y así mantener la frecuencia constante.
- Por ejemplo, inicialmente el regulador funciona con la curva **AB** y el sistema está en el punto **C** dando la potencia  $P$  a la frecuencia asignada  $f_N$ . Si la potencia aumenta a  $P'$ , la regulación primaria llevará al sistema al punto **D** con la frecuencia  $f'$ . Ahora interviene la regulación secundaria que desplaza paralelamente la curva de estatismo y esta pasa a ser la curva **A'B'**. El sistema termina en el punto **C'** suministrando la potencia  $P'$  a la frecuencia asignada  $f_N$ .

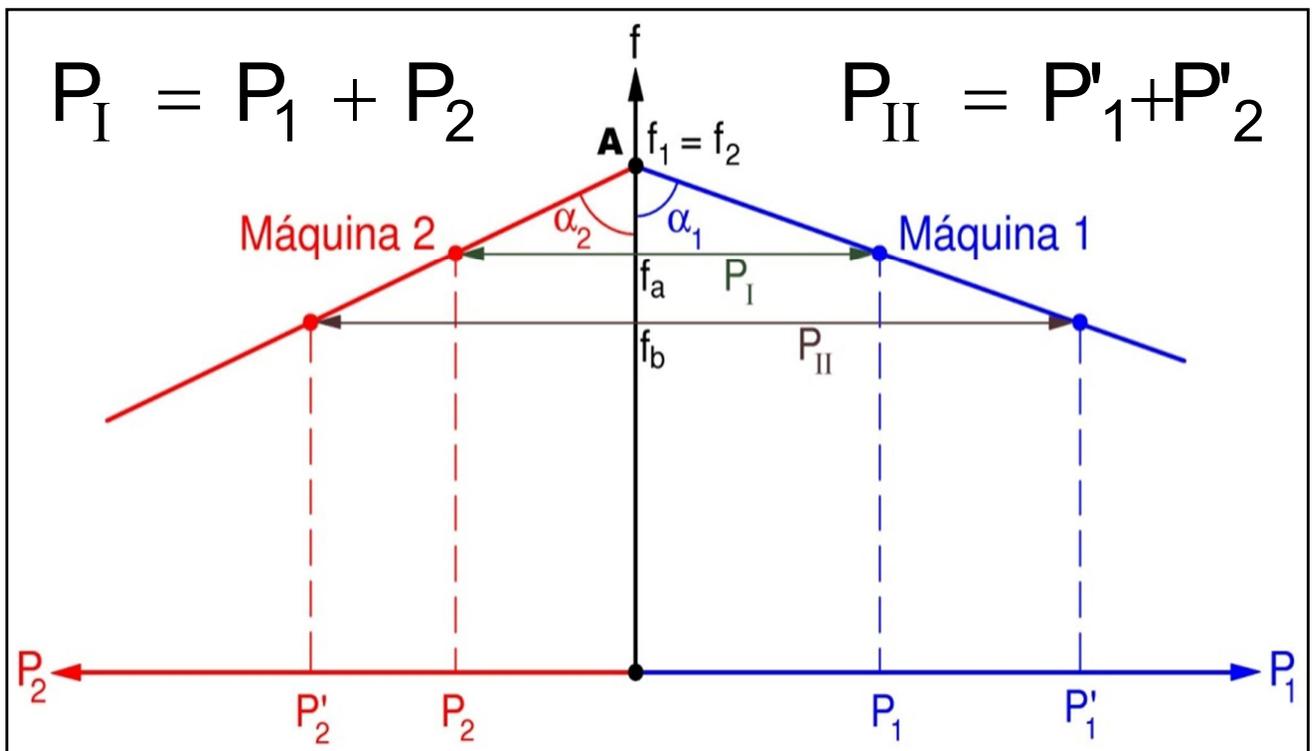
## Regulación secundaria



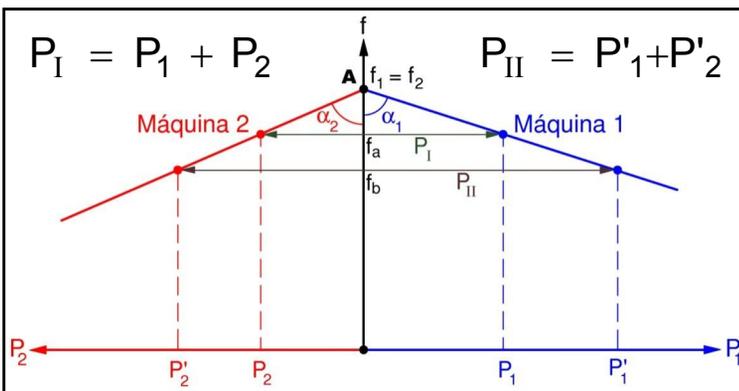
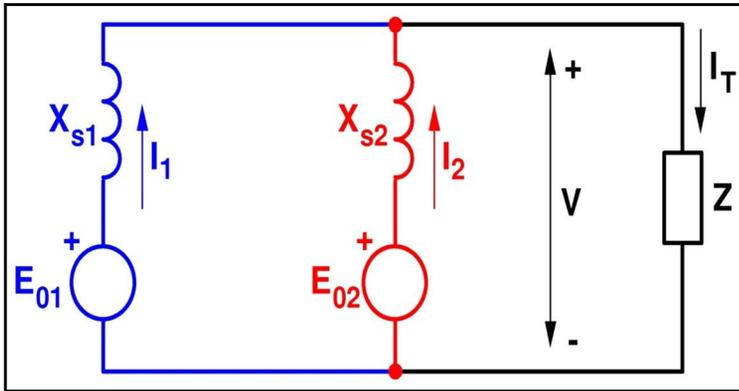
## Alternadores en paralelo



### Dos alternadores en paralelo de potencias similares. Curvas de estatismo.



## Dos alternadores en paralelo de potencias similares



$$f_a = f_1 - \frac{1}{K_1} P_1 =$$

$$= f_2 - \frac{1}{K_2} P_2$$

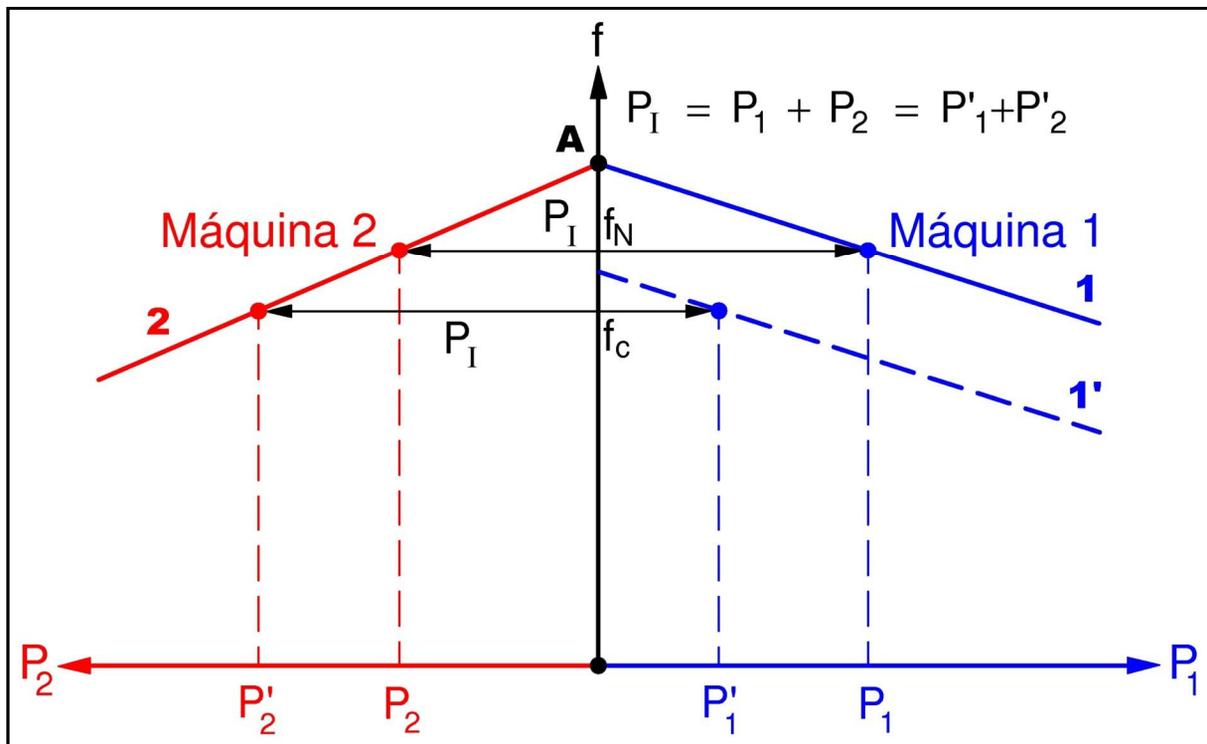
Si ambos alternadores tienen la misma frecuencia de vacío ( $f_1 = f_2$ ):

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{K_1}{K_2} = \frac{\text{tg } \alpha_1}{\text{tg } \alpha_2}$$

## Alternadores en paralelo

- El reparto de la potencia activa entre dos alternadores en paralelo se estudia mediante las **curvas de estatismo** de los reguladores de velocidad de sus motores de accionamiento.
- Se colocan ambas curvas de estatismo sobre la misma gráfica de forma que el eje vertical muestra la frecuencia, común a ambas máquinas, y en el eje horizontal se indican las potencias de las dos máquinas; una de estas potencias ( $P_1$ ) se mide desde el origen del eje hacia la derecha y la otra potencia ( $P_2$ ) se mide desde el origen del eje horizontal hacia la izquierda.
- En esta gráfica la potencia activa total suministrada por ambas máquinas en paralelo cuando la frecuencia tiene un valor  $f$  dado es igual a la distancia entre ambas curvas de estatismo medida sobre la recta horizontal trazada a la altura  $f$ . Así, para la frecuencia  $f_a$  la potencia activa total es  $P_I$  y para la frecuencia  $f_b$  la potencia activa total es  $P_{II}$ .
- Si ambas curvas de estatismo tienen la misma frecuencia en vacío ( $f_1 = f_2$ ) se deduce que el reparto de potencias activas entre ambas máquinas es proporcional a las constantes ( $K_1$  y  $K_2$ ) de sus reguladores. Queda más cargado aquel alternador cuya curva de estatismo es más horizontal.

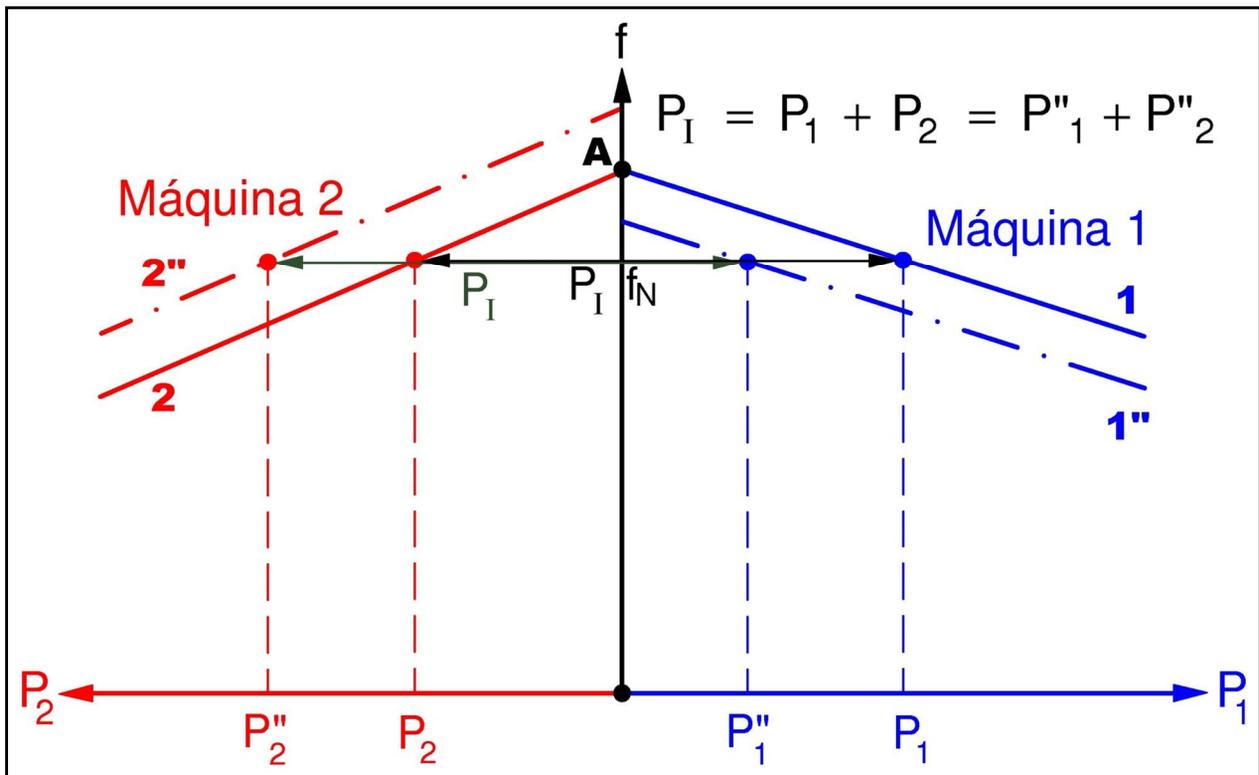
## Reparto de potencia activa entre dos alternadores en paralelo (1)



## Reparto de potencia activa entre alternadores en paralelo (1')

- Se puede modificar el reparto de la potencia activa entre ambos alternadores desplazando verticalmente sus curvas de estatismo mediante la regulación secundaria de los reguladores.
- Supongamos que inicialmente los alternadores tienen iguales frecuencias de vacío y suministran la potencia activa total  $P_I$  a la frecuencia asignada  $f_N$ . Las potencias activas de los alternadores son, respectivamente,  $P_1$  y  $P_2$  y sus curvas de estatismo son **1** y **2**.
- Manteniendo la potencia total  $P_I$  se quiere modificar el reparto de potencias activas de ambos alternadores de forma que disminuya la potencia del alternador 1 y aumente la del alternador 2.
- El primer intento para este cambio del reparto de las potencias activas se muestra en la figura superior, en la que se desplaza verticalmente hacia abajo la curva de estatismo del alternador 1, que pasa a ser la curva **1'**, y se mantiene la curva **2** del otro alternador. De esta manera, la potencia activa total  $P_I$  se divide ahora en las potencias  $P'_1$  y  $P'_2$ . Pero la frecuencia no mantiene su valor asignado y ahora vale  $f_c$ .

## Reparto de potencia activa entre dos alternadores en paralelo (2)



## Reparto de potencia activa entre alternadores en paralelo (2')

- En esta figura se modifica el reparto de potencia activa entre los dos generadores desplazando verticalmente ambas curvas de estatismo mediante la regulación secundaria de los reguladores de velocidad. La curva del alternador 1 desciende y pasa a ser la curva 1'' y la del alternador 2 asciende y pasa a ser la curva 2''. Trabajando adecuadamente se consigue que la potencia activa total  $P_I$  se reparta de la forma deseada entre ambos alternadores (que ahora suministran, respectivamente, las potencias activas  $P''_1$  y  $P''_2$ ; las cuales, si se desea, pueden ser iguales a las potencias  $P'_1$  y  $P'_2$  del caso anterior) y se mantenga la frecuencia en el valor asignado  $f_N$ .
- El proceso para llegar a esta situación puede consistir en primero bajar la curva de estatismo 1 a 1' (ver la figura del caso anterior) -con lo que se consigue que el nuevo reparto de potencias activas sea el deseado, pero la frecuencia cambia a  $f_c$ - y luego, mediante la regulación secundaria de ambas máquinas, subir simultáneamente las curvas de estatismo 1' y 2 (así se conserva el reparto de potencias activas entre los alternadores) hasta que la frecuencia sea  $f_N$ , con lo que estas curvas pasan a ser la 1'' y la 2''. Evidentemente, en este caso sucederá que  $P''_1 = P'_1$  y  $P''_2 = P'_2$ .

