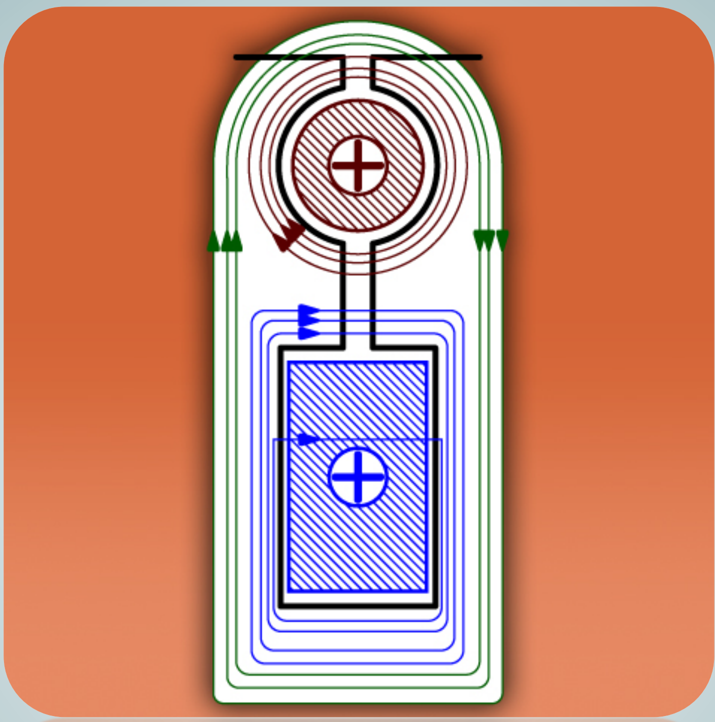
Máquinas Eléctricas II

Tema 3. Máquinas síncronas. Problemas resueltos



Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

PRESENTACIÓN

Esta colección de problemas resueltos está estructurada de forma que ayude al alumno a resolver por sí mismo los problemas propuestos. Por esta causa este texto comienza con los enunciados de todos los problemas, seguidos de sus resultados, y finaliza con la resolución de cada problema según el siguiente esquema:

1) Se da el enunciado del problema.
2) Se muestran los resultados del problema.
3) Se proporcionan unas sugerencias para la resolución del problema.
4) Se expone la resolución detallada del problema.

Se sugiere al alumno que sólo lea el enunciado del problema y que trate de resolverlo por su cuenta. Si lo necesita, puede utilizar las sugerencias que se incluyen en cada problema.

El alumno sólo debería leer la resolución detallada de cada problema después de haber intentado resolverlo por sí mismo.

Por otra parte, este documento está diseñado para que se obtenga un texto impreso bien organizado si decide ahorrar papel imprimiéndolo a tamaño reducido, de forma que se incluyan dos páginas por cada hoja de papel A4 apaisado.

Universidad de Cantabria (España)
Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

Puede encontrar más documentación gratuita en la página web del autor:
http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm

MÁQUINAS SÍNCRONAS

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

ENUNCIADOS DE LOS PROBLEMAS DE MÁQUINAS SÍNCRONAS

ABREVIATURAS Y NOMENCLATURA

f.m.m. = fuerza magnetomotriz
f.e.m. = fuerza electromotriz
p.u. = por unidad. Para expresar magnitudes por unidad (p.u.) se usarán las dos variantes de nomenclatura que se muestran en este ejemplo:

$$V(\text{p.u.}) = 0{,}7; \quad V = 0{,}7 \text{ p.u.}$$

X_s (no sat) = X_d (no sat) = Reactancia síncrona no saturada
X_s (sat) = X_s = X_d = Reactancia síncrona saturada

S.1 LA MÁQUINA SÍNCRONA COMO ALTERNADOR AISLADO: PARÁMETROS, ENSAYOS Y REGULACIÓN (*)

S.1.1 Un alternador trifásico de 390 kVA, 1250 V, 50 Hz y 750 r.p.m. está conectado en triángulo y ha dado los siguientes resultados cuando ha sido ensayado:

Vacío:

I_e(A)	11,5	15	20	23,5	29	33,5
V_0(V)	990	1235	1460	1560	1640	1660

Cortocircuito:

I_e(A)	11,5	15	20	23,5	29	33,5
I_{cortoL}(A)	139	179	242	284	347	400

(valores de línea)

Utilizando un puente de medida de corriente continua se ha medido la resistencia entre cada dos bornes del devanado del estator, que resulta ser de 0,144 Ω. Determinar:

a) La resistencia efectiva por fase si el coeficiente de efecto piel o "skin" es 1,2.

b) La caída de tensión (regulación de tensión) en %, si la carga es igual a la asignada con un factor de potencia es 0,9 inductivo y la corriente de excitación es de 33,5 A. Utilizar el método de Behn-Eschenburg.

c) La corriente de excitación necesaria alimentar con una tensión de 1000 V a un motor asíncrono que está proporcionando una potencia mecánica de 150 kW y que está funcionando con un factor de potencia 0,832 inductivo y con un rendimiento 0,9.

(*) *Los problemas de las secciones S.1 y S.4 (la máquina síncrona como alternador aislado: parámetros, ensayos y regulación) sirven para repasar conceptos estudiados anteriormente en la asignatura "Máquinas Eléctricas I" y no forman parte del contenido de la asignatura "Máquinas Eléctricas II".*

S.1.2 Un turboalternador de 9 MVA, 17321 V, 50 Hz, 2 polos, conexión estrella requiere una corriente de excitación de 150 A para generar la tensión asignada en vacío. Su característica de vacío es la representada en la figura adjunta (curva 1).
En esta máquina se han efectuado unos ensayos, obteniéndose lo siguiente:

Cortocircuito:	$I_L = 270$ A;	$I_e = 94{,}5$ A	
Carga reactiva:	$I_L = 300$ A;	$I_e = 270$ A;	$V_L = 17321$ V

La resistencia del estator es despreciable.

a) Calcular la velocidad de sincronismo y obtener la intensidad de excitación que corresponde a un ensayo de cortocircuito con una corriente de 300 A en el inducido.

b) Dibujar el triángulo de Potier y obtener los valores de la reactancia de dispersión X_σ y de la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathcal{F}_i$.

c) Mediante el método de Potier calcular la f.e.m. de vacío E_0 y el ángulo de par cuando esta máquina alimenta a la tensión asignada una carga de 7,8 MVA con factor de potencia (f.d.p.) 0,8 inductivo.

d) Calcular las reactancias síncronas longitudinal no saturada y saturada para una corriente de excitación de 150 A. Expresar estas reactancias en ohmios y en valores por unidad (p.u.).

S.1.3 Se tiene una máquina síncrona trifásica de 1 MVA, 20000 V, 50 Hz y 20 polos salientes cuya curva de vacío es la número 1 de la figura adjunta. La conexión de las fases del estator es estrella y en vacío es preciso que por el inductor circule una corriente de excitación de 100 A para obtener en bornes del inducido la tensión asignada. La resistencia del inducido es despreciable y la reactancia síncrona transversal, X_q, es igual al 70% de la reactancia síncrona longitudinal no saturada, X_d.
En esta máquina se han efectuado unos ensayos, obteniéndose lo siguiente:

Cortocircuito:	$I_L = 0{,}8\ I_{NL}$	$I_e = 80$ A	
Carga reactiva:	$I_L = I_{NL}$	$I_e = 220$ A	$V_L = V_{NL}$

Calcular:

a) La velocidad de sincronismo, la reactancia de dispersión, X_σ y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido, $\mathcal{F}_i$, a intensidad asignada.

¿Cuál es la intensidad de excitación necesaria para que por el inducido circule la intensidad asignada en el ensayo de cortocircuito?

b) Las reactancias síncronas longitudinales no saturada y saturada para una corriente de excitación de 120 A y la reactancia síncrona transversal X_q.

c) Utilizando el método de Doherty-Nickle determine la f.e.m. de vacío necesaria para que esta máquina alimente a la tensión asignada una carga de 554257 W con factor de potencia 0,8 inductivo. (<u>Para resolver este apartado del problema suponga que las reactancias síncronas longitudinal, X_d, y transversal, X_q, son constantes y valen $X_d = 400\ \Omega$ y $X_q = 280\ \Omega$</u>).

Máquinas síncronas

S.1.4 Un hidroalternador de 15 MVA, 11,6 kV, 50 Hz, trifásico, 12 polos salientes y conexión triángulo tiene la característica de vacío representada en la hoja adjunta (curva 1).

Los ensayos de cortocircuito y de carga reactiva de esta máquina han dado estos resultados:

Ensayo de cortocircuito con corriente de inducido asignada: I_e (p.u.) = 0,8

Ensayo de carga reactiva a corriente y tensión de inducido asignadas: I_e (p.u.) = 2,1

La resistencia del inducido es despreciable y la corriente de excitación que en vacío proporciona la tensión asignada es I_{e0} = 100 A.

a) Dibujar el triángulo de Potier y obtener la reactancia de dispersión X_σ y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_1$.

b) Calcular las reactancias síncronas longitudinal no saturada y saturada cuando la intensidad de excitación vale I_e = 1,4 p.u.

c) Sabiendo que la reactancia síncrona transversal X_q tiene un valor igual a 0,65 veces la reactancia síncrona longitudinal no saturada X_d, calcular el valor de esta reactancia X_q.

d) Suponiendo que la reactancia síncrona longitudinal vale X_d = 0,9 p.u. y la transversal vale X_q = 0,6 p.u., calcular mediante el método de Doherty-Nickle el valor de la f.e.m. de vacío E_0 necesaria para obtener la tensión asignada con la mitad de la carga asignada y factor de potencia 0,8 inductivo. ¿Cuánto vale la corriente de excitación I_e en este caso?

S.1.5 Un alternador síncrono de rotor cilíndrico de 10 MVA, 12000 V, 50 Hz, trifásico, de 2 polos, conexión estrella y resistencia de inducido despreciable tiene una reactancia de dispersión de X_σ = 0,12 p.u. y su característica de vacío es la mostrada en la figura adjunta (curva 1). La corriente de excitación I_{e0} que origina la tensión asignada en vacío es de 150 A. De un ensayo de cortocircuito se obtienen estos datos:

Característica de cortocircuito: I_e = 1,078 p.u.; I_{corto} = 1 p.u.

a) Obtener las reactancias síncronas no saturada y saturada para una corriente inductora igual a I_{e0}. Expresar estas reactancias tanto en p.u. como en Ω.

b) Obtener la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r en voltios y en p.u. cuando la máquina funciona con su tensión asignada y con el 90% de su corriente asignada y factor de potencia 0,8 inductivo ¿Cuáles son los valores de sus correspondientes f.e.m. E_{rc} sobre la recta de entrehierro y factor de saturación k_{sr}?

c) Usando el análisis lineal mejorado obtener para el estado de carga del apartado anterior la reactancia síncrona con saturación constante X_{sb}, las f.e.m.s de vacío E_{0b} (sobre la recta de saturación constante) y E_{0c} (sobre la recta de entrehierro) y el ángulo de par δ.

d) ¿Cuál es el valor (en p.u. y en A) de la corriente de excitación I_e correspondiente a los resultados del apartado anterior? ¿Y de la f.e.m. de vacío E_0 (en p.u. y en V)?

e) Utilizando ahora el método A.S.A. vuelva a obtener la corriente de excitación I_e (en p.u. y en A), la f.e.m. de vacío E_0 (en p.u. y en V) y el ángulo de par δ para el estado de carga del apartado b).

S.2 ACOPLAMIENTO EN PARALELO Y EN RED DE POTENCIA INFINITA

S.2.1 Se tiene un alternador síncrono trifásico de rotor liso, conexión estrella, 4 polos, 575 MVA, 20 kV, 50 Hz, resistencia del estator despreciable, reactancia síncrona X_s (p.u.) = X_d (p.u.) = 1,76.

Este alternador se acopla en paralelo con otro de iguales características y juntos alimentan a la tensión asignada una carga de 800 MW y factor de potencia 0,8 inductivo.

Se ajustan los reguladores de potencia de los motores primarios y los reguladores de excitación de los alternadores de forma que las dos máquinas se repartan por igual las potencias activa y reactiva. Calcular:

a) La f.e.m. de vacío E_0, por fase, que corresponde a la excitación ajustada.

b) El ángulo de par de los alternadores.

Ahora se incrementa la excitación de uno de los alternadores, manteniendo la misma carga, hasta un valor tal que haga su f.e.m. E_0 un 20% superior a la calculada anteriormente y se reduce a la vez la excitación del otro para no modificar la tensión asignada en bornes. El reparto de potencias activas sigue siendo al 50% entre ambos generadores. Calcular en estas nuevas condiciones:

c) Las potencias activa y reactiva de cada máquina.

d) La corriente y el f.d.p. (factor de potencia) de las mismas.

e) La f.e.m. de vacío y el ángulo de par respectivo.

S.2.2 En el problema S.2.1, partiendo de la situación de reparto por igual de las potencias activas y reactivas entre los dos generadores cuando alimentan la carga de 800 MW y factor de potencia 0,8 inductivo, se cambia el ajuste del regulador de potencia de uno de ellos de forma que este suministra el 60% de la potencia total. Por otra parte, se ajusta el regulador de la excitación del otro alternador para que la tensión en bornes siga siendo la asignada. En esta nueva situación calcular:

a) Las potencias activa y reactiva de cada máquina.

b) La corriente y el factor de potencia de las mismas.

c) La f.e.m. de vacío y el ángulo de par respectivo.

S.2.3 Si el alternador del problema S.1.2 (conexión estrella, V_{NL} = 17321 V, I_{e0} = 150 A) se acopla a una red de potencia infinita de 17321 V y 50 Hz ¿cuál será la máxima potencia activa que puede suministrar este generador cuando su intensidad de excitación es de 226 A y su reactancia síncrona es la saturada obtenida en el apartado d) del problema S.1.2 (X_s = 23,33 Ω)?

S.2.4 Si el alternador del problema S.1.3 (conexión estrella, V_{NL} = 20000 V, f = 50 Hz, 2p = 20 polos, I_{e0} = 100 A) se acopla a una red de potencia infinita de 20000 V y 50 Hz ¿cuál será el máximo par que demandará esta máquina si su intensidad de excitación es de 120 A y su reactancia síncrona longitudinal es X_d = 400 Ω? (Despréciese el par de reluctancia).

Máquinas síncronas

S.2.5 Un turboalternador síncrono de 10 MVA, 10 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene la resistencia de las fases del estator despreciable y se puede suponer que funciona con una reactancia síncrona constante de 8 Ω.

Este alternador tiene conectado como única carga un motor síncrono de 7 MVA, 10 kV, 50 Hz y conexión estrella, cuya reactancia síncrona se puede considerar constante y vale 13 Ω y cuya resistencia es despreciable.

a) Calcular las f.e.m.s de vacío, las corrientes del inducido y los factores de potencia de ambas máquinas cuando el motor está alimentado a su tensión asignada y proporciona una potencia mecánica de 6000 C.V. siendo su ángulo de par igual a 22°.

b) Calcular la máxima potencia que puede proporcionar el alternador al motor si ambos mantienen constantes sus respectivas corrientes de excitación y sus reactancias síncronas, siendo sus valores iguales a los correspondientes a la pregunta anterior.

c) Estando funcionando las dos máquinas en la situación descrita en la pregunta anterior; es decir, proporcionando la máxima potencia ¿cuáles son los valores de las corrientes y de las tensiones de fase y de línea y del factor de potencia? ¿cuáles son los ángulos de par de ambas máquinas?

S.2.6 Un turboalternador síncrono de 3 MVA, 12 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene la resistencia de las fases del estator despreciable y se puede suponer que funciona con una reactancia síncrona constante de 50 Ω.

Este alternador se acopla en paralelo con otro de iguales características y juntos alimentan una carga de 5 MVA con factor de potencia 0,8 inductivo. Los reguladores de estas máquinas se ajustan de forma que la carga esté siempre a la tensión y frecuencia asignadas y para que el reparto de potencias activa y reactiva de los alternadores sea:

Alternador **1**: 60% de la potencia activa y 30% de la potencia reactiva
Alternador **2**: 40% de la potencia activa y 70% de la potencia reactiva

En estas circunstancias calcular para cada alternador:

a) El valor de la reactancia síncrona expresado en por unidad (p.u.).

b) El factor de potencia y la corriente (expresada en amperios y en p.u.)

c) El ángulo de par y la f.e.m. fase-fase de vacío (expresada en voltios y en p.u.)

d) Las potencias activa y reactiva (expresarlas también en p.u.)

S.3 CORTOCIRCUITOS

S.3.1 Un alternador síncrono de 5 MVA, 6000 V y 50 Hz está conectado en estrella, la resistencia de las fases es despreciable y tiene estos parámetros, expresados en valores por unidad:

X_s (p.u.) = X_d (p.u.) = 1,4 $\qquad$ X'_d (p.u.) = 0,45 $\qquad$ X''_d (p.u.) = 0,2

Calcular las corrientes permanente, transitoria y subtransitoria de cortocircuito si:

a) El cortocircuito se produce en bornes de la máquina estando esta previamente en vacío a la tensión asignada.

b) El cortocircuito se produce en bornes de la máquina estando esta previamente funcionando a 1/3 de la carga asignada con factor de potencia 0,9 inductivo y con la tensión asignada en bornes.

c) El cortocircuito se produce al final de la línea que conecta el alternador con la red, estando la máquina previamente funcionando a 1/3 de la carga asignada con factor de potencia 0,9 inductivo y con la tensión asignada al final de la línea (en bornes de la carga). Cada fase de esta línea tiene una resistencia despreciable y una reactancia de 1 Ω.

S.3.2 Un turboalternador síncrono de 250 MVA, 20 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene las fases del estator con resistencia despreciable. Para obtener la tensión asignada en vacío se necesita una corriente de excitación I_{e0} = 300 A a la que corresponde una reactancia síncrona saturada X_s (sat) = X_s = X_d = 1,3 Ω..

En este alternador se ha provocado un cortocircuito trifásico brusco estando previamente funcionando en vacío a la tensión asignada y se han registrado los oscilogramas de las corrientes del estator. De ellos se obtiene que

I''_d = 72000 A; $\qquad$ I'_d = 36100 A; $\qquad$ T''_d = 0,05 s.; $\qquad$ T'_d = 1,2 s

Calcular:

a) Las reactancias transitoria y subtransitoria X'_d y X''_d.

b) La corriente permanente de cortocircuito.

c) La intensidad de choque.

d) El valor eficaz de la corriente transitoria de cortocircuito al cabo de 0,1 segundos si para entonces se ha anulado la componente unidireccional.

e) Las corrientes transitoria y subtransitoria de otro cortocircuito trifásico en el que, justo antes de producirse, la máquina alimentaba a la tensión asignada a una carga puramente inductiva de 125 Mvar conectada a la máquina asíncrona a través de una línea cuyas fases tienen una resistencia nula y una reactancia igual a 0,1 Ω. El cortocircuito se produce en bornes de la carga; esto es, al final de la línea.

S.4 PROBLEMAS NO RESUELTOS DE LA MÁQUINA SÍNCRONA COMO ALTERNADOR AISLADO: PARÁMETROS, ENSAYOS Y REGULACIÓN [(*)]

S.4.1 Un alternador síncrono de 12,5 MVA, 11 kV, 50 Hz, trifásico, de 2 polos, conexión estrella y resistencia de inducido despreciable tiene la característica de vacío representada en la figura adjunta (curva 1). La corriente de excitación que en vacío origina la tensión asignada en el inducido es I_{e0} = 100 A.

Los ensayos de cortocircuito y de carga reactiva han dado estos resultados:

Ensayo de cortocircuito: $I_{cortoL} = I_{NL}$; I_e = 111 A
Ensayo de carga reactiva: $I = I_{NL}$; $V_L = V_{NL}$; I_e = 224 A

a) Dibujar el triángulo de Potier y obtener la reactancia de dispersión X_σ (suponerla igual a la reactancia de Potier) y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ cuando circula la corriente asignada por las fases del inducido.

b) Mediante el método de Potier determinar la regulación de este alternador cuando funciona en condiciones asignadas con un factor de potencia 0,8 inductivo.

c) Calcular las reactancias síncronas no saturada y saturada para una corriente de excitación igual a I_{e0} ($I_e = I_{e0}$), la velocidad de sincronismo n_1 y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ cuando la corriente en el inducido es 421 A.

S.4.2 Se tiene un *alternador síncrono* de polos salientes 6,3 MVA, 12 124 V, 50 Hz, trifásico, de 10 polos, conexión estrella y resistencia de inducido despreciable. Se sabe que la intensidad de excitación que origina la tensión asignada en vacío es I_{e0} = 80 A. De un ensayo de cortocircuito se sabe que una corriente de excitación de 84 A provoca una corriente de inducido durante un cortocircuito igual a la intensidad asignada.

a) Determinar los valores en ohmios y en por unidad (p.u.) de la reactancia síncrona longitudinal saturada X_d cuando la corriente de excitación es I_{e0} y de la reactancia transversal X_q, si se sabe que la relación entre estas dos reactancias es $X_q/X_d = 0{,}8$.

Para los siguientes apartados del problema se supondrá que los valores de las reactancias síncronas de esta máquina son $X_d = 20\ \Omega$ y $X_q = 16\ \Omega$.

Ahora la máquina está alimentando a la tensión asignada a una carga que demanda 4,2 MW con un factor de potencia 1. Calcular en este estado:

b) El ángulo de par δ.

c) Las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) en vacío de fase E_0 y de línea E_{0L} en voltios y en por unidad (p.u.).

S.4.3 Un turboalternador síncrono de 20 kV, 575 MVA, 50 Hz y conexión estrella necesita una corriente de excitación de 1140 A para producir la tensión asignada en vacío. Su velocidad de sincronismo es de 1500 r.p.m. La resistencia de las fases del estator es despreciable y la característica de vacío, expresada en valores por unidad, se corresponde con la curva 1 representada en la hoja adjunta.

En esta máquina se han efectuado sendos ensayos de carga reactiva y de cortocircuito a intensidad asignada, obteniéndose los siguientes resultados:

Carga reactiva:	$V_L = V_{NL}$	$I_L = I_{NL}$	$I_e = 3\,788$ A
Cortocircuito:	$I_L = I_{NL}$	$I_e = 1\,876$ A	

a) Dibujar el triángulo de Potier y calcular la reactancia de dispersión X_σ (suponerla igual a la reactancia de Potier) y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathcal{F}_i$ cuando la corriente es la asignada.

b) Utilizando el método de Potier determinar la intensidad de excitación necesaria para obtener la tensión asignada en bornes de la máquina cuando esta alimenta la mitad de la carga asignada con un factor de potencia 0,8 inductivo.

c) Calcular la reactancia síncrona saturada correspondiente a la situación del apartado b). Calcular también la reactancia síncrona no saturada.

d) Resuelva el apartado b) empleando ahora el análisis lineal mejorado.

S.4.4 Un alternador síncrono de rotor cilíndrico de 5 MVA, 12450 V, **60 Hz**, trifásico, de 2 polos, conexión estrella y resistencia de inducido despreciable tiene una reactancia de dispersión de X_σ = 3,1 Ω y una reactancia síncrona no saturada de X_s(no sat) = 34,1 Ω.

a) Calcular la velocidad de sincronismo n_1 y expresar las reactancias de dispersión X_σ y síncrona no saturada X_s(no sat) en valores por unidad (p.u.).

b) Obtener la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r en voltios y en por unidad (p.u.) cuando la máquina funciona con su corriente asignada y factor de potencia 0,9 inductivo.

c) Cuando la máquina funciona con la carga del apartado anterior su factor de saturación para la f.e.m. E_r es k_{sr} = 1,07. Usando el análisis lineal mejorado obtenga para este estado la reactancia síncrona X_{sb} y las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío E_{0b} (sobre la recta de saturación constante) y E_{0c} (sobre la recta del entrehierro).

d) Si el factor de saturación para la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 vale k_{se} = 1,394, calcule las f.e.m.s de vacío real E_0 e ideal no saturada (sobre la recta de entrehierro) E_{0c} empleando el método de Behn-Eschenburg con la reactancia síncrona saturada X_s correspondiente.

e) Calcular la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante no saturada E_{rc} y la f.e.m. de vacío no saturada E_{0c} utilizando el método de Behn-Eschenburg con la reactancia síncrona no saturada X_s(no sat).

S.4.5 Un turboalternador síncrono de 3 MVA, 12000 V, 50 Hz, 2 polos y conexión estrella tiene la curva de vacío representada por la curva 1 en la hoja adjunta. La corriente de excitación que en vacío proporciona la tensión asignada vale I_{e0} = 50 A y la resistencia del estator es despreciable.

En este alternador se han realizado unos ensayos, obteniéndose los siguientes resultados:

Ensayo de cortocircuito con corriente de inducido asignada: I_e = 50 A.
Ensayo de carga reactiva a intensidad y tensión de inducido asignadas: I_e = 110 A.

a) Dibujar el triángulo de Potier y obtener la reactancia de dispersión X_σ (suponerla igual a la reactancia de Potier) y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_1$ para la corriente asignada.

b) Calcular la reactancia síncrona saturada para I_{e0} y la no saturada.

c) Calcular mediante el método ASA la corriente de excitación I_e necesaria para alimentar a la tensión asignada a una carga que consume el 75% de la potencia asignada con un factor de potencia 0,8 inductivo. Calcular también el ángulo de par δ en estas condiciones.

S.5 PROBLEMAS NO RESUELTOS DE ACOPLAMIENTO EN PARALELO Y EN RED DE POTENCIA INFINITA Y CORTOCIRCUITOS

S.5.1 Se tiene un alternador síncrono trifásico de rotor cilíndrico, 1800 r.p.m., 1 MVA, 3000 V y **60 Hz**, conectado en estrella, su reactancia síncrona (X_s) vale 10 Ω y la resistencia de las fases del estator es despreciable.

a) Estando este alternador funcionando en vacío a la tensión asignada se produce un cortocircuito trifásico en bornes del inducido. La corriente subtransitoria (I''_d) de este cortocircuito vale 9,1 p.u. (por unidad).

Calcular la corriente de choque (I_{ch}) de este cortocircuito en amperios, la reactancia subtransitoria (X''_d) en Ω y el número de polos de la máquina.

b) Ahora este alternador se conecta a una red de potencia infinita de 3000 V y 60 Hz y se ajusta su corriente de excitación para que la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío entre fases sea E_{0L} = 4900 V. Seguidamente se actúa sobre el regulador de potencia para que proporcione la máxima potencia activa.

En estas condiciones calcular: el ángulo de par (δ), la corriente de línea (I_L), el factor de potencia (cos φ), las potencias activa (P) y reactiva (Q) y el par (M) de la máquina.

S.5.2 Una máquina síncrona trifásica de rotor cilíndrico, resistencia de las fases del estator despreciable, 5 MVA, 12000 V, 50 Hz y 4 polos está conectada en estrella y tiene estos parámetros:

X_s(p.u.) = 0,9; X'_d(p.u.) = 0,6; X''_d(p.u.) = 0,25; T'_d = 1 s; T''_d = 0,02 s

a) Estando esta máquina funcionando en vacío y proporcionando su tensión asignada se produce un cortocircuito trifásico en bornes del estator. Calcular el valor eficaz de la componente alterna de la corriente de cortocircuito a 0,1 s de haber comenzado este.

b) Este alternador se acopla a una red de potencia infinita de 12000 V y 50 Hz y se le regula para que suministre 3 MW y 2,25 Mvar. Calcule la corriente I, el factor de potencia cos φ, la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0, el ángulo de par δ y el par M de la máquina en estas condiciones.

c) Ahora este alternador sigue conectado a la misma red de potencia infinita que en el apartado anterior y se le regula para que su fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío sea 1,6 p.u. ¿Cuál será la máxima potencia activa que podrá suministrar la máquina en estas condiciones?

Máquinas síncronas

S.5.3 Se tiene un alternador síncrono trifásico de rotor cilíndrico, 2 polos, 2000 kVA, 50 Hz y 10000 V, conectado en estrella y la resistencia de las fases del estator es despreciable. Sus reactancias síncrona, transitoria y subtransitoria son $X_s = 60\ \Omega$, $X'_d = 0{,}18$ p.u. y $X''_d = 0{,}11$ p.u., respectivamente. Este alternador inicialmente funciona aislado alimentando una carga a través de una línea que equivale a una reactancia inductiva de $X_L = 0{,}05$ p.u.

a) Calcular, tanto en amperios como en por unidad (p.u.), las corrientes permanente, transitoria, subtransitoria y de choque si, estando el alternador funcionando previamente en vacío y proporcionando la tensión asignada, se produce un cortocircuito trifásico al final de la línea.

Ahora este alternador se conecta directamente (sin línea de por medio) a una red de potencia infinita de 10000 V y 50 Hz. Se regula su corriente de excitación de forma que la máxima potencia que puede proporcionar este generador va a ser 2,63 MW. Calcular en estas condiciones:

b) La fuerza electromotriz (f.e.m.) de línea en vacío E_{0L} y el ángulo de par δ.

c) La corriente de línea y el factor de potencia (indicar si es inductivo o capacitivo).

d) El par y la potencia reactiva.

S.5.4 Un alternador síncrono trifásico de 1 MVA, 6000 V, 50 Hz y conexión estrella tiene los siguientes parámetros:

$$X_d\ (\text{p.u.}) = 1{,}2; \quad X'_d\ (\text{p.u.}) = 0{,}18; \quad X''_d\ (\text{p.u.}) = 0{,}12; \quad T'_d = 0{,}5\ \text{s}; \quad T''_d = 0{,}06\ \text{s}$$

Cuando esta máquina estaba alimentando a la tensión asignada una carga igual al 80% de la asignada con un factor de potencia 0,8 inductivo, se produjo un cortocircuito trifásico en bornes de la máquina. Calcular:

a) Las corrientes permanente, transitoria, subtransitoria y de choque en el cortocircuito.

b) El valor eficaz de la componente alterna de la corriente de cortocircuito al cabo de 0,15 segundos de iniciado este.

S.5.5 Se tiene un alternador síncrono trifásico de rotor cilíndrico, 16 MVA y 20000 V, conectado en estrella y la resistencia de las fases del estator es despreciable. Sus reactancias síncrona, transitoria y subtransitoria son $X_s = 1{,}36$ p.u., $X'_d = 0{,}4$ p.u. y $X''_d = 0{,}32$ p.u., respectivamente.

a) Calcular las corrientes permanente, transitoria, subtransitoria y de choque si se produce un cortocircuito trifásico en bornes del estator estando el alternador funcionando previamente en condiciones asignadas y con factor de potencia unidad.

Este alternador se conecta en paralelo con otro de iguales características y juntos alimentan a la tensión asignada una carga de 20 MW y factor de potencia 0,8 inductivo. El alternador A suministra el 60% de la potencia activa total con un factor de potencia 0,9 inductivo.

Calcular:

b) Las corrientes de fase y de línea y los factores de potencia de cada alternador.

c) Las f.e.m.s de vacío de fase y de línea y los ángulos de par de cada alternador.

S.5.6 Un alternador síncrono de rotor cilíndrico, 3 MVA, 12 kV, factor de potencia asignado 0,9 inductivo y 50 Hz está conectado en estrella, la resistencia de las fases de su estator es despreciable y tiene estos parámetros:

$X_s = 1{,}1$ p.u. $\qquad X'_d = 0{,}25$ p.u. $\qquad X''_d = 0{,}15$ p.u.

Estando funcionando en condiciones asignadas se produce un cortocircuito trifásico en bornes del estator:

a) Calcular las corrientes permanente, transitoria, subtransitoria y de choque en este cortocircuito.

Ahora este alternador se acopla en paralelo con otro de iguales características y juntos alimentan a la tensión asignada una carga que consume 5 MVA con factor de potencia 0,8 inductivo. Los reguladores de estos alternadores están ajustados para que la carga siempre esté sometida a la tensión y frecuencia asignadas, el reparto de potencias activas sea de 65% para el alternador A y 35% para el B y la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío del alternador B sea $E_{0L} = 27020$ V (f.e.m. fase-fase).

En estas condiciones calcular para cada alternador:

b) Fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío y ángulo de par.

c) Corriente y factor de potencia.

d) Potencias activa y reactiva.

S.5.7 Un alternador síncrono de rotor cilíndrico, 1 MVA, 6000 V y 50 Hz está conectado en **estrella**, la resistencia de las fases de su estator es despreciable y tiene estos parámetros: $X_s = 43{,}2\ \Omega$; $X'_d = 0{,}2$ p.u. y $X''_d = 0{,}15$ p.u.

a) Calcular las corrientes permanente, transitoria, subtransitoria y de choque cuando se produce un cortocircuito trifásico en bornes del estator estando la máquina previamente alimentando a la tensión asignada una carga que consume una corriente igual a 0,8 p.u. con factor de potencia unidad.

Ahora este alternador se acopla en paralelo con otro de 6000 V y reactancia síncrona de 32 Ω y juntos alimentan a la tensión asignada a una carga que consume 1,5 MVA con factor de potencia 0,8 inductivo. El primero de los alternadores tiene ajustados sus reguladores para que tenga una fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío igual a 1,5 p.u. y suministre el 60% de la potencia activa total. El otro alternador tiene sus reguladores ajustados de forma que haya la tensión asignada en bornes del estator.

En estas condiciones calcular para cada alternador:

b) Fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío y ángulo de par.

c) Corriente y factor de potencia.

d) Potencias activa y reactiva.

S.5.8 Se tiene un turboalternador síncrono de 20 kV, 575 MVA, 50 Hz y resistencia de las fases del estator despreciable.

a) Este alternador se acopla en paralelo con otro de iguales características y ambos alimentan a la tensión asignada una carga de 500 MW con factor de potencia 0,8 inductivo. Se puede aceptar que la reactancia síncrona de estos alternadores va a ser constante e igual a 0,869 Ω. Inicialmente se ajustan los reguladores para que ambos alternadores se repartan por igual las potencias activas y reactivas de la carga. Después, sin modificar la carga, se reduce la potencia de uno de los alternadores en un 20% manteniendo invariable su corriente de excitación. A la vez se actúa sobre la excitación del otro para que la tensión en bornes no varíe. Calcular los nuevos valores de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío, la corriente, el factor de potencia y el ángulo de par de cada alternador.

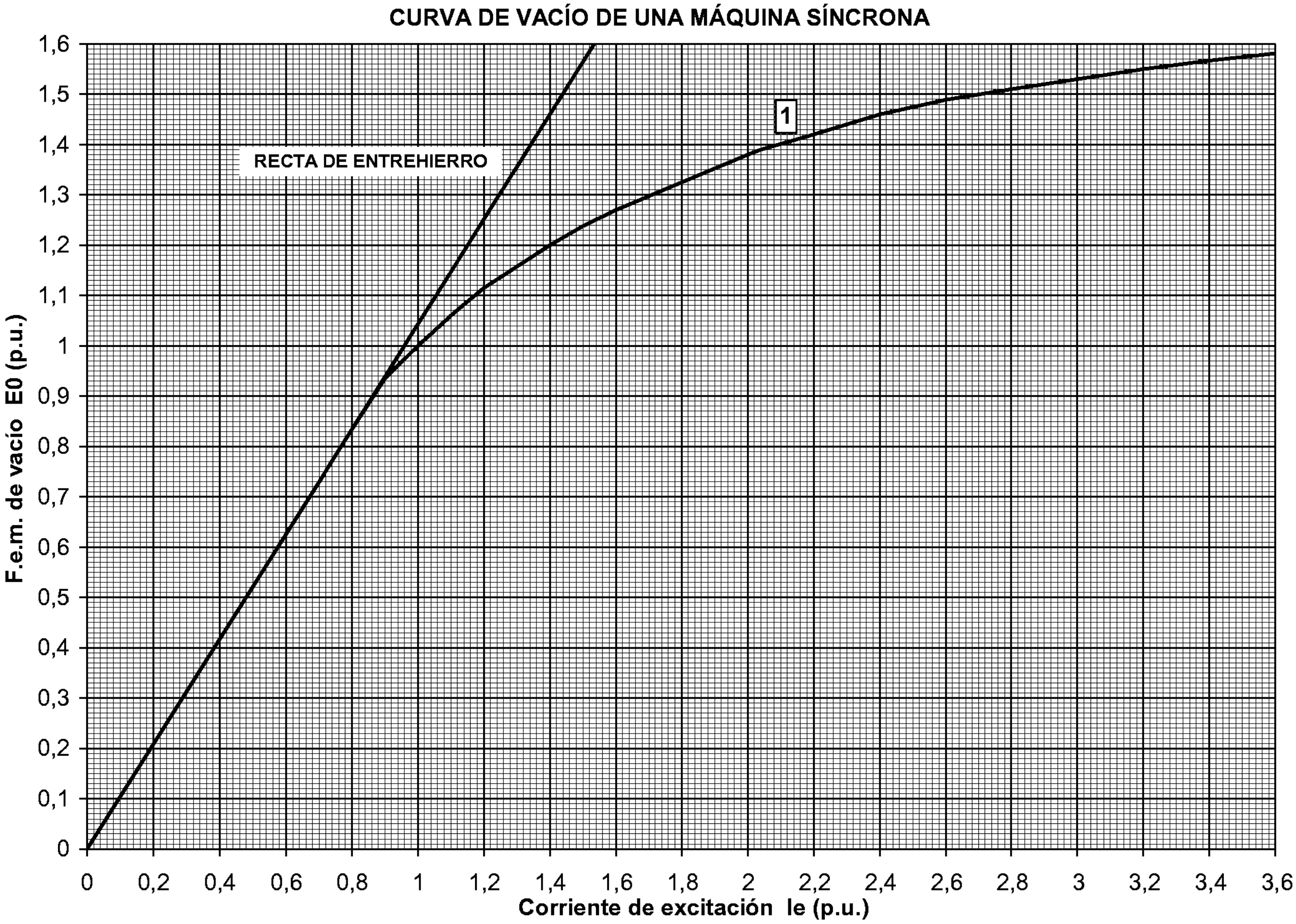
b) El conjunto de estos dos alternadores en paralelo con la misma carga que en el apartado anterior vuelve a la situación de igualdad de potencias activas y reactivas. Seguidamente, sin modificar el reparto de las potencias activas entre ambas máquinas, se reduce la excitación de una de ellas de forma que su f.e.m. de vacío disminuye en un 20%, mientras que se modifica la excitación de la otra para que se siga manteniendo la tensión asignada. Calcular los nuevos valores de la f.e.m. de vacío, la corriente, el factor de potencia y el ángulo de par de cada alternador.

c) Si ahora uno de estos alternadores se lo acopla a una red de potencia infinita de 20 kV y 50 Hz, su excitación se mantiene constante de forma que la f.e.m. de fase en vacío E_0 sea 15000 V y su reactancia síncrona se pueda suponer constante e igual a 0,869 Ω; calcular la máxima potencia que puede proporcionar.

(*) AVISO PARA LOS ALUMNOS DE MÁQUINAS ELÉCTRICAS II

Los problemas de las secciones S.1 y S.4 (la máquina síncrona como generador aislado: parámetros, ensayos y regulación) sirven para repasar conceptos estudiados anteriormente en la asignatura “Máquinas Eléctricas I” y no forman parte del contenido de la asignatura “Máquinas Eléctricas II”.

Curva de vacío para los problemas S.1.2, S.1.3, S.1.4 y S.1.5



RESULTADOS DE LOS PROBLEMAS DE MÁQUINAS SÍNCRONAS

S.1 LA MÁQUINA SÍNCRONA COMO ALTERNADOR AISLADO: PARÁMETROS, ENSAYOS Y REGULACIÓN

Problema S.1.1:

a) $R = 0{,}259\ \Omega$

b) $\varepsilon = 41{,}4\ \%$

c) $I_e = 21{,}2$ A

Problema S.1.2:

a) $n_1 = 3000$ r.p.m.; $I_e = 105$ A

b) $X_\sigma = 4\ \Omega$; $\mathscr{F}_i = 90$ A si $I = 300$ A

c) $E_0 = 12400$ V; $E_{0L} = 21477$ V; $\delta = 19{,}5°$

d) X_s (no sat) $= 24{,}5\ \Omega$ ($= 0{,}735$ p.u.);
$X_s = X_s$ (sat) $= 23{,}33\ \Omega$ ($= 0{,}7$ p.u.) para $I_e = 150$ A

Problema S.1.3:

a) $n_1 = 300$ r.p.m.; $X_\sigma = 80\ \Omega$; $\mathscr{F}_i = 80$ A si $I = I_N$; $I_e = 100$ A

b) X_d (no sat) $= 416\ \Omega$; $X_d = X_d$ (sat) $= 382{,}7\ \Omega$; $X_q = 291{,}2\ \Omega$

c) $E_0 = 17466$ V; $E_{0L} = 30252$ V

Problema S.1.4:

a) $X_\sigma = 6{,}59\ \Omega$; $\mathscr{F}_i = 56$ A si $I = I_N$

b) X_d (no sat) $= 22{,}33\ \Omega$; $X_d = X_d$ (sat) $= 18{,}57\ \Omega$ si I_e(p.u.) $= 1{,}4$

c) $X_q = 14{,}53\ \Omega$

d) $E_0 = E_{0L} = 15312$ V; $I_e = 178$ A

Problema S.1.5:

a) X_s (no sat) $= 1{,}12$ p.u. $= 16{,}1\ \Omega$; $X_s = X_s$ (sat) $= 1{,}078$ p.u. $= 15{,}5\ \Omega$

b) $E_r = 1{,}071$ p.u. $= 7420$ V; $E_{rL} = 12852$ V; $E_{rc} = 1{,}16$ p.u. $= 8036$ V; $E_{rcL} = 13920$ V;
$k_{sr} = 1{,}08$

c) $X_{sb} = 1{,}046$ p.u. $= 15{,}06\ \Omega$; $E_{0b} = 1{,}73$ p.u. $= 11985$ V; $E_{0bL} = 20760$ V;
$E_{0c} = 1{,}868$ p.u. $= 12942$ V; $E_{0cL} = 22416$ V; $\delta = 25{,}16°$

d) $I_e = 1{,}793$ p.u. $= 269$ A; $E_0 = 1{,}32$ p.u. $= 9145$ V; $E_{0L} = 15840$ V

e) $I_e = 1{,}806$ p.u. $= 271$ A; $E_0 = 1{,}33$ p.u. $= 9214$ V; $E_{0L} = 15960$ V; $\delta = 26{,}71°$

S.2 ACOPLAMIENTO EN PARALELO Y EN RED DE POTENCIA INFINITA

Problema S.2.1:

a) $E_{01} = E_{02} = 26273$ V; $E_{0L1} = E_{0L2} = 45506$ V

b) $\delta_1 = \delta_2 = 32{,}55°$

c) $P'_1 = P'_2 = 400$ MW; $Q'_1 = 470{,}8$ Mvar; $Q'_2 = 129{,}2$ Mvar

d) $I'_1 = I'_{1L} = 17834$ A; $I'_2 = I'_{2L} = 12135$ A; $\cos \varphi'_1 = 0{,}647$; $\cos \varphi'_2 = 0{,}952$

e) $E'_{01} = 31528$ V, $E'_{02} = 21433$ V; $E'_{01L} = 54608$ V; $E'_{02L} = 37123$ V;
$\delta'_1 = 26{,}63°$; $\delta'_2 = 41{,}26°$

Problema S.2.2:

a) $P''_1 = 480$ MW; $P''_2 = 320$ MW; $Q''_1 = 241$ Mvar: $Q''_2 = 359$ Mvar

b) $I''_1 = I''_{1L} = 15506$ A; $I''_2 = I''_{2L} = 13882$ A; $\cos \varphi''_1 = 0{,}8937$; $\cos \varphi''_2 = 0{,}6654$

c) $E''_{01} = 26273$ V, $E''_{02} = 26739$ V; $E''_{01L} = 45506$ V, $E''_{02L} = 46312$ V;
$\delta''_1 = 40{,}21°$; $\delta''_2 = 25{,}01°$

Problema S.2.3:

$P_{máx} = 15945135$ W = 15,9 MW

Problema S.2.4:

$M_{máx} = 35350$ Nm

Problema S.2.5:

a) $I_L = I = 316$ A; $\cos \varphi = 0{,}81$ capacitivo (son valores comunes para el alternador y para el motor)
<u>Motor</u>: $E_{0m} = 8848$ V; $E_{0mL} = 15325$ V
<u>Alternador</u>: $E_0 = 4739$ V; $E_{0L} = 8208$ V

b) $P_{máx} = 5{,}99$ MW

c) $I_L = I = 478$ A; $V = 4469$ V; $V_L = 7741$ V; $\cos \varphi = 0{,}81$ capacitivo (todos estos valores son comunes para el alternador y para el motor);
$\delta = 48{,}96$; $\delta_m = 41{,}04$

Problema S.2.6:

a) X_{s1}(p.u.) = X_{s2}(p.u.) = 1,04

b) $\cos \varphi_1 = 0{,}936$; $\cos \varphi_2 = 0{,}606$; $I_1 = 123$ A (= 0,857 p.u.); $I_2 = 127$ A (= 0,882 p.u.)

c) $\delta_1 = 32{,}42°$; $\delta_2 = 17{,}81°$; $E_{01L} = 18659$ V (= 1,55 p.u.); $E_{02L} = 18327$ V (= 1,53 p.u.)

d) $P_1 = 2{,}4$ MW (= 0,8 p.u.); $P_2 = 1{,}6$ MW (= 0,53 p.u.);
$Q_1 = 0{,}9$ Mvar (= 0,3 p.u.); $Q_2 = 2{,}1$ Mvar (= 0,7 p.u.)

S.3 CORTOCIRCUITOS

Problema S.3.1:

a) I_{ccp} = 343 A (= 0,714 p.u.); I'_d = 1068 A (= 2,22 p.u.); I''_d = 2405 A (= 5 p.u.)

b) I_{ccp} = 443 A (= 0,921 p.u.); I'_d = 1150 A (= 2,39 p.u.); I''_d = 2480 A (= 5,155 p.u.)

c) I_{ccp} = 409 A (= 0,851 p.u.); I'_d = 899 A (= 1,87 p.u.); I''_d = 1496 A (= 3,11 p.u.)

