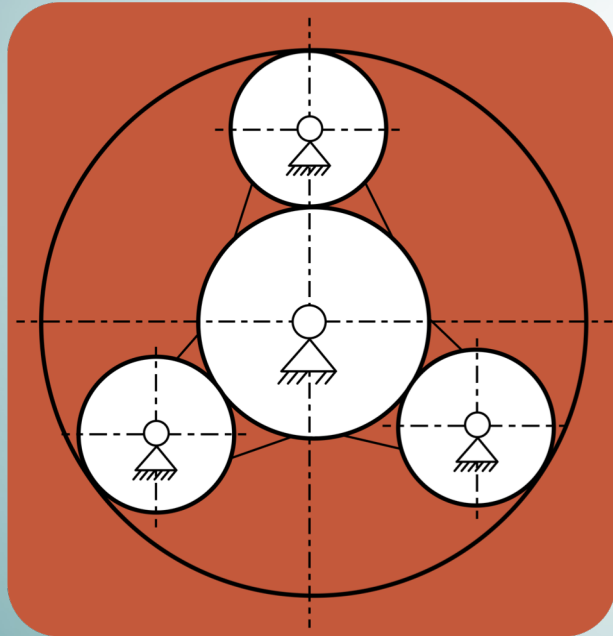


Máquinas y Mecanismos

1. Análisis y Síntesis Estructural (I)



Alfonso Fernández del Rincón
Pablo García Fernández

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y MECÁNICA

Este material se publica bajo licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Epígrafes del tema

1.1 Introducción

1.2 Definiciones

1.3 Cadenas cinemáticas: movilidad

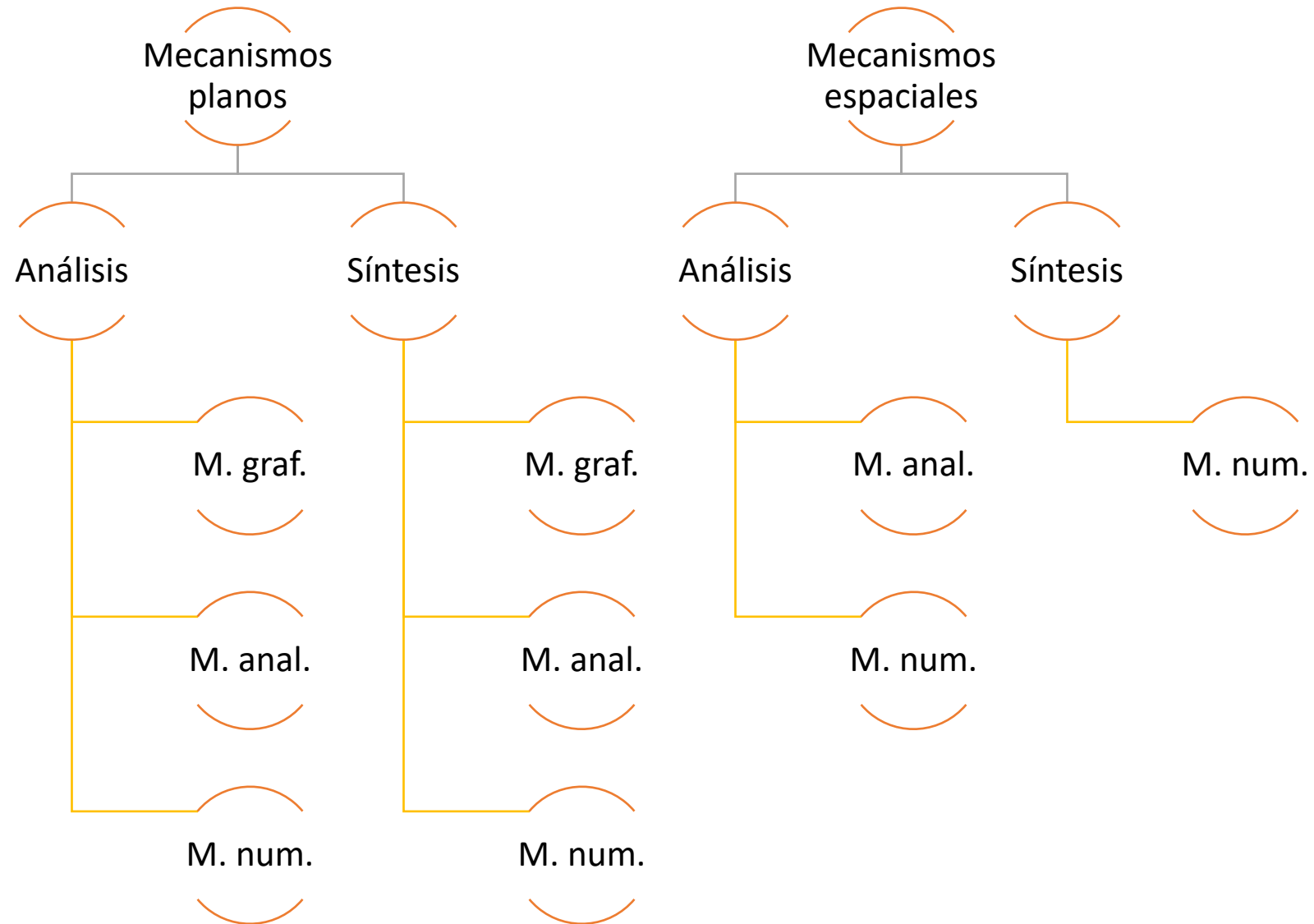
1.4 Mecanismos: grados de libertad e inversiones