## **Reparto de potencia reactiva entre alternadores en paralelo**

- Empleando un procedimiento análogo al seguido con los reguladores de velocidad para repartir la potencia activa, se pueden utilizar los reguladores de la corriente de excitación de los alternadores para repartir entre ambas máquinas la potencia reactiva total de la manera que se desee y, además, mantener la tensión del inducido en el valor adecuado.

## **Funcionamiento de un alternador síncrono acoplado en paralelo con otro alternador de potencia similar**

En este tipo de funcionamiento el ajuste de los reguladores de los motores de accionamiento de los alternadores permite controlar la frecuencia y el reparto de potencia activa entre ambas máquinas.

Análogamente, los reguladores de la corriente de excitación de las máquinas síncronas permiten ajustar el valor eficaz de la tensión suministrada y el reparto de potencia reactiva entre ambas máquinas.

Las potencias activa y reactiva totales a proporcionar por ambos alternadores conjuntamente no se pueden controlar, ya que son las que demanda la carga eléctrica a la que alimentan. Es el reparto de estas potencias entre ambos generadores lo que se puede ajustar mediante sus reguladores.

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA  
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA**

**MÁQUINAS SÍNCRONAS:**

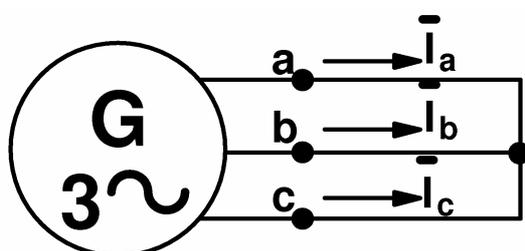
**CORTOCIRCUITOS**

**Miguel Angel Rodríguez Pozueta**

**CORTOCIRCUITOS****1. CORTOCIRCUITO PERMANENTE TRIFÁSICO EN BORNES DEL INDUCIDO**

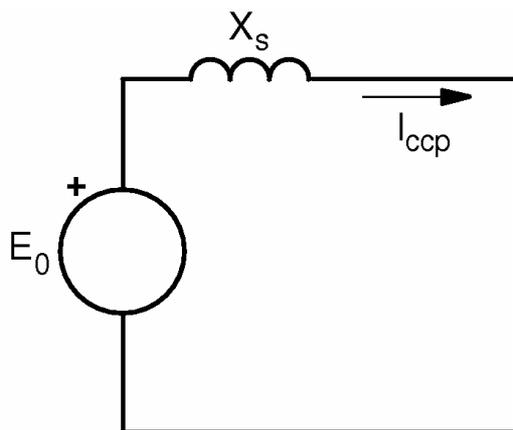
Se produce un *cortocircuito trifásico en bornes* de una máquina síncrona cuando los tres conductores de fase se ponen simultáneamente en contacto, justo en bornes del inducido de la máquina (Fig. 1). Este cortocircuito es *simétrico* y, por consiguiente, bastará con analizar lo que sucede en una de las fases.

La corriente de cortocircuito que se produce en cada fase del inducido pasará por un período transitorio y, posteriormente, alcanzará un régimen *permanente* cuyo valor eficaz se va a denominar  $I_{ccp}$ . Luego, en la Fig. 1,  $I_{ccp}$  es el valor eficaz de las corrientes  $i_a$ ,  $i_b$  e  $i_c$ .



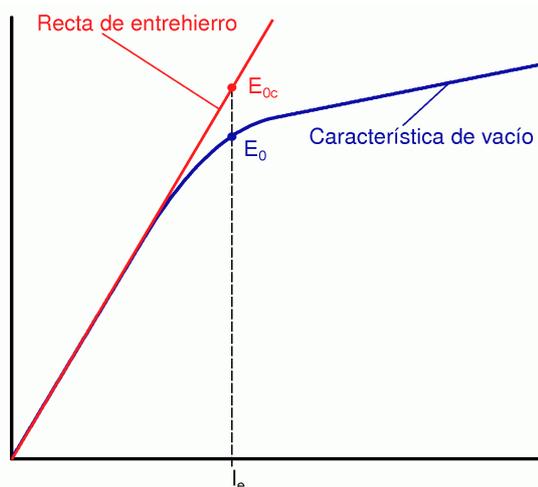
*Fig. 1: Cortocircuito trifásico en bornes de una máquina síncrona.*

Supóngase, de momento, que la máquina síncrona que se va a cortocircuitar es de rotor cilíndrico y que la resistencia  $R$  de una de las fases del inducido es despreciable frente a su reactancia síncrona  $X_s$ . Se supondrá que las fases del inducido están conectadas en estrella, con lo cual las corrientes con que se trabaja son a la vez de fase y de línea. La suposición de la conexión estrella no quita generalidad al razonamiento puesto que siempre se puede obtener la estrella equivalente a un devanado conectado en triángulo. Por lo tanto, el circuito equivalente de una fase del inducido durante un cortocircuito trifásico permanente es el indicado en la Fig. 2.



*Fig. 2: Circuito equivalente de una máquina síncrona durante un cortocircuito trifásico permanente.*

Recuérdese que existen dos valores de la reactancia síncrona  $X_s$ , el valor saturado  $X_s(\text{sat})$  y el valor no saturado  $X_s(\text{no sat})$ . El valor saturado se utiliza en conjunción con la curva de vacío (Fig. 3), mientras que el valor no saturado se utiliza conjuntamente con la recta de entrehierro (Fig. 3). Teniendo esto en cuenta, la aplicación de la ley de Ohm en el circuito equivalente de la Fig. 2 da el siguiente resultado:



*Fig. 3: Característica de vacío y recta de entrehierro de una máquina síncrona.*

$$I_{ccp} = \frac{E_{0c}}{X_s(\text{no sat})} = \frac{E_0}{X_s(\text{sat})} \quad (1)$$

El valor eficaz  $E_{0c}$  de la f.e.m. de vacío se obtiene sobre la *recta de entrehierro* y el valor  $E_0$  se obtiene de la *característica de vacío* (Fig. 3). A partir de ahora utilizaremos sólo la f.e.m. de vacío sobre la característica de vacío  $E_0$  y la reactancia síncrona saturada, que pasaremos a denominar simplemente  $X_s$  ( $X_s = X_s(\text{sat})$ ).

Si justo antes del cortocircuito el fasor de la tensión en bornes era  $\bar{V}$  y el de la corriente era  $\bar{I}$ ,  $E_0$  se puede obtener así:

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + j X_s \bar{I} \quad (2)$$

La corriente de cortocircuito está desfasada casi  $90^\circ$  con respecto a la f.e.m. de vacío. Esto significa que esta corriente prácticamente sólo tiene componente según el eje directo o eje longitudinal  $d$ , mientras que su componente sobre el eje transversal  $q$  es despreciable. De esto se deduce que las expresiones (1) y (2) siguen siendo válidas para las máquinas de polos salientes, si en dichas expresiones se utilizan las reactancias síncronas longitudinal no saturada  $X_d(\text{no sat})$  y longitudinal saturada  $X_d = X_d(\text{sat})$ , en lugar de las reactancias  $X_s(\text{no sat})$  y de  $X_s = X_s(\text{sat})$ , respectivamente:

$$I_{ccp} = \frac{E_{0c}}{X_d(\text{no sat})} = \frac{E_0}{X_d(\text{sat})} \left( = \frac{E_0}{X_d} \right) \quad (\text{Máquinas de polos salientes}) \quad (3)$$

La corriente permanente de cortocircuito no es excesivamente grande, incluso puede ser inferior a la corriente nominal. Sin embargo, la corriente transitoria de cortocircuito, de la que se tratará más adelante, sí que alcanza valores elevados y resulta peligrosa para la máquina.

## 2. CORTOCIRCUITOS PERMANENTES ASIMÉTRICOS EN BORNES DEL INDUCIDO

El estudio de los cortocircuitos permanentes asimétricos requiere del uso del método de las *componentes simétricas*. La aplicación de este método da lugar a las expresiones que aparecen en la tabla 1.

Tabla 1: Formulario para los cortocircuitos asimétricos.

	<p><b>Cortocircuito fase-neutro:</b></p> $\bar{V}_a = 0 ; \quad \bar{I}_b = \bar{I}_c = 0 ; \quad \bar{I}_a = \bar{I}_{ccN}$ $I_{ccN} \approx \frac{3 E_0}{X_1 + X_2 + X_0}$
	<p><b>Cortocircuito fase-fase:</b></p> $\bar{I}_a = 0 ; \quad \bar{I}_b = -\bar{I}_c ; \quad \bar{V}_b = \bar{V}_c$ $I_{ccF} = I_b \approx \frac{\sqrt{3} E_0}{X_1 + X_2}$
	<p><b>Cortocircuito fase-fase-neutro:</b></p> $\bar{I}_a = 0 ; \quad  \bar{I}_b  =  \bar{I}_c  ; \quad \bar{V}_b = \bar{V}_c = 0$ $I_b \approx \frac{\sqrt{3} \sqrt{X_2^2 + X_0^2 + X_2 X_0}}{X} E_0$ $I_{ccN} = 3 \frac{X_2}{X} E_0$ <p>(<math>X = X_1 X_2 + X_2 X_0 + X_0 X_1</math>)</p>

Se utiliza esta nomenclatura:

$X_1$  es la reactancia que presenta la máquina frente a las corrientes de secuencia directa.

$X_2$  es la reactancia que presenta la máquina frente a las corrientes de secuencia inversa.

$X_0$  es la reactancia que presenta la máquina frente a las corrientes de secuencia homopolar.

$X_1$  se corresponde con la reactancia síncrona saturada de la máquina, ya que el circuito equivalente de la Fig. 2 está deducido cuando la máquina se alimentaba con un sistema de corrientes de secuencia directa y, por lo tanto, este circuito es el que hay que utilizar con la componente de secuencia directa. Los valores de las reactancias inversa y homopolar,  $X_2$  y  $X_0$ , los suministra el fabricante de la máquina.

En las máquinas de polos salientes estas reactancias son las que presenta la máquina según el eje longitudinal d.

**3. TRANSITORIO DE CORTOCIRCUITO TRIFÁSICO EN BORNES DEL INDUCIDO****3.1. Cortocircuito trifásico brusco en bornes de una máquina síncrona previamente en vacío****3.1.1. Descripción del fenómeno**

En este apartado se va a estudiar el transitorio que aparece en las corrientes del inducido de una máquina síncrona cuando se produce, justo en bornes de la máquina, un cortocircuito simultáneo de las tres fases de forma muy rápida y brusca.

Durante este transitorio intervienen todos los devanados de la máquina: el inducido, en el estator, y el inductor y el amortiguador, en el rotor. Recuérdese que el *devanado amortiguador* es un devanado de jaula de ardilla colocado en las ranuras del rotor, en las máquinas de rotor cilíndrico, o partes de jaulas de ardilla colocadas en ranuras ubicadas en la cara externa de los polos del rotor, en las máquinas de polos salientes. Además, las corrientes de Foucault que se puedan inducir sobre el cuerpo de hierro macizo del rotor se asimilan al efecto de un devanado amortiguador. Por lo tanto, en lo que sigue se considera devanado amortiguador a este devanado propiamente dicho más el efecto de las piezas de hierro macizo del rotor.

Supóngase, de momento, que la máquina síncrona es de rotor cilíndrico, tiene conexión estrella y se encontraba funcionando en vacío antes de producirse el cortocircuito. Por lo tanto, si la tensión en bornes de la máquina antes del cortocircuito tiene un valor eficaz  $V$ , su f.e.m. de vacío tiene un valor eficaz  $E_0$  que se obtiene así:

$$E_0 = V \quad (4)$$

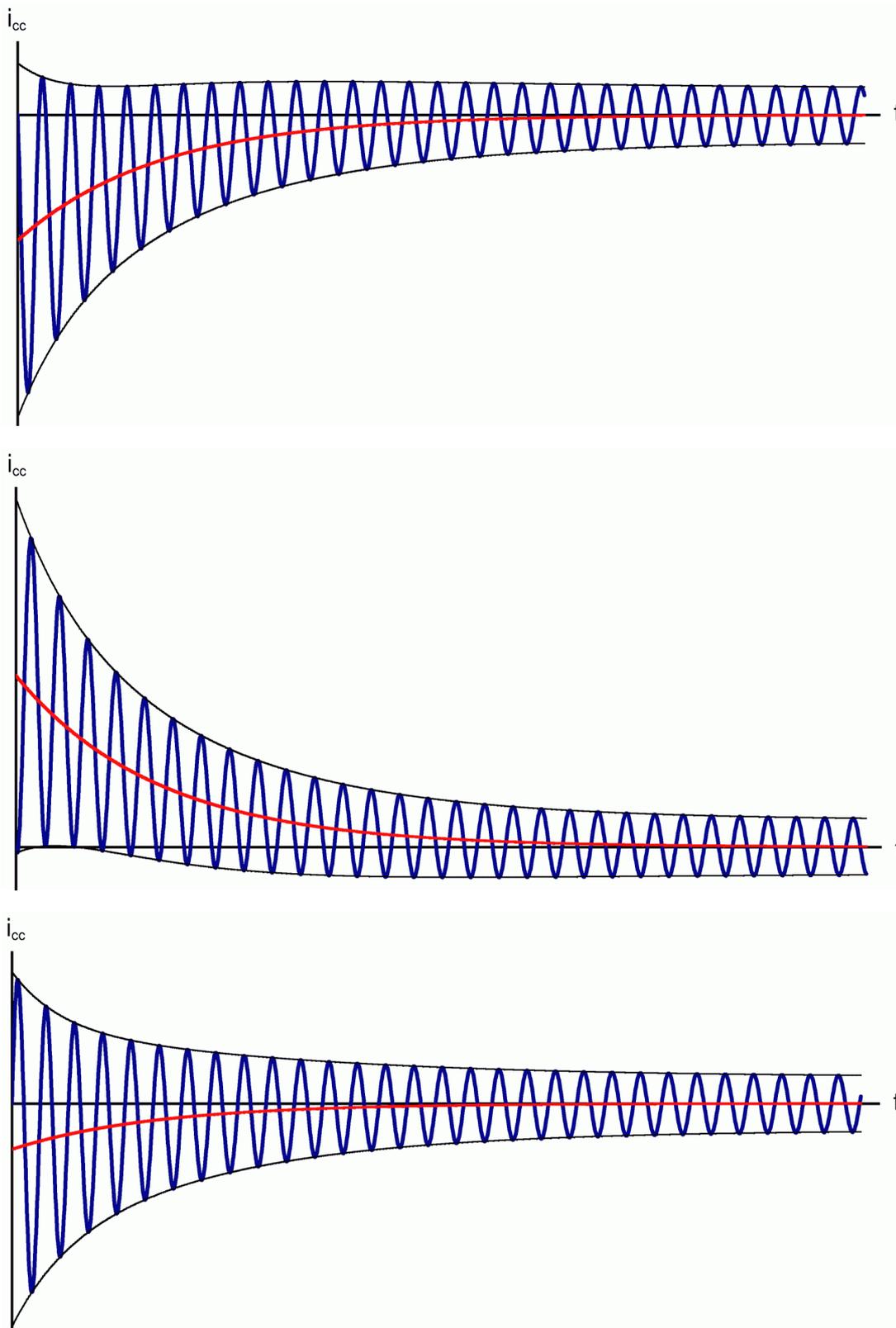
El transitorio que se produce en las corrientes durante un cortocircuito se debe al principio de la constancia del flujo total concatenado (*principio de Doherty*), basado en la ley de Lenz, que dice lo siguiente:

“el flujo total concatenado en un circuito cerrado inductivo no puede cambiar de forma brusca al presentarse una perturbación, sino que momentáneamente mantiene su valor inicial”.

Como se indicó en el apartado 1, la corriente de cada fase del inducido evolucionará desde un valor inicial nulo (máquina en vacío) hasta alcanzar un régimen permanente donde la corriente varía sinusoidalmente en el tiempo y tiene un valor eficaz  $I_{ccp}$ . Esto conlleva el que el campo magnético de la máquina también evolucionará desde el que existe en vacío (originado únicamente por la acción del devanado inductor) hasta el que aparece cuando existe, además, la reacción de inducido desmagnetizante debida a las corrientes permanentes de cortocircuito en el inducido, cuyo valor eficaz es  $I_{ccp}$ . El carácter inductivo de los devanados de la máquina provoca, según el principio de Doherty, que los flujos y, consecuentemente, las corrientes no puedan variar instantáneamente entre ambos estados (vacío y régimen permanente de cortocircuito). Entonces, existe un régimen transitorio hasta que estas magnitudes alcanzan finalmente sus valores de régimen permanente.