Problema S.3.2:

a) $X'_d = 0{,}32\ \Omega$; $X''_d = 0{,}16\ \Omega$

b) I_{ccp} = 8882 A

c) I_{ch} = 180000 A

d) I_{cc} = 38783 A

e) I'_d = 31101 A; I''_d = 48019 A

S.4 PROBLEMAS NO RESUELTOS DE LA MÁQUINA SÍNCRONA COMO ALTERNADOR AISLADO: PARÁMETROS, ENSAYOS Y REGULACIÓN (*)

Problema S.4.1:

a) $X_\sigma = 0{,}15$ p.u. $= 1{,}45\ \Omega$; $\mathcal{F}_i = 0{,}95$ p.u. $= 95$ A (si $I = I_N$)

b) $\varepsilon = 36{,}5\%$

c) X_s (no sat) $= 1{,}16$ p.u. $= 11{,}19\ \Omega$; $X_s = X_s$ (sat) $= 1{,}11$ p.u. $= 10{,}76\ \Omega$;
$n_1 = 3000$ r.p.m.; $\mathcal{F}_i = 0{,}61$ p.u. $= 61$ A

Problema S.4.2:

a) $X_d = 1{,}05$ p.u. $= 24{,}5\ \Omega$; $X_q = 0{,}84$ p.u. $= 19{,}6\ \Omega$

b) $\delta = 24{,}57°$

c) E_0(p.u.) $= 1{,}147$; $E_0 = 8030$ V, $E_{0L} = 13909$ V

Problema S.4.3:

a) $X_\sigma = 0{,}38$ p.u. $= 0{,}264\ \Omega$; $\mathcal{F}_i = 1{,}31$ p.u. $= 1493$ A

b) $I_e = 1{,}74$ p.u. $= 1982$ A

c) X_s (no sat) $= 1{,}72$ p.u. $= 1{,}20\ \Omega$; $X_s = X_s$ (sat) $= 1{,}25$ p.u. $= 0{,}87\ \Omega$

d) $I_e = 1{,}73$ p.u. $= 1972$ A

Problema S.4.4:

a) $n_1 = 3600$ r.p.m.; $X_\sigma = 0{,}1$ p.u.; X_s (no sat) $= 1{,}1$ p.u.

b) $E_r = 7529$ V $= 1{,}047$ p.u.

c) $E_{0b} = 12390$ V $= 1{,}72$ p.u.; $E_{0c} = 13258$ V $= 1{,}85$ p.u.; $X_{sb} = 32{,}1\ \Omega = 1{,}04$ p.u.

d) $E_0 = 10925$ V $= 1{,}52$ p.u.; $E_{0c} = 15229$ V $= 2{,}12$ p.u.

e) $E_{rc} = 8057$ V $= 1{,}12$ p.u.; $E_{0c} = 12794$ V $= 1{,}78$ p.u.

Problema S.4.5:

a) $X_\sigma = 0{,}2$ p.u. $= 9{,}6\ \Omega$; $\mathcal{F}_i = 0{,}8$ p.u. $= 40$ A

b) $X_s = X_s$ (sat) $= 1$ p.u. $= 48\ \Omega$; X_s (no sat) $= 1{,}04$ p.u. $= 49{,}9\ \Omega$

c) $I_e = 1{,}64$ p.u. $= 82{,}1$ A; $\delta = 23°$

S.5 PROBLEMAS NO RESUELTOS DE ACOPLAMIENTO EN PARALELO Y EN RED DE POTENCIA INFINITA Y CORTOCIRCUITOS

Problema S.5.1:

a) X''_d = 0,11 p.u. = 0,99 Ω; I_{chL} = 22,75 p.u. = 4379 A; 2p = 4 polos.

b) δ = 90°; I = I_L = 332 A; (φ = 31,48°); cos φ = 0,853 capacitivo
P = $P_{máx}$ = 1,47 MW; Q = -0,9 Mvar (capacitivo);
M = $M_{máx}$ = 7798 Nm = 7,8 kNm

Problema S.5.2:

a) I_{cca} = 1,634 p.u. = 393 A;

b) I = I_L = 0,75 p.u. = 180 A; (φ = 36,87°); cos φ = 0,8; E_0 = 1,5 p.u. = 10423 V;
δ = 21°; M = 19108 Nm

Problema S.5.3:

a) I_{ccp} = 0,8 p.u. = 92,4 A; I'_d = 4,35 p.u. = 502 A; I''_d = 6,25 p.u. = 722 A;
I_{ch} = 15,63 p.u. = 1805 A

b) E_0 = 1,58 p.u. = 9111 V; E_{0L} = 15780 V; δ = 90°

c) I = I_L = 1,56 p.u. = 180 A; (φ = -32,36°); cos φ = 0,845 capacitivo

d) M = $M_{máx}$ = 8372 Nm; Q = -1,67 Mvar

Problema S.5.4:

a) I_{ccp} = 1,75 p.u. = 141 A; I'_d = 6,07 p.u. = 584 A; I''_d = 9 p.u. = 863 A;
I_{ch} = 22,4 p.u. = 2157 A

b) I_{cc} = I_{cca} = 5,11 p.u. = 492 A

Problema S.5.5:

a) I_{ccp} = 1,24 p.u. = 573 A; I'_d = 2,69 p.u. = 1244 A; I''_d = 3,28 p.u. = 1516 A;
I_{ch} = 8,2 p.u. = 3789 A

b) I_1 = I_{1L} = 0,833 p.u. = 385 A; cos φ_1 = 0,9 (φ_1 = 25,8°)
I_2 = I_{2L} = 0,761 p.u. = 352 A; cos φ_2 = 0,657 (φ_2 = 48,9°)

c) E_{01} = 1,81 p.u. = 20889 V; E_{01L} = 36181 V; δ_1 = 34,3°;
E_{02} = 1,91 p.u. = 22013 V; E_{02L} = 38128 V; δ_2 = 20,9°

Problema S.5.6:

a) I_{ccp} = 1,62p.u. = 233 A; I'_d = 4,52 p.u. = 651 A; I''_d = 7,16 p.u. = 1031 A;
I_{ch} = 17,9 p.u. = 2578 A

b) E_{01} = 1,32 p.u. = 9146 V; E_{01L} = 15841 V; δ_1 = 46,34°;
E_{02} = 2,25 p.u. = 15600 V; E_{02L} = 27020 V; δ_2 = 13,21°

c) I_1 = I_{1L} = 0,87 p.u. = 126 A; cos φ_1 = 0,996 capacitivo (φ_1 = -5,3°)
I_2 = I_{2L} = 1,18 p.u. = 170 A; cos φ_2 = 0,4 inductivo (φ_2 = 66,63°)

d) Q_1 = -0,24 Mvar (capacitivo); Q_2 = 3,24 Mvar (inductivo)

Máquinas síncronas

Problema S.5.7:

a) I_{ccp} = 1,155 p.u. = 111 A; I'_d = 5,065 p.u. = 487 A; I''_d = 6,713 p.u. = 646 A;
I_{ch} = 16,78 p.u. = 1615 A

b) E_{01} = 5196 V; E_{01L} = 9000 V ; δ_1 = 35,2°
E_{02} = 5845 V; E_{02L} = 10124 V ; δ_2 = 14,62°

c) $I_1 = I_{1L}$ =71,6 A; φ_1 = 14,64°; cos φ_1 = 0,968
$I_2 = I_{2L}$ =82,6 A; φ_2 = 56,06°; cos φ_2 = 0,558

d) P_1 = 720 kW; Q_1 = 188 kvar
P_2 = 480 kW; Q_2 = 713 kvar

Problema S.5.8:

a) E_{01} = 17419 V; E_{02} = 17519 V; I_1 = 8260 A; I_2 = 9959 A;
cos φ_1 = 0,699; cos φ_2 = 0,870 inductivo; δ_1 = 16,74°; δ_2 = 25,44°

b) E_{01} = 13935 V; E_{02} = 21014 V; I_1 = 7289 A; I_2 = 12165 A;
cos φ_1 = 0,990; cos φ_2 = 0,593 inductivo; δ_1 = 26,74°; δ_2 = 17,37°

c) $P_{máx}$ = 597,9 MW

PROBLEMA S.1.1

ENUNCIADO

Un alternador trifásico de 390 kVA, 1250 V, 50 Hz y 750 r.p.m. está conectado en triángulo y ha dado los siguientes resultados cuando ha sido ensayado:

Vacío:

I_e(A)	11,5	15	20	23,5	29	33,5
V_0(V)	990	1235	1460	1560	1640	1660

Cortocircuito:

I_e(A)	11,5	15	20	23,5	29	33,5
I_{cortoL}(A)	139	179	242	284	347	400

(valores de línea)

Utilizando un puente de medida de corriente continua se ha medido la resistencia entre cada dos bornes del devanado del estator, que resulta ser de 0,144 W. Determinar:

a) La resistencia efectiva por fase si el coeficiente de efecto piel o "skin" es 1,2.

b) La caída de tensión (regulación de tensión) en %, si la carga es igual a la asignada con un factor de potencia es 0,9 inductivo y la corriente de excitación es de 33,5 A. Utilizar el método de Behn-Eschenburg.

c) La corriente de excitación necesaria alimentar con una tensión de 1000 V a un motor asíncrono que está proporcionando una potencia mecánica de 150 kW y que está funcionando con un factor de potencia 0,832 inductivo y con un rendimiento 0,9.

Máquinas síncronas

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

RESULTADOS

a) $R = 0{,}259\ \Omega$
b) $\varepsilon = 41{,}4\ \%$
c) $I_e = 21{,}2\ A$

Máquinas síncronas

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Cuando se mide la resistencia entre dos de los bornes de un devanado conectado en triángulo, es fácil comprobar que lo que se mide es la resistencia equivalente a dos ramas en paralelo: una con la resistencia de una fase y la otra con la resistencia correspondiente a dos fases en serie.

* El efecto skin o efecto piel hace que la resistencia efectiva que presenta un devanado en corriente alterna sea mayor que la que presenta en corriente continua.

* Se debe tener presente que, dada la conexión triángulo del estator, las corrientes de línea y de fase no son iguales.

* Lo primero que conviene hacer al estudiar una máquina es calcular sus valores asignados de tensión y de intensidad, tanto de fase como de línea.

* Se necesita conocer el valor de la impedancia síncrona saturada Z_s cuando la corriente de excitación I_e vale 33,5 A. Para ello se parte de los valores de la f.e.m. de vacío E_0 y de la corriente de fase I_{corto} del ensayo de cortocircuito correspondientes a esta I_e (E_0 e I_{corto} se obtienen de las características de vacío y cortocircuito, respectivamente).

* La reactancia síncrona X_s se obtiene aplicando el Teorema de Pitágoras una vez que se conocen los valores de la resistencia R y de la impedancia síncrona Z_s.

* La regulación ε para un valor dado de la corriente de excitación I_e está definida mediante una expresión que la expresa en función de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 y de la tensión en bornes V que tiene la máquina síncrona cuando la excitación es la indicada y en el estator está conectada la carga asignada. Será preciso, pues, el calcular en estas condiciones los valores de E_0 y de V.

* E_0 se obtiene de la curva de vacío a partir de la corriente de excitación I_e = 33,5 A.

* Para calcular el valor de la tensión V se utilizará el circuito equivalente dado por Behn-Eschenburg. Se conocen el valor de E_0 para I_e =33,5 A (obtenido como se indica en la sugerencia anterior), la corriente de fase del estator I (la corriente asignada) y el ángulo φ (que según el enunciado es tal que $\cos \varphi = 0{,}9$).

  Behn-Eschenburg plantea una ecuación vectorial entre E_0, V e I. Sin embargo, con los datos disponibles no es posible poner en forma vectorial ni a E_0 ni a I para poder despejar la tensión V de esta ecuación vectorial. Lo que se hará es proyectar la ecuación vectorial sobre las direcciones paralela y perpendicular a la tensión V para obtener un sistema de ecuaciones del que se pueda despejar el valor eficaz de la tensión V.

* Conocidas la f.e.m. E_0 y la tensión V se puede calcular la regulación ε.

* En el último apartado del problema la carga es un motor. Conociendo su potencia útil, su rendimiento, su factor de potencia y la tensión en bornes se puede obtener la corriente de línea que demanda del alternador.

  Conocida esta corriente de línea y sabiendo que el alternador está conectado en triángulo se calcula la corriente de fase en el estator del alternador.

* Tomando la tensión V como referencia se pueden poner en forma vectorial la tensión y la corriente de fase del alternador.

* Si se conociera la impedancia síncrona saturada Z_s, usando el método de Behn-Eschenburg se podría calcular la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 a partir de la tensión V y de la corriente I puestas en forma vectorial. El problema es que la impedancia síncrona depende de la corriente de excitación I_e que es, precisamente, lo que se desconoce y se pretende calcular.

  Hay que seguir, pues, un proceso iterativo. Se empieza suponiendo un valor de Z_s, de ella y de R se calcula la reactancia X_s y mediante Behn-Eschenburg se calcula la f.e.m. E_0. Yendo a las características de vacío y de cortocircuito se obtienen la corriente de excitación I_e y la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} que corresponden a esta E_0. Con estos valores se calcula la impedancia síncrona saturada Z_s correspondiente. Si el valor obtenido de Z_s discrepa apreciablemente del valor supuesto inicialmente se volverá a empezar el proceso con un nuevo valor de Z_s. Se procede así sucesivamente hasta conseguir que los valores de Z_s supuesto inicialmente y obtenido al final no sean muy diferentes.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.1.1

Datos:

$S_N = 390$ kVA $V_{NL} = 1250$ V $f = 50$ Hz

$n_1 = 750$ r.p.m. Conexión triángulo

Coeficiente skin = 1,2 $R_{AB} = 0{,}144\ \Omega$

Ensayos:

	I_e (A)	11,5	15	20	23,5	29	33,5
VACÍO	**V_0 (V)**	990	1235	1460	1560	1640	1660
C.C.	**I_{cortoL} (A)**	139	179	242	284	347	400

Apartado b: $I_e = 33{,}5$ A $\cos \varphi_N = 0{,}9$ $\text{sen}\ \varphi_N = 0{,}44$

Apartado c: $V_{L\,motor} = 1000$ V $P_{u\,motor} = 150$ kW

$\cos \varphi_{motor} = 0{,}832$ $\eta_{motor} = 0{,}9$

Resolución:

a) La resistencia medida entre dos de las fases de un devanado trifásico conectado en triángulo (por ejemplo, la resistencia R_{AB} entre las fases A y B) es igual a la resistencia equivalente a dos ramas en paralelo: una con la resistencia de una fase y la otra con la resistencia correspondiente a dos fases en serie (véase la Fig. 1).

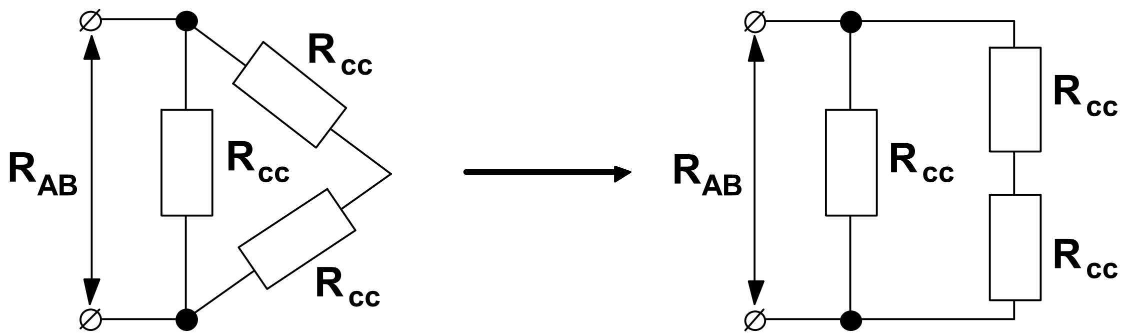


Fig. 1: Resistencia equivalente a un devanado en triángulo

$$\frac{1}{R_{AB}} = \frac{1}{R_{cc}} + \frac{1}{2\,R_{cc}} = \frac{3}{2\,R_{cc}} \quad \rightarrow \quad R_{cc} = \frac{3}{2}\,R_{AB} \tag{1}$$

Luego, en esta máquina:

$$R_{cc} = \frac{3}{2}\,R_{AB} = \frac{3}{2}\,0{,}144 = 0{,}216\ \Omega$$

Cuando la resistencia de un devanado se mide en corriente continua hay dos fenómenos que hacen que el valor obtenido sea diferente al que tendrá cuando la máquina esté en marcha. El primero de estos fenómenos es la <u>temperatura</u>; si la medida se realiza a una temperatura diferente a la que tendrá el devanado cuando la máquina esté en marcha la resistencia efectiva será diferente. El otro es el <u>efecto piel</u>, también denominado efecto pelicular o efecto <u>skin</u>, por el cual la resistencia efectiva de un conductor es mayor en corriente alterna que en corriente continua. Esto es debido a que en corriente continua la corriente se reparte uniformemente por toda la sección del conductor, mientras que en corriente alterna la corriente se concentra en la periferia del conductor siendo casi nula en su centro. Por lo tanto, en corriente alterna la sección eficaz por la que pasa la corriente es menor y la resistencia efectiva del conductor es mayor que en corriente continua.

En este caso la medida de la resistencia se ha realizado en caliente, es decir, a la temperatura de funcionamiento de la máquina y, por lo tanto, no es preciso corregir su valor por efecto de temperatura. Sin embargo, la medida se ha realizado en corriente continua por lo que para obtener su valor efectivo en corriente alterna R habrá que afectarla del coeficiente skin:

$$R = 1{,}2\ R_{cc} = 1{,}2 \cdot 0{,}216 = 0{,}259\ \Omega$$

<u>La resistencia efectiva por fase vale R = 0,259 Ω</u>.

b) Los valores asignados de tensión y corriente de este alternador, dada la conexión triángulo del estator, son los siguientes:

$$V_{NL} = 1250\ V \qquad\qquad V_N = 1250\ V$$

$$I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{390000}{\sqrt{3}\ 1250} = 180\ A$$

$$I_N = \frac{I_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{180}{\sqrt{3}} = 104\ A$$

Entre los datos se suministran los resultados en los ensayos de vacío y de cortocircuito. En el ensayo de vacío no circula corriente por el inducido y, por lo tanto, la tensión en bornes es igual a la f.e.m. Por otra parte, la conexión triángulo del estator hace que sean iguales las tensiones de fase y de línea. Es decir, en este alternador se tiene que:

$$V_{0L} = V_0 = E_0$$

En el ensayo de cortocircuito, dada la conexión triángulo del estator, se tiene que:

$$I_{corto} = \frac{I_{cortoL}}{\sqrt{3}}$$

Se sabe que la impedancia síncrona saturada Z_s para un valor dado de la corriente de excitación I_e se obtiene mediante la relación:

$$Z_s = \frac{E_0}{I_{corto}} \qquad (2)$$

donde E_0 e I_{corto} son, respectivamente, los valores de fase de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío y de la intensidad de cortocircuito correspondientes al valor dado de I_e. De todo lo anterior se obtiene esta tabla de valores:

	I_e (A)	11,5	15	20	23,5	29	33,5
VACÍO	**E_0 (V)**	990	1235	1460	1560	1640	1660
C.C.	**I_{cortoL} (A)**	139	179	242	284	347	400
C.C.	**I_{corto} (A)**	80,25	103,3	139,7	164	200,3	230,9
	Z_s	12,34	11,95	10,45	9,51	8,19	7,19

Tabla I: Valores de la impedancia síncrona saturada

y esta gráfica:

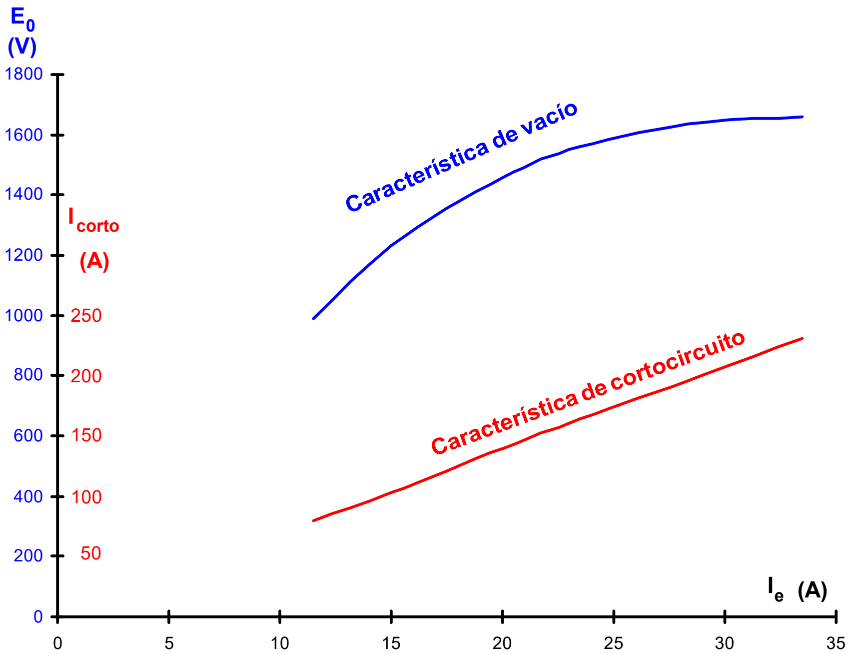


Fig. 2: Características de vacío y de cortocircuito

La regulación ε para una corriente de excitación I_e dada vale:

$$\varepsilon = \frac{E_0 - V}{V} 100 \tag{3}$$

donde E_0 es la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío para esta excitación y V es la tensión en bornes cuando con esta excitación se tiene la carga asignada con el factor de potencia asignada en el estator.

En este apartado el enunciado se dice que la corriente de excitación I_e vale 33,5 A, lo que indica (según la tabla I y la Fig. 2) que la f.e.m. de vacío E_0 vale 1660 V y que la impedancia síncrona vale Z_s = 7,2 Ω. Por lo tanto:

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R^2} = \sqrt{7{,}2^2 - 0{,}259^2} = 7{,}195 \ \Omega$$

Según el método de Behn-Eschenburg la máquina síncrona actúa como el circuito equivalente de la Fig. 3:

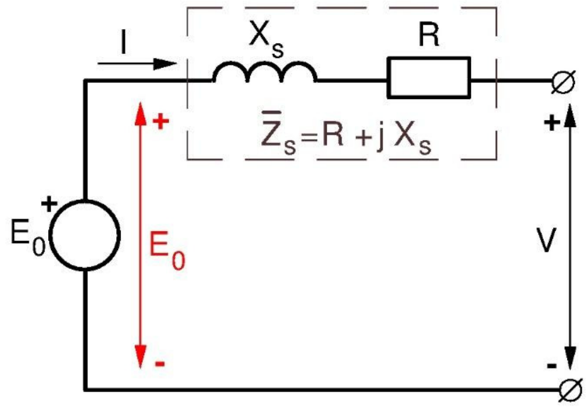


Fig. 3: Circuito equivalente de una máquina síncrona según Behn-Eschenburg

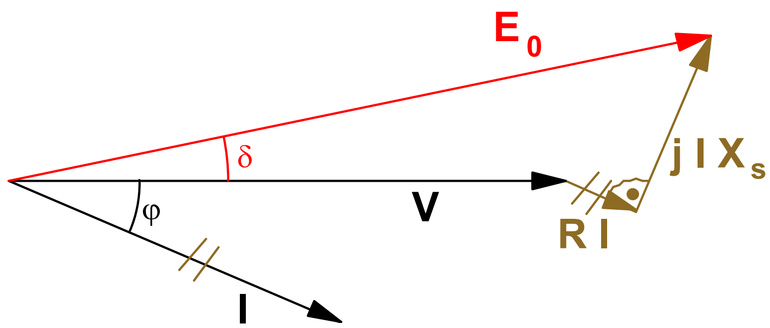


Fig. 4: Diagrama vectorial de una máquina síncrona según Behn-Eschenburg

Por lo tanto, se cumple que:

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + \overline{I}\,\overline{Z}_s = \overline{V} + \overline{I}\left(R + j\,X_s\right) \tag{4}$$

lo cual queda representado mediante el diagrama vectorial de la Fig. 4 (no dibujado a escala):

Para obtener la regulación ε hay que calcular la tensión V cuando por el estator se genera la corriente asignada con el factor de potencia asignada y cuando por el rotor circula la corriente de excitación de 33,5 A. En este caso se conocen los valores eficaces de E_0 y de I y el ángulo φ, lo cual no permite poner en forma vectorial a E_0. Por lo tanto, se va a trabajar proyectando la ecuación (4) según las direcciones definidas por $\overline{V}$ y por su perpendicular. Se obtiene así que:

$$\begin{aligned} E_0 \cos\delta &= V + R\,I\cos\varphi + X_s\,I\,\mathrm{sen}\varphi \\ E_0\,\mathrm{sen}\delta &= -R\,I\,\mathrm{sen}\varphi + X_s\,I\cos\varphi \end{aligned} \tag{5}$$

De la segunda de las relaciones (5) se obtiene en este alternador que:

$$1660\,\mathrm{sen}\delta = -0{,}259 \cdot 104 \cdot 0{,}44 + 7{,}195 \cdot 104 \cdot 0{,}9$$

Luego: sen δ = 0,4 y el ángulo de par vale δ = 23,51° y cos δ = 0,92.

Ahora ya se puede despejar la tensión V de la primera de las relaciones (5):

$$V = E_0 \cos\delta - R\, I \cos\varphi - X_s\, I \operatorname{sen}\varphi$$

$$V = 1660 \cdot 0{,}92 - 0{,}259 \cdot 104 \cdot 0{,}9 - 7{,}195 \cdot 104 \cdot 0{,}44 = 1174 \text{ V}$$

Luego, según (3) la regulación ε vale:

$$\varepsilon = \frac{1660 - 1174}{1174}\, 100 = 41{,}40 \text{ \%}$$

<u>La regulación vale ε = 41,4 %</u>.

c) En este apartado el alternador está alimentando a una carga que consiste en un motor de inducción. Lo primero es calcular la corriente que demanda esta carga:

$$P_{motor} = \frac{P_{u\ motor}}{\eta_{motor}} = \frac{150}{0{,}9} = 166{,}6 \text{ kW}$$

$$I_{L motor} = \frac{P_{motor}}{\sqrt{3}\, V_{L motor} \cos\varphi_{motor}} = \frac{166600}{\sqrt{3} \cdot 1000 \cdot 0{,}832} = 115{,}6 \text{A}$$

Como la única carga que es alimentada por el alternador es este motor y el estator del alternador está conectado en triángulo, sucede que:

$$P = P_{motor} = 166{,}6 \text{ kW}$$

$$\cos\varphi = \cos\varphi_{motor} = 0{,}832 \qquad \varphi = 33{,}70°$$

$$V_L = V_{L\ motor} = 1000 \text{ V} \qquad V = V_L = 1000 \text{ V}$$

$$I_L = I_{L\ motor} = 115{,}6 \text{ A} \qquad I = \frac{I_L}{\sqrt{3}} = \frac{115{,}6}{\sqrt{3}} = 66{,}7 \text{ A}$$

Luego, en forma vectorial, tomando la tensión $\overline{V}$ como referencia, se llega a (ver la Fig. 4):

$$\overline{V} = V \underline{|0} = 1000 \underline{|0} = 1000 + j\,0 \text{ V}$$

$$\bar{I} = I \underline{|-\varphi} = 66{,}7 \underline{|-33{,}70º} = 55{,}5 - j\,37 \text{ A}$$

El problema que se plantea ahora es que la incógnita es la corriente de excitación I_e y, por lo tanto, no se sabe a priori el valor que va a tener la impedancia síncrona saturada Z_s. Se procede por tanteos. Empezando con la suposición de que $Z_s = 7{,}2\ \Omega$ (como en el apartado anterior), de (4) se obtiene que:

$$\overline{E}_0 = 1000\,\underline{|0} + \left(66{,}7\,\underline{|-33{,}70^o}\right) \cdot \left(0{,}259 + j\,7{,}195\right)$$

$$\overline{E}_0 = 1280{,}8 + j\,390 = 1338{,}8\,\underline{|16{,}9^o}\ \ V$$

De las curvas de vacío y cortocircuito (tabla I y Fig. 2) se deduce que para $E_0 = 1338{,}8$ V la corriente de excitación vale $I_e = 17$ A y la impedancia síncrona saturada es $Z_s = 11{,}6\ \Omega$.

Como el valor supuesto inicialmente de Z_s (7,2 Ω) y el obtenido al final (11,6 Ω) son muy diferentes, se procede a otro tanteo con un valor intermedio. Probando con $Z_s = 9{,}4\ \Omega$ se obtiene que:

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R^2} = \sqrt{9{,}4^2 - 0{,}259^2} = 9{,}396\ \Omega$$

$$\overline{E}_0 = 1000\,\underline{|0} + \left(66{,}7\,\underline{|-33{,}70^o}\right) \cdot \left(0{,}259 + j\,9{,}396\right)$$

$$\overline{E}_0 = 1362 + j\,512 = 1455\,\underline{|20{,}60^o}\ \ V$$

De las curvas de vacío y cortocircuito (tabla I y Fig. 2) se deduce que para $E_0 = 1455$ V la corriente de excitación vale $I_e = 19{,}9$ A y la impedancia síncrona saturada es $Z_s = 10{,}5\ \Omega$.

Como el valor supuesto de Z_s en este tanteo (9,4 Ω) y el obtenido al final (10,5 Ω) son diferentes se siguen realizando sucesivos tanteos hasta que partiendo de $Z_s = 10{,}15\ \Omega$ se obtiene que:

$$X_s = \sqrt{Z_s^2 - R^2} = \sqrt{10{,}15^2 - 0{,}259^2} = 10{,}147\ \Omega$$

$$\overline{E}_0 = 1000\,\underline{|0} + \left(66{,}7\,\underline{|-33{,}70^o}\right) \cdot \left(0{,}259 + j\,10{,}147\right)$$

$$\overline{E}_0 = 1390 + j\,554 = 1496\,\underline{|21{,}73^o}\ \ V$$

De las curvas de vacío y cortocircuito (tabla I y Fig. 2) se deduce que para $E_0 = 1496$ V la corriente de excitación vale $I_e = 21{,}2$ A y la impedancia síncrona saturada es $Z_s = 10{,}11\ \Omega$.

Como en este tanteo el valor supuesto inicialmente de Z_s (10,15 Ω) y el obtenido al final (10,11 Ω) son muy parecidos se considera que esta es la solución correcta.

<u>La corriente de excitación que se precisa es $I_e = 21{,}2$ A</u>.

PROBLEMA S.1.2

ENUNCIADO

Un turboalternador de 9 MVA, 17321 V, 50 Hz, 2 polos, conexión estrella requiere una corriente de excitación de 150 A para generar la tensión asignada en vacío. Su característica de vacío es la representada en la hoja adjunta (curva 1).
En esta máquina se han efectuado unos ensayos, obteniéndose lo siguiente:

Cortocircuito:	I_L = 270 A;	I_e = 94,5 A	
Carga reactiva:	I_L =300 A;	I_e = 270 A;	V_L = 17321 V

La resistencia del estator es despreciable.

a) Calcular la velocidad de sincronismo y obtener la intensidad de excitación que corresponde a un ensayo de cortocircuito con una corriente de 300 A en el inducido.

b) Dibujar el triángulo de Potier y obtener los valores de X_σ y de $\mathcal{F}_i$.

c) Mediante el método de Potier calcular la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 y el ángulo de par cuando esta máquina alimenta a la tensión asignada una carga de 7,8 MVA con factor de potencia (f.d.p.) 0,8 inductivo.

d) Calcular las reactancias síncronas longitudinal no saturada y saturada para una corriente de excitación de 150 A. Expresar estas reactancias en ohmios y en valores por unidad (p.u.).

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

RESULTADOS

a) $n_1 = 3000$ r.p.m.; $I_e = 105$ A

b) $X_\sigma = 4\ \Omega$; $\mathscr{F}_i = 90$ A si $I = 300$ A

c) $E_0 = 12400$ V; $E_{0L} = 21477$ V; $\delta = 19{,}5°$

d) X_s (no sat) = 24,5 Ω (= 0,735 p.u.);
X_s (sat) = 23,33 Ω (= 0,7 p.u.) para $I_e = 150$ A

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Calcule también la impedancia asignada Z_N por cociente entre la tensión V_N y la corriente I_N asignadas de fase. Z_N es el valor que servirá de base para calcular los valores por unidad (p.u.) de resistencias, reactancias e impedancias del estator.

* Identifique el valor de I_{e0}, es decir, la corriente de excitación que da lugar en vacío a la tensión asignada.

* Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados (o asignados) para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor).

* La velocidad de sincronismo n_1 de la máquina se calcula a partir de la frecuencia f = 50 Hz y el número de pares de polos p = 1.

* Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito y que esta curva pasa por el origen, conocido el punto de esta curva correspondiente al ensayo de cortocircuito del enunciado se puede obtener otro punto por interpolación lineal. Así, las corrientes de excitación en dos ensayos de cortocircuito son proporcionales a sus correspondientes corrientes de inducido.

* Para dibujar el Triángulo de Potier es preciso utilizar datos de ensayos de carga reactiva y de cortocircuito a la misma corriente del inducido. Si no es así, del ensayo de cortocircuito cuyos datos se conocen hay que obtener los datos del ensayo en el que la corriente del estator sea la misma que en el ensayo de carga reactiva. Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito, de los datos de un ensayo de cortocircuito hay obtienen los datos de otro ensayo mediante una relación lineal.

* Dado que la característica de vacío está dada en valores por unidad conviene realizar todo el proceso de obtención del Triángulo de Potier en valores p.u. Se expresan los datos de los ensayos en valores p.u., se dibuja el Triángulo de Potier y se obtienen X_σ y $\mathscr{F}_i$ en valores p.u. Finalmente se pasan estos valores p.u. a valores reales.

* Recuérdese que cuando se aplica el método de Potier las fuerzas magnetomotrices (f.m.m.) se expresan indicando la corriente que debería circular por el devanado inductor para generarlas. Es decir, aunque la f.m.m. de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ la originan las corrientes que circulan por las fases del estator, se va a medir indicando la corriente que debería pasar por el inductor para generar una f.m.m. del mismo valor.

* La potencia que consume la carga se mide en MVA, lo que significa que esta es una potencia aparente S.

Máquinas síncronas

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

* Para aplicar el Método de Potier empiece por calcular la corriente de fase del alternador cuando alimenta la carga del enunciado (la corriente de línea se calcula a partir de la expresión de la potencia aparente S) y el ángulo φ correspondiente a su factor de potencia.

* A continuación, exprese la tensión V y la corriente I de fase en forma vectorial tomando al vector de tensión como referencia.

* Calcule la f.e.m. resultante E_r como suma vectorial de la tensión y la caída de tensión en la resistencia R (de valor cero en este caso) y en la reactancia de dispersión X_σ.

* Ponga el módulo de E_r en valor p.u., vaya a la curva de vacío y la corriente de excitación que le corresponde es el valor de $\mathscr{F}_r$ en p.u. Pase este valor de p.u. a Amperios. Finalmente exprese $\mathscr{F}_r$ en forma vectorial sabiendo que está adelantada 90° respecto a la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r.

* La fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ para la corriente que circula por el estator del alternador cuando está alimentando la carga del enunciado se obtiene por relación directa con la obtenida en el Triángulo de Potier para la corriente del ensayo de carga reactiva. Esta f.m.m. se pone en forma vectorial sabiendo que está en fase con la corriente de fase del estator.

* La f.m.m. de excitación $\mathscr{F}_e$ se obtiene, en forma vectorial, mediante la diferencia vectorial entre $\mathscr{F}_r$ y $\mathscr{F}_i$. El módulo del vector de $\mathscr{F}_e$ es la corriente de excitación I_e y el vector $\mathscr{F}_e$ está adelantado 90° respecto la f.e.m. de vacío E_0.

* El ángulo de par δ es el comprendido entre la f.e.m. de vacío E_0 y la tensión V.

* Conociendo el valor de la corriente de excitación I_e se obtiene el de la f.e.m. de vacío E_0 yendo a la curva de vacío. Para ello calcule primero I_e en valor p.u., con I_e(p.u.) de la curva de vacío se obtiene E_0 en valor p.u. y de E_0(p.u.) se obtienen los valores en voltios de las f.e.m.s de vacío de fase E_0 y de línea E_{0L}.

* Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona X_s es igual a la impedancia síncrona Z_s (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

* Calcule la corriente de estator en un ensayo de cortocircuito I_{corto} en el que la corriente de excitación sea aquella a la que quiere calcular la reactancia síncrona saturada. Para ello realice una interpolación lineal a partir de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado.

* Para la corriente de excitación I_e a la que quiere calcular la reactancia síncrona saturada obtenga los valores de las f.e.m.s E_{0c} sobre la recta de entrehierro y E_0 sobre la característica de vacío. Para ello habrá que pasar primero I_e a valor p.u., obtener las f.e.m.s en p.u. y luego pasarlas a voltios.

* La impedancia síncrona no saturada se obtiene dividiendo E_{0c} entre I_{corto} y la impedancia síncrona saturada dividiendo E_0 entre I_{corto}.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.1.2

Datos:

$S_N = 9$ MVA	$V_{NL} = 17321$ V	f = 50 Hz	
2p = 2 polos	Conexión estrella	$I_{e0} = 150$ A	$R \approx 0\ \Omega$
Ensayo de cortocircuito: $I_L = 270$ A		$I_e = 94{,}5$ A	
Ensayo de carga reactiva: $I_L = 300$ A		$I_e = 270$ A	$V_L = 17321$ V

Resolución:

a) En este alternador los valores asignados de línea son:

$$V_{NL} = 17321\ \text{V} \qquad I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{9000000}{\sqrt{3} \cdot 17321} = 300\ \text{A}$$

Dada la conexión estrella del estator, los valores asignados de fase son:

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{17321}{\sqrt{3}} = 10000\ \text{V} \qquad I_N = I_{NL} = 300\ \text{A}$$

y la impedancia asignada Z_N, utilizada como base para expresar las impedancias en valores por unidad, vale:

$$Z_N = \frac{V_N}{I_N} = \frac{10000}{300} = 33{,}33\ \Omega$$

Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor). Se tiene, pues, que:

$$I_L(\text{p. u.}) = I(\text{p. u.}) = \frac{I_L}{I_{NL}} = \frac{I}{I_N}$$

$$V_L(\text{p. u.}) = V(\text{p. u.}) = \frac{V_L}{V_{NL}} = \frac{V}{V_N} \tag{1}$$

$$Z(\text{p. u.}) = \frac{Z}{Z_N} \quad \rightarrow \quad R(\text{p. u.}) = \frac{R}{Z_N} \quad ; \quad X(\text{p. u.}) = \frac{X}{Z_N}$$

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}}$$

Obsérvese que las tensiones de fase y de línea del estator son iguales cuando se expresan por unidad (p.u.). Análogamente, las corrientes de fase y de línea del estator son iguales en valores por unidad. Todo esto independientemente de la conexión estrella o triángulo del estator.

Todas las ecuaciones de la máquina siguen siendo válidas cuando las magnitudes se expresan en valores por unidad.

La velocidad de sincronismo n_1 se calcula así:

$$n_1 = \frac{60\ f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{1} = 3000 \text{ r.p.m.}$$

Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito y que esta curva pasa por el origen (ver la Fig. 4 (en esta figura hay que utilizar la escala vertical de la derecha para la característica de cortocircuito)), conocido un punto de esta curva se puede obtener otro. En este caso se conoce el punto M (Fig. 4) correspondiente a los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado (I_L = 270 A, I_e = 94,5 A). El punto N para corriente asignada en el estator (I_{NL} = 300 A) tiene una corriente de excitación que se obtiene así:

$$I_e = 94{,}5\,\frac{300}{270} = 105 \text{ A}$$

<u>La velocidad de sincronismo es n_1 = 3000 r.p.m. y la corriente de excitación que origina la corriente asignada en el estator en un ensayo de cortocircuito es I_e = 105 A</u>.

b) Para poder dibujar el Triángulo de Potier se debe disponer de los datos de ensayos de cortocircuito y de carga reactiva para la misma corriente del inducido. En este caso no es así; el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente I_L de 270 A y el de carga reactiva con una corriente I_L de 300 A (la corriente asignada).

Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito se puede obtener el valor de la corriente de excitación que en un ensayo de cortocircuito proporciona una corriente I_L de 300 A. Esto se ha hecho ya en el apartado a) y se ha obtenido que la corriente I_e en este ensayo sería de 105 A. Por lo tanto, utilizando este valor ya se dispone de los datos de un ensayo de carga reactiva y de un ensayo de cortocircuito para la misma corriente del estator que, en este caso, se trata de la corriente asignada.

Como la curva de vacío está expresada en función de valores por unidad, a continuación se van a indicar los resultados de los ensayos de cortocircuito (a intensidad asignada) y de carga reactiva en valores por unidad (p.u.). Para ello se utilizan las relaciones (1):

<u>Cortocircuito</u>: $I\,(\text{p. u.}) = 1 \qquad I_e(\text{p. u.}) = \frac{105}{150} = 0{,}7$

<u>Carga reactiva</u>: $I\,(\text{p. u.}) = 1 \qquad I_e(\text{p. u.}) = \frac{270}{150} = 1{,}8 \qquad V\,(\text{p. u.}) = 1$

Llevando estos valores a la curva de vacío (Fig. 1) se obtienen los puntos A y A’ (para situar el punto A’ téngase presente que en el ensayo de cortocircuito la tensión en bornes es nula (V = 0)).

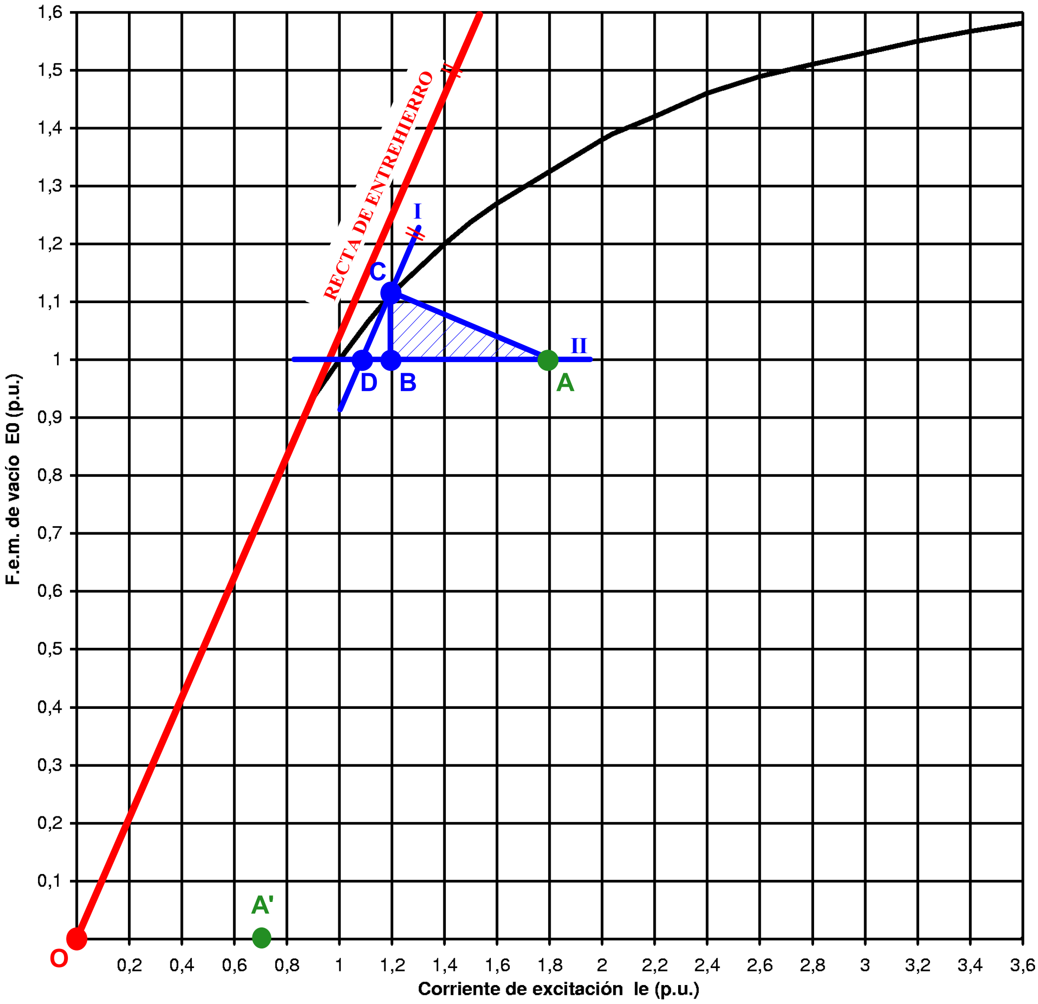


Fig. 1: Triángulo de Potier

Una vez situados los puntos A y A' sobre la característica de vacío y de dibujar también la recta de entrehierro (prolongando la parte inicial rectilínea de la curva de vacío) se puede dibujar el *Triángulo de Potier* siguiendo este procedimiento (ver la Fig. 1):

* Se dibuja la recta horizontal II que pasa por el punto A y se obtiene el punto D tal que la distancia $\overline{DA}$ es igual a la distancia $\overline{OA'}$.
* Por el punto D se traza una recta I paralela a la recta de entrehierro que corta a la característica de vacío en el punto C.
* Por el punto C se traza una recta vertical que corta a la recta horizontal II en el punto B.
* El Triángulo de Potier es el triángulo rectángulo ABC, de tal manera que el lado BA tiene una longitud igual a la f.m.m. de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ correspondiente a la corriente del estator en los ensayos de cortocircuito y de carga reactiva utilizados (la corriente asignada en este caso) y el lado BC tiene una longitud igual a la caída de tensión $\left(X_\sigma \cdot I\right)$ en la reactancia de dispersión del estator.