1.5 Configuración cinemática o estructural de una cadena cinemática. Cadenas isomorfas

1.6 Leyes de Grashof

- **Teoría de Máquinas y Mecanismos:** Es una ciencia aplicada que trata de entender la relación que existe entre la geometría, la topología, las fuerzas y el movimiento de las máquinas.
- **Cinemática:** Unidades de longitud y tiempo.
- **Dinámica:** Unidades de longitud, tiempo y fuerzas.
- **Sistema:** Conjunto de elementos básicos en el que es posible definir una relación entre una determinada acción aplicada al sistema y su respuesta.
- Las máquinas y los mecanismos son sistemas mecánicos y se pueden tratar y englobar en la Teoría de Sistemas.

- La **cinemática** estudia el movimiento independientemente de las causas que lo provocan. De modo más concreto, estudia la posición, geometría, desplazamientos, velocidades y aceleraciones.
- Ejemplo: Al diseñar un nuevo motor, el ingeniero se pregunta ¿cuál es la relación entre el movimiento del pistón y la biela? ¿Cuál es la velocidad de deslizamiento de las superficies lubricadas para las distintas posiciones del pistón?
- Estas cuestiones se resuelven mediante el **análisis cinemático** de mecanismos.
- Adicionalmente es preciso **sintetizar** los mecanismos, es decir, se debe determinar su geometría de modo que pueda ser alojado en el interior del espacio asignado y genere el movimiento deseado. Este problema presenta mayor dificultad que el anterior.