En los regímenes permanentes el campo magnético en el entrehierro es perfectamente giratorio, si se desprecian los armónicos de dicho campo. Es decir, se trata de un campo de amplitud constante que gira a una velocidad también constante. Como el rotor de la máquina gira a la misma velocidad que el campo (la velocidad de sincronismo), no se inducen f.e.m.s

en los devanados del rotor durante los regímenes permanentes. Por lo tanto, en régimen permanente no circulan corrientes por el devanado amortiguador y por el inductor sólo circula la corriente continua originada por la tensión continua con que se lo alimenta.



*Fig. 4: Corrientes de cortocircuito brusco en las tres fases del inducido de una máquina síncrona.*

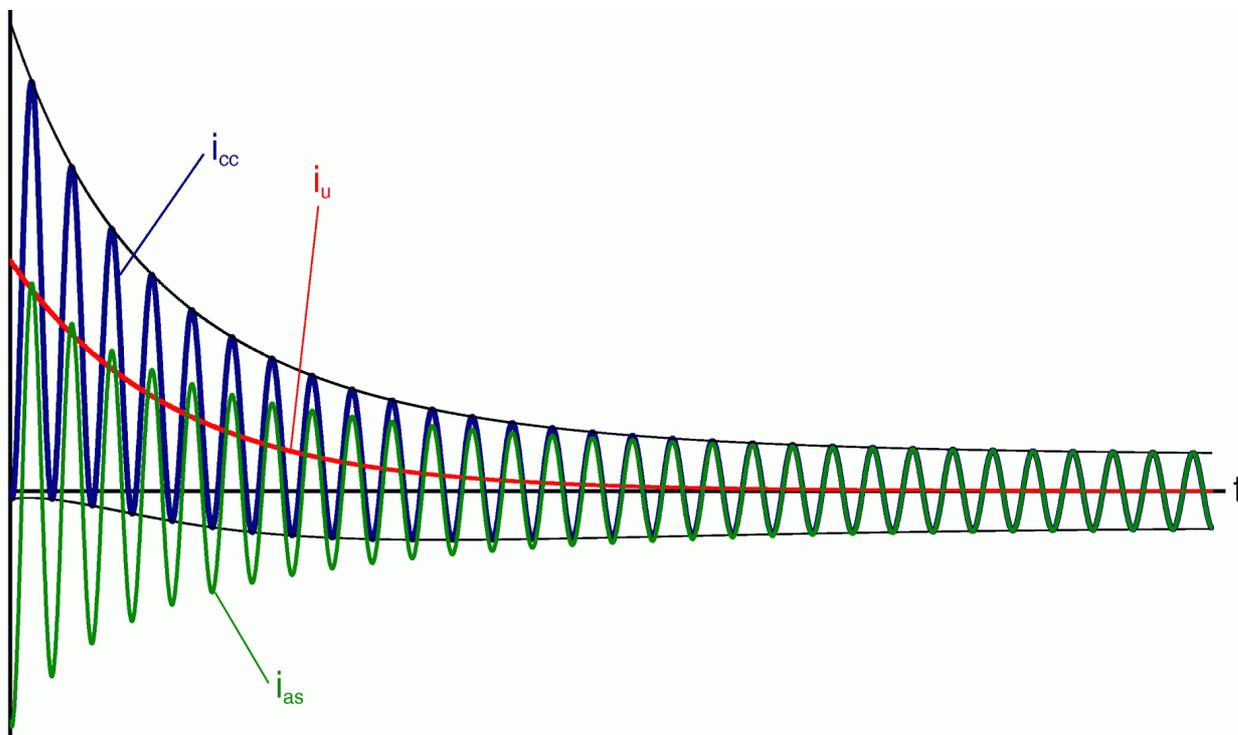
Durante el transitorio de cortocircuito la amplitud del campo magnético en el entrehierro variará en función del tiempo, por lo que los devanados del rotor empezarán a “ver” un campo magnético variable en el tiempo y se inducirán f.e.m.s en ellos. En consecuencia, durante este transitorio, a diferencia de lo que sucede en los regímenes permanentes, aparecerán f.e.m.s inducidas en los devanados inductor y amortiguador que originarán corrientes transitorias en ellos. Estas corrientes, según la Ley de Lenz, intentarán oponerse a las variaciones de flujo; lo cual, a su vez, afectará también a las corrientes en las fases del inducido.

En resumen, durante el transitorio de cortocircuito la corriente en una fase del inducido,  $i_{cc}$ , será la suma de la de régimen permanente más las debidas a los efectos de los devanados inducido, inductor y amortiguador.

En la Fig. 4 se muestra un ejemplo de la evolución de las corrientes de las tres fases del inducido de una máquina síncrona durante un cortocircuito trifásico brusco. Se puede apreciar que cada una de estas corrientes es igual a la suma de una componente alterna simétrica,  $i_{as}$ , cuya amplitud va decreciendo hasta alcanzar la del régimen permanente, y una componente unidireccional,  $i_u$ , que decrece exponencialmente hasta anularse. Luego:

$$i_{cc} = i_u + i_{as} \quad (5)$$

En las imágenes de la Fig. 4 la componente unidireccional es la línea media de cada onda y se ha dibujado de color rojo. En esta figura se ha utilizado el criterio, que se va a mantener a partir de ahora, de empezar a contar el tiempo desde el momento de producirse el cortocircuito; es decir, el instante  $t = 0$  es cuando se inicia el cortocircuito.



*Fig. 5: Corriente de cortocircuito ( $i_{cc}$ ) de una fase del inducido y sus componentes unidireccional ( $i_u$ ) y alterna simétrica ( $i_{as}$ ).*

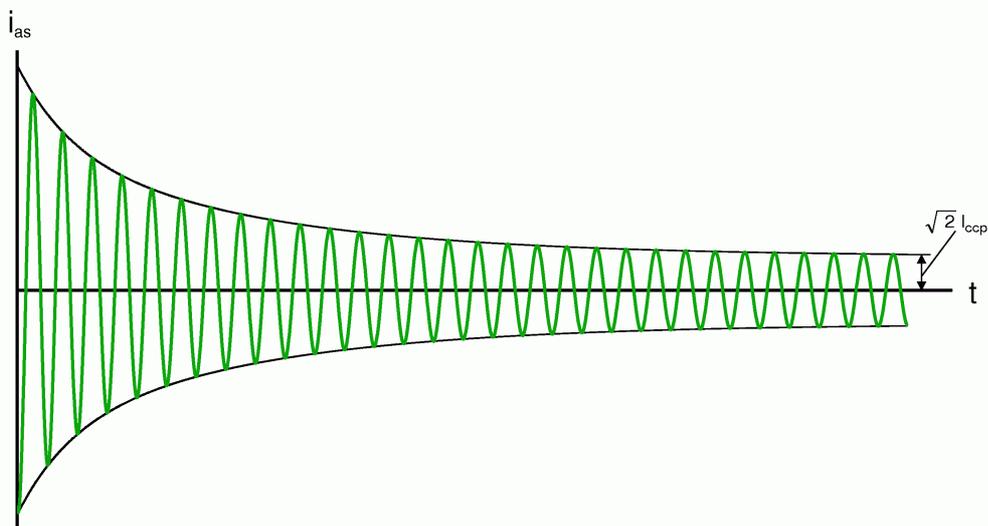
En la Fig. 5 se muestra la evolución de la corriente de una fase del inducido durante un cortocircuito brusco,  $i_{cc}$ , y sus componentes unidireccional,  $i_u$ , y alterna simétrica,  $i_{as}$ . Las componentes alternas simétricas de las corrientes de las tres fases del inducido tienen la misma frecuencia y las mismas envolventes, existiendo un desfase de  $120^\circ$  entre ellas. Esto da lugar a que sus valores iniciales sean diferentes en las tres fases. Dado que antes del cortocircuito las corrientes en las fases del inducido eran nulas (marcha en vacío), el valor inicial de la corriente  $i_{cc}$  debe ser también nulo en las tres fases. Esto hace que en cada fase del inducido los valores iniciales de las componentes unidireccional y alterna simétrica sean iguales, pero de signos opuestos. Por lo tanto, el valor inicial de la componente unidireccional también toma valores distintos en las tres fases (véase la Fig. 4), aunque la constante de tiempo  $T_i$  de esta componente es igual en todas las fases.

La componente alterna simétrica es debida al efecto de los devanados del rotor y la componente unidireccional es originada por el devanado inducido. La componente unidireccional (Fig. 6) tiene una constante de tiempo  $T_i$  cuyo valor es del orden de las décimas de segundo. Su valor inicial en una fase se lo denominará  $i_{u0}$  (Fig. 6). Así pues, se cumple que

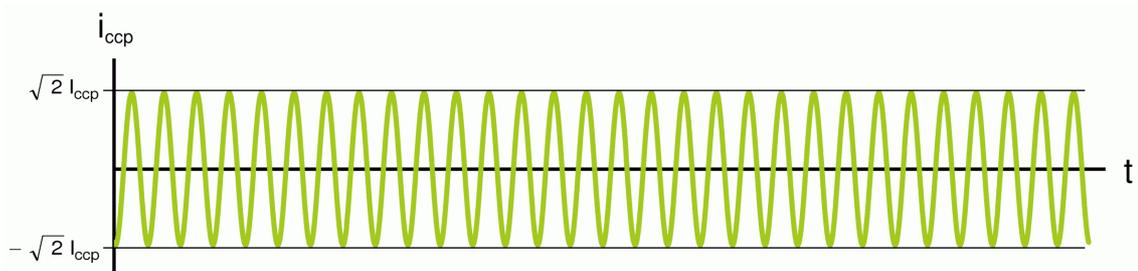
$$i_u = i_{u0} \cdot e^{-\frac{t}{T_i}} \quad (6)$$



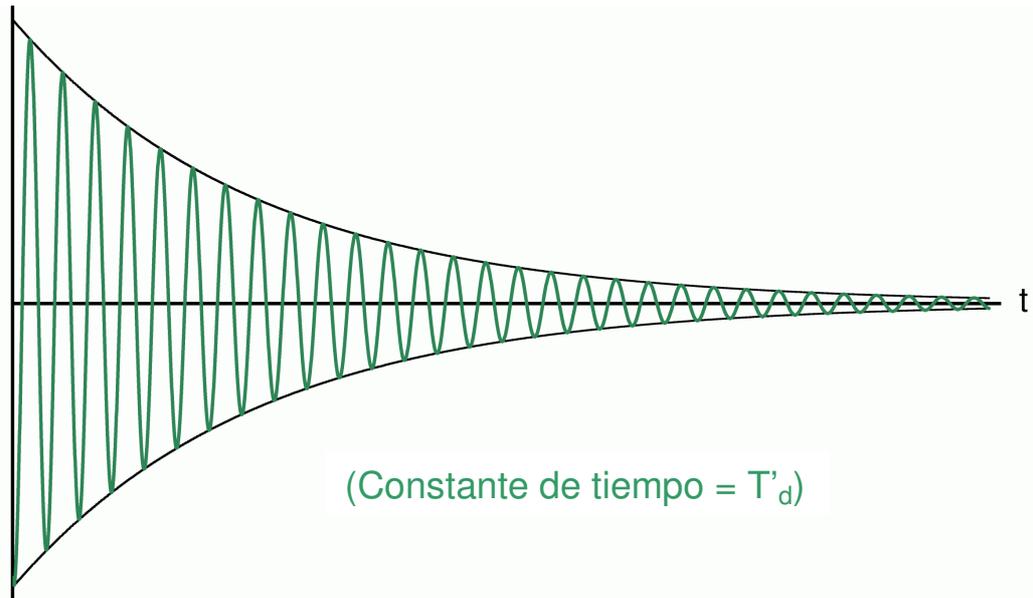
*Fig. 6: Componente unidireccional de la corriente de cortocircuito en una fase del inducido.*



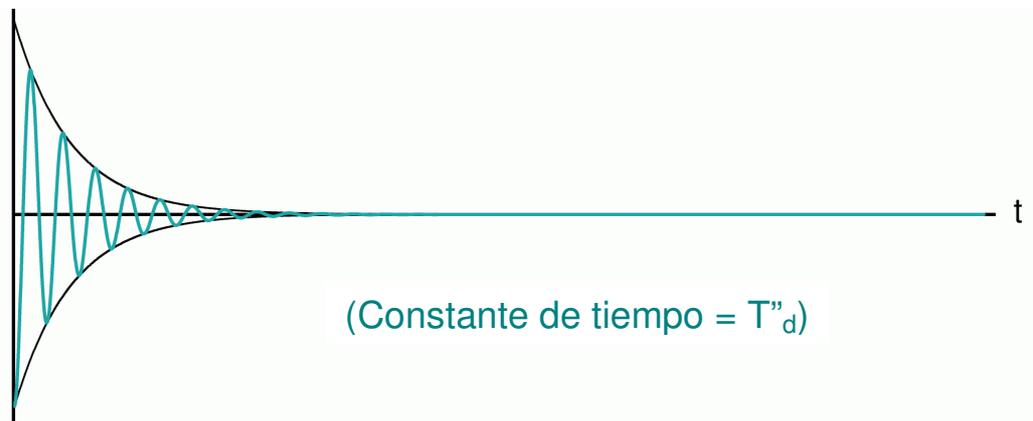
*Fig. 7: Componente alterna simétrica de la corriente de cortocircuito en una fase del inducido.*



a)

(Constante de tiempo =  $T'_d$ )

b)

(Constante de tiempo =  $T''_d$ )

c)

*Fig. 8: Componentes de la corriente alterna simétrica  $i_{as}$ :*

- a) *Corriente permanente de cortocircuito.*
- b) *Componente transitoria.*
- c) *Componente subtransitoria.*

La componente alterna simétrica de la corriente de una fase del inducido tiene la forma mostrada en la Fig. 7 y se puede considerar como la suma de tres corrientes: la de régimen permanente, la componente transitoria y la componente subtransitoria (Fig. 8).

La corriente *permanente* de cortocircuito (Fig. 8a) ya se estudió en el apartado 1. Se trata de una corriente perfectamente sinusoidal cuyo valor eficaz es  $I_{ccp}$  y que está desfasada  $90^\circ$  con respecto a la f.e.m. de vacío  $e_0$  (cuyo valor eficaz es  $E_0$ ).

La componente *transitoria* (Fig. 8b) es originada por la acción del devanado inductor y se trata de una corriente alterna amortiguada hasta anularse. Su amplitud disminuye exponencialmente con una constante de tiempo  $T'_d$  cuyo valor es del orden de los segundos.

La componente *subtransitoria* (Fig. 8c) es originada por la acción del devanado amortiguador y, al igual que la transitoria, se trata de una corriente alterna amortiguada hasta anularse. Su amplitud disminuye exponencialmente con una constante de tiempo  $T''_d$  cuyo valor es del orden de las centésimas de segundo y, por lo tanto, se anula al cabo de pocos ciclos de la onda.