En esta máquina se obtiene que:

$$\left.\begin{array}{l}(X_\sigma \cdot I)\,(\text{p. u.}) = X_\sigma(\text{p. u.}) \cdot I\,(\text{p. u.}) = 0{,}12 \\ I\,(\text{p. u.}) = 1\end{array}\right\} \rightarrow \quad X_\sigma(\text{p. u.}) = \frac{0{,}12}{1} = 0{,}12$$

$$X_\sigma = X_\sigma(\text{p. u.}) \cdot Z_N = 0{,}12 \cdot 33{,}33 = 4\ \Omega$$

$$\mathscr{F}_i(\text{p.u.}) = 0{,}6 \quad \rightarrow \quad \mathscr{F}_i = \mathscr{F}_i(\text{p.u.}) \cdot I_{e0} = 0{,}6 \cdot 150 = 90\ \text{A (si I = 300 A)}$$

Recuérdese que cuando se aplica el método de Potier las fuerzas magnetomotrices (f.m.m.) se expresan indicando la corriente que debería circular por el devanado inductor para generarlas. Es decir, aunque la f.m.m. de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ la originan las corrientes que circulan por las fases del estator, se va a medir indicando la corriente que debería pasar por el inductor para generar una f.m.m. del mismo valor. Aunque esta forma de medir las f.m.m.s pueda parecer extraña, resulta muy práctica ya que las características de vacío y de cortocircuito se expresan en función de I_e.

<u>La reactancia de dispersión del estator vale $X_\sigma = 4\ \Omega$ y la reacción de inducido cuando la corriente es $I_L = 300$ A vale $\mathscr{F}_i = 90$ A</u>.

c) El enunciado indica que el alternador alimenta a la tensión asignada una carga que consume 7,8 MVA con factor de potencia 0,8 inductivo. Como la potencia de la carga está medida en MVA se trata de su potencia aparente S. Por lo tanto, de estos datos se deduce que la corriente que circula por la carga vale:

$$I = I_L = \frac{S}{\sqrt{3}\ V_L} = \frac{7800000}{\sqrt{3} \cdot 17321} = 260\ \text{A}$$

y el ángulo φ es:

$$\cos\varphi = 0{,}8\ \text{ind} \rightarrow \varphi = 36{,}87^\circ$$

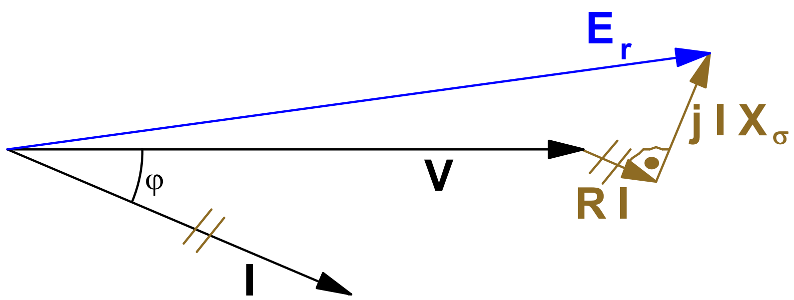


Fig. 2: Obtención de la f.e.m. E_r

Tomando la tensión en bornes $\overline{V}$ como vector de referencia (Fig. 2) se tiene que:

$$\overline{V} = V\underline{|0} = 10000\underline{|0} = 10000 + j\,0\ \text{V}$$

$$\overline{I} = I\underline{|-\varphi} = 260\underline{|-36{,}87^\circ} = 208 - j\,156\ \text{A}$$

con lo que la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r tiene este valor (véase la Fig. 2):

$$\overline{E}_r = \overline{V} + \overline{I}\left(R + j\,X_\sigma\right) \tag{2}$$

$$\overline{E}_r = 1000\,\underline{|0} + 260\,\underline{|-36{,}87^\circ} \cdot (0 + j\,4) = 10656{,}5\,\underline{|4{,}48^\circ}\ \text{V}$$

Como el valor eficaz de E_r es 10656,5 V, su valor por unidad (p.u.) es:

$$E_r(\text{p. u.}) = \frac{E_r}{V_N} = \frac{10656{,}5}{10000} = 1{,}066$$

Según el Método de Potier se puede aceptar que la curva de vacío (E_0, $\mathscr{F}_e$) es también la curva que relaciona E_r con $\mathscr{F}_r$, pues tanto en carga como en vacío el circuito magnético de la máquina es el mismo y su curva de magnetización se corresponde con la característica de vacío. En consecuencia, entrando a la curva de vacío con el valor E_r(p.u.) en la escala vertical se obtiene el punto F (Fig. 4) al que le corresponde en el eje horizontal una f.m.m. 1,11 p.u. Es decir:

$$\mathscr{F}_r(\text{p.u.}) = 1{,}11 \quad \rightarrow \quad \mathscr{F}_r = \mathscr{F}_r(\text{p.u.}) \cdot I_{e0} = 1{,}11 \cdot 150 = 166{,}5\text{A}$$

La f.m.m. de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ es proporcional a la corriente de inducido. Del Triángulo de Potier se sabe que $\mathscr{F}_i$ = 90 A cuando la corriente del inducido es la asignada (I_{NL} = 300 A). Por lo tanto, cuando la corriente del estator es I_L = 260 A, esta f.m.m. vale:

$$\mathscr{F}_i = 90\,\frac{260}{300} = 78\text{A}$$

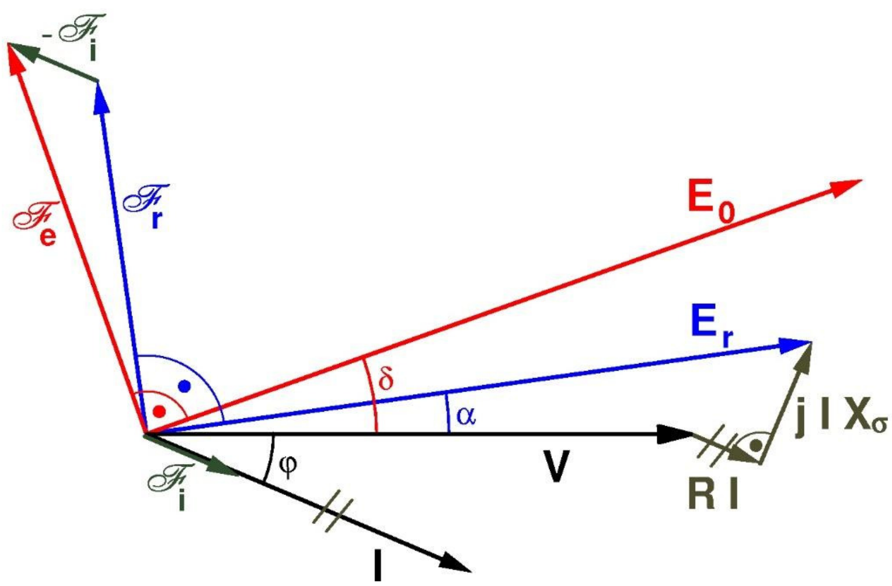


Fig. 3: Método de Potier

En la Fig. 3 se han dibujado superpuestos los diagramas vectoriales en el tiempo y en el espacio (las f.m.m.s) de la máquina. De dicha figura, en la que se ha tomado como referencia también el vector $\overline{V}$, se obtiene que

$$\overline{\mathscr{F}_r} = \mathscr{F}_r \underline{|90^\circ+\alpha} = 166{,}5 \underline{|90^\circ + 4{,}48^\circ} = -13 + j\,166\text{A}$$

$$\overline{\mathscr{F}_i} = \mathscr{F}_i \underline{|-\varphi} = 78 \underline{|-36{,}87^\circ} = 62{,}4 - j\,46{,}8\text{A}$$

(Recuérdese que las f.m.m.s se miden indicando las corrientes que deben circular por el devanado de excitación para generarlas).

Finalmente, también en la Fig. 3 se observa que:

$$\overline{\mathscr{F}_e} = \overline{\mathscr{F}_r} - \overline{\mathscr{F}_i} = \mathscr{F}_e \underline{|90^\circ+\delta} = I_e \underline{|90^\circ+\delta} \qquad (3)$$

$$\overline{\mathscr{F}_e} = \overline{\mathscr{F}_r} - \overline{\mathscr{F}_i} = -75{,}4 + j\,212{,}8 = 225{,}8 \underline{|109{,}5^\circ}\text{A}$$

Luego:

$$90^\circ + \delta = 109{,}5^\circ \quad \rightarrow \quad \delta = 109{,}5^\circ - 90^\circ = 19{,}5^\circ$$

$$I_e = 225{,}8\text{ A} \quad \rightarrow \quad I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}} = \frac{225{,}8}{150} = 1{,}5$$

Llevando este valor de I_e(p.u.) a la curva de vacío se obtiene el punto G (ver la Fig. 4) al que corresponde una f.e.m. de vacío de 1,24 p.u.:

$$E_0(\text{p. u.}) = 1{,}24 \quad \rightarrow \quad \begin{cases} E_0 = E_0(\text{p. u.}) \cdot V_N = 1{,}24 \cdot 10000 = 12400\text{ V} \\ E_{0L} = E_0(\text{p. u.}) \cdot V_{NL} = 1{,}24 \cdot 17321 = 21477\text{ V} \end{cases}$$

<u>La fuerza electromotriz de vacío de fase vale E_0 = 12400 V y la de línea E_{0L} = 21477 V, mientras que el ángulo de par es δ = 19,5°.</u>

d) En la Fig. 4 se han dibujado sobre la misma gráfica las características de vacío (con la recta de entrehierro) y de cortocircuito. Para la característica de vacío se usa la escala vertical izquierda y para la de cortocircuito la escala vertical derecha.

Realmente, dado el carácter lineal de la curva de cortocircuito y el hecho de que, además, pase por el origen de coordenadas, no es preciso dibujarla para obtener puntos de la misma. Conociendo los datos de un ensayo de cortocircuito se pueden obtener los datos de otro punto de esta curva de forma analítica mediante una simple relación lineal (como ya se ha hecho en el apartado a) de este problema).

Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona X_s es igual a la impedancia síncrona Z_s (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

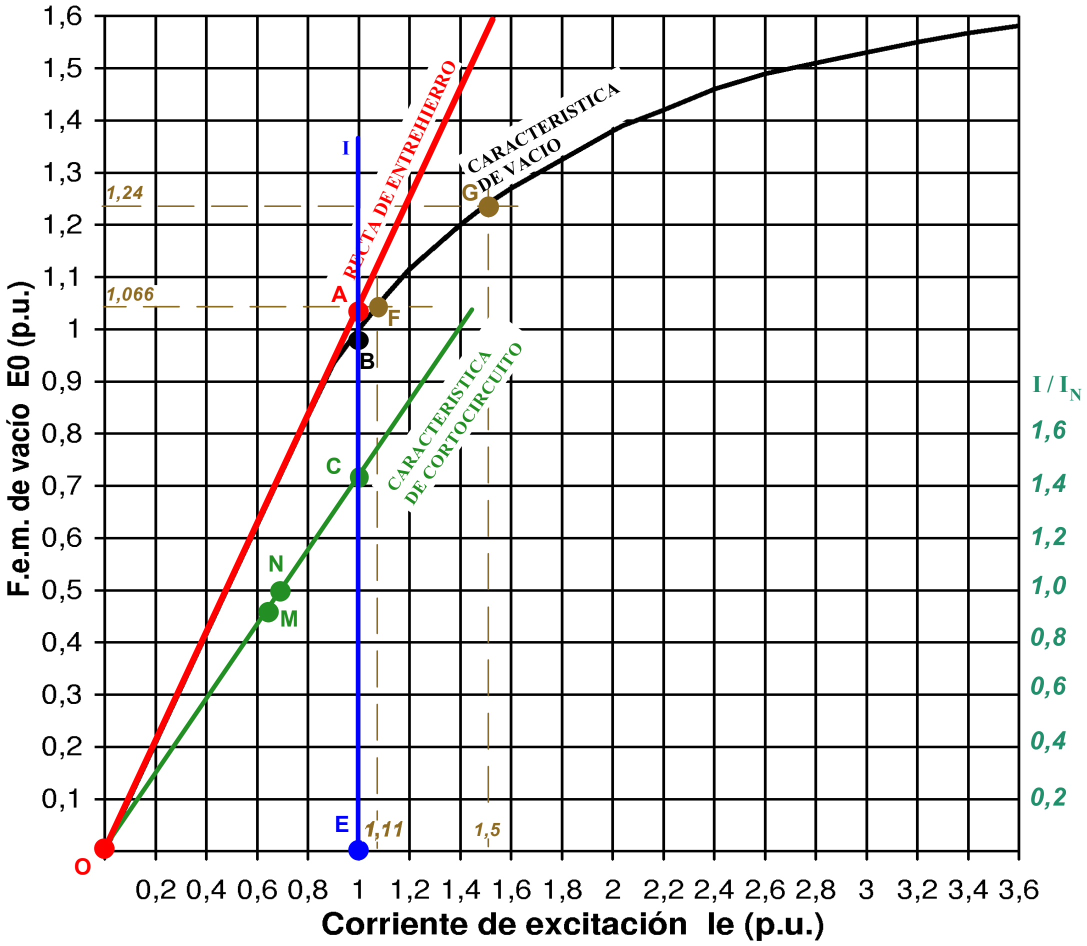


Fig. 4: Características de vacío y de cortocircuito

La impedancia síncrona no saturada es independiente del valor de la corriente de excitación I_e. Para calcularla, primero con un valor cualquiera de I_e se obtienen los valores de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} y de la f.e.m. de vacío E_{0c} sobre la recta de entrehierro (no sobre la característica de vacío) y luego se aplica esta expresión:

$$Z_s(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{corto}} \quad (4)$$

Así, en la Fig. 4, usando las escalas adecuadas para medir las tensiones de la recta de entrehierro y las corrientes de la característica de cortocircuito, se tiene que:

$$Z_s(\text{no sat}) = \frac{\overline{AE}}{\overline{CE}}$$

La impedancia síncrona saturada es función de la corriente de excitación I_e. Para calcularla para un valor dado de I_e, se obtienen primero los valores de la f.e.m. de vacío E_0 y de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} correspondientes al dicho valor de I_e y luego se aplica esta expresión:

$$Z_s(\text{sat}) = \frac{E_0}{I_{\text{corto}}} \qquad (5)$$

Así, en la Fig. 4, usando las escalas adecuadas para medir las tensiones de la característica de vacío y las corrientes de la característica de cortocircuito, se tiene que:

$$Z_s(\text{sat}) = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}$$

En este caso, dado que se pide la reactancia síncrona saturada para $I_e = 150$ A, se tomarán todos los datos de f.e.m. y de corriente para esta corriente de excitación.

La corriente del ensayo de cortocircuito para $I_e = 150$ A se obtiene por interpolación lineal de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado:

$$I_{\text{corto}} = 150\,\frac{270}{94{,}5} = 428{,}6 \text{ A}$$

Este valor de corriente de excitación $I_e = 150$ A, expresado en valores p.u. es:

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}} = 1$$

con lo que, yendo a la curva de vacío y la recta de entrehierro (ver la Fig. 4), se obtiene que:

$$E_{0c}(\text{p. u.}) = 1{,}05 \quad \rightarrow \quad E_{0c} = E_{0c}(\text{p. u.}) \cdot V_N = 1{,}05 \cdot 10000 = 10500 \text{ V}$$

$$E_0(\text{p. u.}) = 1 \quad \rightarrow \quad E_0 = E_0(\text{p. u.}) \cdot V_N = 1 \cdot 10000 = 10000 \text{ V}$$

Luego, finalmente se obtienen estos resultados:

$$X_s(\text{no sat}) = Z_s(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{\text{corto}}} = \frac{10500}{428{,}6} = 24{,}5\Omega$$

$$X_s(\text{sat}) = Z_s(\text{sat}) = \frac{E_0}{I_{\text{corto}}} = \frac{10000}{428{,}6} = 23{,}33\Omega \ \text{(para Ie = 150 A)}$$

<u>La reactancia síncrona no saturada vale 24,5 Ω y la reactancia síncrona saturada vale 23,33 Ω cuando I_e = 150 A</u>.

PROBLEMA S.1.3

ENUNCIADO

Se tiene una máquina síncrona trifásica de 1 MVA, 20000 V, 50 Hz y 20 polos salientes cuya curva de vacío es la número 1 de la hoja adjunta. La conexión de las fases del estator es estrella y en vacío es preciso que por el inductor circule una corriente de excitación de 100 A para obtener en bornes del inducido la tensión asignada. La resistencia del inducido es despreciable y la reactancia síncrona transversal, X_q, es igual al 70% de la reactancia síncrona longitudinal no saturada, X_d.
En esta máquina se han efectuado unos ensayos, obteniéndose lo siguiente:

Cortocircuito:	$I_L = 0{,}8\ I_{NL}$	$I_e = 80$ A	
Carga reactiva:	$I_L = I_{NL}$	$I_e = 220$ A	$V_L = V_{NL}$

Calcular:

a) La velocidad de sincronismo, la reactancia de dispersión, X_σ y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido, $\mathcal{F}_i$, a intensidad asignada.
¿Cuál es la intensidad de excitación necesaria para que por el inducido circule la intensidad asignada en el ensayo de cortocircuito?

b) Las reactancias síncronas longitudinales no saturada y saturada para una corriente de excitación de 120 A y la reactancia síncrona transversal X_q.

c) Utilizando el método de Doherty-Nickle determine la f.e.m. de vacío necesaria para que esta máquina alimente a la tensión asignada una carga de 554257 W con factor de potencia 0,8 inductivo. (Para resolver este apartado del problema suponga que las reactancias síncronas longitudinal, X_d, y transversal, X_q, son constantes y valen $X_d = 400\ \Omega$ y $X_q = 280\ \Omega$).

RESULTADOS

a) $n_1 = 300$ r.p.m.; $X_\sigma = 80\ \Omega$; $\mathcal{F}_i = 80$ A si $I = I_N$; $I_e = 100$ A

b) X_d (no sat) $= 416\ \Omega$; X_d (sat) $= 382{,}7\ \Omega$; $X_q = 291{,}2\ \Omega$

c) $E_0 = 17466$ V; $E_{0L} = 30252$ V

Máquinas síncronas

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Calcule también la impedancia asignada Z_N por cociente entre la tensión V_N y la corriente I_N asignadas de fase. Z_N es el valor que servirá de base para calcular los valores por unidad (p.u.) de resistencias, reactancias e impedancias del estator.

* Identifique el valor de I_{e0}, es decir, la corriente de excitación que da lugar en vacío a la tensión asignada.

* Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor).

* La velocidad de sincronismo n_1 de la máquina se calcula a partir de la frecuencia f = 50 Hz y el número de pares de polos p = 10.

* Para dibujar el Triángulo de Potier es preciso utilizar datos de ensayos de carga reactiva y de cortocircuito a la misma corriente del inducido. Si no es así, del ensayo de cortocircuito cuyos datos se conocen hay que obtener los datos del ensayo en el que la corriente del estator sea la misma que en el ensayo de carga reactiva. Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito, de los datos de un ensayo de cortocircuito hay obtienen los datos de otro ensayo mediante una relación lineal.

* Dado que la característica de vacío está dada en valores por unidad conviene realizar todo el proceso de obtención del Triángulo de Potier en valores p.u. Se expresan los datos de los ensayos en valores p.u., se dibuja el Triángulo de Potier y se obtienen X_σ y $\mathscr{F}_i$ en valores p.u. Finalmente se pasan estos valores p.u. a valores reales.

* Conociendo el valor de la corriente de excitación I_e se obtiene el de la f.e.m. de vacío E_0 yendo a la curva de vacío. Para ello calcule primero I_e en valor p.u., con I_e(p.u.) de la curva de vacío se obtiene E_0 en valor p.u. y de E_0(p.u.) se obtienen los valores en voltios de las f.e.m.s de vacío de fase E_0 y de línea E_{0L}.

* En las máquinas síncronas durante los ensayos de vacío, cortocircuito y de carga reactiva el campo magnético tiene la dirección longitudinal. Por esta razón, al aplicar en las máquinas de polos salientes las mismas expresiones que sirven para calcular la impedancia síncrona de las máquinas de rotor cilíndrico se obtienen las impedancias según el eje longitudinal (el eje d).

* Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona longitudinal X_d es igual a la impedancia síncrona Z_d (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

Máquinas síncronas

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

* Calcule la corriente de estator en un ensayo de cortocircuito I_{corto} en el que la corriente de excitación sea aquella a la que quiere calcular la reactancia síncrona saturada. Para ello realice una interpolación lineal a partir de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado.

* Para la corriente de excitación I_e a la que quiere calcular la reactancia síncrona longitudinal saturada obtenga los valores de las f.e.m.s E_{0c} sobre la recta de entrehierro y E_0 sobre la característica de vacío. Para ello habrá que pasar primero I_e a valor p.u., obtener las f.e.m.s en p.u. y luego pasarlas a voltios.

* La impedancia síncrona longitudinal X_d no saturada se obtiene dividiendo E_{0c} entre I_{corto} y la impedancia síncrona saturada dividiendo E_0 entre I_{corto}.

* Según el enunciado la reactancia síncrona transversal X_q es igual al 70% de la reactancia X_d (no sat)

* La potencia que consume la carga se mide en W, lo que significa que esta es una potencia activa P.

* A continuación, exprese la tensión V y la corriente I de fase en forma vectorial tomando al vector de tensión como referencia.

* Calcule la dirección del vector E_0 mediante el método correspondiente. Obtendrá el ángulo de par δ (ángulo comprendido entre la f.e.m. de vacío E_0 y la tensión V).

* Descomponga la corriente del estator I según la dirección perpendicular a E_0 (I_d) y paralela a E_0 (I_q). Exprese estas componentes de la corriente en forma vectorial.

* Calcule E_0 sumando vectorialmente a la tensión en bornes V las caídas de tensión en la resistencia (cero en este caso), la reactancia síncrona longitudinal X_d y la reactancia síncrona transversal X_q.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.1.3

Datos:

	$S_N = 1$ MVA	$V_{NL} = 20000$ V	f = 50 Hz
	2p = 20 polos salientes		Conexión estrella
	$I_{e0} = 100$ A	$R \approx 0\ \Omega$	$X_q = 0{,}7\ X_d$ (no sat)
Ensayo de cortocircuito:		$I_L = 0{,}8\ I_{NL}$	$I_e = 80$ A
Ensayo de carga reactiva:		$I_L = I_{NL}$	$I_e = 220$ A $\quad V_L = V_{NL}$
	<u>Apartado c)</u>:	$X_d = 400\ \Omega$	$X_q = 280\ \Omega$
		$V_L = V_{NL}$	P = 554257 W $\quad \cos\varphi = 0{,}8$ ind.

Resolución:

a) En este alternador con conexión estrella los valores asignados son:

$$V_{NL} = 20000\ \text{V} \qquad I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{1000000}{\sqrt{3}\cdot 20000} = 28{,}9\ \text{A}$$

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547\ \text{V} \qquad I_N = I_{NL} = 28{,}9\ \text{A}$$

y la impedancia asignada Z_N, utilizada como base para expresar las impedancias en valores por unidad (p.u.), vale:

$$Z_N = \frac{V_N}{I_N} = \frac{11547}{28{,}9} = 400\ \Omega$$

Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor). Se tiene, pues, que:

$$I_L(\text{p. u.}) = I\,(\text{p. u.}) = \frac{I_L}{I_{NL}} = \frac{I}{I_N}$$

$$V_L(\text{p. u.}) = V\,(\text{p. u.}) = \frac{V_L}{V_{NL}} = \frac{V}{V_N} \tag{1}$$

$$Z\,(\text{p. u.}) = \frac{Z}{Z_N} \quad\rightarrow\quad R\,(\text{p. u.}) = \frac{R}{Z_N} \quad ; \quad X\,(\text{p. u.}) = \frac{X}{Z_N}$$

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}}$$

Obsérvese que las tensiones de fase y de línea del estator son iguales cuando se expresan por unidad (p.u.). Análogamente, las corrientes de fase y de línea del estator son iguales en valores por unidad. Todo esto independientemente de la conexión estrella o triángulo del estator.

Todas las ecuaciones de la máquina siguen siendo válidas cuando las magnitudes se expresan en valores por unidad.

La velocidad de sincronismo n_1 se calcula así:

$$n_1 = \frac{60\ f_1}{p} = \frac{60 \cdot 50}{10} = 300 \text{ r.p.m.}$$

Para poder dibujar el Triángulo de Potier se debe disponer de los datos de ensayos de cortocircuito y de carga reactiva para la misma corriente del inducido. En este caso no es así; el ensayo de cortocircuito se ha realizado con una corriente I_L de 0,8 I_{NL} y el de carga reactiva con la corriente asignada.

Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito y que esta curva pasa por el origen (ver la Fig. 2 (en esta figura hay que utilizar la escala vertical de la derecha para la característica de cortocircuito)), conocido un punto de esta curva se puede obtener otro. En este caso se conoce el punto M (Fig. 2) correspondiente a los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado (I_L = 0,8 I_{NL}, I_e = 80 A). El punto N para corriente asignada en el estator tiene una corriente de excitación que se obtiene así:

$$I_e = 80 \frac{I_{NL}}{0{,}8\ I_{NL}} = 100 \text{ A}$$

Como la curva de vacío está expresada en función de valores por unidad, a continuación se van a indicar los resultados de los ensayos de cortocircuito (a intensidad asignada) y de carga reactiva en valores por unidad (p.u.). Para ello se utilizan las relaciones (1):

<u>Cortocircuito</u>: $I\,(\text{p. u.}) = 1 \qquad I_e(\text{p. u.}) = \frac{100}{100} = 1$

<u>Carga reactiva</u>: $I\,(\text{p. u.}) = 1 \qquad I_e(\text{p. u.}) = \frac{220}{100} = 2{,}2 \qquad V\,(\text{p. u.}) = 1$

Llevando estos valores a la curva de vacío (Fig. 1) se obtienen los puntos A y A' (para situar el punto A' téngase presente que en el ensayo de cortocircuito la tensión en bornes es nula (V = 0)).

Una vez situados los puntos A y A' sobre la característica de vacío y de dibujar también la recta de entrehierro (prolongando la parte inicial rectilínea de la curva de vacío) se puede dibujar el *Triángulo de Potier* siguiendo el procedimiento que se describe a continuación (ver la Fig. 1):

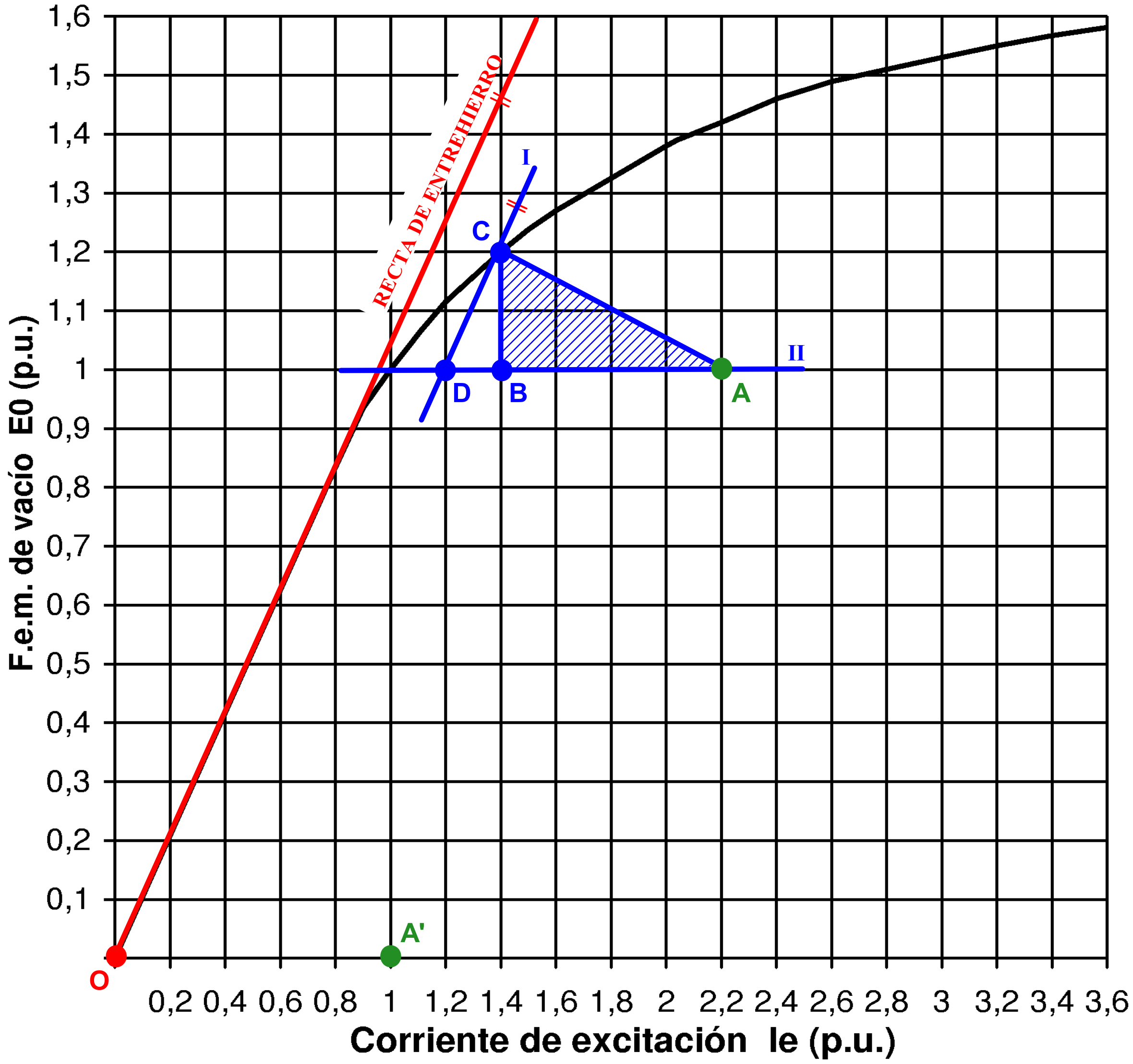


Fig. 1: Triángulo de Potier

- Se dibuja la recta horizontal II que pasa por el punto A y se obtiene el punto D tal que la distancia $\overline{DA}$ es igual a la distancia $\overline{OA'}$.
- Por el punto D se traza una recta I paralela a la recta de entrehierro que corta a la característica de vacío en el punto C.
- Por el punto C se traza una recta vertical que corta a la recta horizontal II en el punto B.
- El Triángulo de Potier es el triángulo rectángulo ABC, de tal manera que el lado BA tiene una longitud igual a la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ correspondiente a la corriente del estator en los ensayos de cortocircuito y de carga reactiva utilizados (la corriente asignada en este caso) y el lado BC tiene una longitud igual a la caída de tensión $\left(X_\sigma \cdot I\right)$ en la reactancia de dispersión del estator.

En esta máquina se obtiene que:

$$\left.\begin{array}{l}\left(X_\sigma \cdot I\right)(\text{p. u.}) = X_\sigma(\text{p. u.}) \cdot I(\text{p. u.}) = 0{,}2 \\ I(\text{p. u.}) = 1\end{array}\right\} \rightarrow X_\sigma(\text{p. u.}) = \frac{0{,}2}{1} = 0{,}2$$

$$X_\sigma = X_\sigma(\text{p. u.}) \cdot Z_N = 0{,}2 \cdot 400 = 80\ \Omega$$

$$\mathcal{F}_i(\text{p.u.}) = 0{,}8 \rightarrow \mathcal{F}_i = \mathcal{F}_i(\text{p.u.}) \cdot I_{e0} = 0{,}8 \cdot 10 = 80\ \text{A (si I = 28,9 A)}$$

Recuérdese que cuando se obtiene el triángulo de Potier las fuerzas magnetomotrices (f.m.m.) se expresan indicando la corriente que debería circular por el devanado inductor para generarlas. Es decir, aunque la f.m.m. de reacción de inducido $\mathcal{F}_i$ la originan las corrientes que circulan por las fases del estator, se va a medir indicando la corriente que debería pasar por el inductor para generar una f.m.m. del mismo valor. Aunque esta forma de medir las f.m.m.s pueda parecer extraña, resulta muy práctica ya que las características de vacío y de cortocircuito se expresan en función de I_e.

La reactancia de dispersión del estator vale $X_\sigma = 80\ \Omega$ y la reacción de inducido cuando la corriente es $I_L = I_{NL} = 28{,}9$ A vale $\mathcal{F}_i = 80$ A.

b) En la Fig. 2 se han dibujado sobre la misma gráfica las características de vacío (con la recta de entrehierro) y de cortocircuito. Para la característica de vacío se usa la escala vertical izquierda y para la de cortocircuito la escala vertical derecha.

Realmente, dado el carácter lineal de la curva de cortocircuito y el hecho de que, además, pase por el origen de coordenadas, no es preciso dibujarla para obtener puntos de la misma. Conociendo los datos de un ensayo de cortocircuito se pueden obtener los datos de otro punto de esta curva de forma analítica mediante una simple relación lineal (como ya se ha hecho en el apartado a) de este problema).

En las máquinas síncronas durante los ensayos de vacío, cortocircuito y de carga reactiva el campo magnético tiene la dirección longitudinal. Por esta razón, al aplicar en las máquinas de polos salientes las mismas expresiones que sirven para calcular la impedancia síncrona de las máquinas de rotor cilíndrico se obtienen las impedancias según el eje longitudinal (el eje d).

Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona longitudinal X_d es igual a la impedancia síncrona longitudinal Z_d (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

La impedancia síncrona longitudinal no saturada es independiente del valor de la corriente de excitación I_e. Para calcularla, primero con un valor cualquiera de I_e se obtienen los valores de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} y de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_{0c} sobre la recta de entrehierro (no sobre la característica de vacío) y luego se aplica esta expresión:

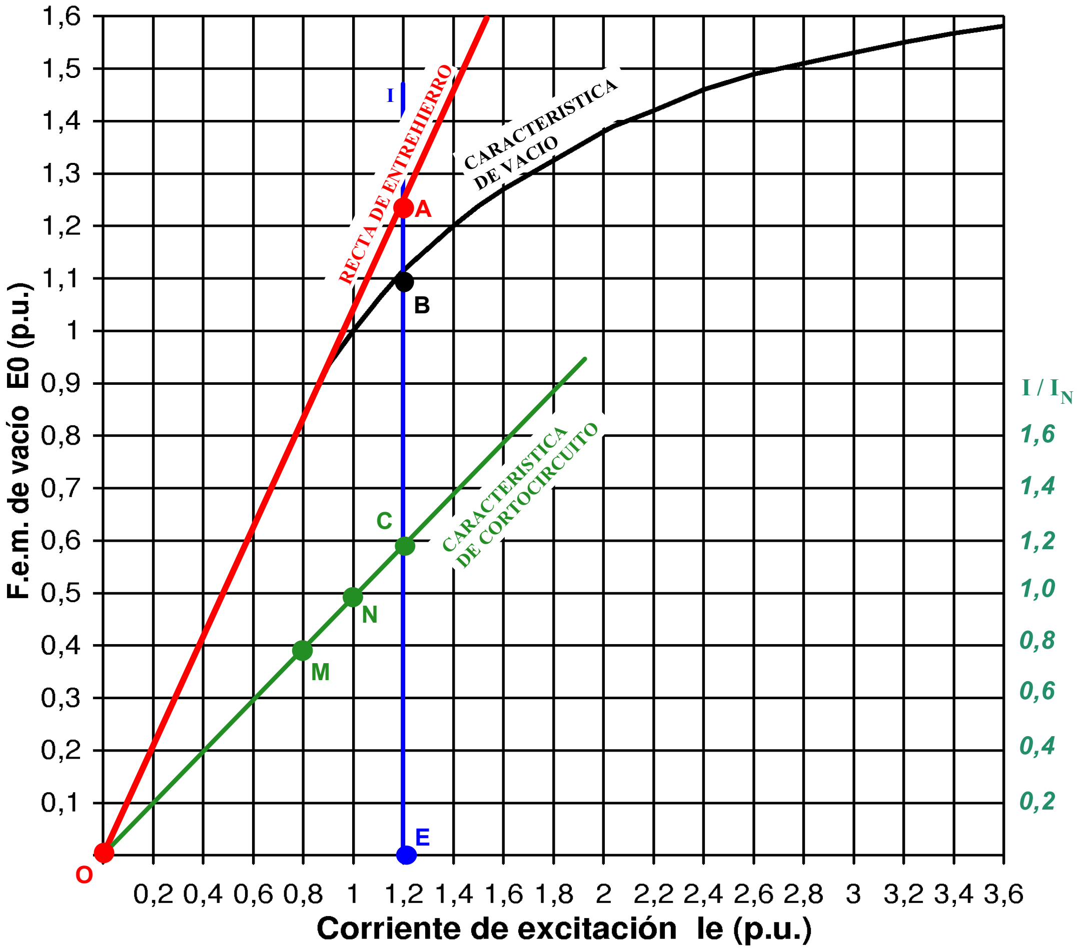


Fig. 2: Características de vacío y de cortocircuito

$$Z_d(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{corto}} \tag{4}$$

Así, en la Fig. 2, usando las escalas adecuadas para medir las tensiones de la recta de entrehierro y las corrientes de la característica de cortocircuito, se tiene que:

$$Z_d(\text{no sat}) = \frac{\overline{AE}}{\overline{CE}}$$

La impedancia síncrona longitudinal saturada es función de la corriente de excitación I_e. Para calcularla para un valor dado de I_e, se obtienen primero los valores de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 y de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} correspondientes al dicho valor de I_e y luego se aplica esta expresión:

$$Z_d(\text{sat}) = \frac{E_0}{I_{corto}} \tag{5}$$

Así, en la Fig. 2, usando las escalas adecuadas para medir las tensiones de la característica de vacío y las corrientes de la característica de cortocircuito, se tiene que:

$$Z_d(\text{sat}) = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}$$

En este caso, dado que se pide la reactancia síncrona longitudinal saturada para $I_e = 120$ A, se tomarán todos los datos de f.e.m. y de corriente para esta corriente de excitación.

La corriente del ensayo de cortocircuito para $I_e = 120$ A se obtiene por interpolación lineal de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado:

$$I_{\text{corto}} = I_N \frac{120}{100} = 1{,}2\ I_N = 34{,}7\ \text{A}$$

Este valor de corriente de excitación $I_e = 120$ A, expresado en valores p.u. es:

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}} = 1{,}2$$

con lo que, yendo a la curva de vacío y la recta de entrehierro (ver la Fig. 2), se obtiene que:

$$E_{0c}(\text{p.u.}) = 1{,}25 \quad \rightarrow \quad E_{0c} = E_{0c}(\text{p.u.}) \cdot V_N = 1{,}25 \cdot 11547 = 14434\ \text{V}$$

$$E_0(\text{p.u.}) = 1{,}15 \quad \rightarrow \quad E_0 = E_0(\text{p.u.}) \cdot V_N = 1{,}15 \cdot 11547 = 13279\ \text{V}$$

Luego, finalmente se obtienen estos resultados:

$$X_d(\text{no sat}) = Z_d(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{\text{corto}}} = \frac{14434}{34{,}7} = 416\ \Omega$$

$$X_d(\text{sat}) = Z_d(\text{sat}) = \frac{E_0}{I_{\text{corto}}} = \frac{13279}{34{,}7} = 382{,}7\ \Omega \quad (\text{para } I_e = 120\ \text{A})$$

El enunciado indica que la reactancia síncrona transversal es igual al 70% de la reactancia síncrona longitudinal no saturada. Luego:

$$X_q = 0{,}7\, X_d(\text{no sat}) = 0{,}7 \cdot 416 = 291{,}2\ \Omega$$

<u>La reactancia síncrona longitudinal no saturada vale 416 Ω, la reactancia síncrona transversal vale 291,2 Ω y la reactancia síncrona longitudinal saturada vale 382,7 Ω cuando $I_e = 120$ A</u>.

c) El método de las dos reacciones usado por Doherty y Nickle requiere descomponer la corriente del estator según los ejes d y q. Por eso lo primero que hay que hacer es determinar las direcciones de estos dos ejes.

La componente longitudinal de la corriente del estator I_d se obtiene proyectándola según la dirección perpendicular a E_0 y la componente transversal I_q se obtiene proyectado la corriente I según la dirección de E_0. El problema es que la f.e.m. de vacío E_0 es la incógnita a calcular y no se conoce a priori. Existe, sin embargo, una construcción que permite calcular la dirección de la f.e.m. E_0 y que está representada en la Fig. 3.

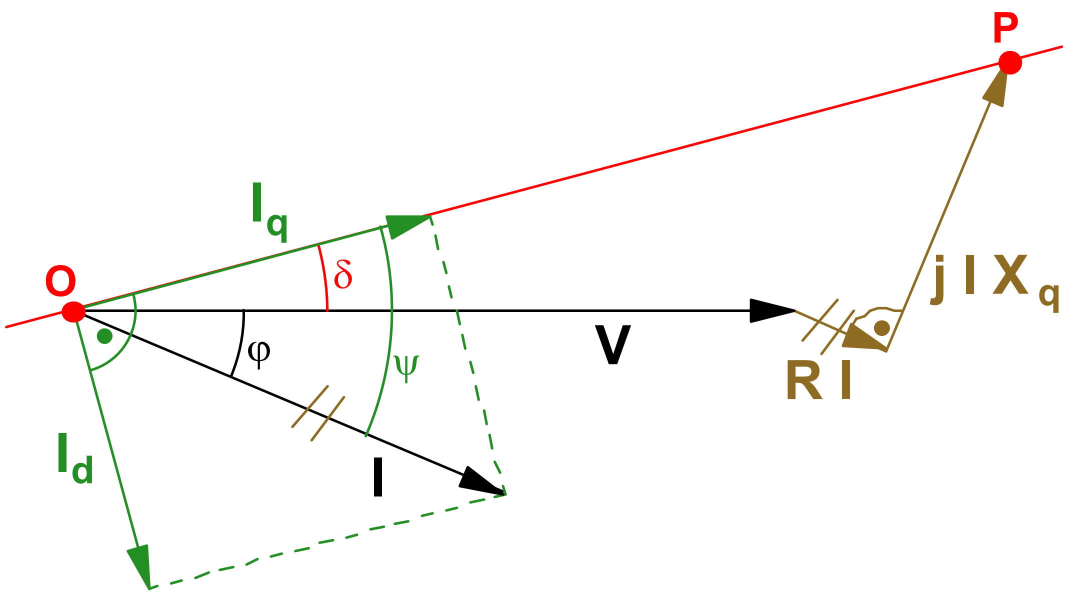


Fig. 3: Obtención de la dirección de la f.e.m. de vacío E_0

En la Fig. 3 la dirección dada por el segmento $\overline{OP}$ es la misma que la de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0:

$$\overline{OP} = \overline{V} + \overline{I}\left(R + j\,X_q\right) \tag{6}$$

En este caso el enunciado indica que el alternador alimenta a la tensión asignada una carga que consume 554257 W con factor de potencia 0,8 inductivo. Como la potencia de la carga está medida en vatios (W) se trata de su potencia activa P. Por lo tanto, de estos datos se deduce que la corriente que circula por la carga vale:

$$I = I_L = \frac{P}{\sqrt{3}\;V_L\;\text{Cos}\,\varphi} = \frac{554257}{\sqrt{3}\cdot 20000\cdot 0{,}8} = 20\ \text{A}$$

y el ángulo φ es:

$$\cos\varphi = 0{,}8\ \text{ind} \quad\rightarrow\quad \varphi = 36{,}87^{\text{o}}$$

Las reactancias síncronas longitudinal y transversal para resolver este apartado del problema valen ahora, según el enunciado:

$$X_d = 400\ \Omega \qquad\qquad X_q = 280\ \Omega$$

Tomando la tensión en bornes $\overline{V}$ como vector de referencia (Fig. 3) se tiene que:

$$\overline{V} = V\,\underline{\left|0\right.} = 11547\,\underline{\left|0\right.} = 11547 + j\,0\ \text{V}$$

$$\bar{I} = I\,\underline{\left|-\varphi\right.} = 20\,\underline{\left|-36{,}87^\circ\right.} = 16 - j\,12\ \text{A}$$

con lo que el segmento $\overline{OP}$, aplicando la expresión (6), sale así:

$$\overline{OP} = 11547 + (16 - j\,12)\cdot(0 + j\,280) = 14907 + j\,4480 = 15566\,\underline{\left|16{,}7^\circ\right.}$$

y, por consiguiente, el ángulo de par δ (ángulo entre la f.e.m. E_0 y la tensión V) vale:

$$\delta = 16{,}7^\circ$$

y el ángulo ψ (ángulo entre la f.e.m. E_0 y la corriente I (Fig. 3)) es:

$$\psi = \delta + \varphi = 16{,}7 + 36{,}87 = 53{,}6^\circ$$

De la Fig. 3 se obtiene que los módulos de las componentes longitudinal y transversal de la corriente I del estator valen:

$$I_d = I\ \text{sen}\ \psi = 20\cdot\ \text{sen}\ 53{,}6^\circ = 16\text{A}$$

$$I_q = I\cos\psi = 20\cdot\ \cos 53{,}6^\circ = 12\text{A}$$

Poniendo estas componentes de la corriente en forma vectorial (Fig. 3) queda que:

$$\bar{I}_d = I_d\,\underline{\left|\delta - 90^\circ\right.} = 16\,\underline{\left|16{,}7 - 90^\circ\right.} = 4{,}6 - j\,15{,}3\ \text{A}$$

$$\bar{I}_q = I_q\,\underline{\left|\delta\right.} = 12\,\underline{\left|16{,}7^\circ\right.} = 11{,}5 - j\,3{,}4\ \text{A}$$

La f.e.m. de vacío E_0 de una máquina de polos salientes se obtiene, pues, aplicando esta expresión (ver la Fig. 4):

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + R\,\bar{I} + j\,X_d\,\bar{I}_d + j\,X_q\,\bar{I}_q \qquad (7)$$

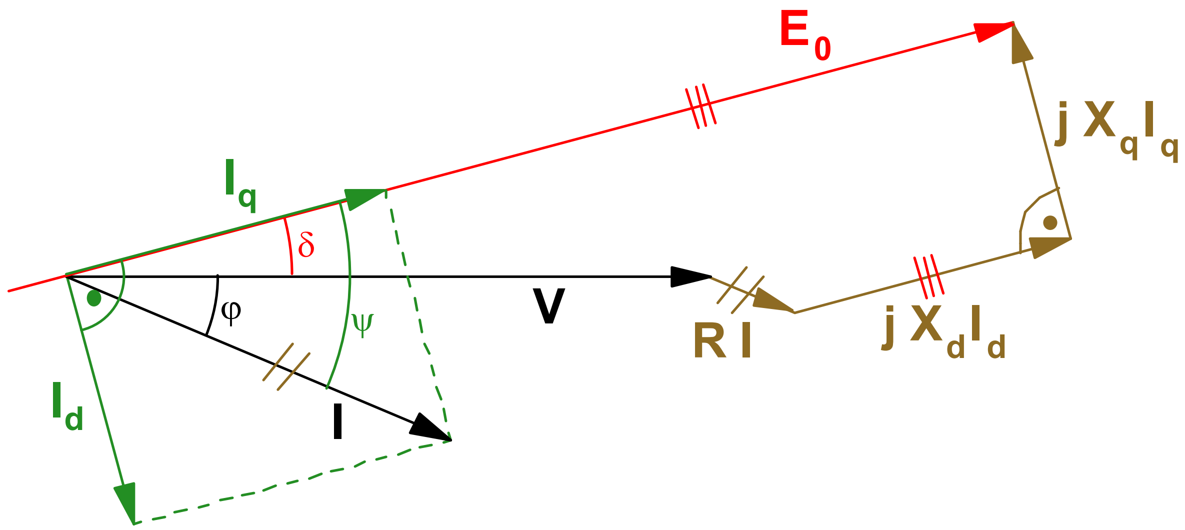


Fig. 4: Obtención de la f.e.m. de vacío E_0 en una máquina de polos salientes

En esta máquina se obtiene que:

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + R\,\overline{I} + j\,X_d\,\overline{I}_d + j\,X_q\,\overline{I}_q =$$

$$= 11547 + 0 + j\,400\,(4{,}6 + j\,15{,}3) + j\,280\,(11{,}5 + j\,3{,}4) =$$

$$= 16717 + j\,5060 = 17466 \underline{|\ 16{,}8^\circ}\ \text{V}$$

Luego, la f.e.m. de vacío de fase E_0 vale 17466 V y, dada la conexión estrella del estator, la f.e.m. de vacío de línea E_{0L} vale:

$$E_{0L} = \sqrt{3}\ E_0 = \sqrt{3}\cdot 17466 = 30252\ \text{V}$$

<u>La fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío de fase vale E_0 = 11466 V y la de línea es E_{0L} = 30252 V</u>.