Epígrafes del tema

1.1 Introducción

1.2 Definiciones

1.3 Cadenas cinemáticas: movilidad

1.4 Mecanismos: grados de libertad e inversiones

1.5 Configuración cinemática o estructural de una cadena cinemática. Cadenas isomorfas

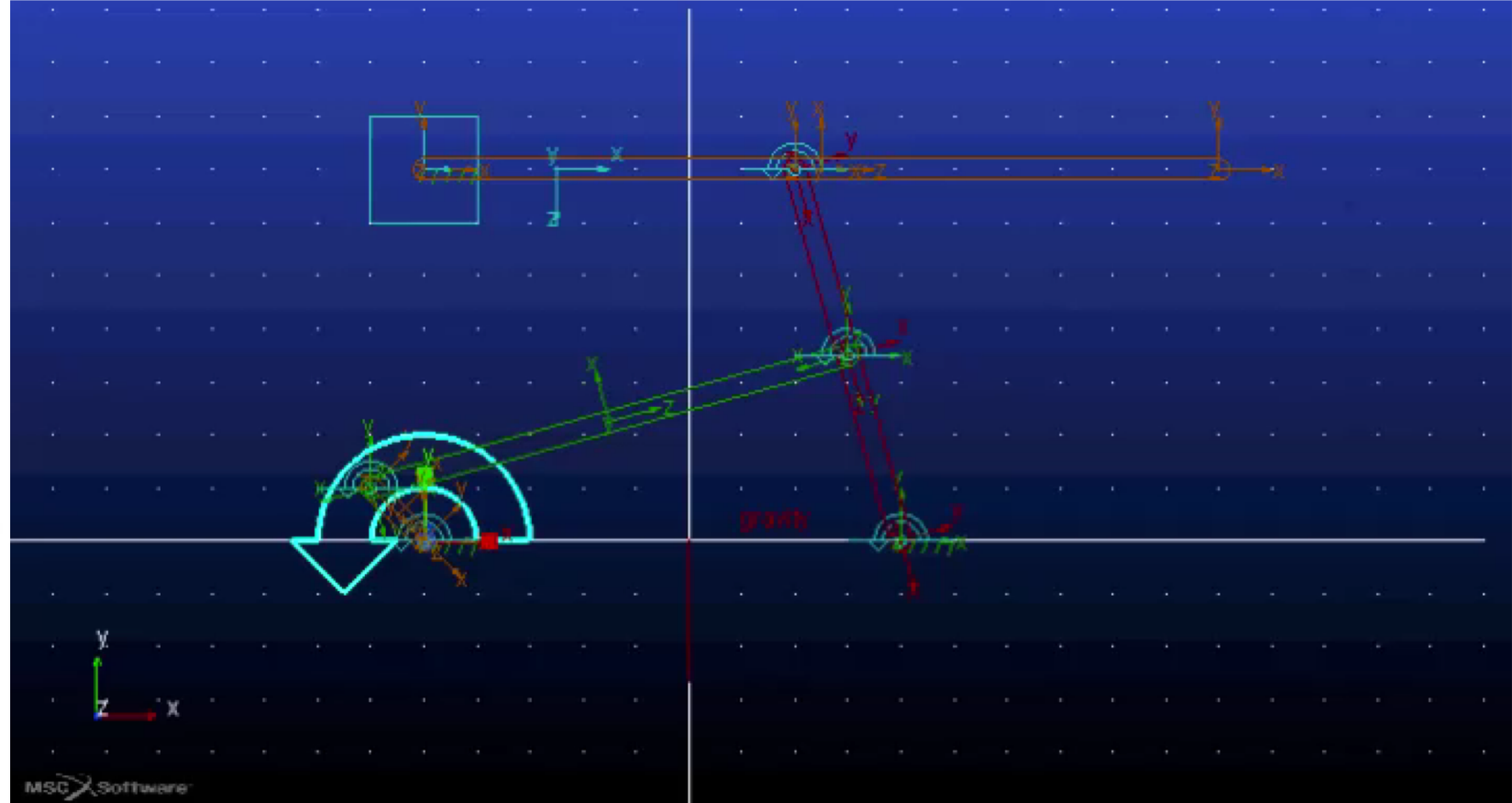
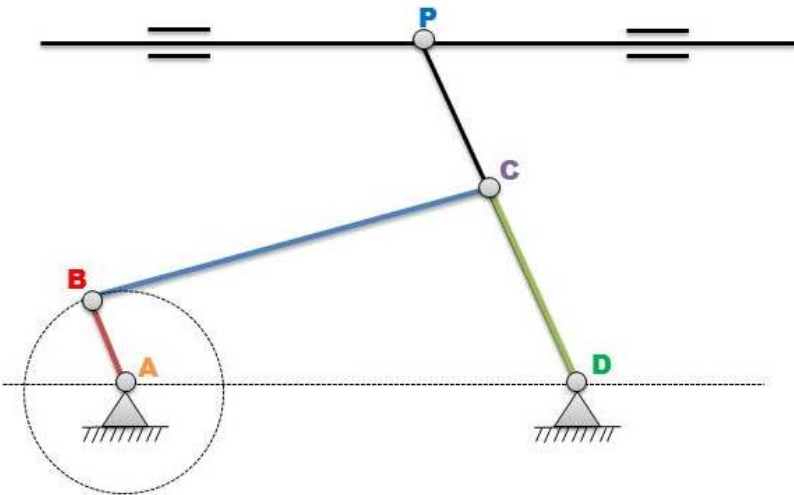
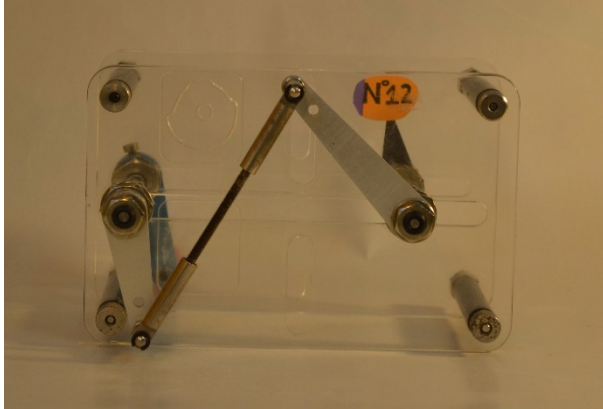
1.6 Leyes de Grashof