### 3.1.2. Valor eficaz de la corriente alterna simétrica

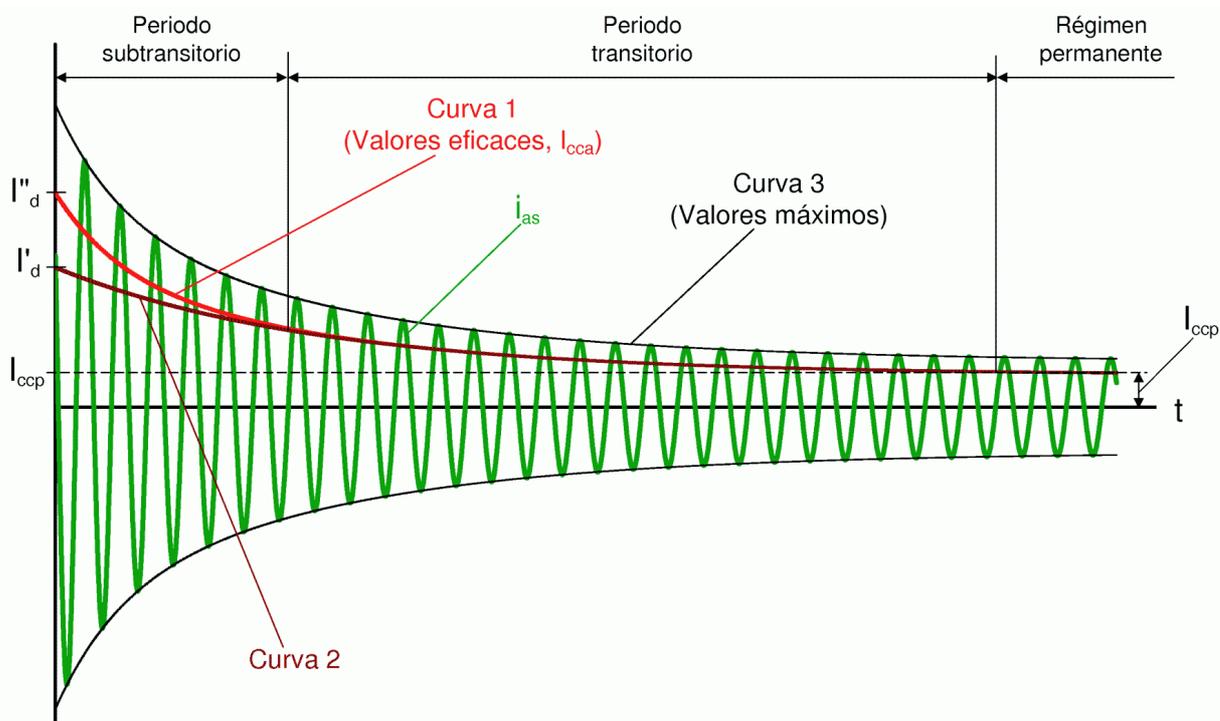


Fig. 9: Corriente alterna simétrica  $i_{as}$  y su valor eficaz  $I_{cca}$ .

En la Fig. 9 se ha vuelto a representar la componente alterna simétrica  $i_{as}$  de una fase del inducido. En esta corriente se pueden distinguir tres periodos. En un primer periodo, el *periodo subtransitorio*,  $i_{as}$  es la suma de las tres componentes (permanente, transitoria y subtransitoria) representadas en la Fig. 8. La componente subtransitoria se anula muy rápidamente, en pocos ciclos, con lo que  $i_{as}$  entra en el *periodo transitorio* en el que sólo tiene las componentes permanente y subtransitoria. Durante el periodo transitorio se produce la anulación de la componente unidireccional  $i_u$  (no representada en la Fig. 9), pues la constante de tiempo  $T_i$  de esta componente es mucho menor que la constante  $T'_d$  de la componente transitoria. Finalmente la componente transitoria también acaba por anularse y se entra en el *régimen permanente* donde la corriente de cortocircuito es una onda perfectamente sinusoidal de valor eficaz  $I_{ccp}$ . El transitorio de la corriente de cortocircuito abarca, pues, los periodos subtransitorio y transitorio.

En la Fig. 9 se han dibujado también las envolventes de la corriente  $i_{as}$ . La envolvente superior (curva 3) muestra la evolución temporal de los valores máximos de  $i_{as}$ . Dividiendo esta curva de valores máximos por  $\sqrt{2}$  se obtiene la curva 1 de la Fig. 9 que muestra la variación en el tiempo del valor eficaz  $I_{cca}$  de la corriente  $i_{as}$ .

$I_{cca}$  será la suma de los valores eficaces de las componentes permanente, transitoria y subtransitoria, luego vendrá expresada mediante una relación que tiene esta forma:

$$I_{cca} = I_{ccp} + C_1 e^{-\frac{t}{T'_d}} + C_2 e^{-\frac{t}{T''_d}} \quad (7)$$

que en el periodo transitorio, al anularse la componente subtransitoria, se reduce a:

$$I_{cca} = I_{ccp} + C_1 e^{-\frac{t}{T'_d}} \quad (\text{durante el periodo transitorio}) \quad (8)$$

Se denomina *corriente subtransitoria*  $I''_d$  al valor inicial del valor eficaz  $I_{cca}$  de la corriente alterna simétrica  $i_{as}$  (véase la Fig. 9)

Supóngase por un momento que la máquina síncrona careciera de devanado amortiguador y, en consecuencia, no existirían ni la componente subtransitoria ni el periodo subtransitorio de la corriente  $i_{as}$ . En este caso, el valor eficaz  $I_{cca}$  se calcularía desde el principio mediante la relación (8) y vendría dado por la curva 2 de la Fig. 9. La curva 2 coincide con la 1 salvo en el periodo subtransitorio y se puede dibujar extrapolando hacia atrás la forma que tiene la curva 1 en el periodo transitorio.

Se denomina *corriente transitoria*  $I'_d$  al valor inicial del valor eficaz de la corriente alterna simétrica  $i_{as}$  en el caso de que no existiera devanado amortiguador.  $I'_d$  es, pues, el valor inicial de la curva 2 en la Fig. 9.

Nótese que se denomina “corriente subtransitoria” tanto a la componente de la corriente de cortocircuito representada en la Fig. 8c como al valor eficaz  $I''_d$  definido anteriormente. De igual manera, se denomina “corriente transitoria” tanto a la componente de la corriente de cortocircuito representada en la Fig. 8b como al valor eficaz  $I'_d$  definido anteriormente. En la redacción este texto se ha procurado evitar confusiones entre las dos interpretaciones de estos términos. De todos modos el lector deberá percatarse a qué magnitud se refiere el texto en cada momento cuando utiliza los términos “corriente transitoria” y “corriente subtransitoria”.

De acuerdo con la definición de la corriente transitoria  $I'_d$ , este es el valor que se calculará mediante la expresión (8) en el instante  $t = 0$ . Análogamente, introduciendo el valor  $t = 0$  en la expresión (7) se obtendrá el valor  $I''_d$ . De todo esto se deduce que:

$$C_1 = I'_d - I_{ccp} ; \quad C_2 = I''_d - I'_d \quad (9)$$

Por consiguiente, la expresión que permite calcular el valor eficaz  $I_{cca}$  de la corriente alterna simétrica  $i_{as}$  en cualquier instante se obtendrá de (7) y (9) y es la siguiente:

$$I_{cca} = I_{ccp} + (I'_d - I_{ccp}) e^{-\frac{t}{T'_d}} + (I''_d - I'_d) e^{-\frac{t}{T''_d}} \quad (10)$$

La corriente alterna simétrica,  $i_{as}$ , (Fig. 9) viene dada por esta relación:

$$i_{as} = \sqrt{2} I_{cca} \cos(\omega t + \gamma) \quad (11)$$

Teniendo en cuenta las relaciones (5), (6) y (11) se deduce que la corriente total de cortocircuito de una fase del inducido,  $i_{cc}$ , (Fig. 5) viene dada por la siguiente fórmula:

$$i_{cc} = \sqrt{2} I_{cca} \cos(\omega t + \gamma) + i_{u0} e^{-\frac{t}{T_i}} \quad (12)$$

En las expresiones (11) y (12) el valor eficaz  $I_{cca}$  se calcula mediante la relación (10) y el ángulo  $\gamma$  se obtiene teniendo en cuenta que la corriente alterna simétrica,  $i_{as}$ , de una fase está desfasada  $90^\circ$  en retraso con respecto a su f.e.m. de vacío  $e_0$ . Evidentemente, los ángulos  $\gamma$  para dos fases distintas se diferencian en  $120^\circ$ .

Dado que antes del cortocircuito la corriente en cada fase del inducido era nula (marcha en vacío), en el instante inicial la corriente de cortocircuito,  $i_{cc}$ , también es nula. Esto significa que los valores iniciales,  $i_{u0}$  e  $i_{as0}$ , de las corrientes unidireccional y alterna simétrica son iguales y opuestos. Como en el instante inicial ( $t = 0$ ) el valor eficaz  $I_{cca}$  es igual a  $I''_d$ , de (11) se deduce finalmente que:

$$i_{u0} = -i_{as0} = -\sqrt{2} I''_d \cos \gamma \quad (13)$$

### 3.1.3. Corriente de choque

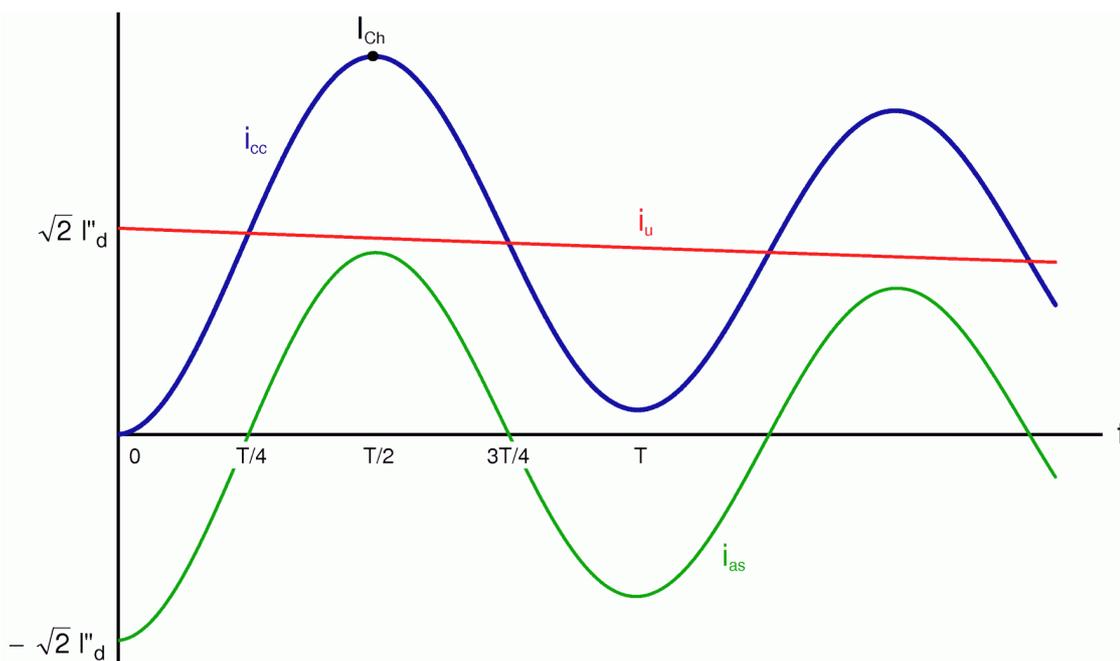


Fig. 10: Corriente de choque  $I_{ch}$ .

Se denomina *corriente de choque*  $I_{ch}$  al máximo valor que puede llegar a alcanzar la corriente de cortocircuito  $i_{cc}$  cuando éste se produce en las peores condiciones posibles.

El cortocircuito se da en las peores condiciones posibles; esto es, dará lugar a los mayores valores máximos, si se inicia justo en el momento en que la componente alterna simétrica  $i_{as}$  toma su valor máximo positivo o negativo ( $\sqrt{2} I''_d$  o  $-\sqrt{2} I''_d$ ) (véase la Fig. 10). Esto, según la relación (11), significa que su ángulo de fase  $\gamma$  vale 0 o 180°. Dado que la corriente está desfasada 90° con respecto a la f.e.m. de vacío, lo anterior también significa que el cortocircuito se produce en las peores condiciones posibles si se inicia justo en el momento en el que la f.e.m. de vacío  $e_0$  tiene un valor nulo.

Supóngase una situación peor que la realidad en la que las constantes de tiempo  $T_i$ ,  $T'_d$  y  $T''_d$  son muy grandes. Por lo tanto, se puede aceptar que en el primer semiperiodo de la onda no existe atenuación en la corriente unidireccional ni en la corriente alterna simétrica (Fig. 11).

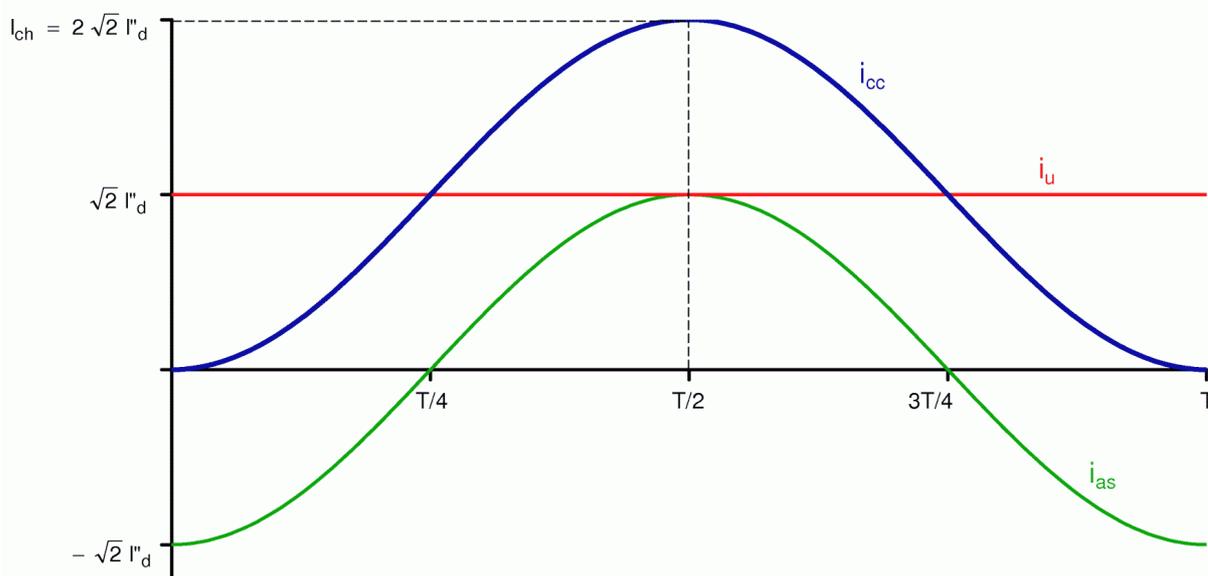


Fig. 11: Corriente de choque ideal.

Se comprueba en la Fig. 11 que en este caso la corriente de choque es el valor de la corriente de cortocircuito en el instante  $t = T/2$  (siendo  $T$  el periodo de la corriente alterna simétrica,  $i_{as}$ ). En consecuencia, con estas suposiciones se obtiene una corriente de choque cuyo valor es:

$$I_{ch} = 2 \sqrt{2} I''_d \quad (14)$$

En realidad, sí que existe amortiguación en las componentes de la corriente de cortocircuito, especialmente en la componente subtransitoria. Por esta razón, en la práctica se acepta que la corriente de choque, como mucho, alcanza este valor:

$$I_{ch} = 1,8 \sqrt{2} I''_d = 2,5 I''_d$$

Por consiguiente, la corriente de choque se calculará de una forma bastante aproximada mediante la siguiente relación:

$$I_{ch} = 2,5 I''_d \quad (15)$$

La corriente de choque puede alcanzar valores entre 5 y 10 veces la corriente de plena carga. Por lo tanto, aunque la corriente permanente de cortocircuito no es muy grande y el régimen transitorio es breve; la corriente de cortocircuito durante el régimen transitorio es peligrosa, ya que provoca unos esfuerzos dinámicos muy grandes y da lugar a un aumento importante en las pérdidas en los devanados.

### 3.1.4. Reactancias transitoria y subtransitoria

A la hora de analizar un cortocircuito trifásico brusco en bornes de una máquina síncrona en vacío se pueden utilizar las expresiones (10), (12) y (13) para conocer el valor de la corriente de cortocircuito en cualquier instante y la expresión (15) para determinar la corriente de choque.

Los valores de las constantes de tiempo  $T_i$ ,  $T'_d$  y  $T''_d$  son siempre los mismos para todos los cortocircuitos trifásicos en bornes de la máquina y los proporciona el fabricante. Recuérdese el orden de magnitud de estas constantes de tiempo:

- $T''_d$ : del orden de las centésimas de segundo
- $T_i$ : del orden de las décimas de segundo
- $T'_d$ : del orden de los segundos

El ángulo  $\gamma$  depende del momento en que se produce el cortocircuito y es  $90^\circ$  mayor que el ángulo de fase de la f.e.m. de vacío  $e_0$ .