PROBLEMA S.1.4

ENUNCIADO

Un hidroalternador de 15 MVA, 11,6 kV, 50 Hz, trifásico, 12 polos salientes y conexión triángulo tiene la característica de vacío representada en la hoja adjunta (curva 1).
Los ensayos de cortocircuito y de carga reactiva de esta máquina han dado estos resultados (p.u.: por unidad):

Ensayo de cortocircuito con corriente de inducido asignada: I_e (p.u.) = 0,8
Ensayo de carga reactiva a corriente y tensión de inducido asignados: I_e (p.u.) = 2,1

La resistencia del inducido es despreciable y la corriente de excitación que en vacío proporciona la tensión asignada es I_{e0} = 100 A.

a) Dibujar el triángulo de Potier y obtener la reactancia de dispersión X_σ y la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$.

b) Calcular las reactancias síncronas longitudinal no saturada y saturada cuando la intensidad de excitación vale I_e = 1,4 p.u.

c) Sabiendo que la reactancia síncrona transversal X_q tiene un valor igual a 0,65 veces la reactancia síncrona longitudinal no saturada X_d, calcular el valor de esta reactancia X_q.

d) Suponiendo que la reactancia síncrona longitudinal vale X_d = 0,9 p.u. y la transversal vale X_q = 0,6 p.u., calcular mediante el método de Doherty-Nickle el valor de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 necesaria para obtener la tensión asignada con la mitad de la carga asignada y factor de potencia 0,8 inductivo. ¿Cuánto vale la corriente de excitación I_e en este caso?

RESULTADOS

a) $X_\sigma = 6{,}59\ \Omega$; $\mathscr{F}_i = 56$ A si $I = I_N$

b) X_d (no sat) $= 22{,}33\ \Omega$; X_d (sat) $= 18{,}57\ \Omega$ si I_e(p.u.) $= 1{,}4$

c) $X_q = 14{,}53\ \Omega$

d) $E_0 = E_{0L} = 15312$ V; $I_e = 178$ A

Máquinas síncronas

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Calcule también la impedancia asignada Z_N por cociente entre la tensión V_N y la corriente I_N asignadas de fase. Z_N es el valor que servirá de base para calcular los valores por unidad (p.u.) de resistencias, reactancias e impedancias del estator.

* Identifique el valor de I_{e0}, es decir, la corriente de excitación que da lugar en vacío a la tensión asignada.

* Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor).

* En este problema los datos y la curva de vacío se han dado en valores por unidad o en función de los valores asignados (con lo cual su conversión a valores p.u. es inmediata). Por esta razón es más cómodo resolverlo trabajando con valores p.u.

* Para dibujar el Triángulo de Potier es preciso utilizar datos de ensayos de carga reactiva y de cortocircuito a la misma corriente del inducido. En este caso los ensayos que se indican en el enunciado están realizados con la corriente asignada (1 p.u.) en el inducido y, en consecuencia, se cumple esta condición de igualdad de corrientes en los dos ensayos.

* Una vez dibujado el triángulo de Potier y pueden obtener X_σ y $\mathcal{F}_i$ en valores p.u. Finalmente se pasan estos valores p.u. a valores absolutos, en Ohmios y Amperios, respectivamente.

* En las máquinas síncronas durante los ensayos de vacío, cortocircuito y de carga reactiva el campo magnético tiene la dirección longitudinal. Por esta razón, al aplicar en las máquinas de polos salientes las mismas expresiones que sirven para calcular la impedancia síncrona de las máquinas de rotor cilíndrico se obtienen las impedancias según el eje longitudinal (el eje d).

* Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona longitudinal X_d es igual a la impedancia síncrona Z_d (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

* Calcule la corriente de estator en un ensayo de cortocircuito I_{corto} en el que la corriente de excitación sea aquella a la que quiere calcular la reactancia síncrona saturada. Para ello realice una interpolación lineal a partir de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado.

* Para la corriente de excitación I_e a la que quiere calcular la reactancia síncrona longitudinal saturada obtenga los de las f.e.m.s E_{0c} sobre la recta de entrehierro y E_0 sobre la característica de vacío.

* La impedancia síncrona longitudinal X_d no saturada se obtiene dividiendo E_{0c} entre I_{corto} y la impedancia síncrona longitudinal saturada dividiendo E_0 entre I_{corto}. Si realiza estas divisiones trabajando con valores p.u., después debe pasarlos a Ohmios multiplicando los valores no saturado y saturado de X_d (p.u.) por Z_N.

* Según el enunciado la reactancia síncrona transversal X_q es igual a 0,65 veces la reactancia X_d (no sat)

* En el apartado d) la máquina suministra la mitad de la carga asignada. Esto significa que su potencia aparente es la mitad de la asignada. Como la tensión es la asignada, resulta entonces que la corriente es la mitad que la asignada.

* A continuación, exprese la tensión V y la corriente I de fase en forma vectorial tomando al vector de tensión como referencia. Trabajando con valores por unidad, el módulo de la tensión es 1 p.u. (es la tensión asignada) y de la corriente es 0,5 p.u. (es la mitad de la corriente asignada).

* Calcule la dirección del vector E_0 mediante el método correspondiente (puede operar con valores p.u.). Obtendrá el ángulo de par δ (ángulo comprendido entre la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 y la tensión V).

* Descomponga la corriente del estator I según la dirección perpendicular a E_0 (I_d) y paralela a E_0 (I_q). Exprese estas componentes de la corriente en forma vectorial.

* Calcule E_0 sumando vectorialmente a la tensión en bornes V las caídas de tensión en la resistencia (cero en este caso), en la reactancia síncrona longitudinal X_d y en la reactancia síncrona transversal X_q.

* Entrando con E_0 en el eje vertical de la curva de vacío (curva 1) se obtiene en el eje horizontal la corriente de excitación I_e.

* Dada la conexión triángulo del estator la f.e.m. de vacío de línea E_{0L} es igual a la f.e.m. de vacío de fase E_0.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.1.4

Datos:

S_N = 15 MVA	V_{NL} = 11600 V	f = 50 Hz	
2p = 12 polos salientes		Conexión triángulo	
I_{e0} = 100 A	$R \approx 0\ \Omega$	$X_q = 0{,}65\ X_d$ (no sat)	
Ensayo de cortocircuito:	$I_L = I_{NL}$	I_e (p.u.) = 0,8	
Ensayo de carga reactiva:	$I_L = I_{NL}$	I_e (p.u.) = 2,1	$V_L = V_{NL}$
Apartado d):	X_d (p.u.) = 0,9	X_q (p.u.) = 0,6	
	$V_L = V_{NL}$	½ de la carga asignada	
	cos φ = 0,8 ind.		

Resolución:

a) En este alternador con conexión triángulo los valores asignados son:

$$V_{NL} = 11600\ \text{V} \qquad I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\,V_{NL}} = \frac{15000000}{\sqrt{3}\cdot 11600} = 746{,}6\ \text{A}$$

$$V_N = V_{NL} = 11600\ \text{V} \qquad I_N = \frac{I_{NL}}{\sqrt{3}} = 431\ \text{A}$$

y la impedancia asignada Z_N, utilizada como base para expresar las impedancias en valores por unidad (p.u.), vale:

$$Z_N = \frac{V_N}{I_N} = \frac{11600}{431} = 26{,}91\ \Omega$$

Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador aislado se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor). Se tiene, pues, que:

$$I_L(\text{p. u.}) = I(\text{p. u.}) = \frac{I_L}{I_{NL}} = \frac{I}{I_N}$$

$$V_L(\text{p. u.}) = V(\text{p. u.}) = \frac{V_L}{V_{NL}} = \frac{V}{V_N} \qquad (1)$$

$$Z(\text{p. u.}) = \frac{Z}{Z_N} \quad \rightarrow \quad R(\text{p. u.}) = \frac{R}{Z_N} \quad ; \quad X(\text{p. u.}) = \frac{X}{Z_N}$$

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}}$$

Obsérvese que las tensiones de fase y de línea del estator son iguales cuando se expresan por unidad (p.u.). Análogamente, las corrientes de fase y de línea del estator son iguales en valores por unidad. Todo esto independientemente de la conexión estrella o triángulo del estator.

Todas las ecuaciones de la máquina siguen siendo válidas cuando las magnitudes se expresan en valores por unidad.

En este problema los datos y la curva de vacío se han dado en valores por unidad o en función de los valores asignados (con lo cual su conversión a valores p.u. es inmediata). Por esta razón se va a resolver trabajando con valores p.u. (el lector puede intentar resolverlo trabajando con los valores absolutos de cada dato (en amperios, voltios, Ohmios, etc.) y comprobar que obtiene los mismos resultados).

Para poder dibujar el Triángulo de Potier se debe disponer de los datos de ensayos de cortocircuito y de carga reactiva para la misma corriente del inducido. En este caso es así; ambos ensayos se han realizado a la corriente asignada. En concreto, los datos de los ensayos expresados en valores p.u. son:

Ensayo de cortocircuito:	I_{corto} (p.u.) = 1	I_e (p.u.) = 0,8	
Ensayo de carga reactiva:	I (p.u.) = 1	I_e (p.u.) = 2,1	V (p.u.) = 1

Llevando estos datos a la curva de vacío se obtienen los puntos A (ensayo de carga reactiva) y A' (ensayo de cortocircuito) en la Fig. 1.

Una vez situados los puntos A y A' sobre la característica de vacío y de trazar también la recta de entrehierro (prolongando la parte inicial rectilínea de la curva de vacío) se puede dibujar el *Triángulo de Potier* siguiendo este procedimiento (ver la Fig. 1):

* Se dibuja la recta horizontal II que pasa por el punto A y se obtiene el punto D tal que la distancia $\overline{DA}$ es igual a la distancia $\overline{OA'}$.
* Por el punto D se traza una recta I paralela a la recta de entrehierro que corta a la característica de vacío en el punto C.
* Por el punto C se traza una recta vertical que corta a la recta horizontal II en el punto B.
* El Triángulo de Potier es el triángulo rectángulo ABC, de tal manera que el lado BA tiene una longitud igual a la fuerza magnetomotriz (f.m.m.) de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ correspondiente a la corriente del estator en los ensayos de cortocircuito y de carga reactiva utilizados (la corriente asignada en este caso) y el lado BC tiene una longitud igual a la caída de tensión $\left(X_\sigma \cdot I\right)$ en la reactancia de dispersión del estator.

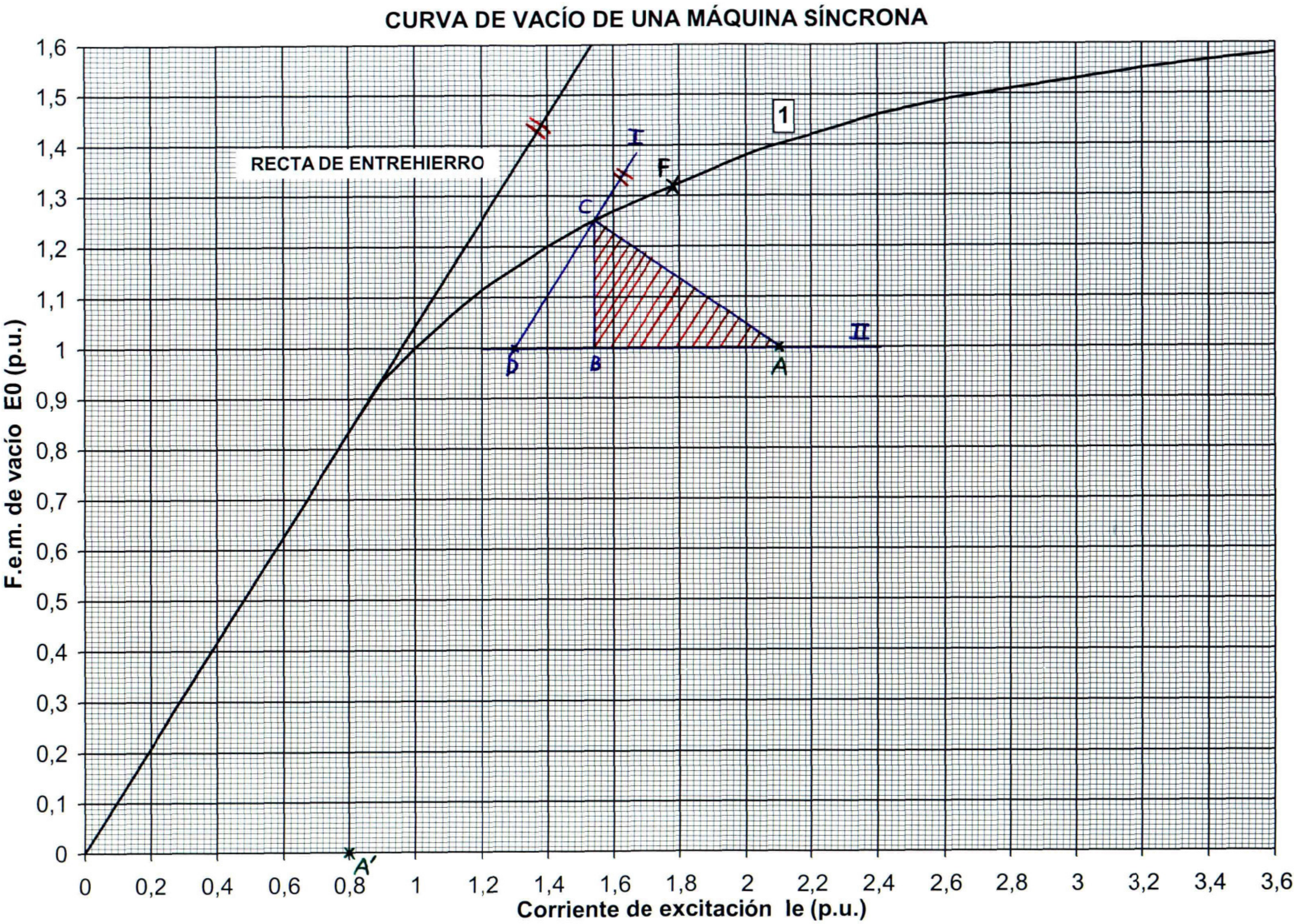


Fig. 1: Triángulo de Potier

En esta máquina se obtiene que:

$$\left.\begin{array}{l}(X_\sigma \cdot I)(p.u.) = X_\sigma(p.u.) \cdot I(p.u.) = 0{,}245 \\ I(p.u.) = 1\end{array}\right\} \rightarrow X_\sigma(p.u.) = \frac{0{,}245}{1} = 0{,}245$$

$$X_\sigma = X_\sigma(p.u.) \cdot Z_N = 0{,}245 \cdot 26{,}91 = 6{,}53\ \Omega$$

$$\mathscr{F}_i(p.u.) = 0{,}56 \rightarrow \mathscr{F}_i = \mathscr{F}_i(p.u.) \cdot I_{e0} = 0{,}56 \cdot 100 = 56\ \text{A (si I = 431 A)}$$

Recuérdese que cuando se obtiene el triángulo de Potier las fuerzas magnetomotrices (f.m.m.) se expresan indicando la corriente que debería circular por el devanado inductor para generarlas. Es decir, aunque la f.m.m. de reacción de inducido $\mathscr{F}_i$ la originan las corrientes que circulan por las fases del estator, se va a medir indicando la corriente que debería pasar por el inductor para generar una f.m.m. del mismo valor. Aunque esta forma de medir las f.m.m.s pueda parecer extraña, resulta muy práctica ya que las características de vacío y de cortocircuito se expresan en función de I_e.

<u>La reactancia de dispersión del estator vale X_σ = 6,59 Ω y la reacción de inducido cuando la corriente es $I_L = I_{NL}$ = 746,6 A vale $\mathscr{F}_i$ = 56 A</u>.

b) En la Fig. 2 se han dibujado sobre la misma gráfica las características de vacío (con la recta de entrehierro) y de cortocircuito. Para la característica de vacío se usa la escala vertical izquierda y para la de cortocircuito la escala vertical derecha.

Realmente, dado el carácter lineal de la curva de cortocircuito y el hecho de que, además, pase por el origen de coordenadas, no es preciso dibujarla para obtener puntos de la misma. Conociendo los datos de un ensayo de cortocircuito se pueden obtener los datos de otro punto de esta curva de forma analítica mediante una simple relación lineal.

En las máquinas síncronas durante los ensayos de vacío, cortocircuito y de carga reactiva el campo magnético tiene la dirección longitudinal. Por esta razón, al aplicar en las máquinas de polos salientes las mismas expresiones que sirven para calcular la impedancia síncrona de las máquinas de rotor cilíndrico se obtienen las impedancias según el eje longitudinal (el eje d).

Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona longitudinal X_d es igual a la impedancia síncrona longitudinal Z_d (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

La impedancia síncrona longitudinal no saturada es independiente del valor de la corriente de excitación I_e. Para calcularla, primero con un valor cualquiera de I_e se obtienen los valores de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} y de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_{0c} sobre la recta de entrehierro (no sobre la característica de vacío) y luego se aplica esta expresión:

$$Z_d(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{corto}} \tag{4}$$

Así, en la Fig. 2, usando las escalas adecuadas para medir las tensiones de la recta de entrehierro y las corrientes de la característica de cortocircuito, se tiene que:

$$Z_d(\text{no sat}) = \frac{\overline{AE}}{\overline{CE}}$$

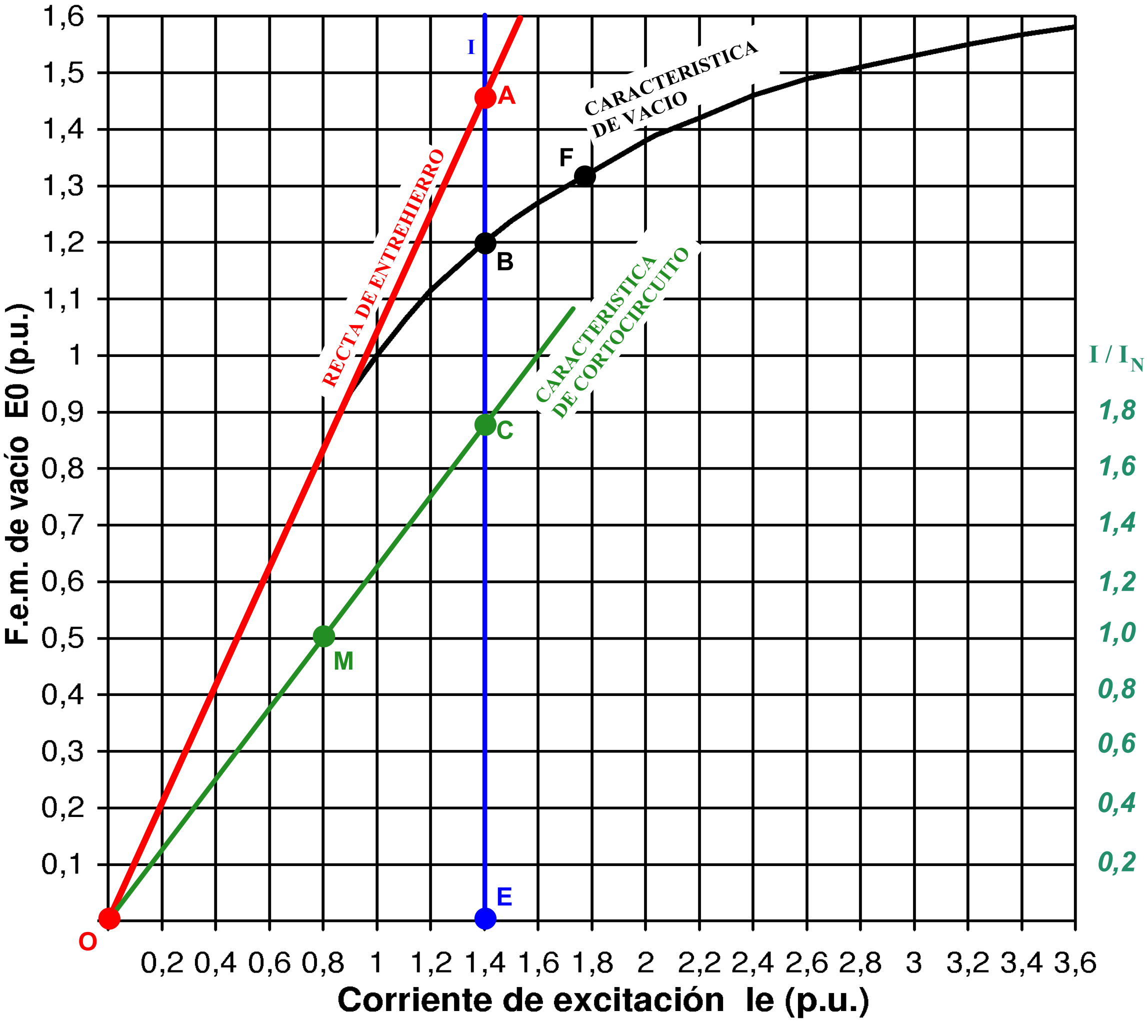


Fig. 2: Características de vacío y de cortocircuito

La impedancia síncrona longitudinal saturada es función de la corriente de excitación I_e. Para calcularla para un valor dado de I_e, se obtienen primero los valores de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 y de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} correspondientes al dicho valor de I_e y luego se aplica esta expresión:

$$Z_d(\text{sat}) = \frac{E_0}{I_{corto}} \tag{5}$$

Así, en la Fig. 2, usando las escalas adecuadas para medir las tensiones de la característica de vacío y las corrientes de la característica de cortocircuito, se tiene que:

$$Z_d(\text{sat}) = \frac{\overline{BE}}{\overline{CE}}$$

En este caso, dado que se pide la reactancia síncrona longitudinal saturada para una corriente de excitación I_e (p.u.) = 1,4 (lo que equivale a I_e = 140 A), se tomarán todos los datos de f.e.m. y de corriente para esta corriente de excitación.

La corriente del ensayo de cortocircuito para I_e (p.u.) = 1,4 se obtiene por interpolación lineal de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado: se conoce el punto M (ver la Fig. 2) correspondiente al ensayo de cortocircuito que se indica en el enunciado y se quiere calcular el punto C donde la corriente de excitación es 1,4 p.u. Se obtiene que:

$$I_{corto}\,(\text{p.u.}) = 1\,\frac{1{,}4}{0{,}8} = 1{,}75$$

Yendo a la curva de vacío y la recta de entrehierro (ver la Fig. 2), se obtiene que:

$$E_{0c}(\text{p.u.}) = 1{,}455 \qquad\qquad E_0(\text{p.u.}) = 1{,}2$$

Luego, finalmente se obtienen estos resultados:

$$X_d(\text{no sat})\,(\text{p.u.}) = Z_d(\text{no sat})\,(\text{p.u.}) = \frac{E_{0c}\,(\text{p.u.})}{I_{corto}\,(\text{p.u.})} = \frac{1{,}455}{1{,}75} = 0{,}83$$

$$X_d(\text{sat})\,(\text{p.u.}) = Z_d(\text{sat})\,(\text{p.u.}) = \frac{E_0\,(\text{p.u.})}{I_{corto}\,(\text{p.u.})} = \frac{1{,}2}{1{,}75} = 0{,}69$$

(para Ie (p.u.) = 1,4)

Expresando estas reactancias en Ohmios se obtienen los siguientes valores:

$$X_d\,(\text{no sat}) = X_d\,(\text{no sat})(\text{p.u.}) \cdot Z_N = 0{,}83 \cdot 26{,}91 = 22{,}33\ \Omega$$

$$X_d\,(\text{sat}) = X_d\,(\text{sat})(\text{p.u.}) \cdot Z_N = 0{,}69 \cdot 26{,}91 = 18{,}57\ \Omega$$

<u>La reactancia síncrona longitudinal no saturada vale 22,33 Ω y la reactancia síncrona longitudinal saturada vale 18,57 Ω cuando I_e (p.u.) = 1,4</u>.

c) El enunciado indica que la reactancia síncrona transversal es igual a 0,65 veces la reactancia síncrona longitudinal no saturada. Luego:

$$X_q\,(\text{p.u.}) = 0{,}65 \cdot X_d(\text{no sat})\,(\text{p.u.}) = 0{,}65 \cdot 0{,}83 = 0{,}54$$

$$X_q = X_q\,(\text{p.u.}) \cdot Z_N = 0{,}54 \cdot 26{,}91 = 14{,}53\ \Omega$$

<u>La reactancia síncrona transversal vale 14,53 Ω</u>.

d) En el caso de motores eléctricos la <u>carga</u> que han de mover se trata de una carga mecánica y, por esta razón, la carga en los motores se mide indicando la potencia mecánica que suministran. En el caso de generadores y de transformadores la carga que han de alimentar es una carga eléctrica y, por consiguiente, se mide indicando la potencia eléctrica (potencia <u>aparente</u> en corriente alterna) que suministran. En este problema se indica que la carga es la mitad de la asignada, lo que quiere decir que la potencia aparente que suministra el alternador es:

$$S = \frac{1}{2} S_N = \frac{1}{2} 15 = 7{,}5\ \text{MVA}$$

El método de las dos reacciones usado por Doherty y Nickle requiere descomponer la corriente del estator según los ejes d y q. Por eso lo primero que hay que hacer es determinar las direcciones de estos dos ejes.

La componente longitudinal de la corriente del estator I_d se obtiene proyectándola según la dirección perpendicular a E_0 y la componente transversal I_q se obtiene proyectado la corriente I según la dirección de E_0. El problema es que la f.e.m. de vacío E_0 es la incógnita a calcular y no se conoce a priori. Existe, sin embargo, una construcción que permite calcular la dirección de la f.e.m. E_0 y que está representada en la Fig. 3.

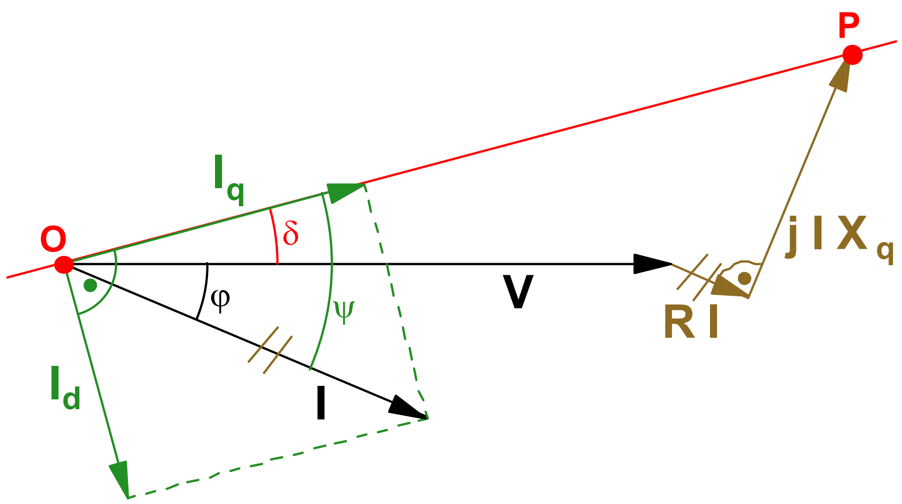


Fig. 3: Obtención de la dirección de la f.e.m. de vacío E_0

En la Fig. 3 la dirección dada por el segmento $\overline{OP}$ es la misma que la de la f.e.m. de vacío E_0:

$$\overline{OP} = \overline{V} + \overline{I}\left(R + j\,X_q\right) \tag{6}$$

En este caso el enunciado indica que el alternador alimenta a la tensión asignada una carga igual a la mitad de la asignada con factor de potencia 0,8 inductivo. Por lo tanto, de estos datos se deduce que la corriente que circula por la carga vale:

$$S = \frac{S_N}{2} \qquad\qquad V = V_N$$

$$I = \frac{S}{3\,V} = \frac{\frac{S_N}{2}}{3\,V_N} = \frac{1}{2}\left(\frac{S_N}{3\,V_N}\right) = \frac{1}{2}\,I_N \;\rightarrow\; \begin{cases} I\,(\text{p.u.}) = 0{,}5 \\ I = 215{,}5\ \text{A} \end{cases}$$

y el ángulo φ es:

$$\cos\varphi = 0{,}8\ \text{ind} \rightarrow \varphi = 36{,}87^{\circ}$$

Las reactancias síncronas longitudinal y transversal para resolver este apartado del problema valen ahora, según el enunciado:

$$X_d(\text{p.u.}) = 0{,}9 \;\rightarrow\; X_d = X_d(\text{p.u.}) \cdot Z_N = 0{,}9 \cdot 26{,}67 = 24{,}22\ \Omega$$

$$X_q(\text{p.u.}) = 0{,}6 \;\rightarrow\; X_q = X_q(\text{p.u.}) \cdot Z_N = 0{,}6 \cdot 26{,}67 = 16{,}15\ \Omega$$

Trabajando en valores p.u. y tomando la tensión en bornes $\overline{V}$ como vector de referencia (Fig. 3) se tiene que:

$$\overline{V}(\text{p.u.}) = V(\text{p.u.})\,\underline{|0} = 1\,\underline{|0} = 1 + j0\ \text{V}$$

$$\overline{I}(\text{p.u.}) = I(\text{p.u.})\,\underline{|-\varphi} = 0{,}5\,\underline{|-36{,}87^{\circ}} = 0{,}4 - j0{,}3\ \text{A}$$

con lo que el segmento $\overline{OP}$, aplicando la expresión (6) con valores p.u., sale así:

$$\overline{OP}(\text{p.u.}) = 1 + (0{,}4 - j0{,}3) \cdot (0 + j0{,}6) = 1{,}18 + j0{,}24 = 1{,}2\,\underline{|11{,}5^{\circ}}$$

y, por consiguiente, el ángulo de par δ (ángulo entre la f.e.m. E_0 y la tensión V) vale:

$$\delta = 11{,}5^{\circ}$$

y el ángulo ψ (ángulo entre la f.e.m. E_0 y la corriente I (Fig. 3)) es:

$$\psi = \delta + \varphi = 11{,}5 + 36{,}87 = 48{,}37^\circ$$

De la Fig. 3 se obtiene que los módulos de las componentes longitudinal y transversal de la corriente I del estator valen:

$$I_d(\text{p.u.}) = I(\text{p.u.})\,\text{sen}\psi = 0{,}5 \cdot \text{sen } 48{,}37^\circ = 0{,}374$$

$$I_q(\text{p.u.}) = I(\text{p.u.})\cos\psi = 0{,}5 \cdot \cos 48{,}37^\circ = 0{,}332$$

Poniendo estas componentes de la corriente en forma vectorial (Fig. 3) queda que:

$$\bar{I}_d(\text{p.u.}) = I_d(\text{p.u.})\,\underline{|\delta - 90^\circ} = 0.374\,\underline{|11{,}5 - 90^\circ} = 0{,}0746 - j0{,}366$$

$$\bar{I}_q(\text{p.u.}) = I_q(\text{p.u.})\,\underline{|\delta} = 0{,}332\,\underline{|11{,}5^\circ} = 0{,}325 + j0{,}0662$$

La f.e.m. de vacío E_0 de una máquina de polos salientes se obtiene, pues, aplicando esta expresión (ver la Fig. 4):

$$\bar{E}_0 = \bar{V} + R\,\bar{I} + j\,X_d\,\bar{I}_d + j\,X_q\,\bar{I}_q \qquad (7)$$

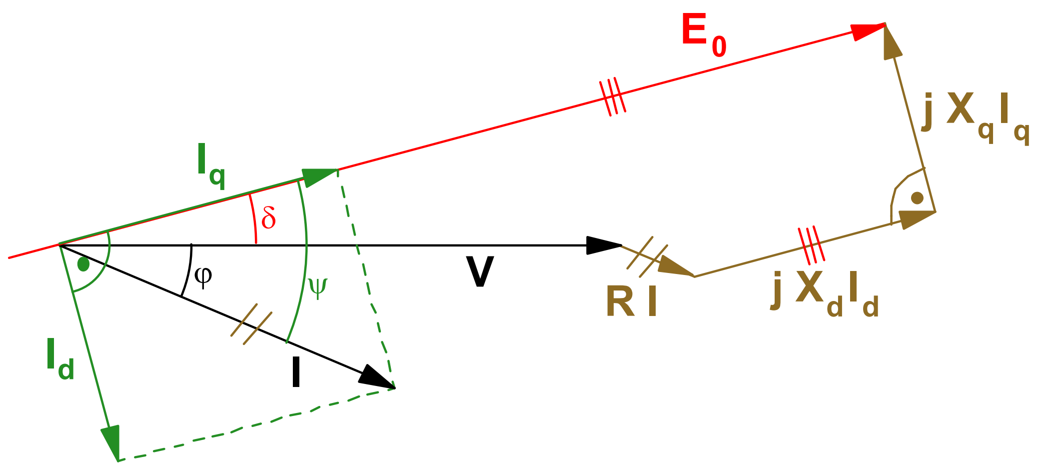


Fig. 4: Obtención de la f.e.m. de vacío E_0 en una máquina de polos salientes

Utilizando valores p.u. en esta máquina se obtiene que:

$$\bar{E}_0(\text{p.u.}) = \bar{V}(\text{p.u.}) + R(\text{p.u.})\,\bar{I}(\text{p.u.}) + jX_d(\text{p.u.})\,\bar{I}_d(\text{p.u.}) + jX_q(\text{p.u.})\,\bar{I}_q(\text{p.u.}) =$$
$$= 1 + 0 + j0{,}9\,(0{,}0746 - j0{,}336) + j0{,}6\,(0{,}325 + j0{,}0662) =$$
$$= 1{,}29 + j0{,}26 = 1{,}32\,\underline{|11{,}5^\circ}$$

Luego, la f.e.m. de vacío de fase E_0 vale:

$$E_0 = E_0(\text{p.u.}) \cdot V_N = 1{,}32 \cdot 11600 = 15312 \text{ V}$$

Dada la conexión triángulo del estator de este generador se tiene que:

$$E_{0L} = E_0 = 15312 \text{ V}$$

Entrando a la curva de vacío con el valor E_0(p.u.) = 1,32 (punto F en las Figs. 1 y 2) se obtiene que la corriente de excitación correspondiente vale

$$I_e(\text{p.u.}) = 1{,}78 \rightarrow I_e = I_e(\text{p.u.}) \cdot I_{e0} = 1{,}78 \cdot 100 = 178 \text{ A}$$

La fuerza electromotriz de vacío vale $E_0 = E_{0L} = 15312$ V y la corriente de excitación es $I_e = 178$ A.

PROBLEMA S.1.5

ENUNCIADO

Un alternador síncrono de rotor cilíndrico de 10 MVA, 12000 V, 50 Hz, trifásico, de 2 polos, conexión estrella y resistencia de inducido despreciable tiene una reactancia de dispersión de $X_\sigma = 0{,}12$ p.u. y su característica de vacío es la mostrada en la figura adjunta (curva 1). La corriente de excitación I_{e0} que origina la tensión asignada en vacío es de 150 A. De un ensayo de cortocircuito se obtienen estos datos (p.u.: por unidad):

Característica de cortocircuito: $I_e = 1{,}078$ p.u.; $I_{corto} = 1$ p.u.

- **a)** Obtener las reactancias síncronas no saturada X_s (no sat) y saturada X_s para una corriente inductora igual a I_{e0}. Expresar estas reactancias tanto en p.u. como en Ω.
- **b)** Obtener la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r en voltios y en p.u. cuando la máquina funciona con su tensión asignada y con el 90% de su corriente asignada y factor de potencia 0,8 inductivo ¿Cuáles son los valores de sus correspondientes f.e.m. E_{rc} sobre la recta de entrehierro y factor de saturación k_{sr}?
- **c)** Usando el análisis lineal mejorado obtener para el estado de carga del apartado anterior la reactancia síncrona con saturación constante X_{sb}, las f.e.m.s de vacío E_{0b} (sobre la recta de saturación constante) y E_{0c} (sobre la recta de entrehierro) y el ángulo de par δ.
- **d)** ¿Cuál es el valor (en p.u. y en A) de la corriente de excitación I_e correspondiente a los resultados del apartado anterior? ¿Y de la f.e.m. de vacío E_0 (en p.u. y en V)?
- **e)** Utilizando ahora el método A.S.A. vuelva a obtener la corriente de excitación I_e (en p.u. y en A), la f.e.m. de vacío E_0 (en p.u. y en V) y el ángulo de par δ para el estado de carga del apartado b).

RESULTADOS

- **a)** X_s (no sat) = 1,12 p.u. = 16,1 Ω; $X_s = X_s$ (sat) = 1,078 p.u. = 15,5 Ω
- **b)** E_r = 1,071 p.u. = 7420 V; E_{rL} = 12852 V; E_{rc} = 1,16 p.u. = 8036 V; E_{rcL} = 13920 V; k_{sr} = 1,08
- **c)** X_{sb} = 1,046 p.u. = 15,06 Ω; E_{0b} = 1,73 p.u. = 11985 V; E_{0bL} = 20760 V; E_{0c} = 1,868 p.u. = 12942 V; E_{0cL} = 22416 V; δ = 25,16°
- **d)** I_e = 1,793 p.u. = 269 A; E_0 = 1,32 p.u. = 9145 V; E_{0L} = 15840 V
- **e)** I_e = 1,806 p.u. = 271 A; E_0 = 1,33 p.u. = 9214 V; E_{0L} = 15960 V; δ = 26,71°

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Calcule también la impedancia asignada Z_N por cociente entre la tensión V_N y la corriente I_N asignadas de fase. Z_N es el valor que servirá de base para calcular los valores por unidad (p.u.) de resistencias, reactancias e impedancias del estator ($Z_b = Z_N$).

* Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor).

* Las ecuaciones de la máquina siguen siendo válidas cuando las magnitudes se expresan en valores por unidad (p.u.). Dado que la mayoría de los datos del enunciado se dan en valores p.u. es más sencillo trabajar con valores p.u. Una vez obtenidos los resultados en p.u. se pueden determinar rápidamente los correspondientes valores reales en voltios, amperios, ohmios, etc. multiplicando los valores p.u. por sus respectivos valores base.

* Conociendo el valor de la corriente de excitación I_e en p.u., que en este caso es I_{e0} (= 1 p.u.), se obtiene el valor de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 en p.u. sobre la curva de vacío y el de la f.e.m. E_{0c} en p.u. sobre la recta de entrehierro.

* Dado el carácter lineal de la característica de cortocircuito y que esta curva pasa por el origen, conocido el punto de esta curva correspondiente al ensayo de cortocircuito del enunciado se puede obtener otro punto por interpolación lineal. Así se calcula la corriente de estator en un ensayo de cortocircuito I_{corto} en el que la corriente de excitación es aquella a la que quiere calcular la reactancia síncrona saturada (I_{e0} en este caso).

* Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona X_s es igual a la impedancia síncrona Z_s (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

* La impedancia síncrona no saturada se obtiene dividiendo E_{0c} entre I_{corto} y la impedancia síncrona saturada dividiendo E_0 entre I_{corto}. Trabajando con valores p.u. de f.e.m.s y de corrientes se obtienen las impedancias en p.u. Los valores óhmicos de estas impedancias se calculan multiplicando sus respectivos valores p.u. por la impedancia base Z_b (= Z_N).

* Exprese la tensión V y la corriente I de fase en p.u. en forma vectorial ($\overline{V}$ e $\overline{I}$, respectivamente) tomando al vector de tensión $\overline{V}$ como referencia.

* Calcule la f.e.m. resultante E_r como suma vectorial de la tensión V y de las caídas de tensión en la resistencia R (de valor cero en este caso) y en la reactancia de dispersión X_σ.

S.1: Parámetros. Ensayos. Regulación

* En el punto de la característica de vacío donde la f.e.m. es E_r dibuje una recta vertical y su corte con la recta de entrehierro da el valor de la f.e.m. E_{rc}.

* El factor de saturación k_{sr} es el cociente entre E_{rc} y E_r.

* Calcule la reactancia síncrona con saturación constante X_{sb} partiendo de la reactancia de dispersión X_σ, de la reactancia síncrona no saturada X_s(no sat) y del factor de saturación k_{sr}.

* La fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío sobre la recta de saturación constante E_{0b} se obtiene sumando vectorialmente a la tensión V las caídas de tensión en la resistencia R (nula en este caso) y en la reactancia X_{sb}.

* El ángulo de par δ es el comprendido entre los fasores de f.e.m. de vacío E_0 (o de la f.e.m. E_{0b} sobre la recta de saturación constante) y de la tensión V y es igual al argumento del vector $\overline{E}_{0b}$ cuando se ha tomado el vector $\overline{V}$ como referencia.

* La f.e.m. de vacío sobre la recta de entrehierro E_{0c} se obtiene a partir de la f.e.m. de vacío sobre la recta de saturación constante E_{0b} y el factor de saturación k_{sr}.

* El valor de la corriente de excitación I_e es el que corresponde a la f.e.m., E_{0c} sobre la recta de entrehierro. Como este valor de E_{0c} se sale de la gráfica, se obtiene I_e por relación lineal con otro punto conocido de la recta de entrehierro.

* La fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 se determina gráficamente entrando con la corriente de excitación I_e a la característica de vacío.

* El método A.S.A. calcula la corriente de excitación I_e necesaria para que la máquina síncrona funcione con un estado de carga dado sumando la corriente de excitación I_{ec}, que haría falta si la máquina no se saturase, con I_{es}, que es el suplemento de corriente de excitación que se necesita debido a la saturación del circuito magnético de la máquina.

* I_{ecorto} es la corriente de excitación que se necesita para conseguir que un ensayo de cortocircuito circule por el inducido la misma corriente que en el estado de carga que se está analizando. El valor de I_{ecorto} se calcula mediante una relación lineal respecto a los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado.

  $\overline{I}_{ecorto}$ es un vector cuyo módulo es I_{ecorto} y que forma un ángulo de 180° con el fasor $\overline{I}$.

* I_{evc} es la corriente de excitación que en la recta de entrehierro da lugar a la misma tensión en el inducido que la del estado de carga que se está analizando.

  $\overline{I}_{evc}$ es un vector cuyo módulo es I_{evc} y que está adelantado un ángulo de 90° respecto al fasor de tensión $\overline{V}$.

* I_{ec} es el módulo del fasor $\bar{I}_{ec}$, el cual se calcula mediante la suma vectorial de $\bar{I}_{ecorto}$ y de $\bar{I}_{evc}$.

* El ángulo de par δ se calcula restando 90° al ángulo que forman $\bar{I}_{ec}$ y $\overline{V}$.

* La corriente de excitación I_{es} se obtiene a partir de una gráfica con la recta de entrehierro y la característica de vacío.

  Se localiza la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r en el eje de ordenadas de esta gráfica y por ese punto del eje de ordenadas se dibuja una recta horizontal. La distancia entre los dos puntos donde esta recta horizontal corta respectivamente a la recta de entrehierro y a la curva de vacío, medida sobre el eje de abscisas, es el valor de I_{es}.

* La corriente de excitación I_e que se necesita para que la máquina síncrona funcione en el estado de carga que se está estudiando se obtiene sumando las corrientes de excitación I_{ec} y I_{es}.

* La f.e.m. de vacío E_0 se determina entrando con la corriente de excitación I_e a la característica de vacío.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.1.5

Datos:

$S_N = 10$ MVA	$V_{NL} = 12000$ V	$f = 50$ Hz	
$2p = 2$ polos	Conexión estrella	$I_{e0} = 150$ A	$R \approx 0\ \Omega$
Ensayo de cortocircuito:	$I_e = 1{,}078$ p.u.	$I_{corto} = 1$ p.u.	