Definiciones de **Mecanismo**:

- Sistema mecánico formado por un conjunto de **elementos**, uno de los cuales es fijo, relacionados entre sí a través de pares cinemáticos de modo que pueda existir **movimiento relativo** entre ellos y que este movimiento tenga una **forma predeterminada**.
- Combinación de **cuerpos** resistentes conectados por medio de **articulaciones móviles** para formar una **cadena cinemática** cerrada por un **eslabón fijo** y cuyo propósito es transformar el movimiento.
- **Sistema multicuerpo** formado por la unión de dos o más **cuerpos** rígidos unidos a través de uniones imperfectas denominadas **pares cinemáticos**.

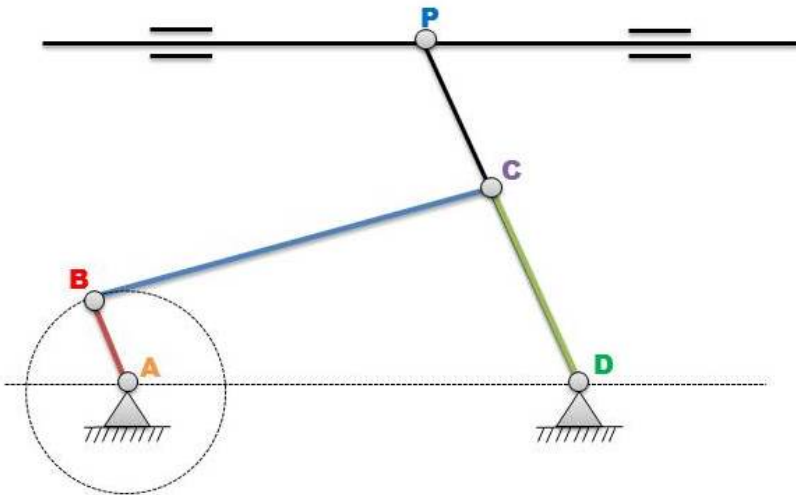
Definición de **Máquina**: Sistema que transforma energía:

- Máquinas motrices: Transforman cualquier tipo de energía en energía mecánica.
- Máquinas operadoras: Trabajan únicamente con energía mecánica.



