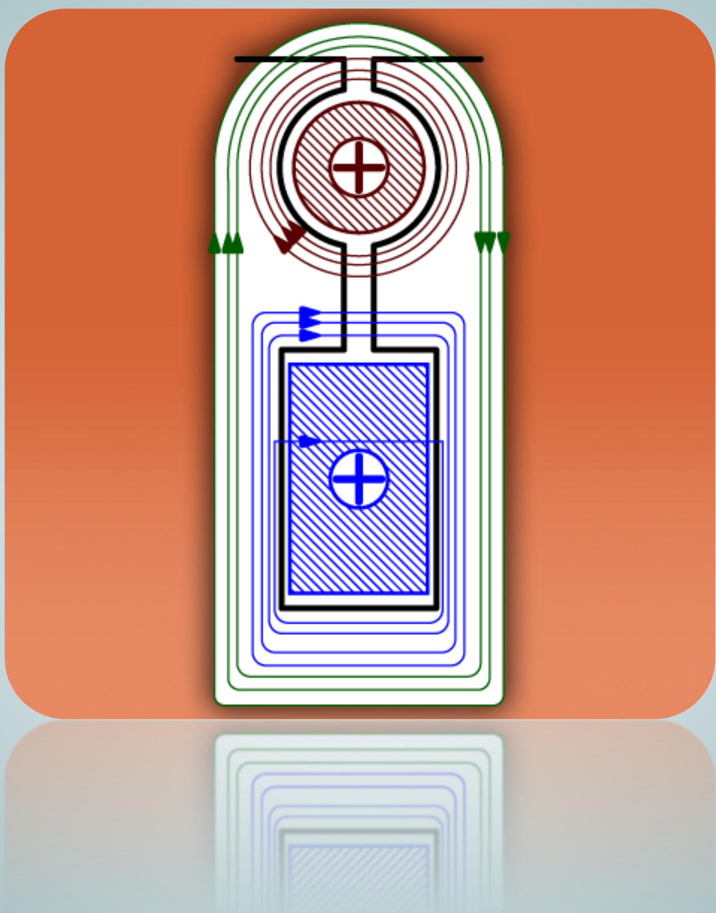
Máquinas Eléctricas II

Fundamento de la Resolución de Sistemas de Ecuaciones de Variable Compleja Usado en CALCOMP



Miguel Ángel Rodríguez Pozueta

Departamento de Ingeniería Eléctrica y Energética

FUNDAMENTO DE LA RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES DE VARIABLE COMPLEJA USADO EN CALCOMP

Miguel Angel Rodríguez Pozueta

1. NOMENCLATURA

- Las matrices se han representado mediante letras mayúsculas dentro de corchetes (por ejemplo: [A]).
- Las magnitudes reales se escriben en negrita (por ejemplo: [A]) y las magnitudes reales sin negrita (por ejemplo: **[A]**).
- j representa a $\sqrt{-1}$ (en muchos textos matemáticos se representa por "i").

2. FUNDAMENTOS DE CÁLCULO

La resolución de un sistema de n ecuaciones lineales con n incógnitas complejas se va a realizar transformándolo en un sistema de 2n ecuaciones con 2n incógnitas reales. Estas 2n incógnitas reales son las n partes reales y las n partes imaginarias de las n variables complejas iniciales. Para ello se va a utilizar el álgebra matricial.

El sistema de ecuaciones inicial se puede poner en forma matricial así:

$$[\mathbf{A}] = [\mathbf{B}] \cdot [\mathbf{X}] \tag{1}$$

Donde:

[A] es la matriz de los términos independientes del sistema de ecuaciones de números complejos
[B] es la matriz de los coeficientes del sistema de ecuaciones de números complejos
[X] es la matriz de las incógnitas del sistema de ecuaciones de números complejos

La matriz compleja **[A]** tiene dimensión $n \times n$ y se puede expresar así:

$$[\mathbf{A}] = [A_1] + j\,[A_2] \tag{2}$$

Donde:

$[A_1]$ es una matriz real de dimensión $n \times n$ formada por las partes reales de los términos de la matriz compleja **[A]**.
$[A_2]$ es una matriz real de dimensión $n \times n$ formada por las partes imaginarias de los términos de la matriz compleja **[A]**.

De forma análoga a lo indicado en la relación (2) también se tiene que:

$$[\mathbf{B}] = [B_1] + j\,[B_2] \qquad\qquad [\mathbf{X}] = [X_1] + j\,[X_2] \tag{3}$$

Ahora se define la matriz real [A] de dimensión 2n x n así:

$$[A] = \begin{bmatrix} [A_1] \\ [A_2] \end{bmatrix} \tag{4}$$

Es decir, la n primeras filas de la matriz [A] son los términos de la matriz $[A_1]$ y las filas n+1 a 2n de la matriz [A] son los términos de la matriz $[A_2]$.

Análogamente se tiene que:

$$[X] = \begin{bmatrix} [X_1] \\ [X_2] \end{bmatrix} \tag{5}$$

Operando del sistema de n ecuaciones original (1) se deduce este nuevo sistema de 2n ecuaciones con 2n incógnitas reales:

$$[A] = [C] \cdot [X] \tag{6}$$

[C] es una matriz de dimensión 2n x 2n, cuyos términos son números reales y que se obtiene así:

$$[C] = \begin{bmatrix} [B_1] & [-B_2] \\ [B_2] & [B_1] \end{bmatrix} \tag{7}$$

Esto significa que:

- los n primeros términos de las n primeras filas de [C] son los términos de la matriz $[B_1]$,
- los términos de las columnas $n+1$ a 2n de las n primeras filas de [C] son los términos de la matriz $[-B_2]$,
- los n primeros términos de las filas $n+1$ a 2n de [C] son los términos de la matriz $[B_2]$,
- los términos de las columnas $n+1$ a 2n de las filas $n+1$ a 2n de [C] son los términos de la matriz $[B_1]$.

De la relación (6) se deduce que el sistema de ecuaciones tendrá solución si el determinante la matriz [C] no es nulo y que dicha solución se puede obtener empleando las funciones matriciales del programa Microsoft® Excel mediante la siguiente expresión:

$$[X] = [C]^{-1} \cdot [A] \tag{8}$$