Resolución:

a) En este alternador los valores asignados de línea son:

$$V_{NL} = 12000\,\mathrm{V} \qquad I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}V_{NL}} = \frac{10000000}{\sqrt{3}\cdot 12000} = 481{,}1\ \mathrm{A}$$

Dada la conexión estrella del estator, los valores asignados de fase son:

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{12000}{\sqrt{3}} = 6928\,\mathrm{V} \qquad I_N = I_{NL} = 481{,}1\ \mathrm{A}$$

y la impedancia asignada, que sirve de base para expresar las impedancias en p.u., es:

$$Z_b = Z_N = \frac{V_N}{I_N} = \frac{6928}{481{,}1} = 14{,}4\ \Omega$$

Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator) e I_{e0} para las corrientes de excitación (en el rotor). Se tiene, pues, que:

$$I_{bL} = I_{NL};\ \ I_b = I_N;\ \ V_{bL} = V_{NL};\ \ V_b = V_N;\ \ Z_b = Z_N;\ \ S_b = S_N;\ \ I_{eb} = I_{e0}$$

$$I_L(\mathrm{p.u.}) = I(\mathrm{p.u.}) = \frac{I_L}{I_{bL}} = \frac{I}{I_b}$$

$$V_L(\mathrm{p.u.}) = V(\mathrm{p.u.}) = \frac{V_L}{V_{bL}} = \frac{V}{V_b} \tag{1}$$

$$Z(\mathrm{p.u.}) = \frac{Z}{Z_b} \quad \rightarrow \quad R(\mathrm{p.u.}) = \frac{R}{Z_b};\ \ X(\mathrm{p.u.}) = \frac{X}{Z_b}$$

$$I_e(\mathrm{p.u.}) = \frac{I_e}{I_{eb}} = \frac{I_e}{I_{e0}}$$

Obsérvese que las tensiones de fase y de línea del estator son iguales cuando se expresan por unidad (p.u.). Análogamente, las corrientes de fase y de línea del estator son iguales en valores p.u. Todo esto independientemente de la conexión estrella o triángulo del estator.

Las ecuaciones de la máquina siguen siendo válidas cuando las magnitudes se expresan en valores por unidad (p.u.). Dado que la mayoría de los datos del enunciado se dan en valores p.u. se va a operar con los valores p.u. y solamente al final de los cálculos se determinarán los valores reales en voltios, amperios, ohmios, etc.

En la Fig. 1 se han dibujado sobre la misma gráfica las características de vacío (con la recta de entrehierro) y de cortocircuito. Para la característica de vacío se usa la escala vertical izquierda y para la de cortocircuito la escala vertical derecha.

Realmente, dado el carácter lineal de la curva de cortocircuito y el hecho de que, además, pase por el origen de coordenadas, resulta que no es preciso dibujarla para obtener puntos de la misma. Conociendo los datos de un ensayo de cortocircuito se pueden obtener los datos de otro punto de esta curva de forma analítica mediante una simple relación lineal.

Dado que la resistencia R de las fases del estator es despreciable, la reactancia síncrona X_s es igual a la impedancia síncrona Z_s (tanto cuando se toma el valor no saturado como cuando se toma el valor saturado).

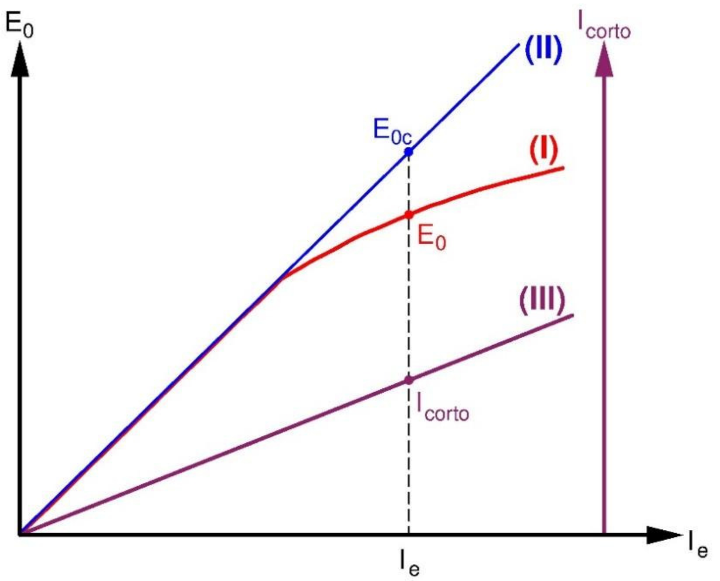


Fig. 1: Cálculo de las impedancias síncronas a partir de los ensayos de vacío y de cortocircuito

(I) Característica de vacío
(II) Recta de entrehierro
(III) Característica de cortocircuito

La impedancia síncrona no saturada es independiente del valor de la corriente de excitación I_e. Para calcularla, primero con un valor cualquiera de I_e se obtienen los valores de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} y de la f.e.m. de vacío E_{0c} sobre la recta de entrehierro (no sobre la característica de vacío) y luego se aplica esta expresión:

$$Z_s(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{corto}} \tag{2}$$

La impedancia síncrona saturada es función de la corriente de excitación I_e. Para calcularla para un valor dado de I_e, se obtienen primero los valores de la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 y de la corriente del ensayo de cortocircuito I_{corto} correspondientes al dicho valor de I_e y luego se aplica esta expresión:

$$Z_s(\mathrm{sat}) = \frac{E_0}{I_{\mathrm{corto}}} \tag{3}$$

En este caso, dado que se pide la reactancia síncrona saturada para una corriente inductora $I_e = I_{e0}$, se tomarán todos los datos de f.e.m. y de corriente para esta corriente de excitación. Como ya se ha indicado anteriormente, los cálculos se realizarán con los valores p.u. Evidentemente, una corriente de excitación igual a I_{e0} tiene un valor igual a 1 p.u.

La corriente de inducido del ensayo de cortocircuito para I_{e0} = 1 p.u. no se obtiene gráficamente, sino que se calcula por interpolación lineal de los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado:

$$I_{\mathrm{corto}} = 1\,\frac{1}{1{,}078} = 0{,}928\ \mathrm{p.u.}\ \left(= 446{,}5\ \mathrm{A}\right)$$

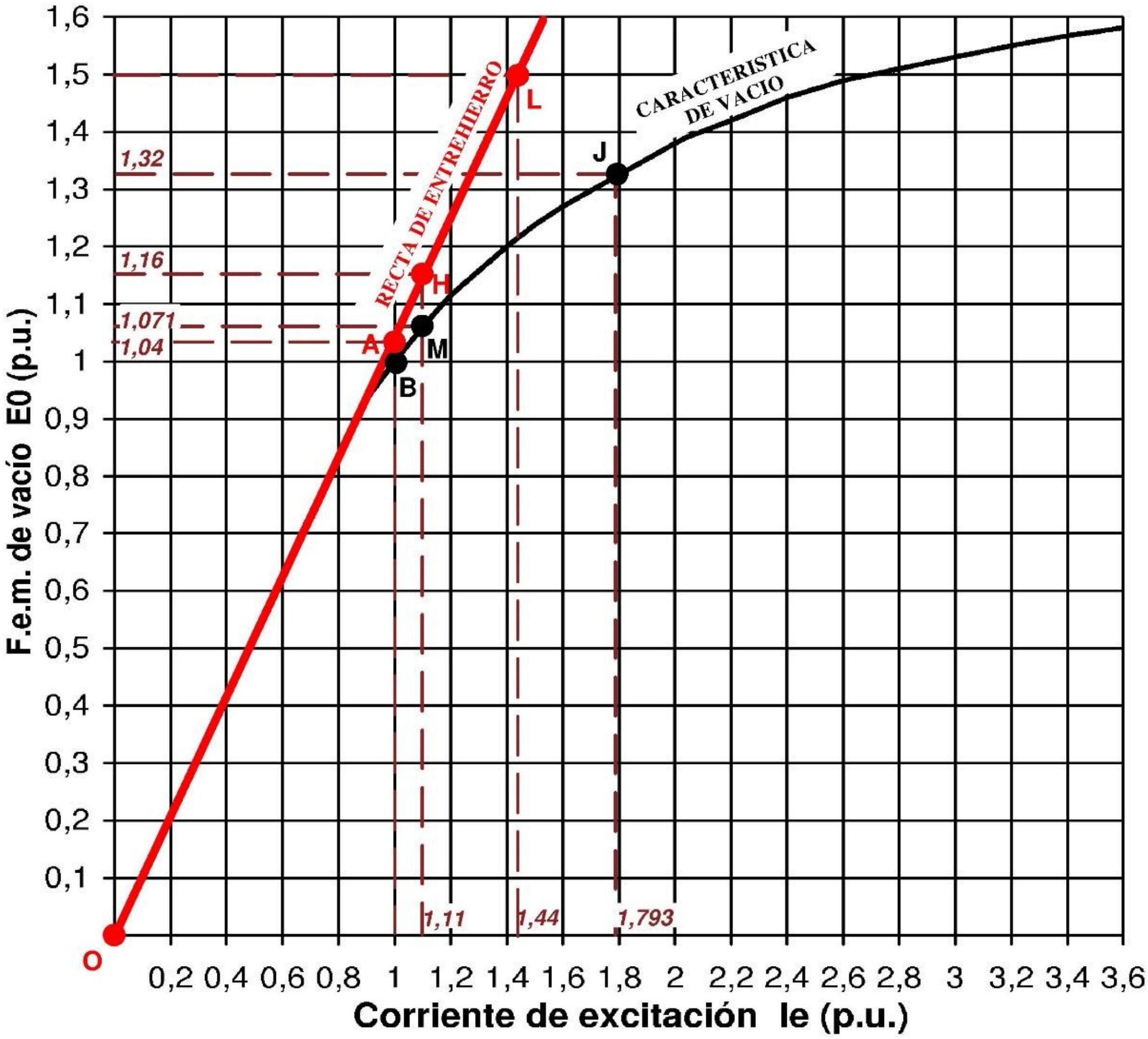


Fig. 2: Característica de vacío y recta de entrehierro en el análisis lineal mejorado

Yendo ahora a la curva de vacío y la recta de entrehierro (ver la Fig. 2), se obtienen los valores de las f.e.m.s E_0 (punto B) y E_{0c} (punto A) para I_{e0} (= 1 p.u.):

$$E_0 = 1 \text{ p.u.} \qquad\qquad E_{0c} = 1{,}04 \text{ p.u.}$$

Como es lógico, ha resultado que si se entra al eje de abscisas de la curva de vacío con I_{e0} (= 1 p.u.) se obtiene en el eje de ordenadas que la f.e.m. de vacío E_0 es igual a la tensión asignada V_N ($E_0 = V_N = 1$ p.u.).

Luego, recordando que R = 0, se obtienen estos resultados:

$$X_s(\text{no sat}) = Z_s(\text{no sat}) = \frac{E_{0c}}{I_{corto}} = \frac{1{,}04}{0{,}928} = 1{,}12 \text{ p.u.}$$

$$X_s = X_s(\text{sat}) = Z_s(\text{sat}) = \frac{E_0}{I_{corto}} = \frac{1}{0{,}928} = 1{,}078 \text{ p.u.} \quad (\text{para } I_{e0})$$

Por lo tanto, los valores óhmicos de estas reactancias son:

$$X_s(\text{no sat}) = X_s(\text{no sat})(\text{p.u.}) \cdot Z_b = 1{,}12 \cdot 14{,}4 = 16{,}1\ \Omega$$

$$X_s = X_s(\text{p.u.}) \cdot Z_b = 1{,}078 \cdot 14{,}4 = 15{,}5\ \Omega \quad (\text{para } I_{e0})$$

<u>La reactancia síncrona no saturada vale X_s(no sat) = 1,12 p.u. = 16,1 Ω y la reactancia síncrona saturada vale X_s = 1,078 p.u. = 15,5 Ω cuando $I_e = I_{e0}$ = 150 A</u>.

b)

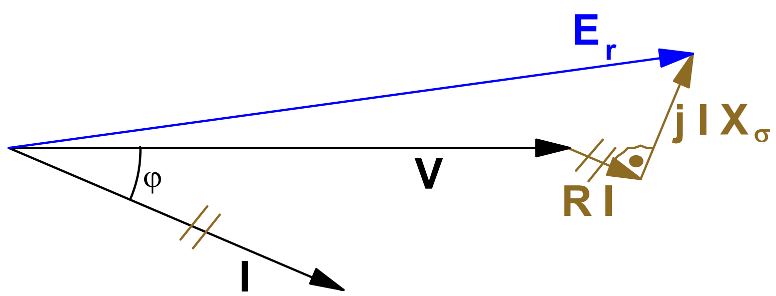


Fig. 3: Obtención de la f.e.m. resultante E_r

El enunciado indica que en este caso la corriente del inducido es un 90% de la corriente asignada. Por lo tanto, su valor es I = 0,9 p.u. El factor de potencia es igual a 0,8 inductivo, por lo que la corriente está retrasada con respecto a la tensión (Fig. 3) y el ángulo φ vale:

$$\cos\varphi = 0{,}8 \text{ ind} \rightarrow \varphi = 36{,}87^\circ$$

Tomando la tensión de fase $\overline{V}$ en bornes del inducido como referencia del diagrama fasorial (Fig. 3), se tiene que:

$$\overline{V} = V\underline{|0} = 1\underline{|0} = 1 \text{ p.u.}$$

$$\bar{I} = I\underline{|-\varphi} = 0{,}9\underline{|-36{,}87^{o}} = 0{,}72 - j\,0{,}54 \text{ p.u.}$$

con lo que la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r tiene este valor (véase la Fig. 3):

$$\overline{E}_r = \overline{V} + \bar{I}\left(R + jX_\sigma\right) \tag{4}$$

$$\overline{E}_r = 1 + \left[\left(0{,}9\underline{|-36{,}87^{o}}\right)\cdot\left(0 + j0{,}12\right)\right] = 1{,}071\underline{|4{,}63^{o}} \text{ p.u.}$$

Luego:

$$E_r = E_r(\text{p.u.}) \cdot V_b\,; \quad \text{Conexión estrella}: \; E_{rL} = \sqrt{3}\,E_r$$

$$E_r = 1{,}071 \text{ p.u.} \;\Rightarrow\; E_r = 1{,}071 \cdot 6928 = 7\,420 \text{ V}$$

$$E_{rL} = \sqrt{3}\cdot 7420 = 12852 \text{ V}$$

Como se muestra en la Fig. 4, la f.e.m. E_{rc} sobre la recta de entrehierro se obtiene gráficamente de la característica de vacío y de la recta de entrehierro. Así, en la Fig. 2 se ha entrado con el valor de E_r (= 1,071 p.u.) a la característica de vacío y se ha obtenido el punto M. Por dicho punto se ha dibujado una recta vertical que corta a la recta de entrehierro en el punto H y en él se obtiene que:

$$E_r = 1{,}071 \text{ p.u.} \;\Rightarrow\; E_{rc} = 1{,}16 \text{ p.u.}$$

$$E_{rc} = 1{,}16 \cdot 6928 = 8036 \text{ V}$$

$$E_{rL} = \sqrt{3}\cdot 8036 = 13920 \text{ V}$$

El factor de saturación se obtiene por cociente entre E_{rc} y E_r, tanto si ambas f.e.m.s están expresadas p.u. como en voltios:

$$k_{sc} = \frac{E_{rc}}{E_r} = \frac{1{,}16}{1{,}071} = 1{,}08 \tag{5}$$

<u>La f.e.m. E_r sobre la curva de vacío vale E_r = 1,071 p.u. = 7 420 V y su valor de línea es E_{rL} = 12 852 V. La f.e.m. E_{rc} sobre la recta de entrehierro vale E_{rc} = 1,16 p.u. = 8 036 V y su valor de línea es E_{rcL} = 13 920 V. El factor de saturación para E_r vale k_{sr} = 1,08.</u>

c) El análisis lineal mejorado se basa en linealizar la característica de vacío sustituyéndola por una recta de saturación constante (recta III en la Fig. 4) que pasa por el punto de coordenadas ($\mathcal{F}_r$, E_r). A partir de una f.e.m. cualquiera E_b sobre esta recta se puede obtener la correspondiente f.e.m. E_c sobre la recta de entrehierro mediante el factor de saturación k_{sr}:

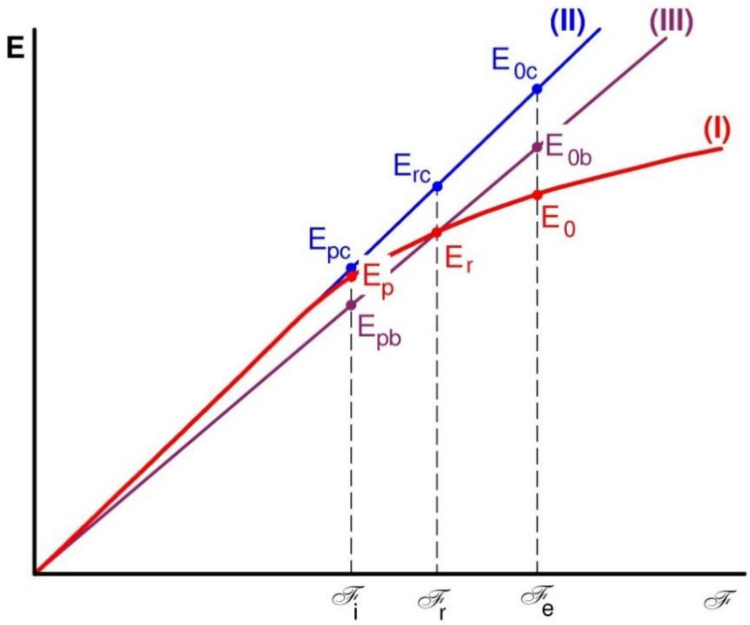


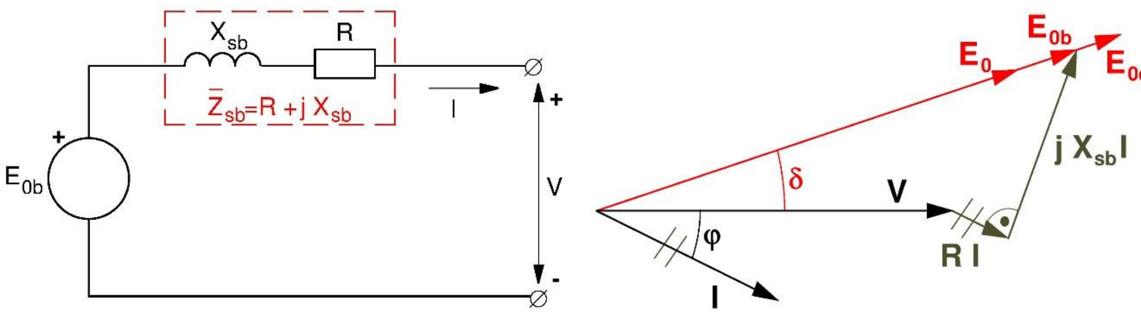
Fig. 4: Fundamento del análisis lineal mejorado

(I) Característica de vacío
(II) Recta de entrehierro
(III) Recta de saturación constante

$$k_{sr} = \frac{E_c}{E_b} = \frac{E_{0c}}{E_{0b}} = \frac{E_{rc}}{E_r} \tag{6}$$

Por lo tanto, no va a ser necesario dibujar esta recta ya que bastará con utilizar la recta de entrehierro, a la cual se entrará con la fuerza electromotriz (f.e.m.) E_c correspondiente a la f.e.m. E_b de la recta de saturación constante (Fig. 4).

El análisis lineal mejorado permite utilizar el circuito equivalente de la Fig. 5a que da lugar al diagrama fasorial representado en la Fig. 5b:



a) **b)**

Fig. 5: Circuito equivalente (a) y diagrama fasorial (b) para el análisis lineal mejorado

Para aplicar el análisis lineal mejorado lo primero es obtener la f.e.m. resultante E_r y el factor de saturación correspondiente k_{sr}, lo cual ya se ha hecho en el apartado anterior.

Lo siguiente es obtener la reactancia síncrona con saturación constante X_{sb} así:

$$X_{sb} = X_\sigma + \frac{X_s(\text{no sat}) - X_\sigma}{k_{sr}} \tag{7}$$

$$X_{sb} = 0{,}12 + \frac{1{,}12 - 0{,}12}{1{,}08} = 1{,}046 \text{ p.u.}$$

La cual expresada en ohmios queda así:

$$X_{sb} = X_{sb}(\text{p.u.}) \cdot Z_b = 1{,}046 \cdot 14{,}4 = 15{,}06\ \Omega$$

De la Fig. 5 se deduce que:

$$\overline{E}_{0b} = \overline{V} + \overline{I}\,(R + j\,X_{sb}) \tag{8}$$

$$\overline{E}_{0b} = 1 + \left[\left(0{,}9\ \underline{|-36{,}87^\circ}\right) \cdot \left(0 + j1{,}046\right)\right] = 1{,}73\ \underline{|25{,}16^\circ} \text{ p.u.}$$

$$\overline{E}_{0b} = 1{,}73\ \underline{|25{,}16^\circ} \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad E_{0b} = 1{,}73 \text{ p.u.}\,; \ \ \delta = 25{,}16^\circ$$

$$E_{0b} = 1{,}73 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad E_{0b} = 1{,}73 \cdot 6928 = 11985 \text{ V}$$

$$E_{0bL} = \sqrt{3} \cdot 11985 = 20\,760 \text{ V}$$

y de la relación (6) se concluye que:

$$E_{0c} = k_{sr} \cdot E_{0b} = 1{,}08 \cdot 1{,}73 = 1{,}868 \text{ p.u.}$$

$$E_{0c} = 1{,}868 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad E_{0c} = 1{,}868 \cdot 6928 = 12942 \text{ V}$$

$$E_{0cL} = \sqrt{3} \cdot 12942 = 22\,416 \text{ V}$$

La reactancia síncrona con saturación constante vale X_{sb} = 1,046 p.u. = 15,06 Ω. Según el análisis lineal mejorado, la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío sobre la recta de saturación constante vale E_{0b} = 1,73 p.u. = 11 985 V y su valor de línea es E_{0bL} = 20 760 V. La f.e.m. de vacío sobre la recta de entrehierro vale E_{0c} = 1,868 p.u. = 12 942 V y su valor de línea es E_{0cL} = 22 416 V. Además, el ángulo de par vale δ = 25,16°.

d) Como se muestra en la Fig. 4, la f.e.m. E_0 se obtiene entrando en la recta de entrehierro con el valor de E_{0c} y trazando una recta vertical cuyo corte con la característica de vacío da el valor de la f.e.m. E_0.

En nuestro caso se presenta el problema de que al intentar ir a la gráfica de la Fig. 2 con un valor E_{0c} = 1,868 p.u. este se encuentra fuera de la gráfica. Para poder trabajar se va a tener presente que, como su propio nombre indica, la recta de entrehierro es una línea recta que, además, pasa por el origen de coordenadas. Por lo tanto, conocido un punto de esta recta se puede obtener analíticamente cualquier otro de sus puntos mediante una relación lineal.

Anteriormente ya se localizó en la Fig. 2 el punto A de la recta de entrehierro para calcular la reactancia síncrona no saturada. Sin embargo, para reducir al mínimo los errores de lectura se prefiere tomar como punto de partida uno que corresponda a valores más altos de E_{0c} y, además, para que resulte cómodo operar con él se busca que corresponda a un valor redondo de E_{0c}. Se ha elegido el punto L de la Fig. 2 donde:

Punto L de la recta de entrehierro: $E_{0c} = 1{,}5$ p.u.; $I_e = 1{,}44$ p.u.

Luego, para $E_{0c} = 1{,}868$ p.u. se deduce que

$$I_e = 1{,}868 \frac{1{,}44}{1{,}5} = 1{,}793 \text{ p.u.}$$

$$I_e = 1{,}793 \text{ p.u.} \Rightarrow I_e = 1{,}793 \cdot 150 = 269 \text{ A}$$

Entrando con este valor de I_e a la característica de vacío se obtiene el valor de la fuerza electromotriz (f.e.m.) E_0 (punto J de la Fig. 2):

$$I_e = 1{,}793 \text{ p.u.} \Rightarrow E_0 = 1{,}32 \text{ p.u}$$

$$E_0 = 1{,}32 \text{ p.u.} \Rightarrow E_0 = 1{,}32 \cdot 6928 = 9145 \text{ V}$$

$$E_{0L} = \sqrt{3} \cdot 9145 = 15840 \text{ V}$$

Según el análisis lineal mejorado, <u>la corriente inductora vale $I_e = 1{,}793$ p.u. = 269 A. La f.e.m. de vacío vale $E_o = 1{,}32$ p.u. = 9 145 V y su valor de línea es $E_{0L} = 15\,840$ V.</u>

La corriente de excitación I_e y la f.e.m. de vacío E_0 también se pueden calcular de otra forma. Para ello se empieza localizando el punto de la característica de vacío donde la f.e.m. vale E_r:

$$E_r = 1{,}071 \text{ p.u.} \Rightarrow I_e = 1{,}11 \text{ p.u.}$$

Este punto (punto M en la Fig. 2) pertenece también a la recta de saturación constante (ver la Fig. 4). Por lo tanto, otro punto de la recta de saturación constante se puede obtener analíticamente por medio de una relación lineal. Así, como el valor de I_e que se busca es el que corresponde a la f.e.m. E_{0b} (= 1,73 p.u.) en la recta de saturación constante, se obtiene que:

$$E_{0b} = 1{,}73 \text{ p.u.} \Rightarrow I_e = 1{,}73 \frac{1{,}11}{1{,}071} = 1{,}79 \text{ p.u.} \ (= 269 \text{ A})$$

Seguidamente se determina la f.e.m. de vacío E_0 yendo con este valor de I_e a la característica de vacío (punto J de la Fig. 2):

$$I_e = 1{,}79 \text{ p.u.} \Rightarrow E_0 = 1{,}32 \text{ p.u.} \ (= 9145 \text{ V})$$

e) El fundamento del método A.S.A. se muestra en el diagrama fasorial de la Fig. 6 y en las curvas características de la Fig.7:

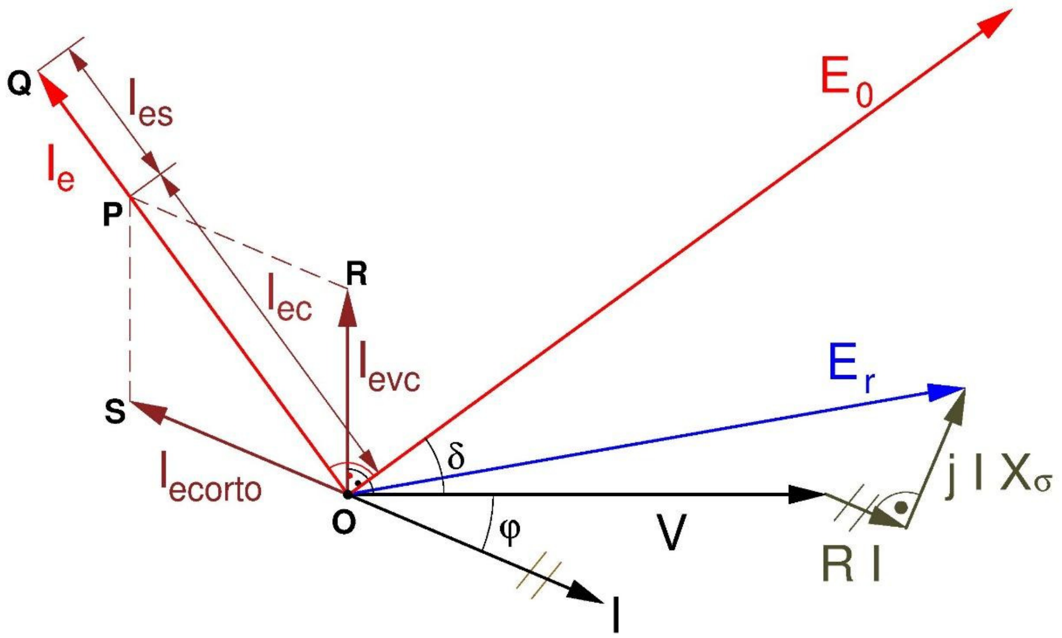


Fig. 6: Diagrama fasorial de un alternador de rotor cilíndrico según ASA

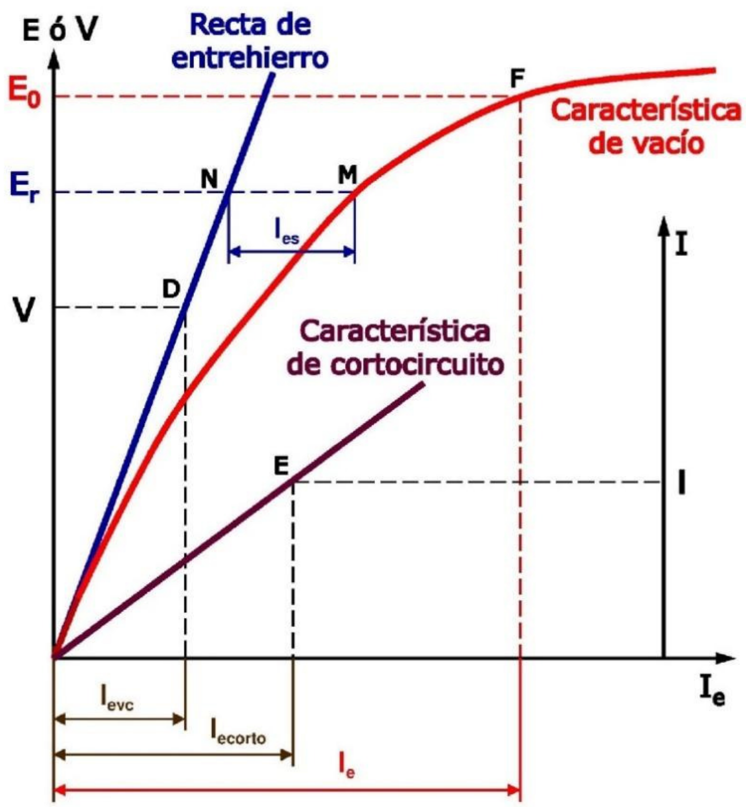


Fig. 7: Uso de las características de vacío y de cortocircuito en el método ASA

El método A.S.A. permite obtener la corriente de excitación I_e necesaria para que la máquina funcione en un estado de carga donde la tensión en el inducido es V, la corriente inducida es I y se conoce el factor de potencia (igual al cos φ).

En este método se calcula primero la corriente de excitación I_{ec} que haría falta para que la máquina funcione en el estado de funcionamiento que se analiza si no hubiera saturación y luego se suma un suplemento de excitación I_{es} debida a la saturación y así se obtiene la corriente de excitación real I_e (ver la Fig. 6 y la Fig. 7).

La corriente de excitación sin saturación I_{ec} se obtiene combinando (Fig. 6) la corriente de excitación I_{evc} necesaria para obtener la tensión V si la corriente es nula (que se obtiene de la recta de entrehierro (Fig. 7)) y la corriente de excitación I_{ecorto} necesaria para obtener la corriente I si la tensión es nula (que se obtiene de la característica de cortocircuito (Fig. 7)).

Para aplicar el método A.S.A. lo primero es obtener la fuerza electromotriz (f.e.m.) resultante E_r, mediante la relación (4) (Fig. 3), lo cual ya se ha hecho en el apartado b):

$$\overline{V} = V\,\underline{|0} = 1\,\underline{|0} = 1 \text{ p.u.}$$

$$\overline{I} = I\,\underline{|-\varphi} = 0{,}9\,\underline{|-36{,}87^o} = 0{,}72 - j\,0{,}54 \text{ p.u.}$$

$$\overline{E}_r = \overline{V} + \overline{I}\left(R + jX_\sigma\right)$$

$$\overline{E}_r = 1 + \left[\left(0{,}9\,\underline{|-36{,}87^o}\right)\cdot\left(0 + j0{,}12\right)\right] = 1{,}071\,\underline{|4{,}63^o} \text{ p.u.}$$

Como se muestra en la Fig. 7, la corriente I_{ecorto} necesaria para conseguir que circule la corriente de inducido I cuando no hay saturación y la tensión es nula se obtiene de la característica de cortocircuito. Dado que esta característica es una recta que pasa por el origen, I_{ecorto} no se calcula gráficamente sino analíticamente mediante una relación lineal con los datos del ensayo de cortocircuito del enunciado:

$$I = 0{,}9 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad I_{e\,corto} = 0{,}9\,\frac{1{,}078}{1} = 0{,}97 \text{ p.u.}$$

En la Fig. 6 se muestra que el vector $\overline{I}_{e\,corto}$ tiene de módulo I_{ecorto} y forma un ángulo de 180° respecto al fasor de corriente del inducido $\overline{I}$:

$$\overline{I}_{e\,corto} = 0{,}97\,\underline{|-36{,}87^o - 180^o} = 0{,}97\,\underline{|-216{,}87^o} = 0{,}97\,\underline{|\left(360^o - 216{,}87^o\right)}$$

$$\overline{I}_{e\,corto} = 0{,}97\,\underline{|143{,}13^o} = -0{,}776 + j\,0{,}582 \text{ p.u.}$$

Como se observa en la Fig. 7, la corriente I_{evc} necesaria para conseguir en el inducido una tensión V cuando no hay saturación y la corriente es nula se obtiene de la recta de entrehierro. En nuestro caso, el punto D de la Fig. 8 muestra que:

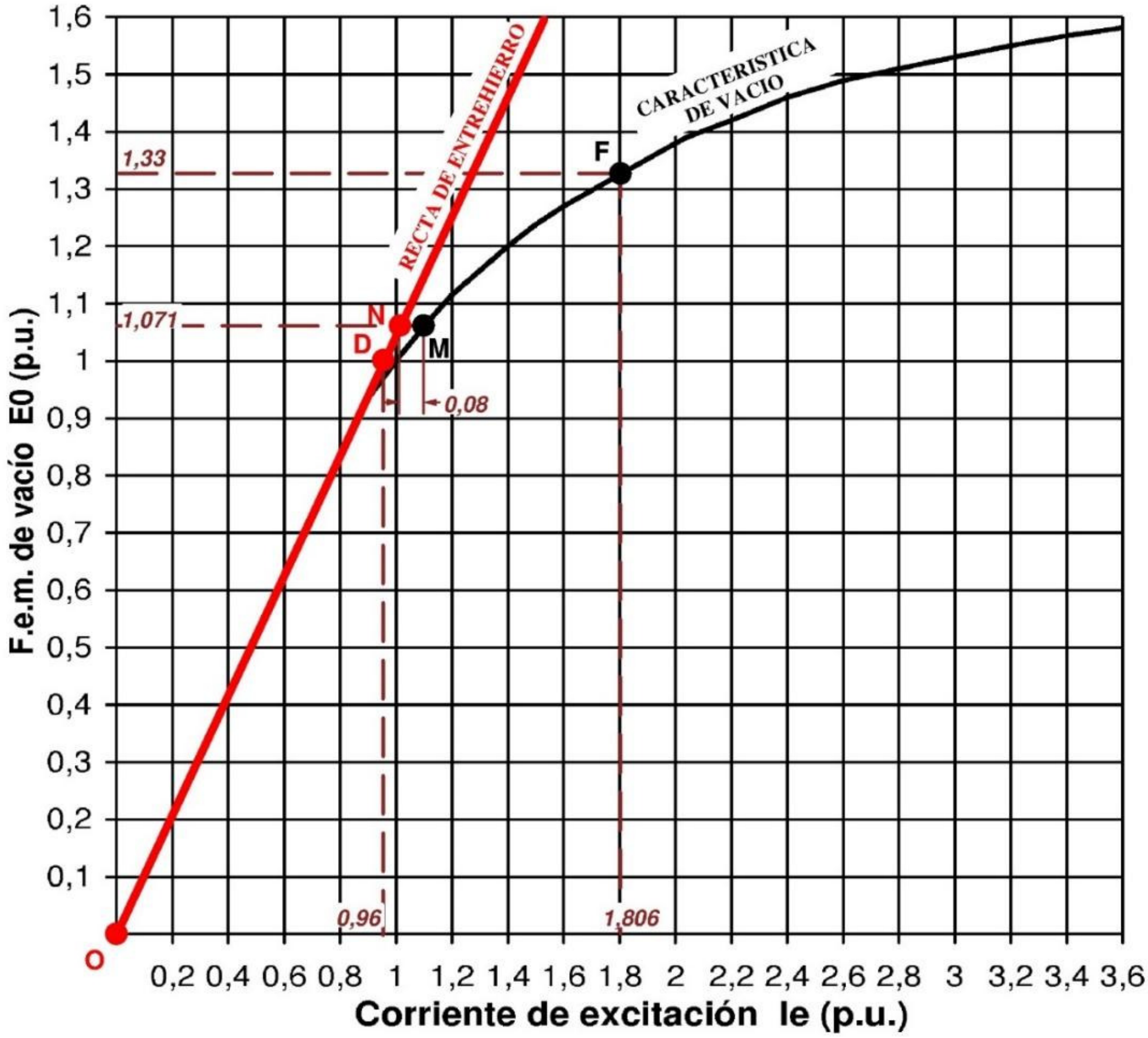


Fig. 8: Característica de vacío y recta de entrehierro en el método ASA

$$V = 1 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad I_{e\,vc} = 0{,}96 \text{ p.u.}$$

En la Fig. 6 se muestra que el vector $\bar{I}_{evc}$ tiene de módulo I_{evc} y está adelantado un ángulo de 90° respecto al fasor de tensión del inducido $\overline{V}$:

$$\bar{I}_{evc} = 0{,}96 \,\underline{|90^{\circ}} = 0 + j\,0{,}96 \text{ p.u.}$$

Luego, según se aprecia en la Fig. 6 sucede que:

$$\bar{I}_{ec} = \bar{I}_{ecorto} + \bar{I}_{evc} = -0{,}776 + j\,1{,}542 = 1{,}726 \,\underline{|116{,}71^{\circ}}$$

El fasor de f.e.m. de vacío $\overline{E}_0$ está retrasado 90° respecto al vector $\bar{I}_e$ (o respecto a $\bar{I}_{ec}$). Como el ángulo de par δ es el que forman los fasores $\overline{E}_0$ y $\overline{V}$, de la Fig. 6 se deduce que:

$$90° + \delta = 116{,}71° \quad \Rightarrow \quad \delta = 26{,}71°$$

En la Fig. 7 se muestra como se determina la corriente de excitación I_{es} y en la Fig. 8 se indica su obtención en nuestro caso. Se entra con el valor de la fuerza electromotriz (f.e.m.) E_r en el eje de ordenadas de la gráfica con la recta de entrehierro y la característica de vacío y se dibuja una recta horizontal que corta a ambas curvas en los puntos N y M, respectivamente. La corriente I_{es} se obtiene midiendo sobre el eje de abscisas la distancia entre estos dos puntos, N y M:

$$E_r = 1{,}071\,\text{p.u.} \quad \Rightarrow \quad I_{es} = 0{,}08\,\text{p.u.}$$

En consecuencia, según la Fig. 6 la corriente de excitación I_e que se necesita para este estado de carga vale:

$$I_e = I_{ec} + I_{es} = 1{,}726 + 0{,}08 = 1{,}806\,\text{p.u.}$$

$$I_e = I_e(\text{p.u.}) \cdot I_{eb} = 1{,}806 \cdot 150 = 271\,\text{A}$$

La f.e.m. de vacío E_0 se obtiene entrando a la característica de vacío con la corriente de excitación I_e (punto F de la Fig. 8):

$$I_e = 1{,}806\text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad E_0 = 1{,}33\text{ p.u.}$$

$$E_0 = 1{,}33\text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad E_0 = 1{,}33 \cdot 6928 = 9214\text{ V}$$

$$E_{0L} = \sqrt{3} \cdot 9214 = 15960\text{ V}$$

Según el método A.S.A., <u>la corriente de excitación vale I_e = 1,806 p.u. = 271 A, la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío vale E_0 = 1,33 p.u. = 9 214 V, su valor de línea es E_{0L} = 15 960 V y el ángulo de par es δ = 26,71°.</u>

PROBLEMA S.2.1

ENUNCIADO

Se tiene un alternador síncrono trifásico de rotor liso, conexión estrella, 4 polos, 575 MVA, 20 kV, 50 Hz, resistencia del estator despreciable, X_d (p.u.) = 1,76 (p.u. = por unidad).

Este alternador se acopla en paralelo con otro de iguales características y juntos alimentan a la tensión asignada una carga de 800 MW y factor de potencia 0,8 inductivo.

Se ajustan los reguladores de potencia de los motores primarios y los reguladores de excitación de los alternadores de forma que las dos máquinas se repartan por igual las potencias activa y reactiva. Calcular:

- **a)** La fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0, por fase, que corresponde a la excitación ajustada.
- **b)** El ángulo de par de los alternadores.

Ahora se incrementa la excitación de uno de los alternadores, manteniendo la misma carga, hasta un valor tal que haga su f.e.m. E_0 un 20% superior a la calculada anteriormente y se reduce a la vez la excitación del otro para no modificar la tensión asignada en bornes. El reparto de potencias activas sigue siendo al 50% entre ambos generadores. Calcular en estas nuevas condiciones:

- **c)** Las potencias activa y reactiva de cada máquina.
- **d)** La corriente y el f.d.p. (factor de potencia) de las mismas.
- **e)** La f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío y el ángulo de par respectivo.

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

RESULTADOS

a) $E_{01} = E_{02} = 26273$ V; $E_{0L1} = E_{0L2} = 45506$ V

b) $\delta_1 = \delta_2 = 32{,}55°$

c) $P'_1 = P'_2 = 400$ MW; $Q'_1 = 470{,}8$ Mvar; $Q'_2 = 129{,}2$ Mvar

d) $I'_1 = I'_{1L} = 17834$ A; $I'_2 = I'_{2L} = 12135$ A; $\cos \varphi'_1 = 0{,}647$; $\cos \varphi'_2 = 0{,}952$

e) $E'_{01} = 31528$ V, $E'_{02} = 21433$ V; $E'_{01L} = 54608$ V; $E'_{02L} = 37123$ V;
$\delta'_1 = 26{,}63°$; $\delta'_2 = 41{,}26°$

Máquinas síncronas

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Denomine con los subíndices 1 y 2 a los dos alternadores.

* En una máquina de rotor cilíndrico se puede utilizar tanto la nomenclatura X_d como X_s para referirse a la reactancia síncrona.

* Calcule los valores asignados de tensión y de intensidad de ambos alternadores, así como sus reactancias síncronas en Ohmios. (Son iguales para los dos alternadores).

* La potencia de la carga está medida en MW por lo que se trata de una potencia activa.

* Calcule la corriente total demandada por la carga.

* Sabiendo que las dos máquinas son iguales e están igualmente cargadas se deduce que ambas tienen iguales valores de todas sus magnitudes.

* Como cada alternador suministra la mitad de las potencias activa y reactiva de la carga, se puede calcular la corriente de un alternador y ponerla en forma vectorial (tomando a la tensión como referencia de los vectores).

* Tomando la tensión como referencia, el vector que representa a una corriente inductiva tiene como argumento el ángulo φ (el arcocoseno de su factor de potencia) afectado de un signo - (cuando la carga es inductiva, como es en este problema).

* Calcule en forma vectorial la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío de uno de los alternadores mediante la fórmula que la expresa en función de la tensión y de la caída de tensión en la reactancia síncrona (no hay que tener en cuenta la caída de tensión en la resistencia porque el enunciado indica que la resistencia es despreciable).

* El vector de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío de uno de los alternadores -cuando se toma la tensión como vector de referencia- tiene como módulo su valor eficaz (igual para las dos máquinas) y como argumento su ángulo de par δ (igual para las dos máquinas).

* Para los apartados c), d) y e) del problema ya no sucede que los valores de las magnitudes de las dos máquinas son iguales. En esta situación las magnitudes de los alternadores se denominarán afectadas con un apóstrofo ‘ para distinguirlas de las correspondientes a la situación de los apartados a) y b).

* Como la carga sigue siendo la misma y está alimentada a igual tensión las potencias activa y reactiva y la corriente total en la carga siguen siendo las mismas en los apartados c), d) y e) que en los apartados a) y b).

* Calcule el módulo de la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío E'_{01} del alternador 1 sabiendo por el enunciado que es un 20% mayor que en la situación anterior.

* Conocida la f.e.m. E'_{01} calcule ahora el ángulo de par δ'_1 igualando la potencia activa del alternador 1 a la mitad de la potencia activa de la carga.

* Conocidos E'_{01} y δ'_1 se puede poner la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío en forma vectorial y calcular la corriente I'_1 en forma vectorial.

* La corriente del alternador 2 se puede obtener restando vectorialmente la corriente del alternador 1 a la corriente total de la carga.

* Dada la conexión estrella de las máquinas de este problema, las corrientes de línea de estos alternadores son iguales a sus respectivas corrientes de fase.

* Ahora se puede calcular en forma vectorial la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío del alternador 2 mediante la fórmula que la expresa en función de la tensión y de la caída de tensión en la reactancia síncrona (no hay que tener en cuenta la caída de tensión en la resistencia porque el enunciado indica que es despreciable).

* Al trabajar utilizando la tensión como vector de referencia el argumento de un vector de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío es su ángulo de par y el argumento de un vector de corriente es el arcocoseno del factor de potencia (afectado de signo - si el factor de potencia es inductivo).

* Para calcular las f.e.m.s de vacío de línea de cada generador se parte de las respectivas f.e.m.s de fase y se tiene en cuenta que en este problema las dos máquinas tienen el estator conectado en estrella.

Máquinas síncronas

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.2.1

Datos:

Alternadores:

Conexión estrella	$2p = 4$ polos	$S_{1N} = S_{2N} = 575$ MVA	$f = 50$ Hz
$V_{NL} = 20000$ V	$R_1 = R_2 \approx 0\ \Omega$	$X_{d1}(\text{p.u.}) = X_{d2}(\text{p.u.}) = 1{,}76$	

Carga:

$V_L = V_{NL}$ $\quad P_T = 800$ MW $\quad \cos \varphi_T = 0{,}8$ inductivo

Apartados a) y b):

$P_1 = P_2 = 0{,}5\ P_T$ $\quad Q_1 = Q_2 = 0{,}5\ Q_T$ $\quad V_L = V_{NL}$

Apartados c), d) y e):

$E'_{01} = 1{,}2\ E_{01}$ $\quad P'_1 = P'_2 = 0{,}5\ P_T$ $\quad V_L = V_{NL}$

Resolución:

a) En lo que sigue se van a usar los subíndices 1 y 2 para distinguir estas dos máquinas síncronas.