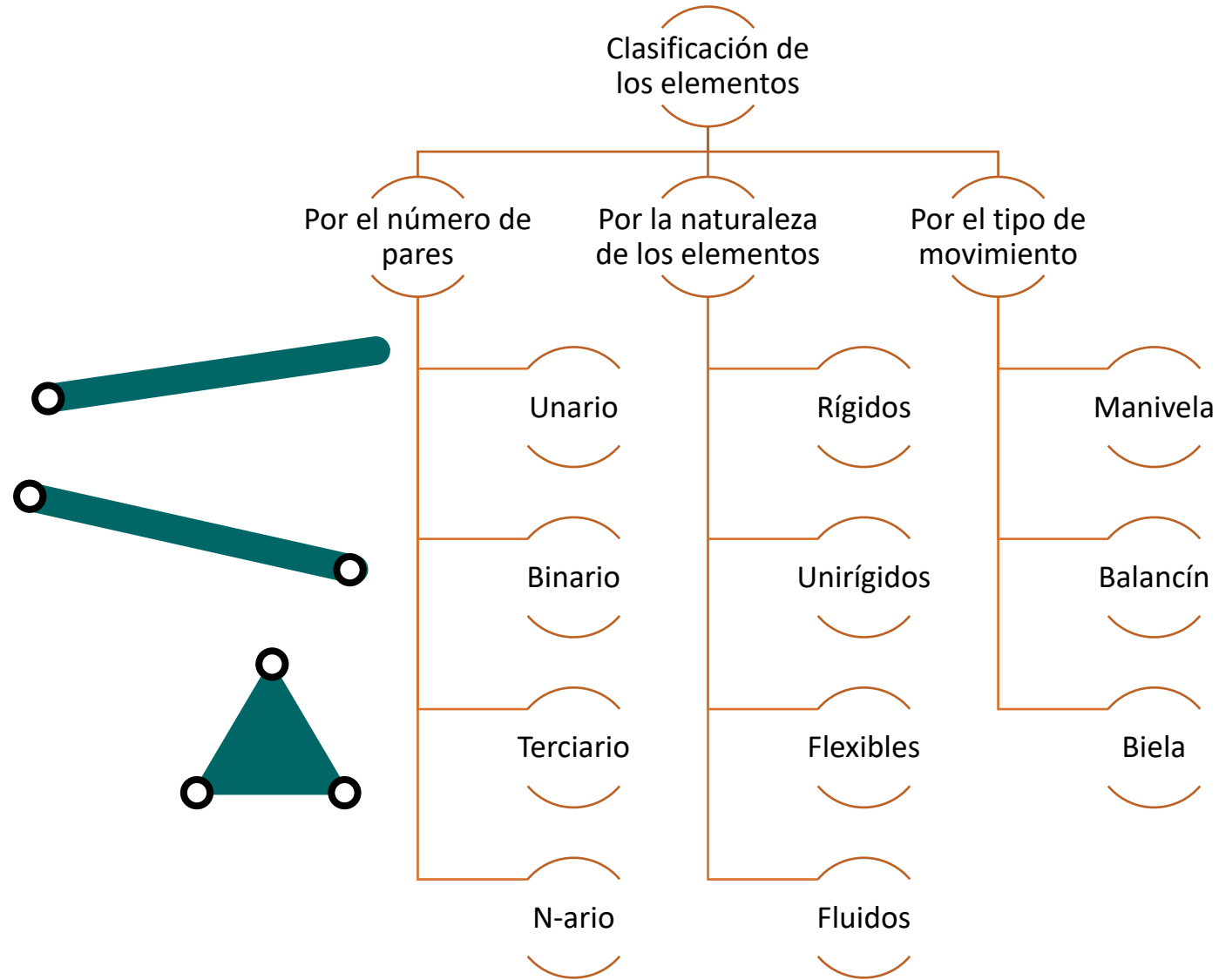
Elemento (barra o eslabón):