La pulsación  $\omega$  es la misma que tenía la f.e.m. de vacío  $e_0$  antes del cortocircuito.

El valor eficaz de la corriente permanente de cortocircuito,  $I_{ccp}$ , se obtiene mediante las expresiones (1) y (4), donde la reactancia síncrona  $X_s$  la suministra el fabricante de la máquina.

Se comprueba, pues, que sólo falta calcular las corrientes transitoria  $I'_d$  y subtransitoria  $I''_d$  para tener completamente determinada la corriente de cortocircuito. Para ello se define la *reactancia subtransitoria*,  $X''_d$ , que en el instante inicial del cortocircuito refleja los efectos de las corrientes inducidas en todos los devanados de la máquina, de forma similar a como en el régimen permanente la reactancia síncrona  $X_s$  representa el efecto de la reacción de inducido. Análogamente, la *reactancia transitoria*,  $X'_d$ , refleja en el instante inicial del cortocircuito los efectos de las corrientes inducidas en todos los devanados de la máquina menos el devanado amortiguador. En consecuencia,  $I'_d$  e  $I''_d$  se pueden obtener mediante estas relaciones:

$$I'_d = \frac{E_0}{X'_d} \quad (16)$$

$$I''_d = \frac{E_0}{X''_d} \quad (17)$$

El valor eficaz  $E_0$  de la f.e.m. de vacío viene dado por la fórmula (4) y las reactancias  $X'_d$  y  $X''_d$  son parámetros proporcionados por el fabricante de la máquina.

**3.2. Cortocircuito trifásico brusco en bornes de una máquina síncrona previamente en carga**

Si ahora se tiene una máquina síncrona cilíndrica alimentando una carga equilibrada en la que se produce un cortocircuito trifásico brusco en bornes del inducido, se obtienen en sus fases unas corrientes de cortocircuito que tienen las mismas componentes que en el caso de funcionamiento previo en vacío (Figs. 4 a 9).

Por lo tanto, en este caso también se podrán aplicar las relaciones (10), (12) y (15).

Las constantes de tiempo de las componentes unidireccional, transitoria y subtransitoria ( $T_i$ ,  $T'_d$  y  $T''_d$ ) de la corriente de cortocircuito tienen los mismos valores que cuando el cortocircuito se realiza estando la máquina en vacío.

El valor eficaz de la corriente permanente de cortocircuito,  $I_{ccp}$ , se obtendrá mediante las relaciones (1) y (2), que se repiten a continuación:

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_s} \quad (1)$$

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + j X_s \bar{I} \quad (2)$$

Cuando el cortocircuito se produce estando la máquina síncrona en carga, lo que se modifica es el cálculo de las corrientes transitoria  $I'_d$  y subtransitoria  $I''_d$ , que ahora se efectúa mediante estas fórmulas:

$$I'_d = \frac{E'_r}{X'_d} \quad (18)$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{X''_d} \quad (19)$$

donde  $E'_r$  y  $E''_r$  se denominan *tensiones internas detrás de la reactancia transitoria y detrás de la reactancia subtransitoria*, respectivamente. Estas magnitudes se calculan así:

$$\bar{E}'_r = \bar{V} + j X'_d \bar{I} \quad (20)$$

$$\bar{E}''_r = \bar{V} + j X''_d \bar{I} \quad (21)$$

siendo  $\bar{V}$  e  $\bar{I}$  los fasores de la tensión en bornes y de la corriente del inducido antes del cortocircuito.

Comparando estas relaciones con las (16) y (17), deducidas en el apartado anterior, se puede apreciar que las expresiones para analizar un cortocircuito con la máquina funcionando previamente en vacío ( $I = 0$ ) se pueden considerar un caso particular de las obtenidas para cuando el cortocircuito se produce con la máquina en carga.

**3.3. Cortocircuito trifásico brusco en una máquina de polos salientes**

La corriente de cortocircuito es inductiva y, por lo tanto, prácticamente sólo tiene componente longitudinal (según el eje d). En consecuencia, para estudiar los cortocircuitos bruscos en máquinas de polos salientes funcionando previamente en vacío se emplean las mismas expresiones que para las máquinas cilíndricas, si se utilizan las reactancias y las constantes de tiempo de la máquina según el eje d.

Sin embargo, si la máquina estaba funcionando en carga antes del cortocircuito, la corriente que circulaba por ella probablemente tenía una componente transversal (según el eje q). En el régimen permanente de cortocircuito la corriente tiene una componente transversal despreciable, prácticamente nula. Por lo tanto, habrá un transitorio según el eje q y existirá una componente transversal de la corriente de cortocircuito que evolucionará desde el valor inicial antes del cortocircuito hasta el valor nulo al llegar al régimen permanente. Este transitorio tiene unas constantes de tiempo diferentes a las del eje d.

No obstante lo anterior, normalmente se obtienen resultados suficientemente exactos si en este caso también se considera sólo la componente longitudinal de la corriente de cortocircuito.

**4. CORTOCIRCUITOS ASIMÉTRICOS BRUSCOS**

Si se produce un cortocircuito asimétrico habrá un régimen transitorio en las corrientes del inducido hasta alcanzar sus valores de régimen permanente, los cuáles se calculan mediante las expresiones de la tabla 1.

Las corrientes en las fases del inducido durante estos cortocircuitos, al igual cuando el cortocircuito es trifásico, constarán de una componente unidireccional y de una alterna simétrica; la cual, a su vez, es igual a la suma de las componentes permanente, transitoria y subtransitoria. Sus constantes de tiempo son diferentes a las del cortocircuito trifásico.

En los cortocircuitos asimétricos, cada una de las componentes de la corriente tiene diferentes amplitudes en las tres fases. Para cada fase se pueden definir los valores eficaces de la corriente permanente,  $I_{cep}$ , la corriente transitoria,  $I'_d$ , y la corriente subtransitoria,  $I''_d$ .

Para calcular los valores de  $I'_d$  e  $I''_d$  se vuelven a utilizar las fórmulas de la tabla 1. Para calcular la corriente transitoria,  $I'_d$ , se da a la reactancia de secuencia directa,  $X_1$ , el valor de la reactancia transitoria,  $X'_d$ . Análogamente, para calcular la corriente subtransitoria,  $I''_d$ , se da a la reactancia de secuencia directa,  $X_1$ , el valor de la reactancia subtransitoria,  $X''_d$ . En ambos casos las reactancias de secuencia inversa y homopolar,  $X_2$  y  $X_0$ , conservan los mismos valores que en régimen permanente, los cuáles los proporciona el fabricante de la máquina.

**5. CORTOCIRCUITOS AL FINAL DE UNA LÍNEA ALIMENTADA POR UNA MÁQUINA SÍNCRONA**

Hasta este momento se ha supuesto que los cortocircuitos se producían justo en bornes del inducido de la máquina síncrona. Considérese ahora que la máquina síncrona alimenta a una línea que presenta esta impedancia por fase:

$$\bar{Z}_L = R_L + j X_L$$

y que el cortocircuito se produce al final de esta línea.

Las corrientes de cortocircuito seguirán teniendo las mismas componentes que cuando el cortocircuito se producía en bornes de la máquina, pero su amplitud y sus constantes de tiempo se verán modificadas.

En este caso, para calcular los valores eficaces  $I_{ccp}$ ,  $I'_d$  e  $I''_d$ , habrá que modificar los denominadores de las expresiones de la tabla 1 y las (1), (16), (17), (18) y (19) según el tipo de cortocircuito de que se trate añadiéndoles la impedancia  $Z_L$ .

Como ejemplo, se va a analizar el cortocircuito trifásico representado en la Fig. 12 de una máquina de rotor cilíndrico que estaba previamente con una carga equilibrada.

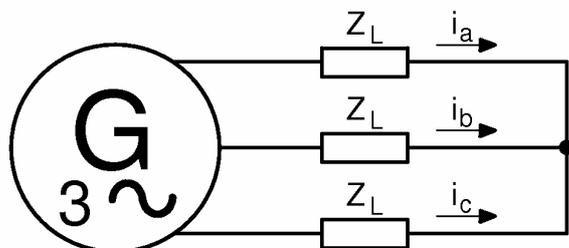


Fig. 12: Cortocircuito trifásico al final de una línea.

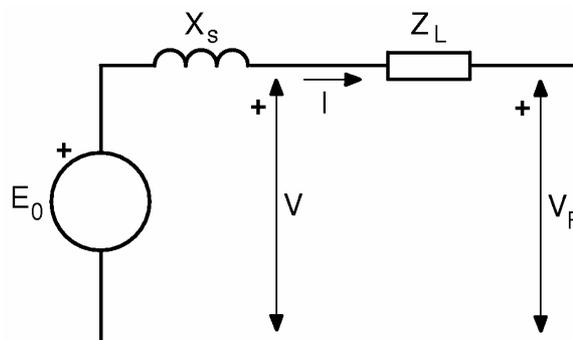


Fig. 13: Circuito equivalente antes del cortocircuito.

En la Fig. 13 se ha representado el circuito equivalente de una fase del inducido antes del cortocircuito, cuando el fasor de la corriente es  $\bar{I}$ , el de la tensión en bornes de la máquina es  $\bar{V}$  y el de la tensión al final de la línea es  $\bar{V}_F$ . Se cumplirá que:

$$\bar{V} = \bar{V}_F + (R_L + j X_L) \bar{I} \quad (22)$$

Los fasores  $\bar{E}_0$ ,  $\bar{E}'_r$  y  $\bar{E}''_r$  de las f.e.m.s se calculan de forma similar a cuando el cortocircuito es en bornes del inducido (relaciones (2), (20) y (21)). Luego:

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + j X_s \bar{I} = \bar{V}_F + (R_L + j (X_s + X_L)) \bar{I} \quad (23)$$

$$\bar{E}'_r = \bar{V} + j X'_d \bar{I} = \bar{V}_F + (R_L + j (X'_d + X_L)) \bar{I} \quad (24)$$

$$\bar{E}''_r = \bar{V} + j X''_d \bar{I} = \bar{V}_F + (R_L + j (X''_d + X_L)) \bar{I} \quad (25)$$

Los valores eficaces  $I_{ccp}$ ,  $I'_d$  e  $I''_d$  se obtienen ahora por medio de las siguientes expresiones, que son generalizaciones de las (1), (18) y (19):

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{\sqrt{R_L^2 + (X_s + X_L)^2}} \quad (26)$$

$$I'_d = \frac{E'_r}{\sqrt{R_L^2 + (X'_d + X_L)^2}} \quad (27)$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{\sqrt{R_L^2 + (X''_d + X_L)^2}} \quad (28)$$

Las constantes de tiempo  $T_i$ ,  $T'_d$  y  $T''_d$  tendrán ahora valores diferentes de los que tienen cuando el cortocircuito es en bornes de la máquina, que son los que suministra el fabricante. Existen expresiones que permiten calcular estas nuevas constantes de tiempo en función de los parámetros de la máquina proporcionados por el fabricante y de la impedancia de la línea.

Si el cortocircuito trifásico al final de la línea se produce cuando la máquina se encontraba en vacío ( $I = 0$ ), las expresiones anteriores pueden seguir aplicándose. En este caso sucederá que:

$$I = 0 \rightarrow E''_r = E'_r = E_0 (= V = V_F) \quad (29)$$

(Cortocircuito con la máquina previamente en vacío)

## 6. VALORES TÍPICOS DE LOS PARÁMETROS QUE INFLUYEN EN LOS CORTOCIRCUITOS

En la tabla 2 se indican los valores que usualmente tienen los parámetros de las máquinas síncronas que influyen en los cortocircuitos.

*Tabla 2: Valores típicos de los parámetros de las máquinas síncronas.*

	$X_d$ (no sat) (p.u.)	$X'_d$ (p.u.)	$X''_d$ (p.u.)	$X_2$ (p.u.)	$X_0$ (p.u.)	$T_i$ (s)	$T'_d$ (s)	$T''_d$ (s)
Turboalternadores de 2 polos	1,1	0,16	0,09	0,1	0,035	0,09	0,6	0,035
Turboalternadores de 4 polos	1,1	0,23	0,12	0,13	0,05	0,2	1,3	0,035
Alternadores de polos salientes con devanado amortiguador	1,15	0,37	0,24	0,29	0,11	0,15	1,8	0,055

(p.u. = por unidad)

La segunda columna de la tabla 2 ( $X_d$  (no sat)) se refiere a la reactancia síncrona  $X_s$  no saturada, en las máquinas síncronas de rotor cilíndrico, y a la reactancia síncrona longitudinal  $X_d$  no saturada, en las máquinas de polos salientes.

**BIBLIOGRAFÍA**

- [1] Cortés Cherta, Manuel. “*Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo IV: Máquinas síncronas y motores de c.a. de colector*”. Editores técnicos asociados. Barcelona. 1977.
- [2] Fraile Mora, Jesús. “*Máquinas eléctricas*”. McGrawHill/Interamericana de España, S.A.U. Madrid. 2003.
- [3] Kostenko, M. P.; Piotrovski, L. M. “*Máquinas eléctricas. Tomo II*”. Editorial Mir. Moscú. 1976.
- [4] IEEE Std 1110K2002. “*IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices and Applications in Power System Stability Analyses*”. IEEE Power Engineering Society. Nueva York. 2003.
- [5] Sanz Feito, Javier. “*Máquinas eléctricas*”. Pearson Educación. Madrid. 2002.
- [6] S. Sarma, Mulukutla. “*Synchronous machines*”. Gordon and Breach Science Publishers. Nueva York. 1979.

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

**DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA  
ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA**

**MÁQUINAS SÍNCRONAS:**  
**OSCILACIONES PENDULARES.**  
**ESTABILIDAD DINÁMICA**

**Miguel Angel Rodríguez Pozueta**

## OSCILACIONES PENDULARES. ESTABILIDAD DINÁMICA

### 1. INTRODUCCIÓN

Existen muchas situaciones en las que en una máquina síncrona se producen *oscilaciones pendulares*; es decir, un movimiento oscilante del rotor alrededor de un punto de equilibrio que se superpone a su movimiento de giro a velocidad constante de sincronismo.

Es sabido que cuando una máquina síncrona está acoplada a una red de potencia infinita, las variaciones del ángulo de par  $\delta$  se manifiestan como movimientos físicos del rotor superpuestos al movimiento de giro a la velocidad de sincronismo.

Así pues, supóngase una máquina síncrona en red de potencia infinita y funcionando en régimen estable en un punto de equilibrio con un ángulo de par dado. Si se produce un cambio brusco de su estado (por ejemplo, por variación rápida del par o de la corriente de excitación) que la lleve a un nuevo punto de equilibrio con un nuevo valor del ángulo de par, la transición de un estado a otro no será directa. En efecto, se producirán una serie de oscilaciones pendulares alrededor del nuevo punto de equilibrio (superpuestas al movimiento de giro a velocidad de sincronismo) que se irán amortiguando con el tiempo hasta que, finalmente, la máquina alcance el nuevo equilibrio.

De forma análoga, supóngase ahora una máquina síncrona en red de potencia infinita funcionando en un punto de equilibrio estable y que se produce una perturbación transitoria que, temporalmente, la aparta del punto de equilibrio. Cuando la perturbación desaparezca la máquina volverá al punto de equilibrio realizando unas oscilaciones pendulares alrededor del mismo que se amortiguan con el tiempo.

Este tipo de oscilaciones pendulares descritas hasta ahora y que se producen en máquinas conectadas a una red de potencia infinita se denominan *oscilaciones libres*. Estas oscilaciones se deben a la existencia de un *par sincronizante* (véase el apartado donde se analizó la estabilidad estática) que tiende a llevar el rotor a la posición de equilibrio y que es similar al par elástico de un resorte.

Independientemente de que la máquina funcione aislada o en red, hay ocasiones en las que el par del motor que la mueve, si funciona como generador, o de la carga mecánica que debe accionar, si funciona como motor, no es constante sino que varía periódicamente en el tiempo. Esto sucede en los motores de explosión (de gasolina o Diesel) o en los compresores y bombas alternativos. Este par periódico provoca la aparición de unas oscilaciones pendulares denominadas *oscilaciones forzadas*.