Conviene empezar por calcular los valores asignados de tensión y corriente de los alternadores. Para ello hay que tener en cuenta la forma de conexión de las fases del estator, que en las máquinas de este problema es estrella:

$$V_{NL} = 20000 \text{ V}$$

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547 \text{ V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_{1N}}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{575000000}{\sqrt{3} \cdot 20000} = 16599 \text{ A} = I_{2NL}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 16599 \text{ A} = I_{2N}$$

Las impedancias asignadas, utilizadas como base para expresar las impedancias en valores por unidad (p.u.), valen:

$$Z_{1N} = \frac{V_N}{I_{1N}} = \frac{11547}{16599} = 0{,}6956\ \Omega = Z_{2N}$$

Por lo tanto, las reactancias síncronas valen:

$$X_{s1} = X_{d1} = X_{d1}(\text{p. u.})\ Z_{1N} = 1{,}76 \cdot 0{,}6956 = 1{,}224\ \Omega = X_{s2}$$

(En una máquina de rotor cilíndrico se puede utilizar tanto la nomenclatura X_d como X_s para referirse a la reactancia síncrona).

Como la potencia consumida por la carga que cita el enunciado está medida en MW, se trata de una potencia activa. En consecuencia:

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

$$S_T = \frac{P_T}{\cos \varphi_T} = \frac{800}{0{,}8} = 1000 \text{ MVA}$$

$$I_T = \frac{S_T}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{1\,000\,000\,000}{\sqrt{3} \cdot 20\,000} = 28868 \text{ A}$$

Dado que las dos máquinas síncronas están igualmente cargadas y son de iguales características, tendrán los mismos valores de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío y de ángulo de par:

$$E_{01} = E_{02} \qquad\qquad \delta_1 = \delta_2$$

En la Fig. 1 se representa el circuito equivalente de las dos máquinas junto con la carga y en la Fig. 2 el diagrama vectorial (no está dibujado a escala) correspondiente a una de ellas (el de la otra es igual).

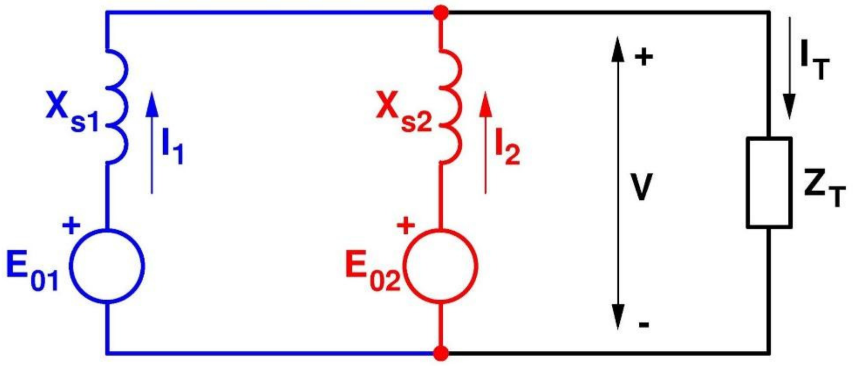


Fig. 1: Circuito equivalente

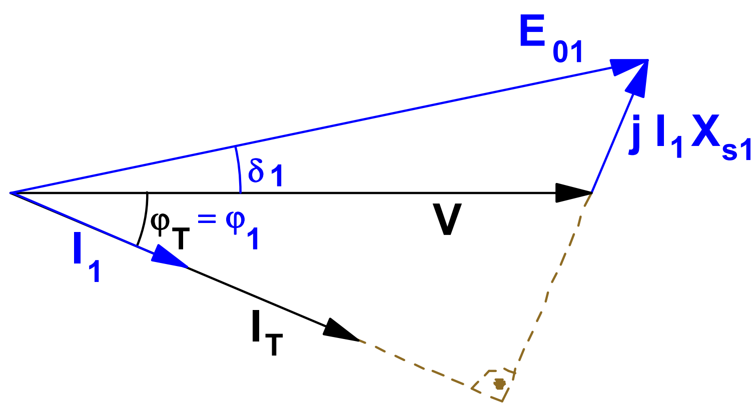


Fig. 2: Diagrama vectorial del alternador 1

Como ambas máquinas se reparten por igual las potencias activa y reactiva de la carga se tiene que:

$$I_1 = I_2 = \frac{I_T}{2} = \frac{28868}{2} = 14434 \text{ A}$$

$$\cos\varphi_1 = \frac{P_1}{\sqrt{P_1^2 + Q_1^2}} = \frac{\frac{P_T}{2}}{\sqrt{\left(\frac{P_T}{2}\right)^2 + \left(\frac{Q_T}{2}\right)^2}} = \frac{P_T}{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}} = \cos\varphi_T$$

$$\cos\varphi_1 = \cos\varphi_2 = \cos\varphi_T = 0{,}8 \text{ ind} \quad\rightarrow\quad \varphi_1 = \varphi_2 = \varphi_T = 36{,}87°$$

Tomando la tensión $\overline{V}$ como vector de referencia, se tiene para el alternador 1 que:

$$\overline{V} = V\underline{|0} = 11547\underline{|0} = 11547 + j\,0 \text{ V}$$

$$\bar{I}_T = I_T\underline{|-\varphi_T} = 28868\underline{|-36{,}87^{\circ}} = 23094 - j\,17321 \text{ A}$$

$$\bar{I}_1 = I_1\underline{|-\varphi_1} = 14434\underline{|-36{,}87^{\circ}} = 11547 - j\,8660 \text{ A}$$

De las Figs. 1 y 2 se deduce que:

$$\overline{E}_{01} = \overline{V} + \bar{I}_1\ j\,X_{s1} = 11547 + (11547 + j\,8660)\cdot(j\,1{,}224) =$$
$$= 22147 + j\,14134 = 26273\underline{|32{,}55^{\circ}}\ \text{V} = \overline{E}_{02}$$

Luego, las f.e.m.s de vacío de fase de ambos alternadores valen 26273 V y, dada la conexión estrella del estator, las f.e.m.s de línea son:

$$E_{01L} = \sqrt{3}\ E_{01} = \sqrt{3}\cdot 26273 = 45506 \text{ V} = E_{02L}$$

<u>Las f.e.m.s de vacío de ambos alternadores son iguales y valen $E_{01} = E_{02} = 26273$ V por fase y $E_{01L} = E_{02L} = 45506$ V de línea</u>.

b) Si se ha tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, el vector $\overline{E}_{01}$ tiene como argumento el ángulo de par δ_1 (ver la Fig. 2). Luego:

$$\delta_1 = \delta_2 = 32{,}55^{\circ}$$

<u>Los ángulos de par de ambos alternadores son iguales y valen $\delta_1 = \delta_2 = 32{,}55°$</u>.

c) En este nuevo estado de carga las magnitudes de ambos alternadores se van a denominar con un apóstrofo ' para distinguirlas de las correspondientes al estado de carga de los apartados a) y b).

El enunciado indica que la excitación del alternador 1 aumenta en un 20%. Esto quiere decir que su valor ahora es:

$$E'_{01} = 1{,}2\ E_{01} = 1{,}2\cdot 26273 = 31528 \text{ V}$$

La potencia activa se sigue repartiendo al 50% entre los dos alternadores, luego:

$$P'_1 = P_1 = \frac{P_T}{2} = \frac{800}{2} = 400\ \text{MW}$$

Como se cumple que:

$$P = m\,\frac{E_0\,V}{X_s}\,\text{sen}\,\delta \qquad (1)$$

en este caso, se tiene que:

$$P'_1 = m\,\frac{E'_{01}\,V}{X_{s1}}\,\text{sen}\,\delta'_1 \quad \rightarrow \quad \text{sen}\,\delta'_1 = \frac{P'_1}{m\,\dfrac{E'_{01}\,V}{X_{s1}}}$$

$$\text{sen}\,\delta'_1 = \frac{400\,000\,000}{3\,\dfrac{31528\cdot 11547}{1{,}224}} = 0{,}4483 \quad \rightarrow \quad \delta'_1 = 26{,}63°$$

Luego, tomando el vector $\overline{V}$ como referencia (Figs. 1 y 3) se tiene que:

$$\overline{E}'_{01} = E'_{01}\,\underline{|\delta'_1} = 31528\,\underline{|26{,}63º} = 28183 + j\,14132\ \text{V}$$

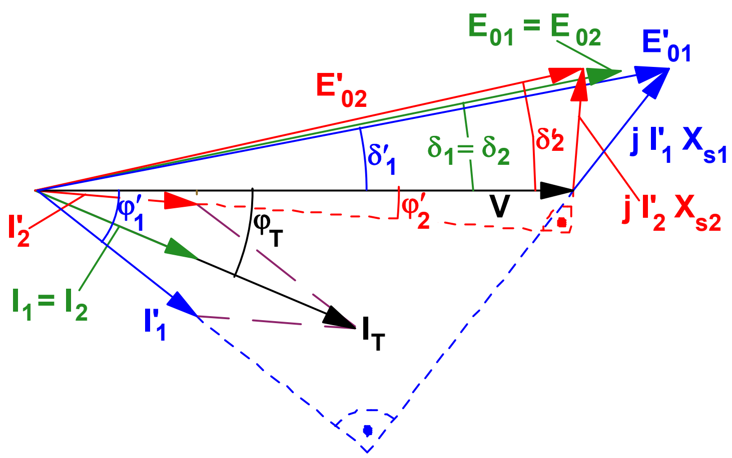


Fig. 3: Diagrama vectorial

El diagrama vectorial representado en la Fig. 3 (que no está dibujado a escala) muestra la situación actual de las máquinas junto con las f.e.m.s de vacío $E_{01} = E_{02}$ y las corrientes $I_1 = I_2$ de los alternadores cuando estaban en el estado de carga de los apartados a) y b). Esta figura se ha incluido en este texto para mostrar gráficamente el comportamiento del conjunto alternadores-carga en este caso, pero no es necesario dibujarla para resolver el problema.

De la Fig. 1 se deduce que:

$$\bar{I}'_1 = \frac{\bar{E}'_{01} - \bar{V}}{j\,X_{s1}} = \frac{(28183 + j\,14132) - 11547}{j\,1{,}224} =$$
$$= 11546 - j\,13592 = 17834 \underline{\left| -49{,}65^\circ \right.} \text{ A}$$

La carga sigue siendo la misma y se alimenta a la misma tensión (la tensión asignada). En consecuencia:

$$\bar{I}'_T = \bar{I}_T = 23094 - j\,17321 \text{ A}$$

Observando la Fig. 1 se deduce que:

$$\bar{I}'_2 = \bar{I}'_T - \bar{I}'_1 = (23094 - j\,17321) - (11546 - j\,13592) =$$
$$= 11548 - j\,3729 = 12135 \underline{\left| -17{,}9^\circ \right.} \text{ A}$$

y

$$\bar{E}'_{02} = \bar{V} + \bar{I}'_2\; j\,X_{s2} = 11547 + (11548 + j\,3729) \cdot (j\,1{,}224) =$$
$$= 16111 + j\,14135 = 21433 \underline{\left| 41{,}26^\circ \right.} \text{ V}$$

Al haber tomado el vector $\bar{V}$ como referencia, cada vector de corriente tiene como argumento su respectivo ángulo φ (correspondiente al factor de potencia) afectado del signo - (por tratarse de carga inductiva). Luego:

$$\left.\begin{aligned} \bar{I}'_1 &= I'_1 \underline{\left| -\varphi'_1 \right.} = 17834 \underline{\left| -49{,}65^\circ \right.} \text{ A} \\ \bar{I}'_2 &= I'_2 \underline{\left| -\varphi'_2 \right.} = 12135 \underline{\left| -17{,}9^\circ \right.} \text{ A} \end{aligned}\right. \qquad (2)$$

De lo que se deduce que:

$$\varphi'_1 = 49{,}65^\circ \qquad\qquad \varphi'_2 = 17{,}9^\circ$$

Luego, finalmente se tiene que:

$$P'_1 = P_1 = \frac{P_T}{2} = \frac{800}{2} = 400 \text{ MW}$$

$$P'_2 = P_2 = \frac{P_T}{2} = \frac{800}{2} = 400 \text{ MW}$$

$$Q'_1 = P'_1 \;\mathrm{tg}\; \varphi'_1 = 400 \cdot \mathrm{tg}\; 49{,}65^\circ = 470{,}8 \text{ MVAR}$$

$$Q'_2 = P'_2 \;\mathrm{tg}\; \varphi'_2 = 400 \cdot \mathrm{tg}\; 17{,}9^\circ = 129{,}2 \text{ MVAR}$$

<u>En este estado de carga las potencias activas de ambos generadores son iguales y valen P' = P'$_2$ = 400 MW y las potencias reactivas son Q'$_1$ = 470,8 MVAR y Q'$_2$ = 129,2 MVAR</u>.

d) De las relaciones (2) se obtiene que:

$$I'_1 = 17834 \text{ A} \qquad \cos \varphi'_1 = \cos 49{,}65° = 0{,}6475$$

$$I'_2 = 12135 \text{ A} \qquad \cos \varphi'_2 = \cos 17{,}9° = 0{,}952$$

Dada la conexión estrella de las máquinas de este problema se tiene que:

$$I'_{1L} = I'_1 = 17834 \text{ A} \qquad I'_{2L} = I'_2 = 12135 \text{ A}$$

<u>En este estado de carga las corrientes de ambos alternadores son I'$_1$ = I'$_{1L}$ = 17834 A e I'$_2$ = I'$_{2L}$ = 12135 A y sus respectivos factores de potencia son cos φ'$_1$ = 0,6475 y cos φ'$_2$ = 0,952</u>.

e) Al haber tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, los vectores de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío tienen como argumento su respectivo ángulo de par. Luego:

$$\left.\begin{array}{l}\overline{E}'_{01} = E'_{01} \underline{|\delta'_1} = 31528 \underline{|26{,}63^o} \text{ V} \\ \overline{E}'_{02} = E'_{02} \underline{|\delta'_2} = 21433 \underline{|41{,}26^o} \text{ V}\end{array}\right. \qquad (3)$$

Luego, teniendo en cuenta que estas máquinas asíncronas tienes las fases del estator conectadas en estrella, se tiene que:

$$E'_{01} = 31528 \text{ V} \qquad E'_{01L} = \sqrt{3}\, E'_{01} = \sqrt{3} \cdot 31528 = 54608 \text{ V}$$

$$E'_{02} = 21433 \text{ V} \qquad E'_{02L} = \sqrt{3}\, E'_{02} = \sqrt{3} \cdot 21433 = 37123 \text{ V}$$

y

$$\delta'_1 = 26{,}63^o \qquad \delta'_2 = 41{,}26^o$$

<u>En este estado de carga las f.e.m.s de vacío de fase ambas máquinas son E'$_{01}$ = 31528 V y E'$_{02}$ = 21433 V, las f.e.m.s de vacío de línea son E'$_{01L}$ = 54608 V y E'$_{02L}$ = 37123 V y sus respectivos ángulos de par son δ'$_1$ = 26,63° y δ'$_2$ = 41,26°</u>.

PROBLEMA S.2.2

ENUNCIADO

En el problema S.2.1, partiendo de la situación de reparto por igual de las potencias activas y reactivas entre los dos generadores cuando alimentan la carga de 800 MW y factor de potencia 0,8 inductivo, se cambia el ajuste del regulador de potencia de uno de ellos de forma que este suministra el 60% de la potencia total. Por otra parte, se ajusta el regulador de la excitación del otro alternador para que la tensión en bornes siga siendo la asignada. En esta nueva situación calcular:

- **a)** Las potencias activa y reactiva de cada máquina.
- **b)** La corriente y el factor de potencia de las mismas.
- **c)** La f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío y el ángulo de par respectivo.

RESULTADOS

a) $P''_1 = 480$ MW; $P''_2 = 320$ MW; $Q''_1 = 241$ Mvar; $Q''_2 = 359$ Mvar

b) $I''_1 = I''_{1L} = 15506$ A; $I''_2 = I''_{2L} = 13882$ A; $\cos \varphi''_1 = 0{,}8937$; $\cos \varphi''_2 = 0{,}6654$

c) $E''_{01} = 26273$ V, $E''_{02} = 26739$V; $E''_{01L} = 45506$ V, $E''_{02L} = 46312$ V;
$\delta''_1 = 40{,}21°$; $\delta''_2 = 25{,}01°$

Máquinas síncronas

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Denomine con los subíndices 1 y 2 a los dos alternadores.

* En una máquina de rotor cilíndrico se puede utilizar tanto la nomenclatura X_d como X_s para referirse a la reactancia síncrona.

* El vector de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío de cada alternador -cuando se toma la tensión como vector de referencia- tiene como módulo su valor eficaz y como argumento su ángulo de par δ.

* En este problema ya no sucede que los valores de las magnitudes de las dos máquinas son iguales. En esta situación las magnitudes de los alternadores se denominarán afectadas con unas comillas " para distinguirlas de las correspondientes a la situación previa (que es la de los apartados a) y b) del problema S.2.1).

* Como la carga sigue siendo la misma y está alimentada a igual tensión las potencias activa y reactiva y la corriente total en la carga siguen siendo las mismas que en el problema S.2.1.

* El módulo de la f.e.m. de vacío E''_{01} del alternador sigue siendo el mismo que en la situación previa porque en este alternador no se modifica la excitación.

* Con la f.e.m. (fuerza electromotriz) E''_{01} calcule ahora el ángulo de par δ''_1 igualando la potencia activa del alternador 1 al 60% de la potencia activa de la carga.

* Conocidos E''_{01} y δ''_1 se puede poner la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío en forma vectorial y calcular la corriente I''_1 en forma vectorial.

* La corriente del alternador 2 se puede obtener restando vectorialmente la corriente del alternador 1 a la corriente total de la carga.

* Dada la conexión estrella de las máquinas de este problema, las corrientes de línea de estos alternadores son iguales a sus respectivas corrientes de fase.

* Ahora se puede calcular en forma vectorial la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío del alternador 2 mediante la fórmula que la expresa en función de la tensión y de la caída de tensión en la reactancia síncrona (no hay que tener en cuenta la caída de tensión en la resistencia porque el enunciado indica que es despreciable).

* Al trabajar utilizando la tensión como vector de referencia el argumento de un vector de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío es su ángulo de par y el argumento de un vector de corriente es el arcocoseno del factor de potencia (afectado de signo - si el factor de potencia es inductivo).

* Para calcular las f.e.m.s (fuerzas electromotrices) de vacío de línea de cada generador se parte de las respectivas f.e.m.s de fase y se tiene en cuenta que en este problema las dos máquinas tienen el estator conectado en estrella.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.2.2

Datos:

Alternadores:

Conexión estrella	2p = 4 polos	$S_{1N} = S_{2N} = 575$ MVA	f = 50 Hz
$V_{NL} = 20000$ V	$R_1 = R_2 \approx 0\ \Omega$	$X_{d1}(p.u.) = X_{d2}(p.u.) = 1,76$	

Carga:

$V_L = V_{NL}$	$P_T = 800$ MW	$\cos \varphi_T = 0,8$ inductivo

Situación previa:

$P_1 = P_2 = 0,5\ P_T$	$Q_1 = Q_2 = 0,5\ Q_T$	$V_L = V_{NL}$

Situación actual:

$E''_{01} = E_{01}$	$P''_1 = 0,6\ P_T$	$V_L = V_{NL}$

(p.u. = por unidad)

Resolución:

a) Al igual que en el problema S.2.1 se van a usar los subíndices 1 y 2 para distinguir estas dos máquinas síncronas.

En el problema S.2.1 se calcularon los valores asignados de tensión y corriente de los alternadores. Para ello se tuvo en cuenta la forma de conexión de las fases del estator, que en las máquinas de este problema es estrella:

$$V_{NL} = 20000 \text{ V}$$

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547 \text{ V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_{1N}}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{575000000}{\sqrt{3} \cdot 20000} = 16599 \text{ A} = I_{2NL}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 16599 \text{ A} = I_{2N}$$

También el problema S.2.1 se obtuvo que:

$$Z_{1N} = \frac{V_N}{I_{1N}} = \frac{11547}{16599} = 0,6956\ \Omega = Z_{2N}$$

y que, por lo tanto, las reactancias síncronas valen:

$$X_{s1} = X_{d1} = X_{d1}(\text{p. u.})\ Z_{1N} = 1,76 \cdot 0,6956 = 1,224\ \Omega = X_{s2}$$

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

(En una máquina de rotor cilíndrico se puede utilizar tanto la nomenclatura X_d como X_s para referirse a la reactancia síncrona).

Como la potencia consumida por la carga que cita el enunciado está medida en MW, se trata de una potencia activa. En consecuencia:

$$S_T = \frac{P_T}{\cos\varphi_T} = \frac{800}{0{,}8} = 1000 \text{ MVA}$$

$$I_T = \frac{S_T}{\sqrt{3}\,V_{NL}} = \frac{1000\,000\,000}{\sqrt{3}\cdot 20\,000} = 28868 \text{ A}$$

En la Fig. 1 se representa el circuito equivalente del conjunto de las dos máquinas y de la carga.

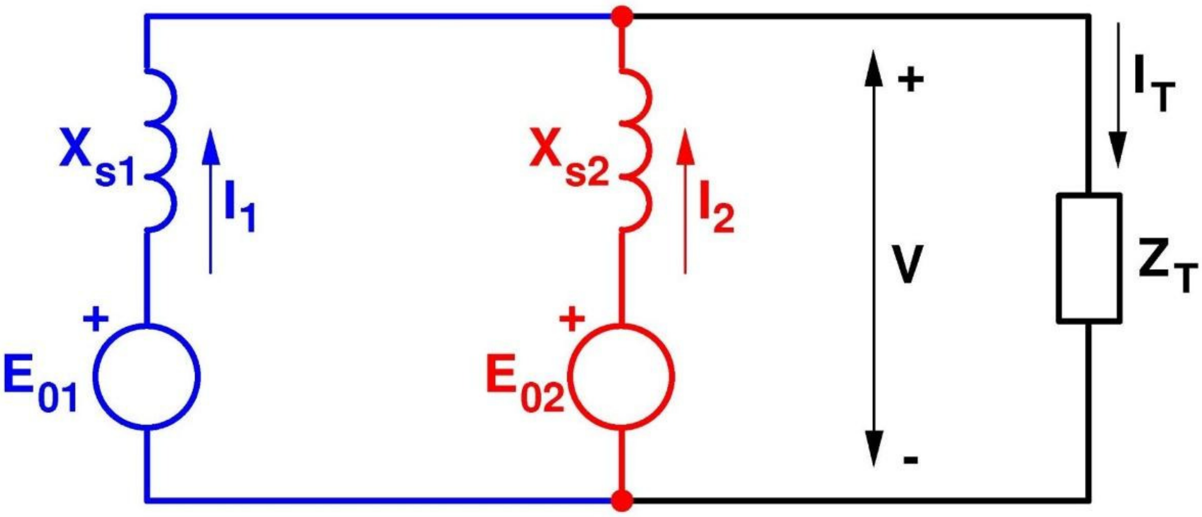


Fig. 1: Circuito equivalente

En el estado previo de este sistema, correspondiente a los apartados a) y b) del problema S.2.1, las potencias activa y reactiva de la carga se repartían por igual entre ambas máquinas. En este estado, tomando la tensión $\overline{V}$ como vector de referencia, se obtuvo en el problema S.2.1 que:

$$\overline{V} = V\,\underline{|0} = 11547\,\underline{|0} = 11547 + j\,0 \text{ V}$$

$$\overline{I}_T = I_T\,\underline{|-\varphi_T} = 28868\,\underline{|-36{,}87^\circ} = 23094 - j\,17321 \text{ A}$$

$$E_{01} = E_{02} = 26273 \text{ V} \qquad \delta_1 = \delta_2 = 32{,}55^\circ$$

En la Fig. 2 se muestra el diagrama vectorial (no dibujado a escala) de uno de los alternadores en esta situación (el del otro es igual).

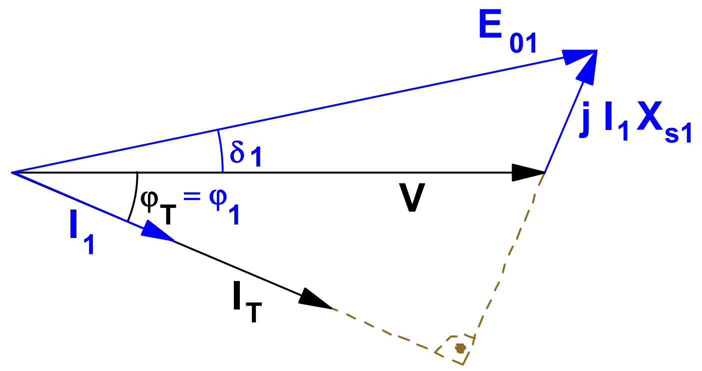


Fig. 2: Diagrama vectorial del alternador 1 en el estado previo al actual

En el estado de carga actual las magnitudes de ambos alternadores se van a denominar con unas comillas " para distinguirlas de las correspondientes al estado de carga previo.

La excitación del alternador 1 no ha cambiado, por lo tanto, el valor eficaz de la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío de este alternador sigue siendo la misma que en el estado previo:

$$E''_{01} = E_{01} = 26273 \text{ V}$$

La potencia activa que suministra ahora el alternador 1 vale:

$$P''_1 = 0{,}6\ P_T = 0{,}6 \cdot 800 = 480 \text{ MW}$$

Luego, como en un alternador de rotor cilíndrico se cumple que:

$$P = m \frac{E_0\ V}{X_s} \operatorname{sen} \delta \qquad (1)$$

en este caso se llega a:

$$P''_1 = m \frac{E''_{01}\ V}{X_{s1}} \operatorname{sen} \delta''_1 \quad \rightarrow \quad \operatorname{sen} \delta''_1 = \frac{P''_1}{m \dfrac{E''_{01}\ V}{X_{s1}}}$$

$$\operatorname{sen} \delta''_1 = \frac{480\,000\,000}{3 \dfrac{26273 \cdot 11547}{1{,}224}} = 0{,}6655 \quad \rightarrow \quad \delta''_1 = 40{,}21°$$

Luego, tomando el vector $\overline{V}$ como referencia (Figs. 1 y 3) se tiene que:

$$\overline{E}''_{01} = E''_{01} \underline{|\ \delta''_1} = 26273 \underline{|\ 40{,}21°} = 20064 + j\,16961{,}6 \text{ V}$$

El diagrama vectorial representado en la Fig. 3 (que no está dibujado a escala) muestra la situación actual de las máquinas junto con las f.e.m.s de vacío $E_{01} = E_{02}$ y las corrientes $I_1 = I_2$ de los alternadores cuando estaban en el estado de carga previo. Esta figura se ha incluido en este texto para mostrar gráficamente el comportamiento del conjunto alternadores-carga en este caso, pero no es necesario dibujarla para resolver el problema.

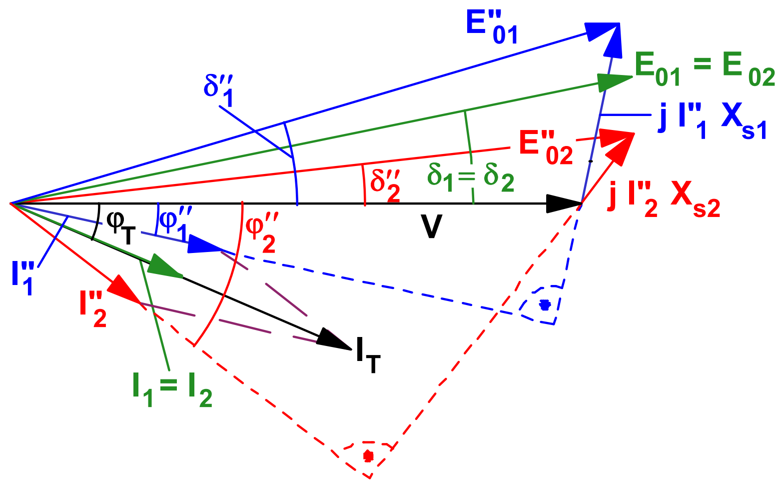


Fig. 3: Diagrama vectorial

De la Fig. 1 se deduce que:

$$\bar{I}''_1 = \frac{\bar{E}''_{01} - \bar{V}}{j\,X_{s1}} = \frac{(20064 + j\,16961{,}6) - 11547}{j\,1{,}224} =$$

$$= 13857{,}5 - j\,6958{,}3 = 15506{,}4 \,\underline{\big|\, -26{,}66^{\circ}}\ \text{A}$$

La carga sigue siendo la misma y se alimenta a la misma tensión (la tensión asignada) que en el estado previo. En consecuencia:

$$\bar{I}''_T = \bar{I}_T = 23094 - j\,17321\ \text{A}$$

De la Fig. 1 se deduce que:

$$\bar{I}''_2 = \bar{I}''_T - \bar{I}''_1 = (23094 - j\,17321) - (13857{,}5 - j\,6958{,}3) =$$

$$= 9236{,}5 - j\,10362{,}7 = 13881{,}6 \,\underline{\big|\, -48{,}29^{\circ}}\ \text{A}$$

y

$$\bar{E}''_{02} = \bar{V} + \bar{I}''_2\ j\,X_{s2} = 11547 + (9236{,}5 + j\,10362{,}7)\cdot(j\,1{,}224) =$$

$$= 24230{,}9 + j\,11305{,}5 = 26738{,}6 \,\underline{\big|\, 25{,}01^{\circ}}\ \text{V}$$

Al haber tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, cada vector de corriente tiene como argumento su respectivo ángulo φ (correspondiente al factor de potencia) afectado del signo - (por tratarse de carga inductiva). Luego:

$$\begin{aligned} \bar{I}''_1 &= I''_1 \underline{\left| -\varphi''_1 \right.} = 15506{,}4 \underline{\left| -26{,}66^\circ \right.}\ \text{A} \\ \bar{I}''_2 &= I''_2 \underline{\left| -\varphi''_2 \right.} = 13881{,}6 \underline{\left| -48{,}29^\circ \right.}\ \text{A} \end{aligned} \qquad (2)$$

De lo que se deduce que:

$$\varphi''_1 = 26{,}66^\circ \qquad \varphi''_2 = 48{,}29^\circ$$

Luego, finalmente se tiene que:

$$P''_1 = 0{,}6\, P_T = 0{,}6 \cdot 800 = 480\ \text{MW}$$

$$P''_2 = P_T - P_1 = 800 - 480 = 320\ \text{MW}$$

$$Q''_1 = P''_1\ \text{tg}\ \varphi''_1 = 480 \cdot \text{tg}\ 26{,}66^\circ = 241\ \text{MVAR}$$

$$Q''_2 = P''_2\ \text{tg}\ \varphi''_2 = 320 \cdot \text{tg}\ 48{,}29^\circ = 359\ \text{MVAR}$$

<u>En este estado de carga las potencias activas de los generadores valen $P''_1 = 480$ MW y $P''_2 = 320$ MW y las potencias reactivas son $Q''_1 = 241$ MVAR y $Q''_2 = 359$ MVAR</u>.

b) De las relaciones (2) se obtiene que:

$$I''_1 = 15506{,}4\ \text{A} \qquad \cos\varphi''_1 = \cos 26{,}66^\circ = 0{,}8937$$

$$I''_2 = 13881{,}6\ \text{A} \qquad \cos\varphi''_2 = \cos 48{,}29^\circ = 0{,}6654$$

Dada la conexión estrella de las máquinas de este problema se tiene que:

$$I''_{1L} = I''_1 = 15506{,}4\ \text{A} \qquad I''_{2L} = I''_2 = 13881{,}6\ \text{A}$$

<u>En este estado de carga las corrientes de ambos alternadores son $I''_1 = I''_{1L} = 15506$ A e $I''_2 = I''_{2L} = 13882$ A y sus respectivos factores de potencia son $\cos\varphi''_1 = 0{,}8937$ y $\cos\varphi''_2 = 0{,}6654$</u>.

c) Al haber tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, los vectores de f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío tienen como argumento su respectivo ángulo de par. Luego:

$$\overline{E}''_{01} = E''_{01} \underline{|\delta''_1} = 26273 \underline{|40{,}21^o} \text{ V}$$

$$\overline{E}''_{02} = E''_{02} \underline{|\delta''_2} = 26738{,}6 \underline{|25{,}01^o} \text{ V} \qquad (3)$$

Luego, teniendo en cuenta que estas máquinas asíncronas tienes las fases del estator conectadas en estrella, se tiene que:

$$E''_{01} = 26273 \text{ V} \qquad E''_{01L} = \sqrt{3}\, E''_{01} = \sqrt{3} \cdot 26273 = 45506 \text{ V}$$

$$E''_{02} = 26738{,}6 \text{ V} \qquad E''_{02L} = \sqrt{3}\, E''_{02} = \sqrt{3} \cdot 26238{,}6 = 46311{,}6 \text{ V}$$

y

$$\delta''_1 = 40{,}21^o \qquad \delta''_2 = 25{,}01^o$$

<u>En este estado de carga las f.e.m.s de vacío de fase ambas máquinas son $E''_{01} = 26273$ V y $E''_{02} = 26739$ V, las f.e.m.s de vacío de línea son $E''_{01L} = 45506$ V y $E''_{02L} = 46312$ V y sus respectivos ángulos de par son $\delta''_1 = 40{,}21°$ y $\delta''_2 = 25{,}01°$</u>.

PROBLEMA S.2.3

ENUNCIADO

Si el alternador del problema S.1.2 (conexión estrella, V_{NL} = 17321 V, I_{e0} = 150 A) se acopla a una red de potencia infinita de 17321 V y 50 Hz ¿cuál será la máxima potencia activa que puede suministrar este generador cuando su intensidad de excitación es de 226 A y su reactancia síncrona es la saturada obtenida en el apartado d) del problema S.1.2 (X_s = 23,33 Ω)?

RESULTADOS

$P_{máx}$ = 15945135 W = 15,9 MW

SUGERENCIA PARA LA RESOLUCIÓN

* Para aplicar la expresión de la potencia máxima se necesita conocer la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío E_0. Para obtenerla en valor por unidad E_0(p.u.), con el valor de la corriente de excitación I_e (medido en valor por unidad (p.u.)) vaya a la curva de vacío. Con E_0(p.u.) y la tensión asignada V_N se puede calcular la f.e.m. de vacío de fase E_0 medida en voltios.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.2.3

Datos:

$V_{NL} = 17321$ V	Conexión estrella	$I_{e0} = 150$ A	
$X_s = 23{,}33\ \Omega$	$R \approx 0\ \Omega$	$I_e = 226$ A	$V_L = V_{NL}$

Resolución:

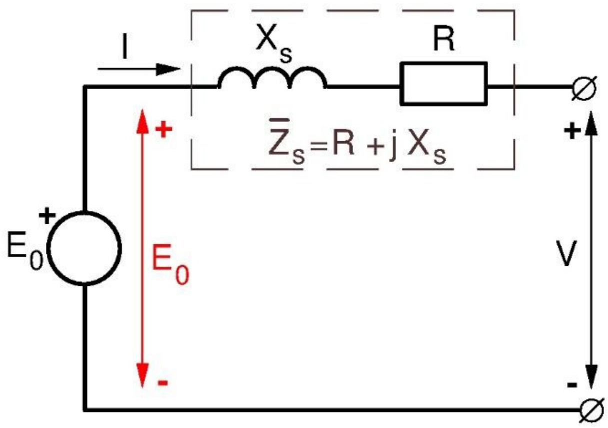


Fig. 1: Circuito equivalente

En una máquina síncrona de rotor cilíndrico y m fases la potencia activa P viene dada por la siguiente relación:

$$P = m \frac{E_0\ V}{X_s} \text{ sen } \delta \tag{1}$$

En red de potencia infinita, la tensión V permanece constante. Si, además, se mantiene constante la corriente de excitación I_e la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío E_0 es constante y la reactancia síncrona X_s se la puede considerar también constante. En estas condiciones, pues, la potencia activa sólo varía con el ángulo del par δ y su valor máximo $P_{máx}$ se producirá cuando este ángulo valga 90°:

$$P_{max} = m \frac{E_0\ V}{X_s} \tag{2}$$

Dada la conexión estrella del estator y que en este caso la tensión en bornes es igual a la tensión asignada $(V = V_N)$, se tiene que:

$$V = V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{17321}{\sqrt{3}} = 10000 \text{ V}$$

Del apartado d) del problema S.1.2 se obtuvo que la reactancia síncrona vale $X_s = 23{,}33\ \Omega$.

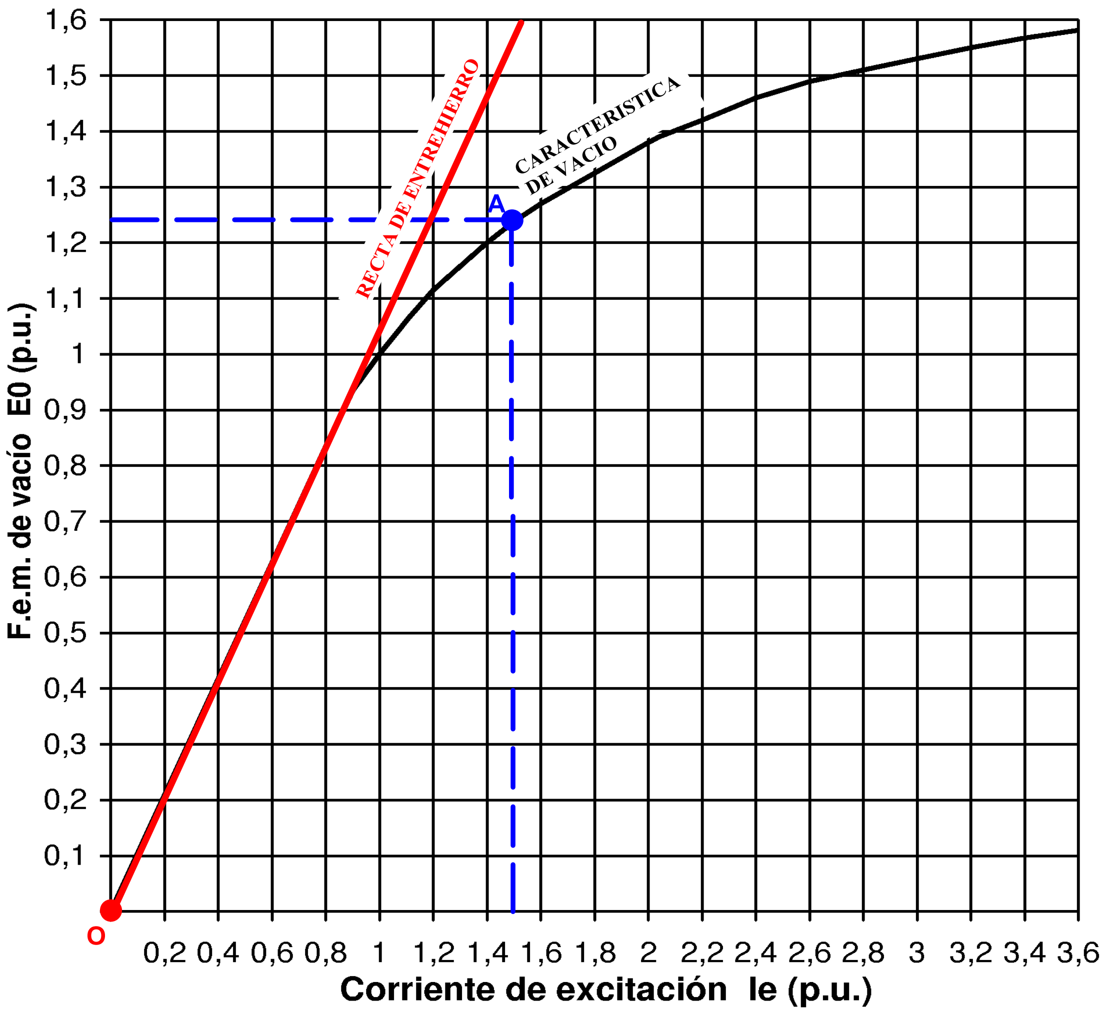


Fig. 2: Característica de vacío

Luego, para poder aplicar la fórmula (2) sólo falta calcular la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío E_0 que corresponde a la corriente de excitación I_e dada (226 A). Para ello se utiliza la característica de vacío (Fig. 2).

Como la curva de vacío de que se dispone está dada en valores por unidad (p.u.), se empieza por calcular I_e(p.u.):

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}} = \frac{226}{150} = 1{,}51$$

Entrando con este valor en el eje de abscisas de la característica de vacío de esta máquina (punto A de la Fig. 2) se obtiene la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío por unidad E_0(p.u.) sobre el eje de ordenadas:

$$E_0(\text{p. u.}) = 1{,}24$$

y, por lo tanto,

$$E_0(\text{p. u.}) = 1{,}24 \quad \rightarrow \quad E_0 = E_0(\text{p. u.}) \cdot V_N = 1{,}24 \cdot 10000 = 12400 \text{ V}$$

Así pues, mediante la expresión (2) se obtiene que:

$$P_{max} = m \frac{E_0 \; V}{X_d} = 3 \frac{12400 \cdot 10000}{23{,}33} = 15\,945\,135 \quad W \approx 15{,}9 \text{ MW}$$

La potencia activa máxima de esta máquina en estas condiciones vale 15,9 MW.

PROBLEMA S.2.4

ENUNCIADO

Si el alternador del problema S.1.3 (conexión estrella, V_{NL} = 20000 V, f = 50 Hz, 2p = 20 polos, I_{e0} = 100 A) se acopla a una red de potencia infinita de 20000 V y 50 Hz ¿cuál será el máximo par que demandará esta máquina si su intensidad de excitación es de 120 A y su reactancia síncrona longitudinal es X_d = 400 Ω? (Despréciese el par de reluctancia).

RESULTADOS

$M_{máx}$ = 35350 Nm

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Dado que el enunciado dice que se desprecie el par de reluctancia, el par máximo de esta máquina se calcula mediante la misma fórmula que para las máquinas de rotor cilíndrico.

* En la fórmula del par máximo se debe emplear la reactancia síncrona longitudinal X_d (400 Ω, según el enunciado).

* Para aplicar la expresión del par máximo se necesita conocer la f.e.m. (fuerza electromotriz) de vacío E_0. Para obtenerla en valor por unidad E_0(p.u.), con el valor de la corriente de excitación I_e (medido en valor por unidad (p.u.)) vaya a la curva de vacío. Con E_0(p.u.) y la tensión asignada V_N se puede calcular la f.e.m. de vacío de fase E_0 medida en voltios.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.2.4

Datos:

$V_{NL} = 20000$ V	f = 50 Hz	Conexión estrella
2p = 20 polos salientes	$R \approx 0\ \Omega$	$I_{e0} = 100$ A
$V_L = 20000$ V	$X_d = 400\ \Omega$	$I_e = 120$ A

Resolución:

En una máquina síncrona de m fases y polos salientes el par viene dado por la siguiente relación:

$$M = m\,\frac{E_0\,V}{X_d\,\Omega_1}\,\operatorname{sen}\delta + m\,\frac{V^2}{2\,\Omega_1}\left(\frac{1}{X_q} - \frac{1}{X_d}\right)\operatorname{sen}(2\delta) \qquad (1)$$

El primer sumando de la expresión (1) es el <u>*par electromagnético*</u>, que también aparece en las máquinas de rotor cilíndrico, y es debido a la interacción de los campos magnéticos del inductor y del inducido. El segundo sumando es el <u>*par de reluctancia*</u> que no aparece en las máquinas de rotor cilíndrico.

El par de reluctancia es debido a la tendencia que tiene el campo magnético de intentar seguir el camino que presente la menor reluctancia. En máquinas de polos salientes, en las que la reluctancia del circuito magnético no es igual en todos los puntos del entrehierro, aparece este par que tiende a orientar los polos salientes del rotor (la zona de menor reluctancia) con la dirección que en cada momento tenga el campo magnético total. Como este campo gira a la velocidad de sincronismo, el par de reluctancia tiende a hacer girar el rotor a la velocidad de sincronismo.

En la mayoría de los alternadores de polos salientes, cuando están en carga el par de reluctancia se puede despreciar frente al par electromagnético, que es precisamente lo que el enunciado indica que sucede con el alternador que se está analizando. Por lo tanto, en esta máquina se puede aceptar que el par es igual a:

$$M = m\,\frac{E_0\,V}{X_d\,\Omega_1}\,\operatorname{sen}\delta \qquad (2)$$

En red de potencia infinita, la tensión V permanece constante y también la velocidad de sincronismo Ω_1. Si, además, se mantiene constante la corriente de excitación I_e, la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 es constante y la reactancia síncrona longitudinal X_d se la puede considerar también constante. En estas condiciones, pues, el par sólo varía con el ángulo del par δ y su valor máximo $M_{máx}$ se producirá cuando el ángulo de par es 90°:

$$M_{max} = m\,\frac{E_0\,V}{X_d\,\Omega_1} \qquad (3)$$

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

Dada la conexión estrella del estator, se tiene que:

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547 \ \text{V}$$

$$V = \frac{V_L}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547 \ \text{V}$$

(En este caso la tensión en bornes es igual a la tensión asignada: $V = V_N$)

La velocidad de sincronismo, medida en radianes/s, Ω_1, es:

$$\Omega_1 = \frac{2 \ \pi \ f}{p} = \frac{2 \ \pi \ 50}{10} = 31{,}4 \ \text{rad/s}$$

El enunciado indica que la reactancia síncrona longitudinal vale

$$X_d = 400 \ \Omega$$

Luego, para poder aplicar la fórmula (3) sólo falta calcular la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 que corresponde a la corriente de excitación I_e dada (120 A). Para ello se utiliza la curva de vacío.