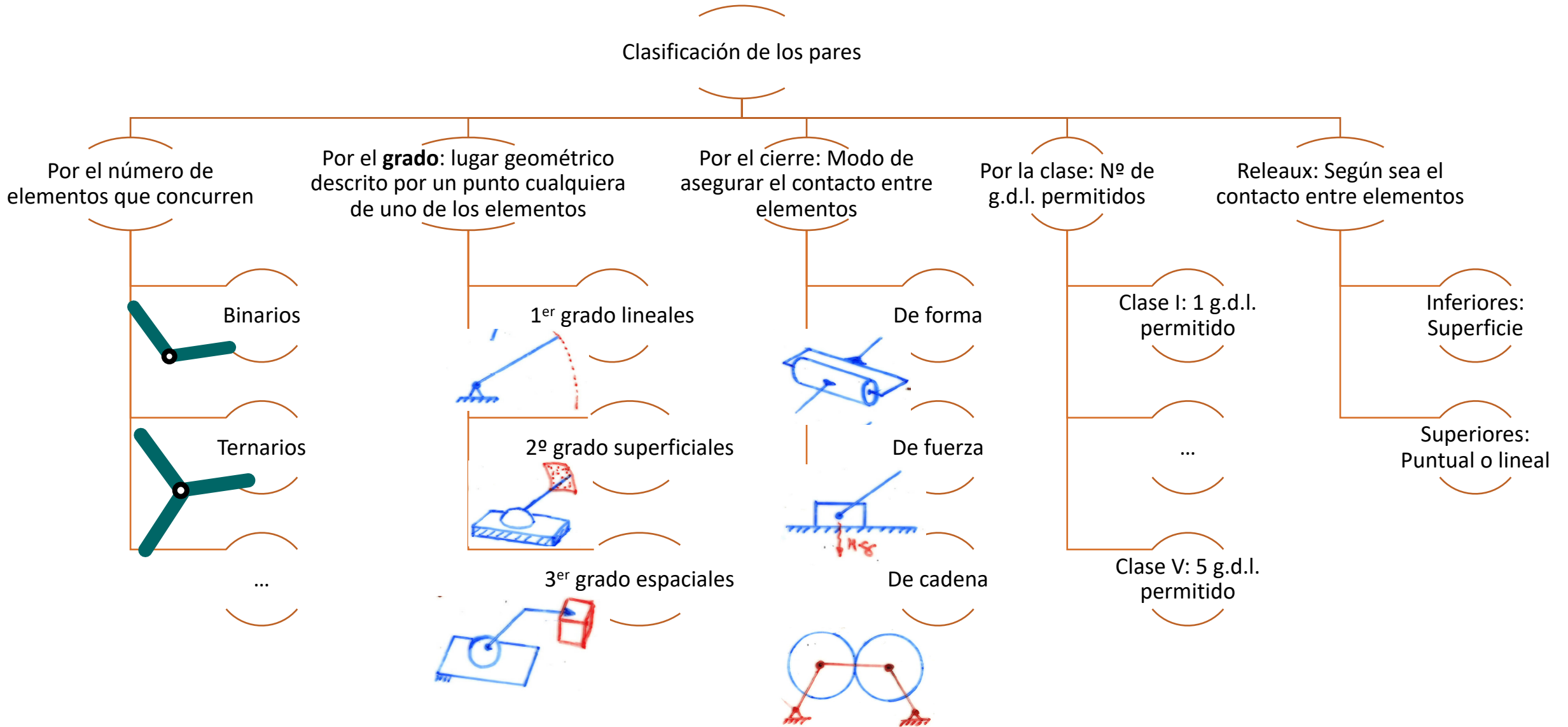
Cada una de las **piezas** o **partes** que componen el **sistema mecánico**, de modo que posean **movimiento relativo** respecto a las restantes piezas o partes, existiendo una discontinuidad de tipo físico en relación con ellos.