Si las oscilaciones pendulares, tanto libres como forzadas, son lo suficientemente grandes puede suceder que no se amortigüen y provoquen un aumento continuado del ángulo de par. Esto da lugar a que la máquina pierda el sincronismo (no pueda mantener la velocidad de sincronismo). Esta situación debe evitarse, por lo que es importante el estudio de la estabilidad de la máquina frente a las situaciones que originan oscilaciones pendulares (*estabilidad dinámica*).

## 2. PARES A CONSIDERAR EN LAS OSCILACIONES PENDULARES

Considérese una máquina síncrona con el convenio de signos generador. Si trabaja en un punto de equilibrio estable, el ángulo de par  $\delta$  permanecerá constante y se tendrá este equilibrio de pares mecánico y de la máquina síncrona:

$$M_m = M \quad (1)$$

$M_m$  es el *par mecánico* de la máquina motriz (turbina de gas, hidráulica, ...) que acciona a la máquina síncrona (tendrá signo negativo si la máquina síncrona funciona como motor moviendo una carga mecánica. En este caso,  $M_m$  es el par de esta carga).

$M$  es el *par eléctrico de la máquina síncrona*. Es positivo cuando actúa como generador y, en consecuencia,  $M$  es un par de frenado opuesto al par del motor  $M_m$ .  $M$  es negativo si la máquina síncrona actúa como motor venciendo el par resistente  $M_m$  de la carga mecánica.

Mientras se producen oscilaciones pendulares la máquina no está en equilibrio, la velocidad  $\Omega$  tiene oscilaciones y no se verifica la igualdad de pares (1). En este caso, aparecen nuevos pares y la ecuación mecánica pasa a ser:

$$M_m = M + M_i + M_a \quad (2)$$

$M_i$  es el *par de inercia* producido por las variaciones en la velocidad.

$M_a$  es el *par amortiguador* debido a los rozamientos y, sobre todo, a la acción del devanado amortiguador.

A continuación se van a analizar estos pares.

### 2.1. Par mecánico $M_m$

El par mecánico es constante en muchas ocasiones. Esto sucede en máquinas motrices de tipo turbina (de gas, de vapor o hidráulica) y en cargas mecánicas como bombas centrífugas o ventiladores.

Sin embargo, existen ocasiones en las que el par mecánico es variable. Esto sucede en máquinas motrices como los motores de explosión (Diesel o de gasolina) o las máquinas de vapor de pistón y en cargas como los compresores alternativos de pistón. En este caso las variaciones de par son periódicas y dependen del tipo de motor y del número de cilindros. El par se puede descomponer, pues, en serie de Fourier y considerarlo como la suma de un término constante  $M_{m0}$  y una serie de pares sinusoidales armónicos de frecuencias múltiplos y submúltiplos de la velocidad media  $\Omega_1$ .

En consecuencia, el par mecánico viene dado por esta expresión general:

$$M_m = M_{m0} + \sum_h M_{mh} = M_{m0} + \sum_h M_{mh \max} \text{sen} (h \Omega_1 t - \Psi_h) \quad (3)$$

En las máquinas con par constante el segundo sumando de (3) es nulo.

## 2.2. Par eléctrico M

Si se desprecia la resistencia de las fases del estator y se emplea el convenio de signos de generador, el par de una máquina síncrona de rotor cilíndrico viene dado por esta relación:

$$M = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \sin \delta \quad (4)$$

En las máquinas de polos salientes hay que sumar, además, el par de reluctancia. Pero en la mayor parte de los casos el par de reluctancia se puede despreciar y se empleará la relación (4) también para las máquinas síncronas de polos salientes (entonces se utilizaría la reactancia síncrona longitudinal  $X_d$  en lugar de  $X_s$  en (4)).

En el caso de que la máquina esté conectada a una red de potencia infinita, la resistencia  $R$  de las fases del estator sea despreciable, se mantenga constante la corriente de excitación (luego,  $E_0$  es constante) y se pueda suponer que la reactancia síncrona  $X_s$  no varía, se tiene que el par  $M$  depende sólo del ángulo de par  $\delta$ :

$$M = M_{\text{máx}} \sin \delta ; \quad M_{\text{máx}} = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \quad (5)$$

En las expresiones (4) y (5) se ha considerado que la velocidad del rotor permanece constante e igual a  $\Omega_1$ . En realidad, durante las oscilaciones pendulares existen variaciones de la velocidad alrededor del valor  $\Omega_1$ , pero en la mayoría de los casos son lo suficientemente pequeñas como para considerar que su influencia sobre el par eléctrico es despreciable. Por esta razón, estas oscilaciones de velocidad no se tienen en cuenta en las expresiones (4) y (5).

En las oscilaciones pendulares con la máquina conectada a una red de potencia infinita el ángulo de par varía alrededor del correspondiente al punto de equilibrio final  $A$ . De esta manera, se puede considerar que durante las oscilaciones el ángulo de par  $\delta$  es igual al ángulo  $\delta_A$ , correspondiente al punto de equilibrio  $A$ , más el ángulo de desvío  $\delta_d$ :

$$\delta = \delta_A + \delta_d \quad (6)$$

Con la máquina síncrona en red de potencia infinita, durante las oscilaciones alrededor del punto de equilibrio  $A$  existe un par sincronizante  $M_s$  que lleva finalmente a la máquina al equilibrio en  $A$  (véase el apartado en el que se trató de la estabilidad estática). El par  $M_s$  es igual a la diferencia del par que tiene la máquina en un momento dado durante las oscilaciones y el par  $M_A$  del equilibrio final:

$$M_s = M - M_A \quad (7)$$

Cuando las variaciones de  $\delta$  no son grandes; es decir, para ángulos de desvío  $\delta_d$  no superiores a  $20^\circ$ , se deduce que:

$$M_s = K_s \cdot \delta_d \quad (8)$$

$K_s$  es el par sincronizante específico para el punto de equilibrio A:

$$K_s = M_{\text{máx}} \cos \delta_A = \frac{3 V E_0}{X_s \Omega_1} \cos \delta_A \quad (9)$$

La expresión (8) para el par sincronizante  $M_s$  es similar a la del par de un resorte en espiral. Cuando la máquina está en el punto de equilibrio A, el par sincronizante es cero. Pero cuando se la aparta de este punto de equilibrio, es como si se tensara un resorte que produjera el par  $M_s$  -tanto mayor cuanto mayor es el desvío  $\delta_d$  respecto al punto de equilibrio- que hace volver a la máquina síncrona al punto A.

### 2.3. Par de inercia $M_i$

El par debido a la inercia viene dado por esta relación:

$$M_i = J \frac{d \Omega}{d t} \quad (10)$$

$\Omega$  es la velocidad angular instantánea del rotor y J es el momento de inercia de todas las partes giratorias.

Si se trata de una máquina conectada a una red de potencia infinita, es sabido que una variación  $\Delta\delta$  del ángulo de par provoca que el rotor gire físicamente un ángulo eléctrico  $\Delta\delta$  que se superpone al movimiento de giro a velocidad constante de sincronismo  $\Omega_1$ . Por lo tanto, la velocidad  $\Omega$  a la que se mueve el rotor será la suma de  $\Omega_1$  más el incremento de velocidad debida a las variaciones de  $\delta$ :

$$\Omega = \Omega_1 + \frac{1}{p} \frac{d \delta}{d t} \quad (11)$$

p es el número de pares de polos de la máquina síncrona y aparece en la fórmula (11) para pasar el ángulo eléctrico  $\delta$  a ángulo geométrico.

Durante las oscilaciones el ángulo de desvío  $\delta_d$  irá variando de forma amortiguada hasta anularse mientras que  $\delta_A$  permanece constante. Luego, a partir de la relación (6), se tiene que:

$$\frac{d \delta}{d t} = \frac{d}{d t} (\delta_A + \delta_d) = \frac{d \delta_d}{d t} \quad (12)$$

$$\Omega = \Omega_1 + \frac{1}{p} \frac{d \delta}{d t} = \Omega_1 + \frac{1}{p} \frac{d \delta_d}{d t} \quad (13)$$

$$\frac{d \Omega}{d t} = \frac{d}{d t} \left( \Omega_1 + \frac{1}{p} \frac{d \delta}{d t} \right) = \frac{1}{p} \frac{d^2 \delta}{d t^2} = \frac{1}{p} \frac{d^2 \delta_d}{d t^2} \quad (14)$$

Lo que, finalmente, da lugar a:

$$M_i = J \frac{d \Omega}{d t} = \frac{J}{p} \frac{d^2 \delta}{d t^2} = \frac{J}{p} \frac{d^2 \delta_d}{d t^2} \quad (15)$$

#### 2.4. Par amortiguador $M_a$

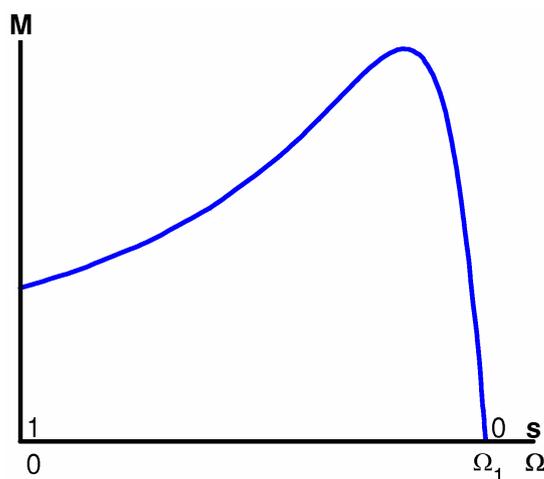
El par amortiguador  $M_a$  atenúa las oscilaciones. En las oscilaciones libres  $M_a$  consigue que las oscilaciones pendulares vayan reduciéndose hasta que, al final, se anulen y la máquina acabe funcionando en el punto de equilibrio estable final.

Este par es la suma del debido a los rozamientos y a la acción del devanado amortiguador. Como este último es mucho mayor que el de rozamientos, en lo que sigue sólo se tendrá en cuenta el efecto del devanado amortiguador.

El devanado amortiguador es un devanado en cortocircuito situado en el rotor. También se considera como devanado amortiguador el cuerpo macizo del rotor por el que circularán corrientes de Foucault en cuanto se vea sometido a la acción de un campo magnético variable en el tiempo.

En equilibrio y suponiendo que el campo magnético del inducido carece de armónicos espaciales, tanto el campo magnético en el entrehierro como el rotor giran a la misma velocidad de sincronismo  $\Omega_1$  y no aparecen corrientes en el devanado amortiguador. Sin embargo, durante las oscilaciones pendulares la velocidad del rotor se aparta temporalmente de la de sincronismo y se inducen corrientes en el devanado amortiguador, lo que provoca la aparición del par amortiguador  $M_a$ .

Este par  $M_a$  debido al devanado amortiguador es similar al de un motor de inducción (Fig. 1). Por lo tanto, cuando la velocidad se aparta poco de la de sincronismo; es decir, cuando el deslizamiento  $s$  es pequeño,  $M_a$  es proporcional al deslizamiento.



*Fig. 1: Par de un motor asíncrono.*

Ahora bien en la expresión (2) el par  $M_a$  figura como un par de frenado, no como un par motor. Por lo tanto, para  $M_a$  hay que utilizar el convenio de signos contrario al de par motor que se ha empleado en la Fig. 1. Luego, queda que:

$$M_a = -K \cdot s = -K \frac{\Omega_1 - \Omega}{\Omega_1} = -K' (\Omega_1 - \Omega) \quad (16)$$

$$M_a = K' (\Omega - \Omega_1) ; \quad K' = \frac{K}{\Omega_1} \quad (17)$$

Si se trata de una máquina conectada a una red de potencia infinita se cumple la relación (13). En este caso, la expresión (17) se convierte en:

$$M_a = K' \left( \frac{1}{p} \frac{d\delta}{dt} \right) \quad (18)$$

Por lo tanto, si se denomina  $K_a$  a esta constante:

$$K_a = \frac{K'}{p} = \frac{K}{\Omega_1 \cdot p} \quad (19)$$

se llega finalmente a:

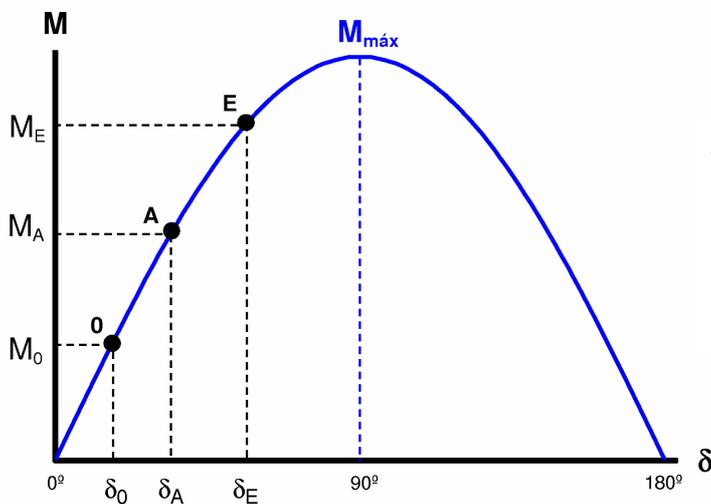
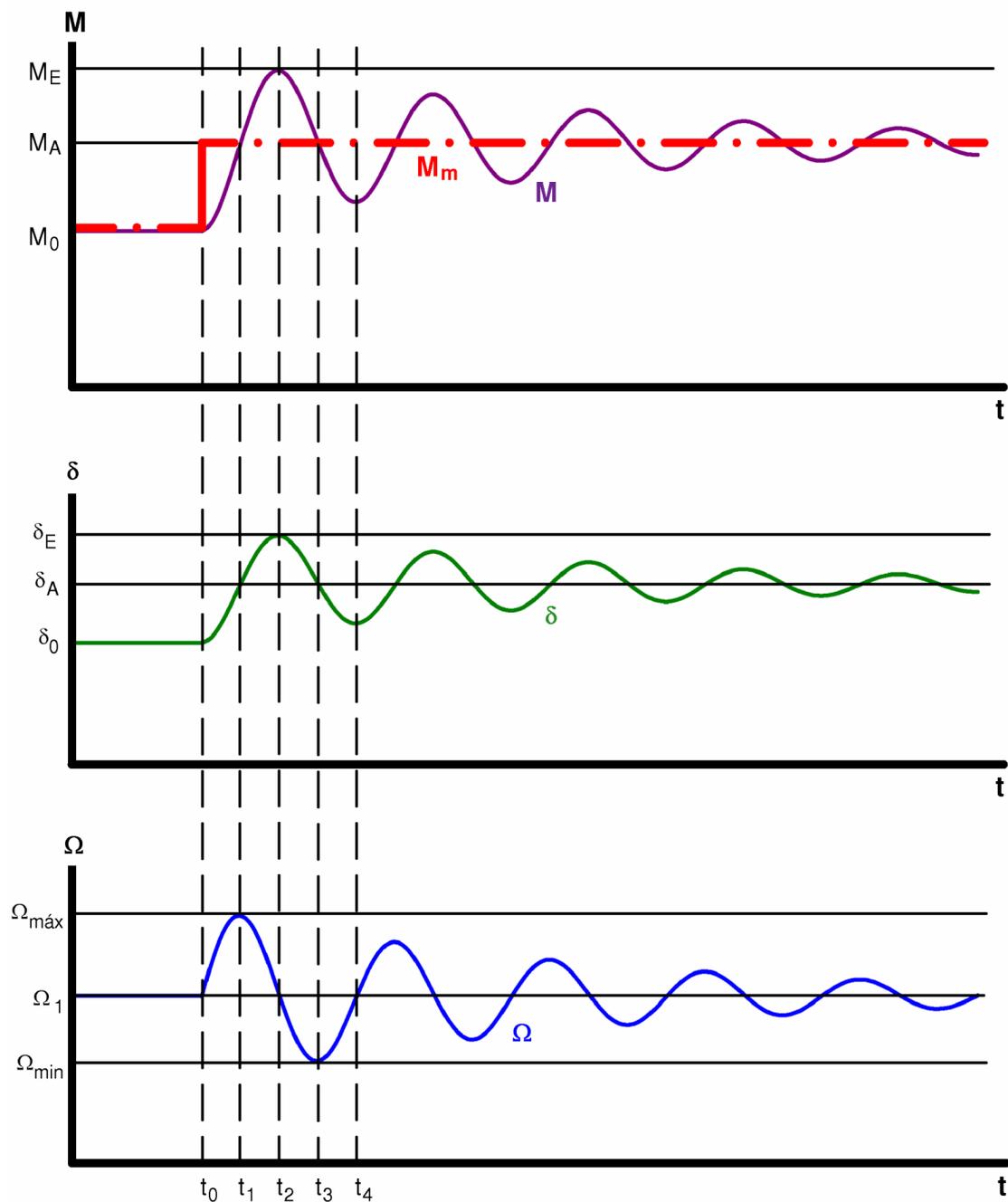
$$M_a = K_a \frac{d\delta}{dt} = K_a \frac{d\delta_d}{dt} \quad (20)$$

### 3. OSCILACIONES LIBRES

Para comprender mejor el fenómeno de las oscilaciones libres se va a analizar en las Figs. 2 y 3 el caso de un alternador síncrono de rotor cilíndrico conectado a una red de potencia infinita y accionado por una turbina hidráulica en la que se aumenta súbitamente el par mecánico. Como es habitual, se supondrá que la resistencia  $R$  de las fases del estator es despreciable, que se mantiene constante la corriente de excitación (luego,  $E_0$  es constante) y que la reactancia síncrona  $X_s$  no varía. Por lo tanto, el par eléctrico de la máquina síncrona viene dado por la curva característica de la Fig. 3.