Como la curva de vacío está dada en valores por unidad (p.u.), se empieza por calcular I_e(p.u.):

$$I_e(\text{p. u.}) = \frac{I_e}{I_{e0}} = \frac{120}{100} = 1{,}2$$

Entrando con este valor en el eje de abscisas de la característica de vacío de esta máquina (punto A de la Fig. 1) se obtiene la f.e.m. de vacío por unidad E_0(p.u.) sobre el eje de ordenadas:

$$E_0(\text{p.u.}) = 1{,}11$$

y, por lo tanto,

$$E_0(\text{p.u.}) = 1{,}11 \quad \Rightarrow \quad E_0 = E_0(\text{p.u.}) \cdot V_N = 1{,}11 \cdot 11547 = 12817 \ \text{V}$$

Así pues, mediante la expresión (3) se obtiene que:

$$M_{max} = m \frac{E_0 \ V}{X_d \ \Omega_1} = 3 \frac{12817 \cdot 11547}{400 \cdot 31{,}4} = 35350 \ \text{Nm}$$

<u>El par máximo de esta máquina en estas condiciones vale 35350 Nm</u>.

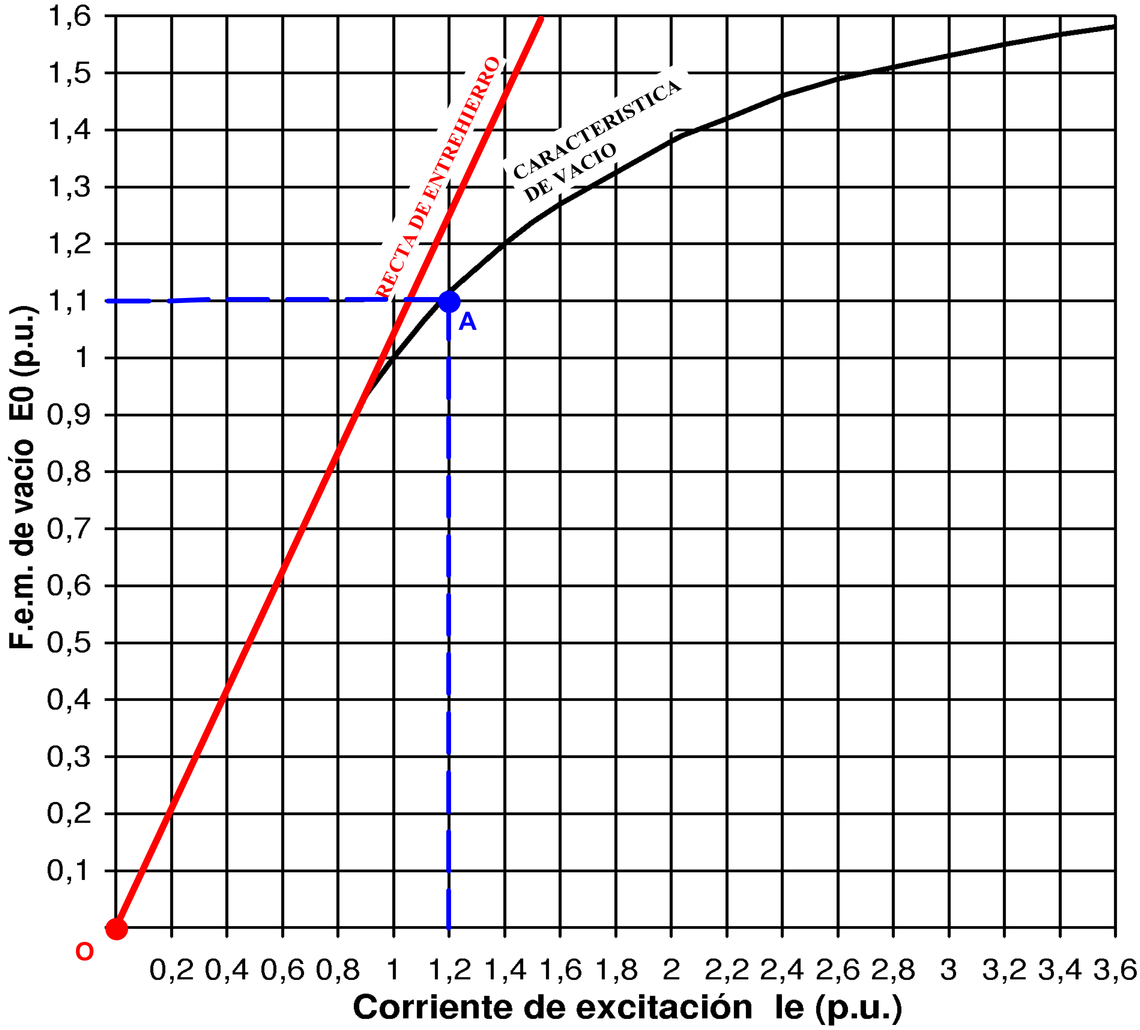


Fig. 1: Característica de vacío

PROBLEMA S.2.5

ENUNCIADO

Un turboalternador síncrono de 10 MVA, 10 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene la resistencia de las fases del estator despreciable y se puede suponer que funciona con una reactancia síncrona constante de 8 Ω.

Este alternador tiene conectado como única carga un motor síncrono de 7 MVA, 10 kV, 50 Hz y conexión estrella, cuya reactancia síncrona se puede considerar constante y vale 13 Ω y cuya resistencia es despreciable.

a) Calcular las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío, las corrientes del inducido y los factores de potencia de ambas máquinas cuando el motor está alimentado a su tensión asignada y proporciona una potencia mecánica de 6000 C.V. siendo su ángulo de par igual a 22°.

b) Calcular la máxima potencia que puede proporcionar el alternador al motor si ambos mantienen constantes sus respectivas corrientes de excitación y sus reactancias síncronas, siendo sus valores iguales a los correspondientes a la pregunta anterior.

c) Estando funcionando las dos máquinas en la situación descrita en la pregunta anterior; es decir, proporcionando la máxima potencia ¿cuáles son los valores de las corrientes y de las tensiones de fase y de línea y del factor de potencia? ¿cuáles son los ángulos de par de ambas máquinas?

RESULTADOS

a) $I_L = I = 316$ A; $\cos \varphi = 0,81$ capacitivo (son valores comunes para el alternador y para el motor)

<u>Motor</u>: $E_{0m} = 8848$ V; $E_{0mL} = 15325$ V

<u>Alternador</u>: $E_0 = 4739$ V; $E_{0L} = 8208$ V

b) $P_{máx} = 5,99$ MW

c) $I_L = I = 478$ A; $V = 4469$ V; $V_L = 7741$ V; $\cos \varphi = 0,81$ capacitivo (todos estos valores son comunes para el alternador y para el motor);

$\delta = 48,96$; $\delta_m = 41,04$

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Emplee el convenio de signos de generador para el alternador y el de carga para el motor. Para ello utilice las mismas tensión y corriente para ambos (lo cual significa que el factor de potencia es común también para ambas máquinas).

* Las magnitudes del alternador no llevarán ningún subíndice especial, mientras que las del motor -que no sean comunes con las del alternador- llevarán el subíndice m.

* Como ambas máquinas tiene sus estatores conectados de igual manera (en estrella) no sólo tienen comunes la tensión y la corriente de línea, sino también las de fase.

* Aceptando que el motor carece de pérdidas su potencia útil es igual a la potencia activa consumida. Pase esta potencia de caballos de vapor (C.V.) a vatios (W).

* Conocidas la potencia activa, la tensión en bornes y el ángulo de par del motor se puede calcular su fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío.

* Tomando la tensión como vector de referencia, exprese esta tensión y la f.e.m. de vacío del motor en forma vectorial.

* De la expresión que calcula la tensión como suma vectorial de la f.e.m. de vacío y de la caída de tensión en la reactancia síncrona del motor despeje la corriente.

* Conocida la corriente en forma vectorial puede calcular la f.e.m. de vacío del alternador como suma vectorial de la tensión y de la caída de tensión en su reactancia síncrona.

* Tomando la tensión como vector de referencia, el argumento del vector de corriente es el ángulo φ (cambiado de signo) cuyo coseno es el factor de potencia común a ambas máquinas.

* Calcule los valores de línea de la corriente y de las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío de las dos máquinas teniendo en cuenta que ambas tienen su estator conectado en estrella.

* Para calcular la potencia máxima se puede utilizar la fórmula que la calcula para un alternador conectado en red de potencia infinita, si se asimila el conjunto de las dos máquinas síncronas a un alternador, cuya f.e.m. de vacío es la del alternador y su reactancia síncrona es la suma de las de las dos máquinas, conectado a una red de potencia infinita de tensión igual a la f.e.m. de vacío del motor.

* El enunciado indica que se calcule la potencia máxima si las corrientes de excitación de las dos máquinas se mantienen constantes e iguales a las del apartado a). Esto significa que en este apartado las fuerzas electromotrices de vacío de ambas máquinas tienen los mismos valores eficaces que en el apartado a).

* Para contestar a la última pregunta es mejor trabajar utilizando la f.e.m. de vacío del motor como vector de referencia para el diagrama vectorial.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.2.5

Datos:

Alternador:

$S_N = 10$ MVA	$V_{NL} = 10000$ V	$f = 50$ Hz
Conexión estrella	$X_s = 8\ \Omega$	$R \approx 0\ \Omega$

Motor:

$S_{Nm} = 7$ MVA	$V_{NmL} = 10000$ V	$f_m = 50$ Hz
Conexión estrella	$X_{sm} = 13\ \Omega$	$R_m \approx 0\ \Omega$
$P_{um} = 6000$ CV	$\delta_m = 22°$	

Resolución:

a) En la Fig. 1 se muestran los circuitos equivalentes del alternador y del motor y los convenios de signos y la nomenclatura que se van a emplear.

Así, se han utilizado las mismas tensión V_L y corriente de línea I_L para ambas máquinas. Esto significa que tienen iguales valores de tensión de fase V y de corriente de fase I, pues ambas máquinas están conectadas en estrella[1]. Los sentidos de estas magnitudes para el alternador se corresponden con el convenio generador (V opuesta a I) y para el motor con el convenio de carga (I generada por V). Las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío de ambas máquinas también siguen estos convenios (E_0 genera la corriente I, mientras que E_{0m} se opone a I). Las magnitudes del alternador no llevan subíndice especial, mientras que las del motor -que no sean comunes con las del alternador- llevan subíndice *m*.

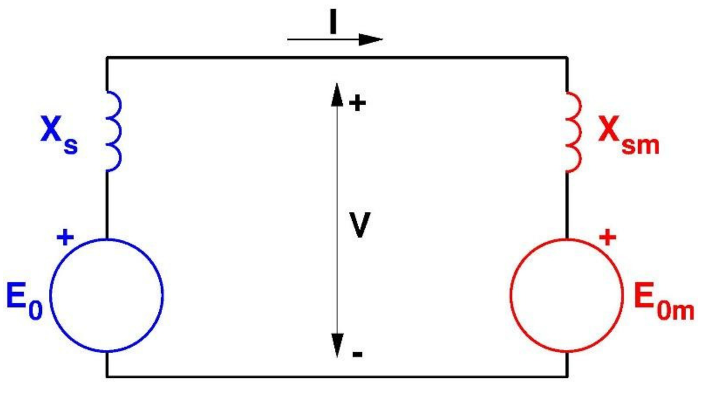


Fig. 1: Circuito equivalente

Como se ha utilizado el convenio de signos generador para el alternador, su vector de fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío $\overline{E}_0$ queda situado por encima del de la tensión $\overline{V}$ (ángulo de par δ positivo) y se verifica la siguiente relación (ver la Fig. 2):

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + j\, X_s\, \overline{I} \tag{1}$$

[1] En el caso de que una máquina estuviera conectada en estrella y la otra en triángulo, se hallaría la estrella equivalente de esta última y se trabajaría como si ambas tuvieran la misma conexión.

Por otra parte, se ha utilizado el convenio de signos de carga para el motor, por lo que, su vector de f.e.m. de vacío $\overline{E}_{0m}$ queda situado por debajo del de la tensión $\overline{V}$ (ángulo de par δ_m negativo) y se verifica la siguiente relación (ver la Fig. 2):

$$\overline{V} = \overline{E}_{0m} + j X_{sm} \overline{I} \tag{2}$$

Además, de las expresiones (1) y (2) se deduce que:

$$\overline{E}_0 = \overline{E}_{0m} + j\left(X_s + X_{sm}\right)\overline{I} \tag{3}$$

Como la tensión de línea es la asignada queda que:

$$V_L = V_{NL} = 10000 \text{ V} \qquad V = V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{10000}{\sqrt{3}} = 5773{,}5 \text{ V}$$

y tomado la tensión $\overline{V}$ como referencia:

$$\overline{V} = V \underline{|0} = 5773{,}5 \underline{|0} = 5773{,}5 + j\,0 \text{ V}$$

Dado que las máquinas síncronas tienen un rendimiento muy alto y que el enunciado no cita datos sobre las pérdidas del motor, se van a despreciar las pérdidas de esta máquina y se considerará que la potencia (activa) consumida es igual a la potencia útil. Por lo tanto, pasando esta potencia de C.V. (caballos de vapor) a W (vatios) se tiene que:

$$P_m = 6000 \text{ C.V.} \times 736 \frac{\text{W}}{\text{C.V.}} = 4\,416\,000 \text{ W}$$

En el motor síncrono, que es de rotor cilíndrico, se cumple que:

$$P_m = m \frac{E_{0m} V}{X_{sm}} \operatorname{sen} \delta_m \tag{4}$$

Luego, como el enunciado indica que el ángulo de par del motor vale $\delta_m = 22°$, se obtiene que:

$$4\,416\,000 = 3 \frac{E_{0m}\ 5773{,}5}{13} \operatorname{sen} 22° \quad \rightarrow \quad E_{0m} = 8847{,}8 \text{ V}$$

Como esta fuerza electromotriz (f.e.m.) está retrasada respecto a la tensión (Fig. 2), si se toma la tensión $\overline{V}$ como referencia, la f.e.m. E_{0m} en forma vectorial queda así:

$$\overline{E}_{0m} = E_{om} \underline{|-\delta_m} = 8847{,}8 \underline{|-22°} = 8203{,}5 - j\,3314{,}4 \text{ V}$$

En consecuencia, aplicando la expresión (2), se obtiene lo siguiente:

$$\overline{V} = \overline{E}_{0m} + j\,X_{sm}\,\bar{I} \quad \rightarrow \quad \bar{I} = \frac{\overline{V} - \overline{E}_{0m}}{j\,X_{sm}} \tag{5}$$

que, sustituyendo valores da:

$$\bar{I} = \frac{\overline{V} - \overline{E}_{0m}}{j\,X_{sm}} = \frac{5773{,}5 - (8203{,}5 - j\,3314{,}4)}{j\,13} =$$
$$= 255 + j\,187 = 316{,}2 \,\underline{|\,36{,}25º}\ \text{A}$$

Al haber tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, el vector de corriente tiene como argumento su ángulo φ (correspondiente a su factor de potencia) cambiado de signo. Obsérvese que en este caso se obtiene una corriente adelantada respecto a la tensión; es decir, se está trabajando con un factor de potencia capacitivo. Luego:

$$\bar{I} = I\,\underline{|-\varphi} = 316{,}2\,\underline{|\,36{,}25º}\text{A}$$

y

$$I = 316{,}2\ \text{A} \qquad\qquad \cos\varphi = \cos(-36{,}25°) = 0{,}81 \text{ capacitivo}$$

Aplicando ahora la expresión (1) en el alternador se obtiene lo siguiente:

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + j\,X_s\,\bar{I} = 5773{,}5 + j\,8\,(255 + j\,187) =$$
$$= 4277{,}5 + j\,2040 = 4739\,\underline{|\,25{,}5º}\ \text{V}$$

Si se ha tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, los vectores de fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío de las máquinas síncronas tienen como argumento su ángulo de par respectivo (ver la Fig. 2). Luego:

$$\overline{E}_0 = E_0\,\underline{|\,\delta} = 4739\,\underline{|\,25{,}5º}\ \text{V} \quad \rightarrow \quad \begin{cases} E_0 = 4739\ \text{V} \\ \delta = 25{,}5º \end{cases}$$

Como ambas máquinas tienen su estator conectado en estrella, se obtiene que:

$$I_L = I = 316{,}2\ \text{A}$$

$$E_{0L} = \sqrt{3}\ E_0 = \sqrt{3}\cdot 4739 = 8208{,}2\ \text{V}$$

$$E_{0mL} = \sqrt{3}\ E_{0m} = \sqrt{3}\cdot 8847{,}8 = 15324{,}8\ \text{V}$$

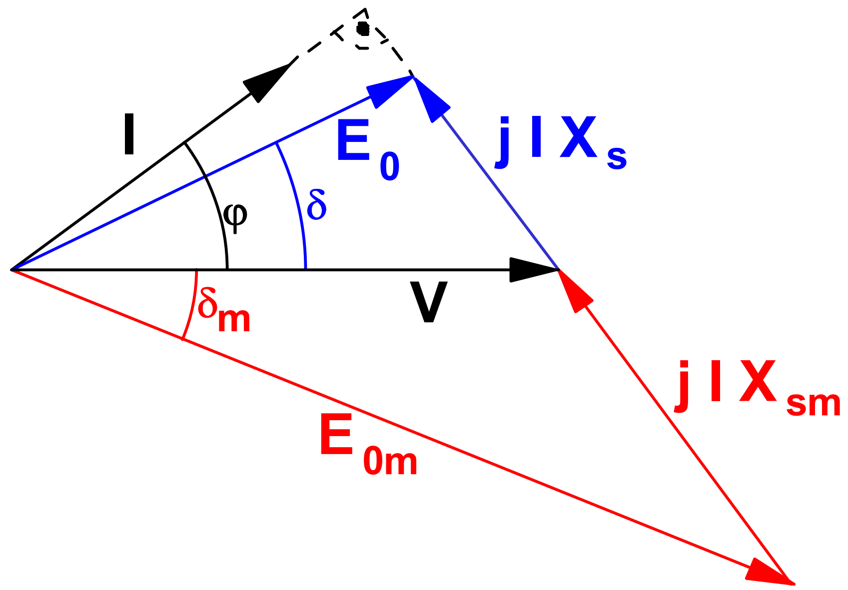


Fig. 2: Diagrama vectorial

El diagrama vectorial representado en la Fig. 2 (que no está dibujado a escala) muestra la situación en que se encuentran ambas máquinas, teniendo en cuenta que el factor de potencia es capacitivo. Esta figura se ha incluido en este texto para mostrar gráficamente el comportamiento de estas máquinas, pero no es necesario dibujarla para resolver el problema.

Las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío de ambas máquinas son E_0 = 4739 V y E_{0m} = 8848 V por fase y E_{0L} = 8208 V y E_{0mL} = 15325 V de línea, respectivamente. La corriente (común a ambas máquinas) vale I_L = I = 316 A. El factor de potencia (común a ambas máquinas) es cos φ = 0,81 capacitivo.

b) En los apuntes de teoría se ha explicado como se obtiene la potencia máxima de una máquina síncrona conectada a una red de potencia infinita; pero aquí se tienen dos máquinas síncronas conectadas entre sí, no a una red de potencia infinita.

Lo que se va a intentar es tratar de asimilar esta situación de dos máquinas síncronas conectadas entre sí, en las que se mantienen constantes sus respectivas corrientes de excitación, a la situación de una máquina síncrona conectada a una red de potencia infinita.

Para ello se considera equivalente las dos máquinas conectadas entre sí como se indica en la Fig. 1 a la situación mostrada en la Fig. 3. Es decir, se supone que equivalen a un alternador síncrono de f.e.m. de vacío constante e igual a E_0, de reactancia síncrona igual a la suma $(X_s + X_{sm})$ y cuya tensión en bornes es la f.e.m. E_{0m}. Como la excitación del motor permanece constante, el valor eficaz E_{0m} es constante y esto indica que esta máquina equivalente funciona como si estuviera conectada a una red de potencia infinita cuya tensión fuera E_{om}.

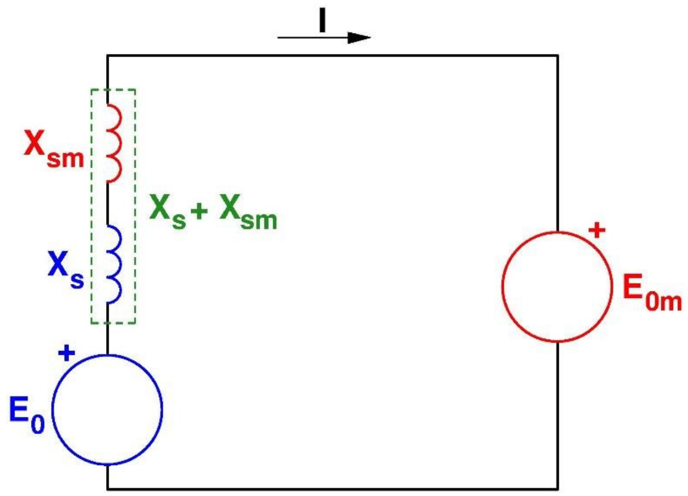


Fig. 3: Circuito equivalente para potencia máxima

Recuerde que una máquina síncrona acoplada a una red de potencia infinita y que mantiene constante su corriente de excitación alcanza su potencia (activa) máxima cuando el ángulo entre las f.e.m. de vacío $\overline{E}_0$ y la tensión en bornes $\overline{V}$ (el ángulo de par δ) vale 90°. Esta potencia máxima se obtiene mediante esta expresión:

$$P_{máx} = m \frac{E_0 \ V}{X_s} \qquad (6)$$

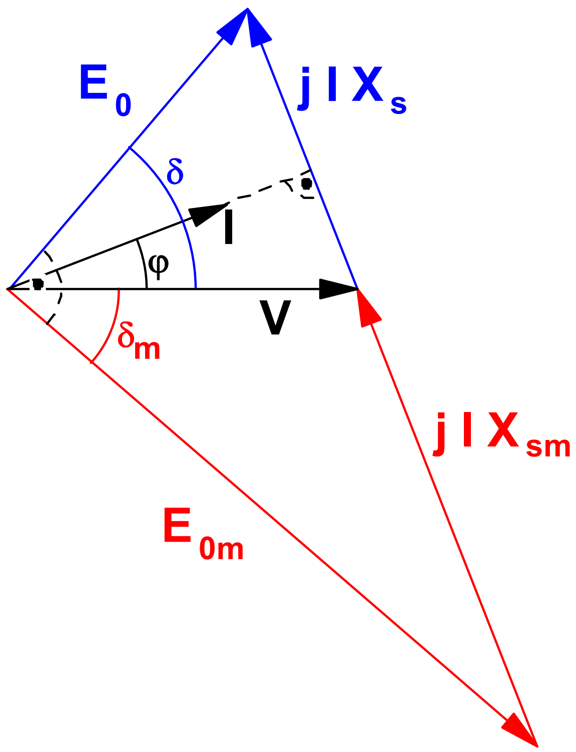


Fig. 4: Diagrama vectorial para potencia máxima

Luego, en este caso la potencia máxima se dará cuando las f.e.m.s de vacío ($\overline{E}_0$ y $\overline{E}_{0m}$) son perpendiculares entre sí. Esta situación está representada en el diagrama vectorial de la Fig. 4 (que no está dibujado a escala). Esta figura se ha incluido en este texto para mostrar gráficamente el comportamiento del conjunto de estas dos máquinas síncronas en este caso, pero no es necesario dibujarla para resolver el problema.

De la ecuación (6) se obtiene que en este caso se cumplirá que:

$$P_{máx} = m \frac{E_0 \cdot E_{om}}{\left(X_s + X_{sm}\right)} \qquad (7)$$

Como las corrientes de excitación de ambas máquinas permanecen constantes e iguales a las del apartado a), las f.e.m.s de vacío ahora son las mismas que en el apartado a). Por lo tanto, sustituyendo valores en la fórmula (7) se obtiene que:

$$P_{máx} = 3 \frac{4739 \cdot 8847{,}8}{(8 + 13)} = 5\,989\,961 \text{ W} = 5{,}99 \text{ MW}$$

<u>La potencia máxima que puede proporcionar el alternador al motor es 5,99 MW</u>.

c) En la situación de potencia máxima estudiada en la pregunta anterior se conocen los valores eficaces E_0 y E_{0m} de las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío del generador y del motor, respectivamente. Sin embargo, lo que no se conoce son los ángulos δ y δ_m que forman estas f.e.m.s con respecto a la tensión en bornes V (que son, precisamente los ángulos de par respectivos).

Para calcular las tensiones y corrientes y los ángulos en esta situación se necesita utilizar las relaciones (1), (2) y (3) con los vectores de f.e.m. $\overline{E}_0$ y $\overline{E}_{0m}$ como datos de partida. Pero, si se utiliza el vector de tensión $\overline{V}$ como referencia del diagrama vectorial (Fig. 4), no se pueden obtener dichos vectores de f.e.m. En efecto, de dichos vectores se conocen sus módulos (esto es, sus valores eficaces), pero no sus argumentos (los ángulos de par).

Se podría resolver descomponiendo las relaciones vectoriales (1), (2) y (3) en sus partes reales e imaginaria y obtener una serie de ecuaciones reales, algo complicadas, que permitieran despejar las magnitudes que se desean calcular.

Sin embargo, todo este proceso se facilita si se trabaja no usando el vector de tensión $\overline{V}$, sino uno de los vectores de f.e.m. de vacío como vector de referencia. Dado que en la pregunta b) se ha asimilado este funcionamiento al de un generador de f.e.m. de vacío E_0 y de reactancia síncrona la suma ($X_s + X_{sm}$) conectado a una red de potencia infinita cuya tensión vale E_{0m}, parece que lo más lógico es usar este vector $\overline{E}_{0m}$ como referencia del diagrama vectorial; ya que este vector es el que ahora equivale a la tensión. En este caso el diagrama vectorial pasa a ser el mostrado en la Fig. 5, que es igual al de la Fig. 4 si se le gira de forma que el vector $\overline{E}_{0m}$ quede en posición horizontal.

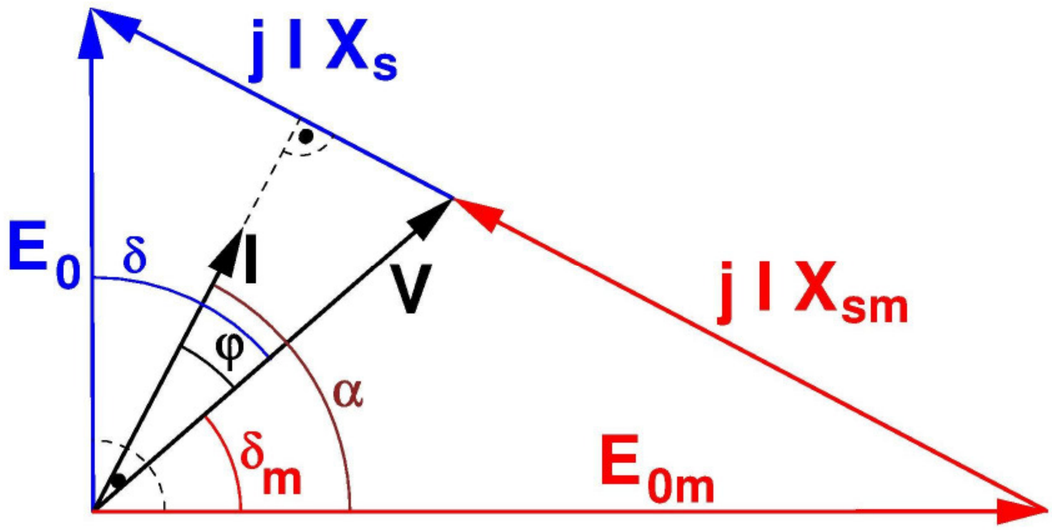


Fig. 5: Diagrama vectorial para potencia máxima usando la f.e.m. E_{0m} como referencia

Trabajando con el vector $\overline{E}_{0m}$ como referencia del diagrama vectorial, en la situación de potencia máxima los vectores de las fuerzas electromotrices (f.e.ms.) de vacío de ambas máquinas quedan así (ver la Fig. 5):

$$\overline{E}_{0m} = 8847{,}8 \,\underline{|0^\circ} = 8847{,}8 + 0\,j = 8847{,}8 \text{ V}$$

$$\overline{E}_{0} = 4739 \,\underline{|90^\circ} = 0 + 4739\,j = 4739\,j \text{ V}$$

Despejando la corriente de la relación (3) se llega a la siguiente fórmula:

$$\overline{I} = \frac{\overline{E}_0 - \overline{E}_{0m}}{X_s + X_{sm}} \tag{8}$$

que, sustituyendo valores, da

$$\overline{I} = \frac{\overline{E}_0 - \overline{E}_{0m}}{X_s + X_{sm}} = \frac{4739\,j - 8847{,}8}{j\,(8 + 13)} = 225{,}7 + 421{,}3\,j = 478 \,\underline{|61{,}83^\circ} \text{ A}$$

Luego, la corriente tiene un valor eficaz de 478 A y el ángulo α de la Fig. 5 vale 61,83°.

La tensión en bornes se puede calcular aplicando la relación (2):

$$\overline{V} = \overline{E}_{0m} + jX_{sm}\,\overline{I} = 8847{,}8 + j13\,(225{,}7 + 421{,}3\,j) =$$
$$= 3370{,}9 + 2934{,}1\,j = 4469 \,\underline{|41{,}04^\circ} \text{ V}$$

Luego, observando el resultado anterior y la Fig. 5, se deduce que la tensión tiene un valor eficaz de 4469 V y el ángulo de par del motor vale $\delta_m = 41{,}04°$.

Por otra parte, el ángulo α (Fig. 5) es mayor que el ángulo δ_m (que es como se ha dibujado la Fig. 5), lo que indica que la corriente $\overline{I}$ está adelantada con respecto a la tensión $\overline{V}$ y, en consecuencia, el ángulo de desfase φ es capacitivo.

Dada la conexión estrella del estator, los valores de línea de la tensión y de la corriente valen:

$$V_L = \sqrt{3}\ V = \sqrt{3} \cdot 4469 = 7740{,}5\ \text{V}$$

$$I_L = I = 478\ \text{A}$$

Observando la Fig. 5 se deduce que:

$$\delta = 90° - \delta_m = 90° - 41{,}04° = 48{,}96°$$

$$\varphi = \delta_m - \alpha = 41{,}04° - 61{,}83° = -20{,}79° \text{ (carga capacitiva)}$$

$$\cos\varphi = \cos(-20{,}79°) = 0{,}935 \text{ capacitivo}$$

<u>Las corrientes y tensiones de fase y de línea son, respectivamente, $I = I_L = 478$ A; $V = 4469$ V; $V_L = 7741$ V. El factor de potencia vale $\cos\varphi = 0{,}935$ capacitivo. Todos estos valores son comunes para ambas máquinas</u>.

<u>Los ángulos del par del generador y del motor valen, respectivamente, $\delta = 48{,}96°$ y $\delta_m = 41{,}04°$.</u>

PROBLEMA S.2.6

ENUNCIADO

Un turboalternador síncrono de 3 MVA, 12 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene la resistencia de las fases del estator despreciable y se puede suponer que funciona con una reactancia síncrona constante de 50 Ω.

Este alternador se acopla en paralelo con otro de iguales características y juntos alimentan una carga de 5 MVA con factor de potencia 0,8 inductivo. Los reguladores de estas máquinas se ajustan de forma que la carga esté siempre a la tensión y frecuencia asignadas y para que el reparto de potencias activa y reactiva de los alternadores sea:

Alternador **1**: 60% de la potencia activa y 30% de la potencia reactiva
Alternador **2**: 40% de la potencia activa y 70% de la potencia reactiva

En estas circunstancias calcular para cada alternador:

- **a)** El valor de la reactancia síncrona expresado en por unidad (p.u.).
- **b)** El factor de potencia y la corriente (expresada en amperios y en p.u.)
- **c)** El ángulo de par y la fuerza electromotriz (f.e.m.) fase-fase de vacío (expresada en voltios y en p.u.)
- **d)** Las potencias activa y reactiva (expresarlas también en p.u.)

RESULTADOS

a) $X_{s1}(\text{p.u.}) = X_{s2}(\text{p.u.}) = 1{,}04$

b) $\cos\varphi_1 = 0{,}936$; $\cos\varphi_2 = 0{,}606$; $I_1 = 123$ A (= 0,857 p.u.); $I_2 = 127$ A (= 0,882 p.u.)

c) $\delta_1 = 32{,}42°$; $\delta_2 = 17{,}81°$; $E_{01L} = 18659$ V (= 1,55 p.u.); $E_{02L} = 18327$ V (= 1,53 p.u.)

d) $P_1 = 2{,}4$ MW (= 0,8 p.u.); $P_2 = 1{,}6$ MW (= 0,53 p.u.);
$Q_1 = 0{,}9$ Mvar (= 0,3 p.u.); $Q_2 = 2{,}1$ Mvar (= 0,7 p.u.)

Máquinas síncronas

S.2: Acoplamiento en paralelo y en red de potencia infinita

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Denomine con los subíndices 1 y 2 a los dos alternadores.

* En una máquina de rotor cilíndrico se puede utilizar tanto la nomenclatura X_d como X_s para referirse a la reactancia síncrona.

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Calcule también la impedancia asignada Z_N por cociente entre la tensión V_N y la corriente I_N asignadas de fase. Z_N es el valor que servirá de base para calcular los valores por unidad (p.u.) de resistencias, reactancias e impedancias del estator.

* Los valores por unidad (p.u.) de una magnitud están expresados en tanto por uno de un valor tomado como base. En el caso de estudiar un alternador se sobreentiende que, salvo indicación expresa en sentido contrario, los valores tomados como base son los asignados para las magnitudes del inducido (estator). Por lo tanto, la potencia asignada es la base para expresar en p.u. tanto la potencia aparente, como las potencias activa y reactiva del alternador.

* La potencia de la carga está medida en MVA por lo que se trata de una potencia aparente.

* Calcule las potencias activa y reactiva totales demandadas por la carga.

* Calcule las potencias activa y reactiva de cada alternador sabiendo como se reparten entre ellos las potencias activa y reactiva totales de la carga.

* A partir de las potencias activas y reactivas de un alternador se puede obtener su factor de potencia.

* Calcule en cada alternador el módulo de la corriente sabiendo su potencia activa, su factor de potencia y que la tensión en bornes es, según el enunciado, la asignada.

* Tomando la tensión como referencia el vector que representa a una corriente inductiva tiene como argumento el ángulo φ (el arcocoseno de su factor de potencia) afectado de un signo - (cuando la carga es inductiva, como es en este problema).

* Calcule en forma vectorial la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío de uno de los alternadores mediante la ecuación vectorial que la expresa en función de la tensión y de la caída de tensión en la reactancia síncrona (no hay que tener en cuenta la caída de tensión en la resistencia porque el enunciado indica que la resistencia es despreciable).

* El vector de fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío de uno de los alternadores -cuando se toma la tensión como vector de referencia- tiene como módulo su valor eficaz y como argumento su ángulo de par δ.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.2.6

Datos:

Alternadores:

$S_{1N} = S_{2N} = 3$ MVA $V_{NL} = 12000$ V   f = 50 Hz

Conexión estrella $X_{s1} = X_{s2} = 50\ \Omega$

Carga:

$S_T = 5$ MVA $\cos\varphi_T = 0,8$ inductivo $\rightarrow$ $\operatorname{sen}\varphi_T = 0,6$

Tensión y frecuencia asignadas

Alternador 1: 60% de la potencia activa y 30% de la potencia reactiva

Alternador 2: 40% de la potencia activa y 70% de la potencia reactiva

Resolución:

a) Se van a usar los subíndices 1 y 2 para distinguir estas dos máquinas síncronas.

Conviene empezar por calcular los valores asignados de tensión y corriente de los alternadores. Para ello hay que tener en cuenta la forma de conexión de las fases del estator, que en las máquinas de este problema es estrella:

$$V_{NL} = 12000\ \text{V}$$

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{12000}{\sqrt{3}} = 6928\ \text{V}$$

$$I_{1NL} = \frac{S_{1N}}{\sqrt{3}\,V_{NL}} = \frac{3000000}{\sqrt{3}\cdot 12000} = 144\ \text{A} = I_{2NL}$$

$$I_{1N} = I_{1NL} = 144\ \text{A} = I_{2N}$$

Las impedancias asignadas, utilizadas como base para expresar las impedancias en valores por unidad (p.u.), valen:

$$Z_{1N} = \frac{V_N}{I_{1N}} = \frac{6928}{144} = 48,1\ \Omega = Z_{2N}$$

Por lo tanto, las reactancias síncronas de estas máquinas medidas en por unidad (p.u.) valen:

$$X_{s1}(\text{p.u.}) = X_{s2}(\text{p.u.}) = \frac{X_{s1}}{Z_{1N}} = \frac{50}{48,1} = 1,04\ \text{p.u.}$$

b) Como la potencia consumida por la carga que cita el enunciado está medida en MVA, se trata de una potencia aparente. En consecuencia:

$$P_T = S_T \cos\varphi_T = 5 \cdot 0{,}8 = 4 \text{ MW}$$

$$Q_T = S_T \operatorname{sen}\varphi_T = 5 \cdot 0{,}6 = 3 \text{ Mvar}$$

Las potencias activa y reactiva de cada alternador son, por lo tanto:

$$\begin{aligned} P_1 &= 0{,}6 \cdot P_T = 0{,}6 \cdot 4 = 2{,}4 \text{ MW} \\ Q_1 &= 0{,}3 \cdot Q_T = 0{,}3 \cdot 3 = 0{,}9 \text{ Mvar} \\ P_2 &= 0{,}4 \cdot P_T = 0{,}4 \cdot 4 = 1{,}6 \text{ MW} \\ Q_2 &= 0{,}7 \cdot Q_T = 0{,}7 \cdot 3 = 2{,}1 \text{ Mvar} \end{aligned} \tag{1}$$

De lo cual se obtienen los factores de potencia de cada máquina:

$$\operatorname{tg}\varphi_1 = \frac{Q_1}{P_1} = \frac{0{,}9}{2{,}4} = 0{,}375 \rightarrow \varphi_1 = 20{,}56^\circ \rightarrow \cos\varphi_1 = 0{,}936$$

$$\operatorname{tg}\varphi_2 = \frac{Q_2}{P_2} = \frac{2{,}1}{1{,}6} = 1{,}31 \rightarrow \varphi_2 = 52{,}7^{\circ\,\circ} \rightarrow \cos\varphi_2 = 0{,}606$$

En la Fig. 1 se representa el circuito equivalente de las dos máquinas y de la carga.

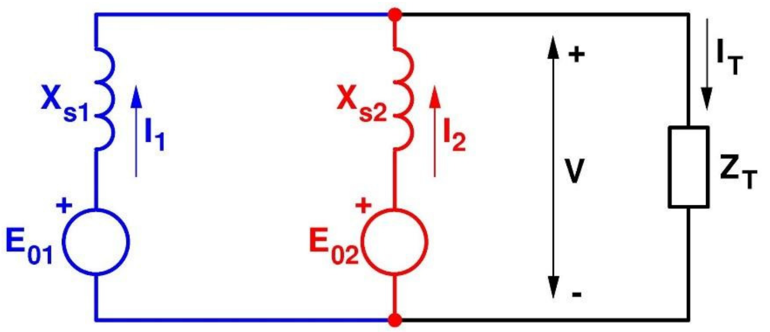


Fig. 1: Circuito equivalente

Conociendo la potencia activa y el factor de potencia de cada alternador se pueden calcular sus corrientes respectivas. Teniendo en cuenta que en la conexión estrella las corrientes de fase y de línea son iguales y que la tensión en bornes de los alternadores es igual a la asignada, se tiene que:

$$I_1 = I_{1L} = \frac{P_1}{\sqrt{3}\, V_{NL} \cos\varphi_1} = \frac{2{,}4 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 12000 \cdot 0{,}936} = 123{,}4 \text{ A}$$

$$I_2 = I_{2L} = \frac{P_2}{\sqrt{3}\, V_{NL} \cos\varphi_2} = \frac{1{,}6 \cdot 10^6}{\sqrt{3} \cdot 12000 \cdot 0{,}606} = 127 \text{ A}$$

Estas corrientes tienen los siguientes valores por unidad (p.u.):

$$I_1(\text{p.u.}) = \frac{I_{1L}}{I_{1NL}} = \frac{I_1}{I_{1N}} = \frac{123{,}4}{144} = 0{,}857 \text{ p.u.}$$

$$I_2(\text{p.u.}) = \frac{I_{2L}}{I_{2NL}} = \frac{I_2}{I_{2N}} = \frac{127}{144} = 0{,}882 \text{ p.u.}$$

<u>Los factores de potencia de ambos alternadores son cos $\varphi_1 = 0{,}936$ y cos $\varphi_2 = 0{,}606$ y las corrientes son $I_1 = I_{1L} = 123{,}4$ A $= 0{,}857$ p.u. e $I_2 = I_{2L} = 127$ A $= 0{,}882$ p.u.</u>

c) En la Fig. 2 se muestra el diagrama vectorial (no dibujado a escala) del alternador 1:

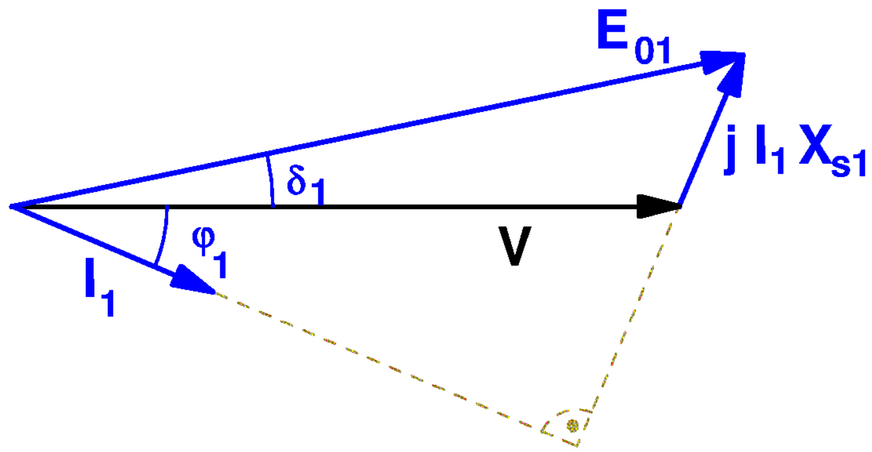


Fig. 2: Diagrama vectorial del alternador 1

Por lo tanto, tomando la tensión $\overline{V}$ como vector de referencia, se tiene que:

$$\overline{V} = V\underline{|0} = 6928\,\underline{|0} = 6928 + j0 \text{ V}$$

$$\overline{I}_1 = I_1\underline{|-\varphi_1} = 123{,}4\,\underline{|-20{,}56^o} = 115{,}5 - j43{,}33 \text{ A}$$

$$\overline{E}_{01} = \overline{V} + j\,X_{s1}\,\overline{I}_1 = 6928 + j\,50\,(115{,}5 - j\,43{,}33) =$$
$$= 9094{,}5 + j\,5775 = 10773\,\underline{|32{,}42^o} \text{ V}$$

Operando de igual manera con el alternador 2 se obtiene que:

$$\overline{I}_2 = I_2\underline{|-\varphi_2} = 127\,\underline{|-52{,}7^o} = 76{,}96 - j101 \text{ A}$$

$$\overline{E}_{02} = \overline{V} + j\,X_{s2}\,\overline{I}_2 = 6928 + j\,50\,(76{,}96 - j\,101) =$$
$$= 11978 + j\,3848 = 12581\,\underline{|17{,}81^o} \text{ V}$$

Al haber tomado el vector $\overline{V}$ como referencia, los vectores de fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío tienen como argumento su respectivo ángulo de par. Luego:

$$\overline{E}_{01} = E_{01}\underline{|\delta_1} = 10773\ \underline{|\ 32{,}42^o}\ \text{V}$$
$$\overline{E}_{02} = E_{02}\underline{|\delta_2} = 12581\ \underline{|\ 17{,}81^o}\ \text{V} \qquad (2)$$

Luego, teniendo en cuenta que estas máquinas asíncronas tienen las fases del estator conectadas en estrella, se tiene que:

$$E_{01} = 10773\ \text{V} \qquad E_{01L} = \sqrt{3}\ E_{01} = \sqrt{3} \cdot 10773 = 18659\ \text{V}$$

$$E_{02} = 12581\ \text{V} \qquad E_{02L} = \sqrt{3}\ E_{02} = \sqrt{3} \cdot 12581 = 18327\ \text{V}$$

$$\delta_1 = 32{,}42^o \qquad \delta_2 = 17{,}81^o$$

Las f.e.m.s de vacío de estos alternadores expresadas por unidad (p.u.) son:

$$E_{01}(\text{p.u.}) = \frac{E_{01L}}{V_{NL}} = \frac{E_{01}}{V_N} = \frac{10773}{6928} = 1{,}55$$

$$E_{02}(\text{p.u.}) = \frac{E_{02L}}{V_{NL}} = \frac{E_{02}}{V_N} = \frac{12581}{6928} = 1{,}53$$

<u>Los ángulos de par de ambas máquinas son δ_1 = 32,42° y δ_2 = 17,81°. Las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) de vacío de fase son E_{01} = 10773 V y E_{02} = 12581 V, las f.e.m.s de vacío de línea son E_{01L} = 18659 V y E_{02L} = 18327 V y sus valores por unidad son E_{01}(p.u.) = 1,55 y E_{02}(p.u.) = 1,53.</u>

d) Las potencias activa y reactiva de cada máquina se han calculado anteriormente en (1). Sus valores por unidad (p.u.) son:

$$P_1(\text{p.u.}) = \frac{P_1}{S_{1N}} = \frac{2{,}4}{3} = 0{,}8 \qquad Q_1(\text{p.u.}) = \frac{Q_1}{S_{1N}} = \frac{0{,}9}{3} = 0{,}3$$

$$P_2(\text{p.u.}) = \frac{P_2}{S_{2N}} = \frac{1{,}6}{3} = 0{,}53 \qquad Q_2(\text{p.u.}) = \frac{Q_2}{S_{2N}} = \frac{2{,}1}{3} = 0{,}7$$

<u>Las potencias activas de los dos generadores valen P_1 = 2,4 MW = (0,8 p.u.) y P_2 = 1,6 MW (= 0,53 p.u.) y las potencias reactivas son Q_1 = 0,9 Mvar (= 0,3 p.u.) y Q_2 = 2,1 Mvar =(0,7 p.u.).</u>

PROBLEMA S.3.1

ENUNCIADO

Un alternador síncrono de 5 MVA, 6000 V y 50 Hz está conectado en estrella, la resistencia de las fases es despreciable y tiene estos parámetros, expresados en valores por unidad (p.u.):

$$X_s\,(\text{p.u.}) = X_d\,(\text{p.u.}) = 1{,}4 \qquad X'_d\,(\text{p.u.}) = 0{,}45 \qquad X''_d\,(\text{p.u.}) = 0{,}2$$

Calcular las corrientes permanente, transitoria y subtransitoria de cortocircuito si:

a) El cortocircuito se produce en bornes de la máquina estando esta previamente en vacío a la tensión asignada.

b) El cortocircuito se produce en bornes de la máquina estando esta previamente funcionando a 1/3 de la carga asignada con factor de potencia 0,9 inductivo y con la tensión asignada en bornes.

c) El cortocircuito se produce al final de la línea que conecta el alternador con la red, estando la máquina previamente funcionando a 1/3 de la carga asignada con factor de potencia 0,9 inductivo y con la tensión asignada al final de la línea (en bornes de la carga). Cada fase de esta línea tiene una resistencia despreciable y una reactancia de 1 Ω.