Inicialmente el sistema turbina-alternador está funcionando en equilibrio en el punto 0 donde los pares mecánico y eléctrico son iguales y el ángulo de par vale  $\delta_0$ . En el instante  $t_0$  (véase la Fig. 2) se aumenta bruscamente el par  $M_m$  de la turbina (por ejemplo, abriendo súbitamente su válvula de admisión) lo que hará que, tras una serie de oscilaciones, la máquina alcance un nuevo estado de equilibrio en el punto A donde vuelven a igualarse los pares mecánico y eléctrico y el ángulo de par es  $\delta_A$ .

La transición desde el estado 0 al estado A no es instantánea. En el instante  $t_0$  el par mecánico  $M_m$  ha aumentado de forma prácticamente instantánea desde el valor  $M_0$  al valor  $M_A$ . Sin embargo, el par eléctrico de la máquina síncrona no puede variar bruscamente. Esto se debe a que, en red de potencia infinita, las variaciones del par eléctrico son debidas a las variaciones en el ángulo  $\delta$ , las cuáles conllevan giros del rotor superpuestos a la rotación a la velocidad  $\Omega_1$ . La inercia mecánica del rotor impide que estos movimientos del rotor sean bruscos.



*Figs. 2 y 3: Oscilaciones libres en un alternador síncrono en red de potencia infinita tras una variación brusca del par motor.*

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA – DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA**  
**OSCILACIONES PENDULARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS. ESTABILIDAD DINÁMICA.**

Por lo tanto, en el instante  $t_0$  el sistema tiene un desequilibrio de pares mecánico de la turbina y eléctrico del alternador (véase la primera gráfica de la Fig. 2). Al ser el primero mayor que el segundo, la máquina empieza a acelerar y la velocidad  $\Omega$  del rotor comienza a ser mayor que  $\Omega_1$  (véase la tercera gráfica de la Fig. 2). Al girar el rotor más deprisa que el campo magnético el ángulo de par  $\delta$  empieza a crecer (véase la segunda gráfica de la Fig. 2).

En el instante  $t_1$  el ángulo de par vale  $\delta_A$  y, consecuentemente, el par eléctrico es  $M_A$ , igual al par mecánico producido por la turbina. Sin embargo, la máquina no se queda en este punto pues la aceleración que se ha ido produciendo entre los instantes  $t_0$  y  $t_1$  hace que en  $t_1$  la velocidad no sea la síncrona, sino que alcanza su valor máximo  $\Omega_{\text{máx}}$ , y la energía cinética almacenada entre  $t_0$  y  $t_1$  provoca que se sobrepase el punto A.

Entre los instantes  $t_1$  y  $t_2$  el ángulo de par es superior a  $\delta_A$  y, como se aprecia en la Fig. 3, el par eléctrico es superior al par mecánico (que vale  $M_A$ ). Por consiguiente, entre  $t_1$  y  $t_2$  existe un proceso de deceleración y la velocidad va reduciéndose, pero todavía sigue siendo superior a  $\Omega_1$  (ver la Fig. 2). Esto origina que el ángulo de par aún siga aumentando. Al final, en el instante  $t_2$ , la máquina se encuentra en el punto extremo E y el ángulo de par ha alcanzado su valor máximo  $\delta_E$  (ver las Figs. 2 y 3), mientras que la velocidad es igual a la de sincronismo  $\Omega_1$ .

A partir del instante  $t_2$  el par eléctrico sigue siendo superior al par mecánico por lo que la velocidad continúa disminuyendo, pero ahora por debajo de  $\Omega_1$ . Al girar el rotor con una velocidad inferior a la síncrona el ángulo de par  $\delta$  comenzará a disminuir; aunque todavía es superior a  $\delta_A$ .

En el instante  $t_3$  el ángulo de par vuelve a valer  $\delta_A$ , pero la aceleración negativa que lleva la máquina hace que se vuelva a sobrepasar este punto y el ángulo de par siga disminuyendo. En  $t_3$  la velocidad alcanza su valor mínimo  $\Omega_{\text{min}}$ .

A partir de  $t_3$  el ángulo de par es inferior a  $\delta_A$  y, consecuentemente, el par eléctrico es inferior al par mecánico de la turbina. Luego, el sistema se acelera y la velocidad vuelve a aumentar, aunque, de momento, se mantiene por debajo de  $\Omega_1$ .

Analizando de esta manera los demás instantes de tiempo se comprueba que se producen una serie de oscilaciones del ángulo de par alrededor del punto  $\delta_A$  y de la velocidad alrededor de la velocidad síncrona  $\Omega_1$ . Estas oscilaciones se van amortiguando (ver la Fig. 2) y al final la máquina alcanza el punto de equilibrio A con la velocidad síncrona  $\Omega_1$ .

#### **4. ESTABILIDAD DINÁMICA. MÉTODO DE LA IGUALDAD DE LAS ÁREAS**

En el fenómeno oscilante explicado en el apartado anterior la máquina no pierde su estabilidad. Las oscilaciones van amortiguándose y la máquina es capaz de alcanzar un estado de equilibrio final en el punto A.

Esto es así porque en todo momento el par sincronizante; es decir, la diferencia entre los pares eléctrico y mecánico (igual al par  $M_A$  en el punto de equilibrio final), tiende a que la máquina vaya hacia el punto A. En concreto, cuando la máquina alcanza el punto E, donde el

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA – DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA  
 OSCILACIONES PENDULARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS. ESTABILIDAD DINÁMICA.

ángulo de par es máximo, el par  $M_E$  es superior a  $M_A$  y esto provoca que la máquina decelere y, al final, tras las oscilaciones, acabe en el punto de equilibrio A.

Pero, si la oscilación hubiera sido más grande, pudiera ser que la máquina alcance ángulos de par superiores a  $90^\circ$ . En este caso, una vez superados los  $90^\circ$  (o  $\pi/2$  radianes), mayores valores de  $\delta$  significan que el par eléctrico disminuye. Aún así, si en la primera oscilación el punto extremo E tiene un par  $M_E$  superior a  $M_A$  la máquina será capaz de estabilizarse en el punto A (Fig. 4).

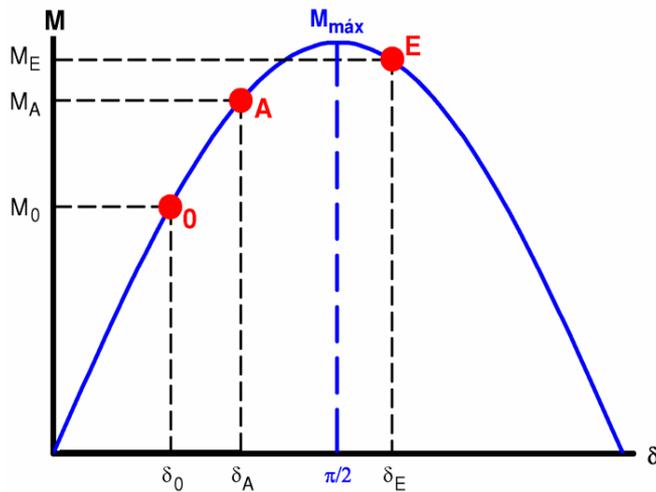


Fig. 4: Funcionamiento estable con  $\delta_E > \pi/2$ .

Pero, si en la primera oscilación el ángulo de par supera el valor correspondiente al punto G (Fig. 5), donde:

$$M_G = M_A ; \quad \delta_G = \pi - \delta_A \quad (21)$$

empezará a suceder que el par eléctrico es inferior al par mecánico y la máquina se acelerará indefinidamente, alejándose cada vez más del punto A y acabará por perder el sincronismo.

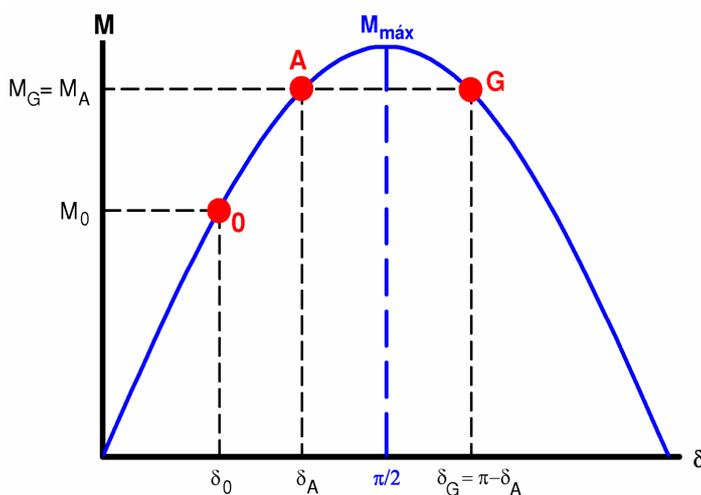


Fig. 5: La máquina perderá estabilidad si durante las oscilaciones el ángulo de par supera el valor  $\delta_G$ .

Por lo tanto, para saber si las oscilaciones pendulares harán perder el sincronismo a la máquina síncrona habrá que determinar cuál será el mayor valor del ángulo de par  $\delta_E$  durante la primera oscilación. Para ello se utiliza el método de igualdad de las áreas.

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA – DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA  
 OSCILACIONES PENDULARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS. ESTABILIDAD DINÁMICA.

Supóngase que la máquina síncrona carece del par amortiguador  $M_a$ . En este caso las oscilaciones serán mayores de lo que son en realidad. Luego, esta es una hipótesis conservadora: se supone una situación peor que la realidad.

Si no existe par amortiguador, el incremento de energía cinética que se va acumulando mientras la máquina acelera desde el punto 0 hasta el punto A (Fig. 6) será la misma que luego se pierde mientras decelera desde el punto A hasta el punto E. Por lo tanto, en la suposición de que  $M_a$  es nulo, el ángulo  $\delta_E$  se determina buscando el punto E donde la energía cinética perdida desde A hasta E iguale a la ganada entre 0 y A.

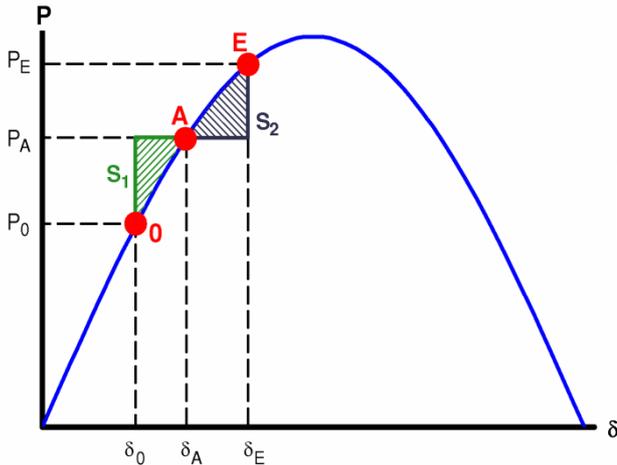


Fig. 6: Método de igualdad de las áreas.

En la Fig. 6 se muestra la curva de potencia de una máquina síncrona, que es similar a la curva de par. Se puede demostrar que la energía cinética que el sistema va ganando mientras acelera entre los puntos 0 y A es proporcional al área  $S_1$ . Por otra parte, la energía cinética que se pierde en el proceso de deceleración entre A y E es proporcional al área  $S_2$ . En consecuencia, el punto E se determina imponiendo la condición de que las áreas  $S_1$  y  $S_2$  sean iguales.

Si sucede que el punto E se encuentra por encima del punto A, el sistema será estable; pero en caso contrario será inestable.

El límite de estabilidad dinámica se producirá cuando el punto E se encuentre exactamente a la misma altura que el nudo A (Fig. 7).

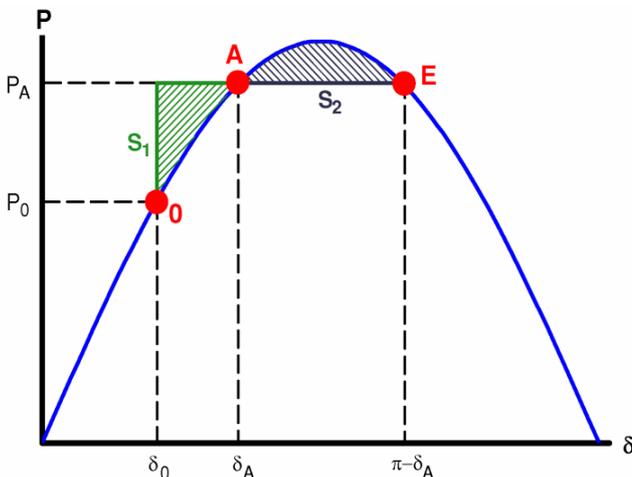


Fig. 7: Límite de estabilidad dinámica.

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA – DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA  
OSCILACIONES PENDULARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS. ESTABILIDAD DINÁMICA.

Es decir, partiendo del punto de equilibrio estable 0, con el par  $M_0$ , se puede aumentar de forma brusca el par hasta un valor límite  $M_A$  tal que las áreas  $S_1$  y  $S_2$  de la Fig. 7 sean iguales. El ángulo de par  $\delta_A$  es inferior a  $90^\circ$ , por lo que este criterio de estabilidad es más exigente que el de la estabilidad estática.

Obsérvese que el límite de estabilidad dinámica no es un valor fijo sino que depende de cual sea el punto 0 de equilibrio inicial.

### 5. OSCILACIONES LIBRES DE PEQUEÑA AMPLITUD

Sea la máquina síncrona cilíndrica en red de potencia infinita descrita en el apartado 3 (oscilaciones libres). En el punto de equilibrio final se cumplirá que:

$$M_m = M_A \quad (22)$$

Durante las oscilaciones se verificará la relación de pares (2):

$$M_m = M + M_i + M_a \quad (2)$$

Combinando las expresiones anteriores se deduce que:

$$\begin{aligned} M_A &= M + M_i + M_a \\ 0 &= (M - M_A) + M_i + M_a \\ M_s + M_i + M_a &= 0 \end{aligned} \quad (23)$$

$M_s$  es el par sincronizante, igual a la diferencia del par eléctrico  $M$  menos el par  $M_A$  en el punto de equilibrio.

Supóngase, de momento, que el par amortiguador  $M_a$  es despreciable. Sucede entonces que:

$$M_s + M_i = 0 \quad (24)$$

Considérese que las oscilaciones son de pequeña amplitud, lo que significa que los ángulos de desvío  $\delta_d$  no superan el valor de  $20^\circ$ . En este caso, se puede utilizar la expresión (8) para obtener el par sincronizante. Por otra parte, la relación (15) proporciona el par de inercia. Luego, se deduce que:

$$K_s \cdot \delta_d + \frac{J}{p} \frac{d^2 \delta_d}{dt^2} = 0 \quad (25)$$

La solución de esta ecuación diferencial es del tipo:

$$\delta_d = \delta_{d \text{ máx}} \cos(\omega_p t); \quad (\omega_p = 2 \pi f_p) \quad (26)$$

$\omega_p$  es la pulsación de las oscilaciones libres y  $f_p$  es la *frecuencia propia de oscilación* del sistema. Sustituyendo (26) dentro de la relación (25) y operando se llega a:

$$\omega_p = \sqrt{\frac{p K_s}{J}} ; \quad f_p = \frac{\omega_p}{2 \pi} = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{p K_s}{J}} \quad (27)$$

De (27) se deduce que  $f_p$  no es constante. Depende de  $K_s$  que, según se aprecia en la relación (9), varía con el punto A de equilibrio final, con la corriente de excitación (que influye sobre  $E_0$ ) y del nivel de saturación de la máquina síncrona (que afecta a  $X_s$ ). La frecuencia propia de oscilación es máxima en vacío y disminuye con la carga. Al acercarse la máquina al límite de estabilidad estática (donde  $\delta = 90^\circ$  y  $K_s = 0$ ) la frecuencia propia  $f_p$  tiende a anularse.

En el caso de no despreciar el par amortiguador  $M_a$  se obtiene que el ángulo de desvío  $\delta_d$  va disminuyendo su amplitud con el tiempo y, además, la frecuencia propia de oscilación  $f_p$  es ligeramente menor que la calculada mediante la fórmula (27). Considerando  $M_a$  se obtiene la siguiente expresión para  $f_p$ :

$$f_p = \frac{1}{2 \pi} \sqrt{\frac{p K_s}{J} - \left(\frac{p K_a}{2 J}\right)^2} \quad (28)$$

## 6. OSCILACIONES FORZADAS EN UNA MÁQUINA SÍNCRONA

Cuando una máquina síncrona tiene su eje acoplado a un motor o a una carga mecánica cuyo par  $M_m$  no es constante, aparecen unas oscilaciones forzadas en la velocidad y en la posición angular del rotor.

Como ya se indicó en el apartado 2 (Pares a considerar en las oscilaciones pendulares), en este caso el par mecánico  $M_m$  se puede expresar como la suma del par medio  $M_{m0}$  y de unos pares armónicos  $M_{mh}$ :

$$M_m = M_{m0} + \sum_h M_{mh} = M_{m0} + \sum_h M_{mh \max} \sin(h \Omega_1 t - \Psi_h) \quad (3)$$

El orden  $h$  de los armónicos  $M_{mh}$  de par depende del tipo de máquina considerado. El armónico de orden  $h$  más bajo (*primer armónico* o *armónico fundamental*) es el de mayor amplitud y, consecuentemente, el que ejerce mayor efecto sobre las oscilaciones forzadas.

En un motor de explosión monocilíndrico de 4 tiempos, Diesel o de gasolina, el orden  $h$  del primer armónico es 1/2 por repetirse el ciclo cada dos vueltas. Si el motor es de 4 tiempos y dos cilindros, el armónico fundamental tiene un orden  $h = 1$  y si es de 4 cilindros, el primer armónico es  $h = 2$ . En un motor de explosión de dos tiempos y doble efecto, el orden  $h$  del armónico fundamental es  $h = 2$  si es de dos cilindros,  $h = 4$  si es de 4 cilindros, etc.

En el análisis de las oscilaciones forzadas hay que distinguir entre dos casos. Uno es cuando la máquina síncrona está aislada, en el cual sólo existen oscilaciones forzadas. Otro es cuando la máquina está conectada a una red de potencia infinita, en el cual existen tanto oscilaciones libres como forzadas y puede llegar a producirse un fenómeno de resonancia que provoca que la máquina pierda el sincronismo.

### 6.1. Oscilaciones forzadas en una máquina síncrona aislada

Considérese un alternador síncrono que funciona aislado y que está movido por un motor alternativo (que tiene un par mecánico con oscilaciones). En este caso la frecuencia de la tensión  $V$  será igual a la de la f.e.m.  $E_0$ , pues no hay una red que obligue a mantener constante la frecuencia. Por lo tanto, las oscilaciones en la velocidad de rotación afectan de igual manera a ambas magnitudes y el ángulo de par  $\delta$  (ángulo entre los fasores  $\bar{E}_0$  y  $\bar{V}$ ) permanece prácticamente constante durante las oscilaciones. Desde luego, las oscilaciones en la velocidad darán lugar a variaciones de la posición angular del rotor superpuestas al movimiento de giro a la velocidad media  $\Omega_1$ . Sin embargo, en una máquina aislada estas variaciones de la posición angular del rotor no se corresponden con variaciones del ángulo de par  $\delta$ . En consecuencia, las variaciones en la posición del rotor ya no provocan variaciones en el par eléctrico de la máquina síncrona. Luego, ahora el par eléctrico es constante durante las oscilaciones y no existe el par sincronizante  $M_s$ .

Por lo tanto, el par mecánico medio  $M_{m0}$  está equilibrado por el par eléctrico y los demás pares mecánicos armónicos se equilibran con pares de inercia y de amortiguación. Así pues, el balance de pares dado por la relación (2) se desdobra en:

$$M_{m0} = M \quad (29)$$

$$\sum_h M_{mh \text{ máx}} \text{sen} (h \Omega_1 t - \Psi_h) = M_i + M_a \quad (30)$$

En estas oscilaciones el par amortiguador  $M_a$  es pequeño. Si se desprecia el par amortiguador y se aplica el principio de superposición a la ecuación (30), esta se descompone en una serie de ecuaciones; una para cada armónico  $h$ . Estas ecuaciones son así:

$$M_{mh \text{ máx}} \text{sen} (h \Omega_1 t - \Psi_h) = J \frac{d \Omega_h}{d t} \quad (31)$$

Resolviendo la ecuación diferencial (31) se deduce que:

$$\Omega = \Omega_1 + \sum_h \Omega_h = \Omega_1 + \sum_h \Omega_{h \text{ máx}} \text{sen} (h \Omega_1 t - \chi_h) \quad (32)$$

$$\Omega_{h \text{ máx}} = \frac{M_{mh \text{ máx}}}{J h \Omega_1} \quad (33a)$$

$$\chi_h = \Psi_h - \frac{3\pi}{2} \rightarrow \Omega_h = -\Omega_{h \text{ máx}} \cos (h \Omega_1 t - \Psi_h) \quad (33b)$$

Se aprecia que los armónicos de menor orden (de menor valor de  $h$ ) -que son, además, a los que corresponde normalmente un mayor valor de  $M_{mh \text{ máx}}$ - son los que ejercerán mayor influencia en las oscilaciones. Por esta razón, muchas veces de estos armónicos sólo se tiene en cuenta el primero (el armónico fundamental).

Se define el coeficiente de irregularidad  $\varepsilon$  como este cociente:

$$\varepsilon = \frac{\Omega_{\text{máx}} - \Omega_{\text{min}}}{\Omega_{\text{máx}} + \Omega_{\text{min}}} = \frac{\Omega_{\text{máx}} - \Omega_{\text{min}}}{2 \Omega_1} \quad (34)$$

Si sólo se tiene en cuenta el armónico fundamental sucederá que:

$$\Omega = \Omega_1 - \Omega_{h \text{ máx}} \cos (h \Omega_1 t - \Psi_h) \quad (35)$$

$$\Omega_{\text{máx}} = \Omega_1 + \Omega_{h \text{ máx}} \quad (36)$$

$$\Omega_{\text{min}} = \Omega_1 - \Omega_{h \text{ máx}} \quad (37)$$

donde h es el orden armónico más pequeño (el del armónico fundamental).

Sustituyendo (36) y (37) en (34) y teniendo en cuenta la relación (33a) se deduce que:

$$\varepsilon = \frac{(\Omega_1 + \Omega_{h \text{ máx}}) - (\Omega_1 - \Omega_{h \text{ máx}})}{2 \Omega_1} = \frac{\Omega_{h \text{ máx}}}{\Omega_1}$$

$$\varepsilon = \frac{M_{mh \text{ máx}}}{J h \Omega_1^2} \quad (38)$$

Mediante esta expresión se comprueba que cuando la máquina síncrona funciona aislada sólo se puede reducir la amplitud de las oscilaciones aumentando el momento de inercia J. Esto se puede conseguir construyendo la máquina de forma que su rotor tenga un momento de inercia alto o acoplado un volante de inercia en el eje de la máquina.

## 6.2. Oscilaciones forzadas en una máquina síncrona en red de potencia infinita

Considérese una máquina síncrona, tanto actuando como generador o como motor, conectada a una red de potencia infinita y sometida a la acción de un par mecánico variable dado por la relación (3).

Las oscilaciones en el par mecánico provocarán oscilaciones en la velocidad y en la posición de angular del rotor superpuestas al movimiento a la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$ . Estas oscilaciones de la posición angular repercuten como oscilaciones del ángulo de par  $\delta$ , por lo que el par eléctrico no será constante y aparecerá un par sincronizante  $M_s$  (diferencia entre el par eléctrico en un momento dado y el par eléctrico en el punto medio de oscilación). Además, la red de potencia infinita impondrá que la frecuencia  $f_1$  y la velocidad de sincronismo  $\Omega_1$  permanezcan invariables.

Las oscilaciones del ángulo de par se realizarán alrededor del punto medio A donde el par eléctrico iguala al par mecánico medio. Luego:

$$M_{m0} = M_A \quad (39)$$

$$\delta = \delta_A + \delta_d ; \quad \delta_d = \sum_h \delta_h = \sum_h \delta_{h \text{ máx}} \text{ sen } (h \Omega_1 t - \lambda_h) \quad (40)$$

En consecuencia, la ecuación mecánica (2) se convierte en:

$$M_A + \sum_h M_{mh} = M + M_i + M_a \quad (41)$$

$$\sum_h M_{mh} = (M - M_A) + M_i + M_a = M_s + M_i + M_a \quad (42)$$

Si se aplica el principio de superposición en la expresión (42), esta se descompone en una serie de ecuaciones, una por cada armónico h. Si, además, se desprecia el par amortiguador  $M_a$  y las oscilaciones pendulares son de pequeña amplitud (con  $\delta_d < 20^\circ$ ), la ecuación para cada armónico h es de esta forma:

$$M_{mh \text{ máx}} \sin(h \Omega_1 t - \Psi_h) = K_s \cdot \delta_h + \frac{J}{p} \frac{d^2 \delta_h}{dt^2} \quad (43)$$

Resolviendo esta ecuación diferencial se obtiene que:

$$\delta_{h \text{ máx}} = \frac{M_{mh \text{ máx}}}{\frac{J}{p} h^2 \Omega_1^2 - K_s} \quad (44a)$$

$$\lambda_h = \Psi_h + \pi \rightarrow \delta_h = -\delta_{h \text{ máx}} \sin(h \Omega_1 t - \Psi_h) \quad (44b)$$

La frecuencia forzada para el armónico de orden h es:

$$f_{F h} = \frac{h \Omega_1}{2 \pi} \quad (45)$$

que se denominará simplemente  $f_F$  cuando se trate del armónico fundamental (el de menor orden h).

Comparando las relaciones (27), (44a) y (45) se llega a la siguiente relación:

$$\delta_{h \text{ máx}} = \frac{M_{mh \text{ máx}}}{K_s \left[ \left( \frac{f_{F h}}{f_p} \right)^2 - 1 \right]} = \frac{M_{mh \text{ máx}} f_p^2}{K_s (f_{F h}^2 - f_p^2)} \quad (46)$$

De esta expresión se deduce que si la frecuencia forzada para un armónico de orden h tiene el mismo valor que la frecuencia propia de oscilación; es decir, si:

$$f_{F h} = f_p ; \quad \frac{f_{F h}}{f_p} = 1 \quad (47)$$

UNIVERSIDAD DE CANTABRIA – DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA  
 OSCILACIONES PENDULARES EN MÁQUINAS SÍNCRONAS. ESTABILIDAD DINÁMICA.

la máquina entra en *resonancia* y las oscilaciones se hacen prácticamente infinitas. Esto provoca que la máquina pierda el sincronismo, por lo que esta es una situación a evitar a toda costa en el funcionamiento de una máquina síncrona.

Si no se desprecia el par amortiguador se obtiene que:

$$\delta_{h \text{ máx}} = \frac{M_{mh \text{ máx}}}{h \Omega_1 \sqrt{K_a^2 + \left( \frac{J}{p} h^2 \Omega_1^2 - K_s \right)^2}} \quad (48)$$

El par amortiguador hace que en caso de resonancia las oscilaciones no lleguen a ser tan grandes. Pero aún así, hay que procurar que la máquina síncrona funcione en un estado lo suficientemente alejado de la situación de resonancia. Como las frecuencias forzadas vienen determinadas por el par mecánico, sólo se puede alejar el sistema de la zona de resonancia modificando la frecuencia propia. Para ello se actúa sobre el momento de inercia  $J$  del conjunto de las partes giratorias.

Para estar suficientemente lejos de la condición de resonancia se recomienda que la frecuencia propia  $f_p$  sea, al menos, un 20% menor que la frecuencia forzada  $f_F$  del armónico fundamental. Es decir, se recomienda que se cumpla esta condición:

$$f_p \leq 0,8 \cdot f_F \quad (49)$$

Si se cumple la relación (49) para la frecuencia forzada del armónico fundamental, con mucha mayor razón se cumplirá para los demás armónicos que tienen frecuencias forzadas más altas. Luego, si se verifica la relación (49) para el armónico fundamental se está seguro de que la máquina funciona lo suficientemente lejos de la condición de resonancia para todos los armónicos.

En algunos casos el conseguir que se cumpla la relación (49) exige aumentar mucho el momento de inercia, con el consiguiente encarecimiento del grupo. Entonces recomienda que la frecuencia propia  $f_p$  sea, al menos, un 20% mayor que la frecuencia forzada  $f_F$  del armónico fundamental; pero sin ser mayor del doble de  $f_F$ . Es decir, se recomienda que se cumpla lo siguiente:

$$f_p \geq 1,2 \cdot f_F ; \quad f_p \leq 2 \cdot f_F \quad (50)$$

Esta solución da lugar a oscilaciones mayores que con la condición (49) (en la relación (46) se aprecia que aunque la diferencia, en valor absoluto, entre  $f_F$  y  $f_p$  sea la misma; se obtienen oscilaciones mayores cuanto mayor es  $f_p$ ). Además, habrá que comprobar que, aunque se cumpla la relación (50) para el armónico fundamental, se está suficientemente lejos de la condición de resonancia para los demás armónicos.

Por otra parte, la frecuencia propia  $f_p$  no tiene un valor constante, como ya se constató anteriormente en el apartado sobre las oscilaciones libres. Esto habrá que tenerlo en cuenta cuando se apliquen las condiciones (49) y (50) y utilizar en ellas el máximo o el mínimo valor previsto para  $f_p$ , respectivamente.

## **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] CHAPMAN. 2005. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [2] CORTES CHERTA. 1994. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. 5 tomos*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.
- [3] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.
- [4] FAURE BENITO. 2000. *Máquinas y accionamientos eléctricos*. Madrid: Colegio oficial de ingenieros navales y oceánicos.
- [5] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.
- [6] IEEE. 2002. *IEEE Std. 1110: IEEE Guide for Synchronous Generator Modeling Practices and Applications in Power System Stability Analyses*. Piscataway (USA). IEEE Power Engineering Society.
- [7] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas*. Moscú: Editorial Mir.
- [8] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas*. Moscú: Editorial Mir.
- [9] LANGSDORF. 1968. *Teoría de las máquinas de corriente alterna*. Madrid. Editorial Castillo D.L.
- [10] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2015. *La máquina síncrona funcionando como alternador aislado*. Web del autor en la Universidad de Cantabria:  
<http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Sincrona>
- [11] SANZ FEITO, JAVIER. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Education.
- [12] SARMA, S., MULUKUTLA. 1979. *Synchronous machines*. Nueva York. Gordon and Breach Science Publishers.
- [13] SERRANO IRIBARNEGARAY, L. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.
- [14] SERRANO IRIBARNEGARAY, L. 2001. *Teoría de los fasores espaciales: introducción y aplicaciones industriales*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.
- [15] SUÁREZ CREO, J.M. y MIRANDA BLANCO, B.N. 2006. *Máquinas eléctricas. Funcionamiento en régimen permanente*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, S.L.
- [16] WILDI, T. 2007. *Máquinas eléctricas y sistemas de potencia*. México: Pearson Educación.