RESULTADOS

a) I_{ccp} = 343 A (= 0,714 p.u.); I'_d = 1068 A (= 2,22 p.u.); I''_d = 2405 A (= 5 p.u.)

b) I_{ccp} = 443 A (= 0,921 p.u.); I'_d = 1150 A (= 2,39 p.u.); I''_d = 2480 A (= 5,155 p.u.)

c) I_{ccp} = 409 A (= 0,851 p.u.); I'_d = 899 A (= 1,87 p.u.); I''_d = 1496 A (= 3,11 p.u.)

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Calcule también la impedancia asignada Z_N por cociente entre la tensión V_N y la corriente I_N asignadas de fase. Z_N es el valor que servirá de base para calcular los valores por unidad (p.u.) de resistencias, reactancias e impedancias del estator.

* Todos los cálculos que se indican a continuación se pueden realizar tanto con los valores reales (esto es, con los valores en voltios (V), amperios (A) y ohmios (Ω), respectivamente) como con los valores por unidad (p.u.). En este último caso, una vez que se han obtenido las soluciones en p.u. se calcularían sus correspondientes valores reales (para lo cual, se multiplica cada valor en p.u. por su correspondiente magnitud base).

Máquinas síncronas

S.3: Cortocircuitos

* Utilizando Z_N calcule los valores en ohms de las reactancias síncrona (X_d), transitoria (X'_d) y subtransitoria (X''_d) a partir de sus respectivos valores por unidad (esto no es necesario si desea hacer todos los cálculos empleando los valores por unidad (p.u.)).

* Cuando el cortocircuito se produce en bornes del alternador, estando este previamente en vacío, las corrientes de cortocircuito permanente I_{ccp}, transitoria I'_d y subtransitoria I''_d se calculan dividiendo la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 (que, en vacío, es igual a la tensión en bornes V) respectivamente por las reactancias X_d, X'_d y X''_d.

* Según los datos, en el apartado b) del problema la corriente antes del cortocircuito será 1/3 de la asignada y estará desfasada un ángulo φ (igual al arco coseno del factor de potencia) en retraso con respecto a la tensión.

* Exprese en forma vectorial la corriente y la tensión antes del cortocircuito tomando esta última como referencia.

* Calcule las f.e.m.s E_0, E'_r y E''_r antes del cortocircuito sumando vectorialmente a la tensión en bornes las caídas de tensión en X_d, X'_d y X''_d, respectivamente.

* Cuando el cortocircuito se produce en bornes del alternador, estando este previamente en carga, las corrientes de cortocircuito permanente I_{ccp}, transitoria I'_d y subtransitoria I''_d se calculan respectivamente dividiendo E_0 por X_d, E'_r por X'_d y E''_r por X''_d.

* Según los datos, en el apartado c) del problema la corriente antes del cortocircuito será la misma que en el apartado b) (1/3 de la asignada) y estará desfasada un ángulo φ (igual al arco coseno del factor de potencia) en retraso con respecto a la tensión en bornes de la carga V_c.

* En el apartado c) resulta más cómodo utilizar la tensión de la carga V_c como referencia. Exprese en forma vectorial la corriente y la tensión de la carga antes del cortocircuito.

* En este apartado hay que incluir también la caída de tensión en la línea en el cálculo de las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) E_0, E'_r y E''_r antes del cortocircuito

* Cuando el cortocircuito se produce al extremo de una línea, estando el alternador previamente en carga, las corrientes de cortocircuito permanente I_{ccp}, transitoria I'_d y subtransitoria I''_d se calculan dividiendo sus respectivas f.e.m.s (E_0, E'_r y E''_r) por la impedancia formada por la combinación de la impedancia de la línea y las reactancias X_d, X'_d y X''_d, respectivamente.

* Si esta última pregunta se desea resolver trabajando con valores por unidad (p.u.) habrá que calcular previamente el valor p.u. de la reactancia X_L de la línea. Para ello se divide su valor en ohms por la impedancia asignada Z_N (que es la impedancia base).

S.3: Cortocircuitos

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.3.1

Datos:

S_N = 5 MVA	V_{NL} = 6000 V	f = 50 Hz	Conexión estrella
R ≈ 0 Ω	X_d (p.u.) = 1,4	X'_d (p.u.) = 0,45	X''_d (p.u.) = 0,2

Apartado a): Cortocircuito en bornes y previamente en vacío

Apartado b): Cortocircuito en bornes y previamente con esta carga:

$S = S_N/3$ cos φ = 0,9 inductivo $V = V_N$

Apartado c): Cortocircuito al final de una línea y previamente en carga:

$S = S_N/3$ cos φ = 0,9 inductivo $V_c = V_N$

$R_L \approx 0\ \Omega$ $X_L = 1\ \Omega$

(p.u. = por unidad)

Resolución:

a) En este alternador los valores asignados de línea son:

$$V_{NL} = 6000\ \text{V} \qquad I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\ V_{NL}} = \frac{5\,000\,000}{\sqrt{3}\cdot 6000} = 481\ \text{A}$$

Dada la conexión estrella del estator, los valores asignados de fase son:

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{6000}{\sqrt{3}} = 3464\ \text{V} \qquad I_N = I_{NL} = 481\ \text{A}$$

La impedancia asignada Z_N, utilizada como base para expresar las impedancias en valores por unidad, vale:

$$Z_N = \frac{V_N}{I_N} = \frac{3464}{481} = 7{,}2\ \Omega$$

Por lo tanto, las reactancias de la máquina expresadas en ohmios son:

Reactancia síncrona: $X_d = X_d(\text{p. u.}) \cdot Z_N = 1{,}4 \cdot 7{,}2 = 10{,}1\ \Omega$

Reactancia transitoria: $X'_d = X'_d\ (\text{p. u.}) \cdot Z_N = 0{,}45 \cdot 7{,}2 = 3{,}24\ \Omega$

Reactancia subtransitoria: $X''_d = X''_d\ (\text{p. u.}) \cdot Z_N = 0{,}2 \cdot 7{,}2 = 1{,}44\ \Omega$

En las expresiones anteriores se ha tenido en cuenta que en una máquina síncrona cilíndrica se puede usar tanto la nomenclatura "X_s" como la nomenclatura "X_d" para referirse a la reactancia síncrona.

Máquinas síncronas

S.3: Cortocircuitos

Cuando el cortocircuito es en bornes de la máquina, estando esta funcionando previamente en vacío, se verifican las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
&\text{Fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío:} && E_0 = V \\
&\text{Corriente permanente de cortocircuito:} && I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d} \\
&\text{Corriente transitoria de cortocircuito:} && I'_d = \frac{E_0}{X'_d} \\
&\text{Corriente subtransitoria de cortocircuito:} && I''_d = \frac{E_0}{X''_d}
\end{aligned} \qquad (1)$$

Lo que en este caso da lugar a los siguientes valores:

$$E_0 = V; \ V = V_N = 3464 \text{ V} \quad \rightarrow \quad E_0 = 3464 \text{ V}$$

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d} = \frac{3464}{10{,}1} = 343 \text{ A}$$

$$I'_d = \frac{E_0}{X'_d} = \frac{3464}{3{,}24} = 1069 \text{ A}$$

$$I''_d = \frac{E_0}{X''_d} = \frac{3464}{1{,}44} = 2406 \text{ A}$$

Dada la manera en que el enunciado proporciona los datos, una forma más sencilla de obtener estos resultados es realizar todos los cálculos utilizando valores por unidad (p.u.) y solo al final, cuando ya se han obtenido las soluciones en p.u., proceder a calcular los valores reales de las corrientes (esto es, expresadas en amperios (A)) partiendo de sus respectivos valores p.u.

Trabajando de esta manera no es necesario calcular los valores en ohmios (Ω) de las reactancias síncrona (X_d), transitoria (X'_d) y subtransitoria (X''_d) de la máquina.

Efectuando los mismos cálculos que se han ido explicando hasta ahora, pero operando con los valores por unidad (p.u.), se obtienen los resultados que se indican a continuación.

Las relaciones (1) ahora dan los siguientes resultados:

$$\text{Vacío:} \quad E_0 = V; \ V = V_N \quad \rightarrow \quad E_0\,(\text{p.u.}) = 1$$

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d} = \frac{1}{1,4} = 0,714 \text{ p.u.}$$

$$I'_d = \frac{E_0}{X'_d} = \frac{1}{0,45} = 2,22 \text{ p.u.}$$

$$I''_d = \frac{E_0}{X''_d} = \frac{1}{0,2} = 5 \text{ p.u.}$$

Pasando estos valores en por unidad (p.u.) a amperios (A) se obtiene finalmente que:

$$I_{ccp} = I_{ccp}(\text{p.u.}) \cdot I_N = 0,714 \cdot 481 = 343 \text{ A}$$

$$I'_d = I'_d(\text{p.u.}) \cdot I_N = 2,22 \cdot 481 = 1068 \text{ A}$$

$$I''_d = I''_d(\text{p.u.}) \cdot I_N = 5 \cdot 481 = 2405 \text{ A}$$

<u>En este cortocircuito se obtienen estas corrientes: I_{ccp} = 343 A (= 0,714 p.u.); I'_d = 1068 A (= 2,22 p.u.); I''_d = 2405 A (= 5 p.u.)</u>.

b) La corriente demandada por la carga será:

$$I_L = \frac{S}{\sqrt{3}\, V_L} = \frac{S_N / 3}{\sqrt{3}\, V_{NL}} = \frac{I_{NL}}{3} = \frac{481}{3} = 160 \text{ A}$$

Por lo tanto, la corriente que circulará por cada una de las fases del estator del alternador, que están conectadas en estrella, vale:

$$\text{Conexión estrella} \rightarrow I = I_L \rightarrow I = 160 \text{ A}$$

La carga tiene un factor de potencia 0,9 inductivo, lo que significa que el ángulo φ vale:

$$\varphi = \text{arc cos } 0,9 = 25,84°$$

y que la corriente está en retraso con respecto a la tensión (Fig. 1). Así pues, si se toma la tensión como vector de referencia, la corriente expresada vectorialmente queda así (ver la Fig. 1):

$$\bar{I} = I \,\underline{|-\varphi} = 160 \,\underline{|-25,84^\circ} = 144 - j\,69,7 \text{ A}$$

y la tensión queda:

$$\overline{V} = V \,\underline{|0} = 3464 + j\,0 \text{ V}$$

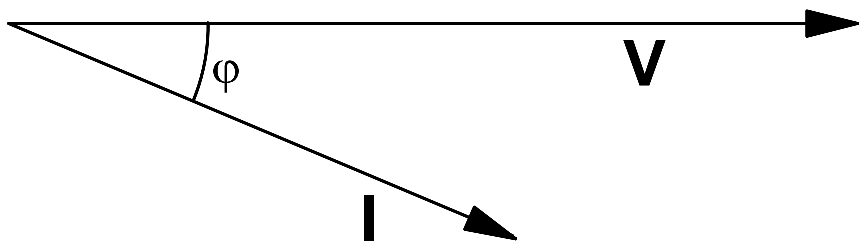


Fig. 1: Diagrama vectorial de la situación inmediatamente anterior al cortocircuito

Cuando el cortocircuito se produce en bornes del alternador, estando este previamente en carga, se verifica lo siguiente:

$$\text{Corriente permanente de cortocircuito:} \quad I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d}$$

$$\text{Corriente transitoria de cortocircuito:} \quad I'_d = \frac{E'_r}{X'_d} \tag{2}$$

$$\text{Corriente subtransitoria de cortocircuito:} \quad I''_d = \frac{E''_r}{X''_d}$$

donde:

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + j\,X_d\,\overline{I}$$

$$\overline{E}'_r = \overline{V} + j\,X'_d\,\overline{I} \tag{3}$$

$$\overline{E}''_r = \overline{V} + j\,X''_d\,\overline{I}$$

En estas expresiones $\overline{I}$ y $\overline{V}$ son, respectivamente, la corriente y la tensión en el inducido del alternador justo antes de producirse el cortocircuito.

En este caso se tiene, por (3), que:

$$\overline{E}_0 = \overline{V} + j\,X_d\,\overline{I} = 3464 + j\,10{,}1 \cdot (144 - j\,69{,}7) =$$
$$= 4168 + j\,1454 = 4414 \underline{|\,19{,}23^o} \quad V$$

$$\overline{E}'_r = \overline{V} + j\,X'_d\,\overline{I} = 3464 + j\,3{,}24 \cdot (144 - j\,69{,}7) =$$
$$= 3690 + j\,466{,}6 = 3719 \underline{|\,7{,}21^o} \quad V$$

$$\overline{E}''_r = \overline{V} + j\,X''_d\,\overline{I} = 3464 + j\,1{,}44 \cdot (144 - j\,69{,}7) =$$
$$= 3564 + j\,207{,}4 = 3570 \underline{|\,3{,}33^o} \quad V$$

y las corrientes durante este cortocircuito se calculan mediante las relaciones (2):

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d} = \frac{4414}{10{,}1} = 437 \text{ A}$$

$$I'_d = \frac{E'_r}{X'_d} = \frac{3719}{3{,}24} = 1148 \text{ A}$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{X''_d} = \frac{3570}{1{,}44} = 2479 \text{ A}$$

Efectuando los mismos cálculos que se han ido explicando hasta ahora, pero operando con los valores por unidad (p.u.), se obtiene los resultados que se indican seguidamente.

Los valores de tensión y de corriente en p.u. previos al cortocircuito son:

$$V = V_N \rightarrow V(\text{p.u.}) = 1 \quad \rightarrow \quad \overline{V} = V \underline{|0°} = 1 \underline{|0°} = 1 + 0\,j = 1 \text{ p.u.}$$

$$I = \frac{I_N}{3} \rightarrow I(\text{p.u.}) = \frac{1}{3} = 0{,}333 \text{ p.u.}$$

$$\overline{I} = I \underline{|-\varphi} = 0{,}333 \underline{|-25{,}84°} = 0{,}3 - 0{,}145\,j \text{ p.u.}$$

Las relaciones (3) ahora dan los siguientes resultados:

$$E_0 = \overline{V} + j\,X_d\,\overline{I} = 1 + j\,1{,}4 \cdot (0{,}3 - 0{,}145) =$$
$$= 1{,}2 + j\,0{,}466 = 1{,}29 \underline{|21{,}18°} \text{ p.u.}$$

$$E'_r = \overline{V} + j\,X'_d\,\overline{I} = 1 + j\,0{,}45 \cdot (0{,}3 - 0{,}145) =$$
$$= 1{,}065 + j\,0{,}135 = 1{,}074 \underline{|7{,}22°} \text{ p.u.}$$

$$E''_r = \overline{V} + j\,X''_d\,\overline{I} = 1 + j\,0{,}2 \cdot (0{,}3 - 0{,}145) =$$
$$= 1{,}029 + j\,0{,}06 = 1{,}031 \underline{|3{,}34°} \text{ p.u.}$$

Luego, las corrientes que definen a este cortocircuito, según (2), valen:

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d} = \frac{1{,}29}{1{,}4} = 0{,}921 \text{ p.u.}$$

$$I'_d = \frac{E'_r}{X'_d} = \frac{1{,}074}{0{,}45} = 2{,}39 \text{ p.u.}$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{X''_d} = \frac{1{,}031}{0{,}2} = 5{,}155 \text{ p.u.}$$

Pasando estos valores en por unidad (p.u.) a amperios (A) se obtiene finalmente que:

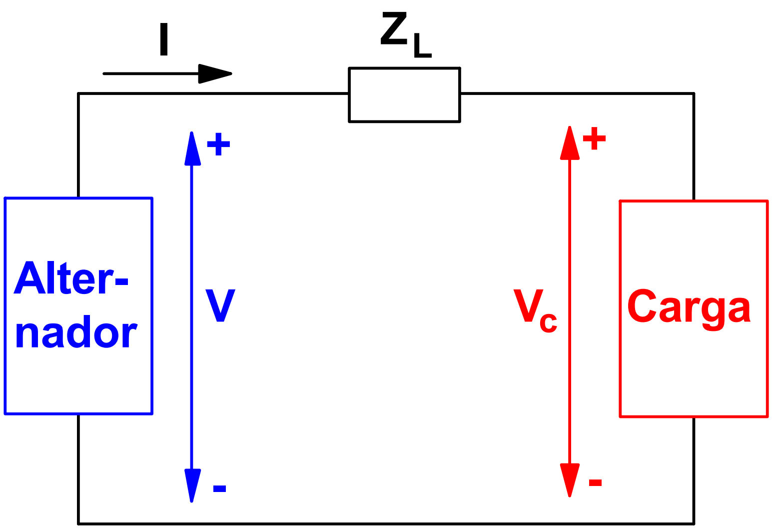
$$I_{ccp} = I_{ccp}(\text{p.u.}) \cdot I_N = 0{,}921 \cdot 481 = 443 \text{ A}$$

$$I'_d = I'_d\,(\text{p.u.}) \cdot I_N = 2{,}39 \cdot 481 = 1150 \text{ A}$$

$$I''_d = I''_d\,(\text{p.u.}) \cdot I_N = 5{,}155 \cdot 481 = 2480 \text{ A}$$

En este cortocircuito se obtienen estas corrientes: I_{ccp} = 443 A (= 0,921 p.u.); I'_d = 1150 A (= 2,39 p.u.); I''_d = 2480 A (= 5,155 p.u.).

c) En este caso la situación previa al cortocircuito en la representada en la Fig. 2.



$(\overline{Z}_L = R_L + j\,X_L;\ V_c = V_N)$

Fig. 2: Situación anterior al cortocircuito

Como la tensión en la carga V_c es la asignada, la corriente que circula por la carga es la misma que en el apartado anterior y forma el ángulo φ = 25,84° en retraso con respecto a la tensión V_c (Fig. 3). En este caso resulta más práctico tomar como referencia vectorial a la tensión V_c (ver la Fig. 3) con lo que se tiene que:

$$\overline{I} = I\,\underline{|-\varphi} = 160\,\underline{|-25{,}84^\circ} = 144 - j\,69{,}7 \text{ A}$$

$$\overline{V}_c = V_N\,\underline{|0} = 3464 + j\,0 \text{ V}$$

De la Fig. 2 se deduce que:

$$\overline{V} = \overline{V}_c + \overline{Z}_L \cdot \overline{I} = \overline{V}_c + (R_L + j\,X_L) \cdot \overline{I} \qquad (4)$$

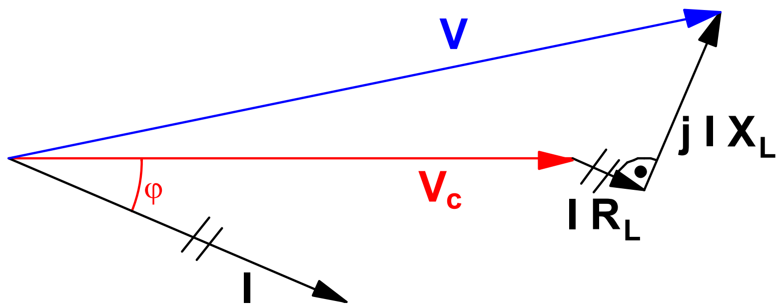


Fig. 3: Diagrama vectorial antes del cortocircuito

Por lo tanto, las relaciones (3) ahora dan lugar a estas otras:

$$\overline{E}_0 = \overline{V}_c + \left[R_L + j\left(X_d + X_L\right)\right]\overline{I}$$

$$\overline{E}'_r = \overline{V}_c + \left[R_L + j\left(X'_d + X_L\right)\right]\overline{I} \qquad (5)$$

$$\overline{E}''_r = \overline{V}_c + \left[R_L + j\left(X''_d + X_L\right)\right]\overline{I}$$

Teniendo en cuenta que la resistencia R_L es nula, sustituyendo valores en (5) se obtiene lo siguiente:

$$\overline{E}_0 = \overline{V}_c + j\left(X_d + X_L\right)\overline{I} = 3464 + j\left(10{,}1 + 1\right)\cdot\left(144 - j\,69{,}7\right) =$$
$$= 4238 + j\,1598 = 4529\ \underline{|20{,}66^\circ}\ \text{V}$$

$$\overline{E}'_r = \overline{V}_c + j\left(X'_d + X_L\right)\overline{I} = 3464 + j\left(3{,}24 + 1\right)\cdot\left(144 - j\,69{,}7\right) =$$
$$= 3760 + j\,610{,}6 = 3809\ \underline{|9{,}22^\circ}\ \text{V}$$

$$\overline{E}''_r = \overline{V}_c + j\left(X''_d + X_L\right)\overline{I} = 3464 + j\left(1{,}44 + 1\right)\cdot\left(144 - j\,69{,}7\right) =$$
$$= 3634 + j\,351{,}4 = 3651\ \underline{|5{,}52^\circ}\ \text{V}$$

En este caso, las corrientes de cortocircuito se calculan mediante estas relaciones:

Corriente permanente de cortocircuito: $$I_{ccp} = \frac{E_0}{\sqrt{R_L^2 + \left(X_d + X_L\right)^2}}$$

Corriente transitoria de cortocircuito: $$I'_d = \frac{E'_r}{\sqrt{R_L^2 + \left(X'_d + X_L\right)^2}} \qquad (6)$$

Corriente subtransitoria de cortocircuito: $$I''_d = \frac{E''_r}{\sqrt{R_L^2 + \left(X''_d + X_L\right)^2}}$$

que cuando la resistencia de la línea es nula se convierten en:

S.3: Cortocircuitos

$$\text{Corriente permanente de cortocircuito:} \qquad I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d + X_L}$$
$$\text{Corriente transitoria de cortocircuito:} \qquad I'_d = \frac{E'_r}{X'_d + X_L} \qquad (7)$$
$$\text{Corriente subtransitoria de cortocircuito:} \qquad I''_d = \frac{E''_r}{X''_d + X_L}$$

Luego, sustituyendo los valores de las magnitudes de la máquina síncrona que se está analizando en las relaciones (7), se obtienen los siguientes resultados:

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d + X_L} = \frac{4529}{10{,}1 + 1} = 408 \text{ A}$$

$$I'_d = \frac{E'_r}{X'_d + X_L} = \frac{3809}{3{,}24 + 1} = 898\text{A}$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{X''_d + X_L} = \frac{3651}{1{,}44 + 1} = 1496\text{A}$$

Repitiendo los cálculos anteriores empleando valores p.u. se obtiene lo siguiente:

$$X_L(\text{p.u.}) = \frac{X_L}{Z_N} = \frac{1}{7{,}2} = 0{,}139 \text{ p.u.} \qquad \overline{V}_c = 1\underline{|0°} = 1 + 0\,j = 1 \text{ p.u.}$$

$$E_0 = \overline{V}_c + j\left(X_d + X_L\right)\overline{I} = 1 + j\left(1{,}4 + 0{,}139\right)\cdot\left(0{,}3 - 0{,}145\right) =$$
$$= 1{,}22 + j\,0{,}462 = 1{,}31\underline{|20{,}68°} \text{ p.u.}$$

$$E'_r = \overline{V}_c + j\left(X'_d + X_L\right)\overline{I} = 1 + j\left(0{,}45 + 0{,}139\right)\cdot\left(0{,}3 - 0{,}145\right) =$$
$$= 1{,}085 + j\,0{,}177 = 1{,}10\underline{|9{,}25°} \text{ p.u.}$$

$$E''_r = \overline{V}_c + j\left(X''_d + X_L\right)\overline{I} = 1 + j\left(0{,}2 + 0{,}139\right)\cdot\left(0{,}3 - 0{,}145\right) =$$
$$= 1{,}049 + j\,0{,}102 = 1{,}054\underline{|5{,}54°} \text{ p.u.}$$

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d + X_L} = \frac{1{,}31}{1{,}4 + 0{,}139} = 0{,}851 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad I_{ccp} = 409 \text{ A}$$

$$I'_d = \frac{E'_r}{X'_d + X_L} = \frac{1{,}10}{0{,}45 + 0{,}139} = 1{,}87 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad I'_d = 899 \text{ A}$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{X''_d + X_L} = \frac{1{,}054}{0{,}2 + 0{,}139} = 3{,}11 \text{ p.u.} \quad \Rightarrow \quad I'_d = 1496 \text{ A}$$

<u>En este cortocircuito se obtienen estas corrientes: I_{ccp} = 409 A (= 0,851 p.u.); I'_d = 899 A (= 1,87 p.u.); I''_d = 1496 A (= 3,11 p.u.).</u>

PROBLEMA S.3.2

ENUNCIADO

Un turboalternador síncrono de 250 MVA, 20 kV, 50 Hz y conexión estrella tiene las fases del estator con resistencia despreciable. Para obtener la tensión asignada en vacío se necesita una corriente de excitación I_{e0} = 300 A a la que corresponde una reactancia síncrona saturada X_s (sat) = X_s = X_d = 1,3 Ω.

En este alternador se ha provocado un cortocircuito trifásico brusco estando previamente funcionando en vacío a la tensión asignada y se han registrado los oscilogramas de las corrientes del estator. De ellos se obtiene que

$$I''_d = 72000 \text{ A}; \qquad I'_d = 36100 \text{ A}; \qquad T''_d = 0{,}05 \text{ s.}; \qquad T'_d = 1{,}2 \text{ s}$$

Calcular:

a) Las reactancias transitoria y subtransitoria X'_d y X''_d.

b) La corriente permanente de cortocircuito.

c) La intensidad de choque.

d) El valor eficaz de la corriente transitoria de cortocircuito al cabo de 0,1 segundos si para entonces se ha anulado la componente unidireccional.

e) Las corrientes transitoria y subtransitoria de otro cortocircuito trifásico en el que, justo antes de producirse, la máquina alimentaba a la tensión asignada a una carga puramente inductiva de 125 Mvar conectada a la máquina asíncrona a través de una línea cuyas fases tienen una resistencia nula y una reactancia igual a 0,1 Ω. El cortocircuito se produce en bornes de la carga; esto es, al final de la línea.

RESULTADOS

a) $X'_d = 0{,}32$ Ω; $X''_d = 0{,}16$ Ω

b) $I_{ccp} = 8882$ A

c) $I_{ch} = 180000$ A

d) $I_{cc} = 38783$ A

e) $I'_d = 31101$ A; $I''_d = 48019$ A

SUGERENCIAS PARA LA RESOLUCIÓN

* Lo primero que conviene hacer es calcular los valores asignados de las tensiones y de las corrientes del estator, tanto de fase como de línea.

* Cuando el cortocircuito se produce en bornes del alternador, estando este previamente en vacío, las reactancias X'_d y X''_d se calculan dividiendo la fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío E_0 (que, en vacío, es igual a la tensión en bornes V) respectivamente por las corrientes de cortocircuito transitoria I'_d y subtransitoria I''_d.

* Como este alternador antes del cortocircuito estaba proporcionando la tensión asignada en vacío, su corriente de excitación era I_{e0} y se usará la reactancia síncrona saturada X_d correspondiente a este valor (I_{e0}) de la corriente de excitación.

* Cuando el cortocircuito se produce en bornes del alternador, estando este previamente en vacío, la corriente de cortocircuito permanente I_{ccp} se calcula dividiendo la f.e.m. de vacío E_0 (que, en vacío, es igual a la tensión en bornes V) por la reactancia síncrona X_d.

* La corriente de choque I_{ch} como mucho vale 2,5 veces la corriente subtransitoria I''_d.

* Como para el instante t = 0,1 s se ha anulado la componente unidireccional de la corriente de cortocircuito, el valor eficaz de la corriente de cortocircuito I_{cc} es igual al de su componente alterna I_{cca}. Se empleará la expresión que calcula I_{cca} en función de I_{ccp}, I'_d, I''_d, T'_d, T''_d y del tiempo t.

* La potencia que el enunciado da para la carga está medida en Mvar, por lo que se trata de su potencia reactiva Q.

* El factor de potencia de esta carga inductiva es nulo. Esto quiere decir que el ángulo φ vale 90° y la corriente está retrasada 90° respecto a la tensión V_c en bornes de la carga.

* Conociendo la potencia reactiva, el factor de potencia y la tensión en la carga, calcular el valor eficaz de la corriente I antes del cortocircuito.

* Utilizando la tensión en la carga V_c como referencia, expresar esta tensión V_c y la corriente I antes del cortocircuito en forma vectorial.

* Calcular las f.e.m.s E'_r y E''_r antes del cortocircuito sumando vectorialmente a V_c la caída de tensión en la línea y, respectivamente, la caída de tensión en X'_d o X''_d.

* Cuando el cortocircuito se produce al extremo de una línea, estando el alternador previamente en carga, las corrientes de cortocircuito I'_d e I''_d se calculan dividiendo sus respectivas fuerzas electromotrices (E'_r y E''_r) por la impedancia formada por la combinación de la impedancia de la línea y las reactancias X'_d y X''_d, respectivamente.

RESOLUCIÓN DEL PROBLEMA S.3.2

Datos:

S_N = 250 MVA $\quad$ V_{NL} = 20000 V $\quad$ f = 50 Hz $\quad$ Conexión estrella

R ≈ 0 Ω $\quad$ X_s (sat) = X_s = X_d = 1,3 Ω para I_{e0}

Cortocircuito trifásico en bornes del alternador estando previamente en vacío:

I''_d = 72000 A $\quad$ I'_d = 36100 A $\quad$ T''_d = 0,05 s $\quad$ T'_d = 1,2 s

Apartado d): t = 0,1 s

Apartado e): Cortocircuito al final de una línea y previamente en carga:

Q = 125 Mvar $\quad$ cos φ = 0 inductivo $\quad$ $V_c = V_N$

R_L ≈ 0 Ω $\quad$ X_L = 0,1 Ω

Resolución:

a) En este alternador los valores asignados de línea son:

$$V_{NL} = 20000 \text{ V} \qquad I_{NL} = \frac{S_N}{\sqrt{3}\, V_{NL}} = \frac{250\ 000\ 000}{\sqrt{3} \cdot 20000} = 7217 \text{ A}$$

Dada la conexión estrella del estator, los valores asignados de fase son:

$$V_N = \frac{V_{NL}}{\sqrt{3}} = \frac{20000}{\sqrt{3}} = 11547 \text{ V} \qquad I_N = I_{NL} = 7217 \text{ A}$$

Cuando el cortocircuito se produce en bornes de la máquina, estando esta funcionando previamente en vacío, se verifican las siguientes relaciones:

Fuerza electromotriz (f.e.m.) de vacío: $E_0 = V$

Corriente permanente de cortocircuito: $I_{ccp} = \dfrac{E_0}{X_d}$

Corriente transitoria de cortocircuito: $I'_d = \dfrac{E_0}{X'_d}$ $\qquad$ (1)

Corriente subtransitoria de cortocircuito: $I''_d = \dfrac{E_0}{X''_d}$

En las expresiones (1) se ha tenido en cuenta que en una máquina síncrona cilíndrica se puede usar tanto la nomenclatura "X_s" como la nomenclatura "X_d" para referirse a la reactancia síncrona saturada.

Partiendo de las expresiones (1), en la máquina síncrona en cortocircuito que se está estudiando se obtiene que:

$$E_0 = V;\; V = V_N = 11547 \text{ V} \;\rightarrow\; E_0 = 11547 \text{ V}$$

$$X'_d = \frac{E_0}{I'_d} = \frac{11547}{36100} = 0{,}32\ \Omega$$

$$X''_d = \frac{E_0}{I''_d} = \frac{11547}{72000} = 0{,}16\ \Omega$$

Pues, si la máquina estaba funcionando en vacío antes del cortocircuito, la f.e.m. de vacío E_0 es igual a la tensión V que, en este caso, es igual a la tensión asignada V_N.

<u>En este alternador la reactancia transitoria vale $X'_d = 0{,}32\ \Omega$ y la subtransitoria vale $X''_d = 0{,}16\ \Omega$</u>.

b) Como este alternador antes del cortocircuito estaba proporcionando la tensión asignada en vacío, su corriente de excitación era I_{e0} y su reactancia síncrona saturada valía, pues, $X_s = X_d = 1{,}3\ \Omega$. (El valor de $I_{e0} = 300$ A no se necesita para resolver este problema).

La corriente permanente de cortocircuito se obtiene aplicando la segunda de las expresiones (1):

$$I_{ccp} = \frac{E_0}{X_d} = \frac{11547}{1{,}3} = 8882 \text{ A}$$

<u>La corriente permanente en este cortocircuito vale $I_{ccp} = 8882$ A</u>.

c) La corriente de choque es la máxima corriente instantánea que puede circular por el estator del alternador cuando se produce un cortocircuito trifásico en las peores condiciones posibles.

La corriente de choque, como mucho, vale

$$I_{ch} = 2{,}5\ I''_d \tag{2}$$

es decir,

$$I_{ch} = 2{,}5 \cdot 72000 = 180000 \text{ A} = 180 \text{ kA}$$

<u>La corriente de choque no superará los 180 kA</u>.

d) La corriente de cortocircuito en el inducido de un alternador es igual a la suma de dos componentes: una componente alterna simétrica más una componente unidireccional.

El valor eficaz de la componente alterna simétrica sigue esta ley:

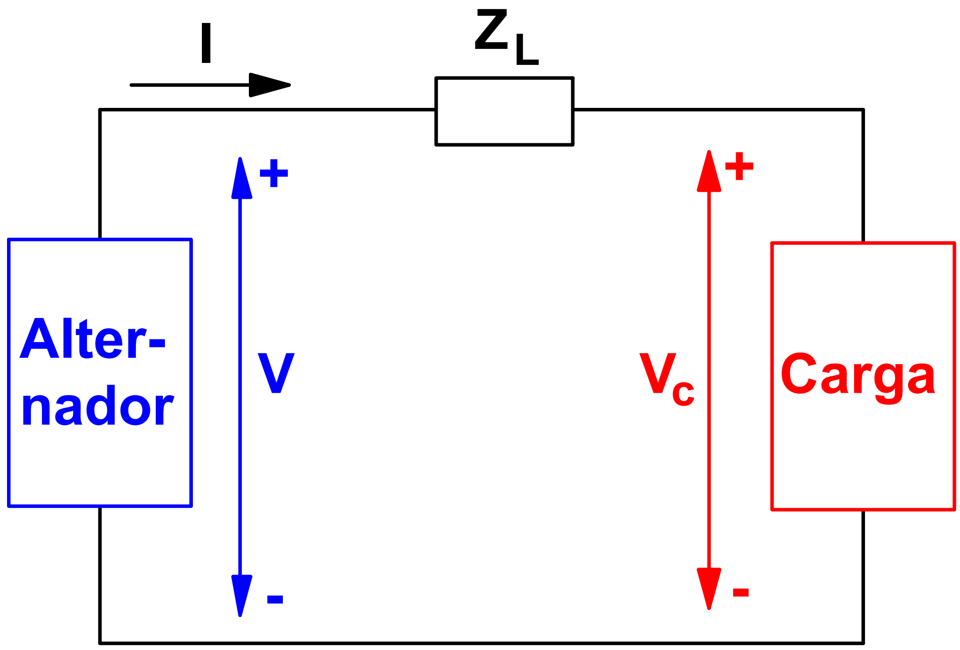
$$I_{cca} = \left(I''_d - I'_d\right) e^{-\frac{t}{T''_d}} + \left(I'_d - I_{ccp}\right) e^{-\frac{t}{T'_d}} + I_{ccp} \qquad (3)$$

Como el enunciado indica que la componente unidireccional de la corriente ya se ha anulado en el instante que se quiere estudiar, el valor eficaz de la corriente de cortocircuito I_{cc} es igual al de la componente alterna simétrica I_{cca}. Luego, para el instante t = 0,1 s se obtiene que:

$$I_{cc} = I_{cca} = (72000 - 36100)\ e^{-\frac{0,1}{0,05}} + (36100 - 8882)\ e^{-\frac{0,1}{1,2}} + 8882 =$$
$$= 38783\ \text{A} = 38,8\ \text{kA}$$

<u>El valor eficaz de la corriente de cortocircuito a los 0,1 s de iniciado este es $I_{cc} = I_{cca} = 38,8$ kA</u>.

e) Dado que ahora se tiene en cuenta la línea eléctrica que conecta el alternador a la carga, la situación previa al cortocircuito es la representada en la Fig. 1.



$(\overline{Z}_L = R_L + j\, X_L;\ V_c = V_N)$

Fig. 1: Situación anterior al cortocircuito

S.3: Cortocircuitos

El enunciado proporciona la potencia que consume la carga expresada en Mvar. Esta unidad de medida indica que se trata de su potencia reactiva Q.

El factor de potencia de esta carga es nulo. Esto quiere decir que el ángulo φ vale 90°. Como la carga es inductiva la corriente está retrasada con respecto a la tensión.

Así pues, la corriente demandada por la carga será:

$$I_L = \frac{Q}{\sqrt{3}\ V_L\ \text{sen}\ \varphi} = \frac{125\,000\,000}{\sqrt{3}\cdot 20000 \cdot 1} = 3608\ \text{A}$$

Por lo tanto, antes del cortocircuito la corriente que circulará por cada una de las fases del estator del alternador, que están conectadas en estrella, vale:

$$\text{Conexión estrella} \rightarrow I = I_L \rightarrow I = 3608\ \text{A}$$

Esta corriente está a 90° en retraso con respecto a la tensión en la carga V_c (Fig. 2). Así pues, si se toma la tensión V_c como vector de referencia, la corriente expresada vectorialmente queda así (ver la Fig. 2):

$$\bar{I} = I \underline{\left| -\varphi \right.} = 3608 \underline{\left| -90^\circ \right.} = 0 - j\,3608\ \text{A}$$

y la tensión en la carga queda:

$$\bar{V}_c = V_N \underline{\left| 0 \right.} = 11547 + j\,0\ \text{V}$$

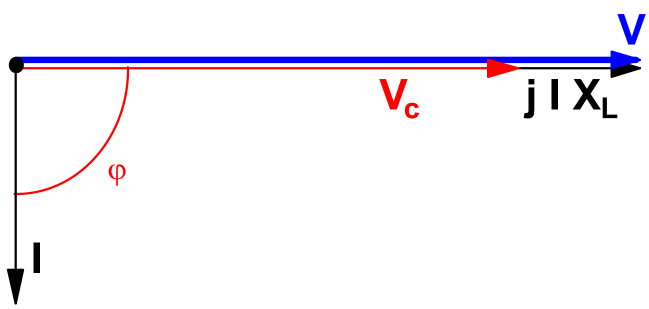


Fig. 2: Diagrama vectorial de la situación anterior al cortocircuito

Las fuerzas electromotrices (f.e.m.s) E'_r y E''_r se calculan así:

$$\bar{E}'_r = \bar{V} + j\,X'_d\,\bar{I}$$

$$\bar{E}''_r = \bar{V} + j\,X''_d\,\bar{I} \qquad (4)$$

En estas expresiones $\bar{I}$ y $\bar{V}$ son, respectivamente, la corriente y la tensión en el inducido del alternador justo antes de producirse el cortocircuito.

De la Fig. 1 se deduce que:

$$\overline{V} = \overline{V}_c + \overline{Z}_L \cdot \overline{I} = \overline{V}_c + \left(R_L + j\,X_L\right) \cdot \overline{I} \tag{5}$$

Por lo tanto, las relaciones (4) ahora dan lugar a estas otras:

$$\left.\begin{aligned} \overline{E}'_r &= \overline{V}_c + \left[R_L + j\left(X'_d + X_L\right)\right]\overline{I} \\ \overline{E}''_r &= \overline{V}_c + \left[R_L + j\left(X''_d + X_L\right)\right]\overline{I} \end{aligned}\right. \tag{6}$$

Teniendo en cuenta que la resistencia R_L es nula, sustituyendo valores en (6) se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} \overline{E}'_r &= \overline{V}_c + j\left(X'_d + X_L\right)\overline{I} = 11547 + j\left(0{,}32 + 0{,}1\right) \cdot \left(0 - j\,3608\right) = \\ &= 11547 + j\,1515 = 13062 \,\underline{|0^o}\ \text{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{E}''_r &= \overline{V}_c + j\left(X''_d + X_L\right)\overline{I} = 11547 + j\left(0{,}16 + 0{,}1\right) \cdot \left(0 - j\,3608\right) = \\ &= 11547 + j\,938 = 12485 \,\underline{|0^o}\ \text{V} \end{aligned}$$

En este caso, las corrientes de cortocircuito se calculan mediante estas relaciones:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Corriente transitoria de cortocircuito:} && I'_d = \frac{E'_r}{\sqrt{R_L^2 + \left(X'_d + X_L\right)^2}} \\ &\text{Corriente subtransitoria de cortocircuito:} && I''_d = \frac{E''_r}{\sqrt{R_L^2 + \left(X''_d + X_L\right)^2}} \end{aligned}\right. \tag{7}$$

Cuando la resistencia de la línea es nula ($R_L \approx 0\ \Omega$) las relaciones anteriores se convierten en estas otras:

$$\left.\begin{aligned} &\text{Corriente transitoria de cortocircuito:} && I'_d = \frac{E'_r}{X'_d + X_L} \\ &\text{Corriente subtransitoria de cortocircuito:} && I''_d = \frac{E''_r}{X''_d + X_L} \end{aligned}\right. \tag{8}$$

Lo cual, sustituyendo los valores correspondientes a la máquina que se está analizando, da los siguientes resultados:

$$I'_d = \frac{E'_r}{X'_d + X_L} = \frac{13062}{0{,}32 + 0{,}1} = 31101\text{A}$$

$$I''_d = \frac{E''_r}{X''_d + X_L} = \frac{12485}{0{,}16 + 0{,}1} = 48019\text{A}$$

En este cortocircuito se obtienen estas corrientes: $I'_d = 31101$ A; $I''_d = 48019$ A.

BIBLIOGRAFÍA

[1] CHAPMAN. 2005. Máquinas eléctricas. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[2] CORTES. 1977. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo IV: Máquinas síncronas y motores c.a. de colector*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.

[3] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[4] FAURE BENITO. 2000. *Máquinas y accionamientos eléctricos*. Madrid: Colegio oficial de ingenieros navales y oceánicos.

[5] FOGIEL, M. 1987. *The electrical machines problem solver*. New York. Research and Education Association.

[6] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.

[7] FRAILE MORA, J. y FRAILE ARDANUY, J. 2015. *Problemas de máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L

[8] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas (3 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[9] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas (2 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[10] LANGSDORF. 1968. *Teoría de las máquinas de corriente alterna.* Madrid. Editorial Castillo D.L.

[11] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2015. *Varios apuntes sobre máquinas síncronas*. Web del autor en la Universidad de Cantabria: http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Sincrona

[12] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.

[13] SARMA, S., MULUKUTLA. 1979. *Synchronous machines*. Nueva York. Gordon and Breach Science Publishers.

[14] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.

[15] SUÁREZ CREO, J.M. y MIRANDA BLANCO, B.N. 2006. *Máquinas eléctricas. Funcionamiento en régimen permanente*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, S.L.

[16] WILDI, T. 2007. *Máquinas eléctricas y sistemas de potencia*. México: Pearson Educación.

BIBLIOGRAFÍA

[1] CHAPMAN. 2005. Máquinas eléctricas. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[2] CORTES. 1977. *Curso moderno de máquinas eléctricas rotativas. Tomo IV: Máquinas síncronas y motores c.a. de colector*. Barcelona: Editores Técnicos Asociados.

[3] FITZGERALD, KINGSLEY Y UMANS. 2004. *Máquinas eléctricas*. Madrid: McGraw-Hill Interamericana.

[4] FAURE BENITO. 2000. *Máquinas y accionamientos eléctricos*. Madrid: Colegio oficial de ingenieros navales y oceánicos.

[5] FOGIEL, M. 1987. *The electrical machines problem solver*. New York. Research and Education Association.

[6] FRAILE MORA, J. 2015. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L.

[7] FRAILE MORA, J. y FRAILE ARDANUY, J. 2015. *Problemas de máquinas eléctricas*. Madrid: Ibergarceta Publicaciones, S.L

[8] IVANOV-SMOLENSKI. 1984. *Máquinas eléctricas (3 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[9] KOSTENKO y PIOTROVSKI. 1979. *Máquinas eléctricas (2 tomos)*. Moscú: Editorial Mir.

[10] LANGSDORF. 1968. *Teoría de las máquinas de corriente alterna.* Madrid. Editorial Castillo D.L.

[11] RODRÍGUEZ POZUETA, M.A. 2015. *Varios apuntes sobre máquinas síncronas*. Web del autor en la Universidad de Cantabria: http://personales.unican.es/rodrigma/primer/publicaciones.htm#Sincrona

[12] SANZ FEITO. 2002. *Máquinas eléctricas*. Madrid: Pearson Educación.

[13] SARMA, S., MULUKUTLA. 1979. *Synchronous machines*. Nueva York. Gordon and Breach Science Publishers.

[14] SERRANO IRIBARNEGARAY. 1989. *Fundamentos de máquinas eléctricas rotativas*. Barcelona: Marcombo Boixareu Editores.

[15] SUÁREZ CREO, J.M. y MIRANDA BLANCO, B.N. 2006. *Máquinas eléctricas. Funcionamiento en régimen permanente*. Santiago de Compostela: Tórculo Edicións, S.L.

[16] WILDI, T. 2007. *Máquinas eléctricas y sistemas de potencia*. México: Pearson Educación.