Par cinemático:

Unión imperfecta de cualquier tipo existente entre dos elementos de un mecanismo de modo que permite un **movimiento relativo** determinado entre ellos. Impedirá la posibilidad de movimiento según algunos g.d.l. permitiéndolo según otros.





Tipo	Inf. o Sup.	Clase	Descripción
Revolución (R)	I	1	Una bisagra que permite solamente la rotación
Prismático (P)	I	1	Una deslizadera que permite solamente la traslación
Cilíndrico (C)	I	2	Un cilindro que permite la traslación y rotación axial
Esférico (S)	I	3	Una esfera permite los tres g.d.l. de rotación entre elementos
Engrane (G)	S	2	Engranajes de dientes rectos, helicoidales, Rodadura y deslizamiento
Leva (L)	S	2	Leva y seguidor Rodadura y deslizamiento

Epígrafes del tema

1.1 Introducción

1.2 Definiciones

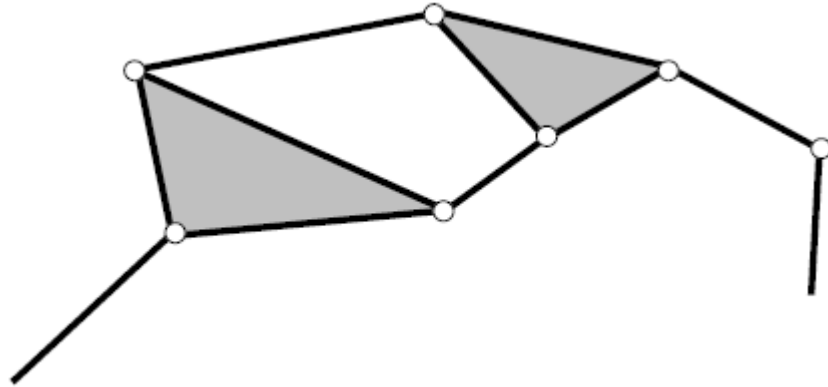
1.3 Cadenas cinemáticas: movilidad

1.4 Mecanismos: grados de libertad e inversiones

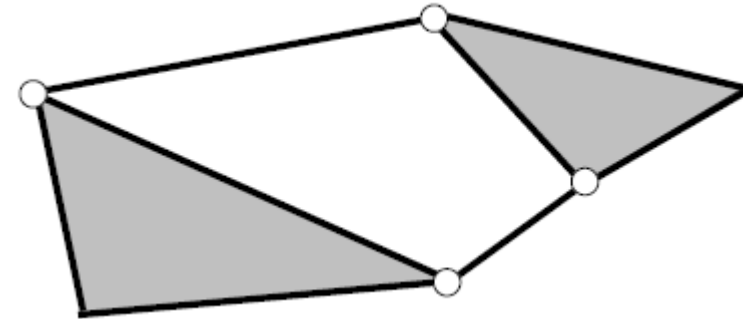
1.5 Configuración cinemática o estructural de una cadena cinemática. Cadenas isomorfas

1.6 Leyes de Grashof

Cadena cinemática: Conjunto de **elementos** unidos entre sí de modo que sea posible el **movimiento relativo** entre ellos (no se hace referencia a la existencia de un elemento fijo).



Cadena abierta: Existe algún elemento que está unido al conjunto mediante un solo par



Cadena cerrada: Todos los elementos se unen al conjunto mediante más de un par

Movilidad de una cadena cinemática (M): Número de **parámetros** independientes necesarios para **definir perfectamente** la posición de la cadena, y por lo tanto, de todos sus **elementos**.

Mecanismo: Es una **cadena cinemática** en la que se ha fijado uno de los elementos, al que se le llama **bancada, soporte** o **bastidor**.

Nº de grados de libertad (**G**): Número de **parámetros** independientes necesarios para **definir perfectamente** la posición del mecanismo.

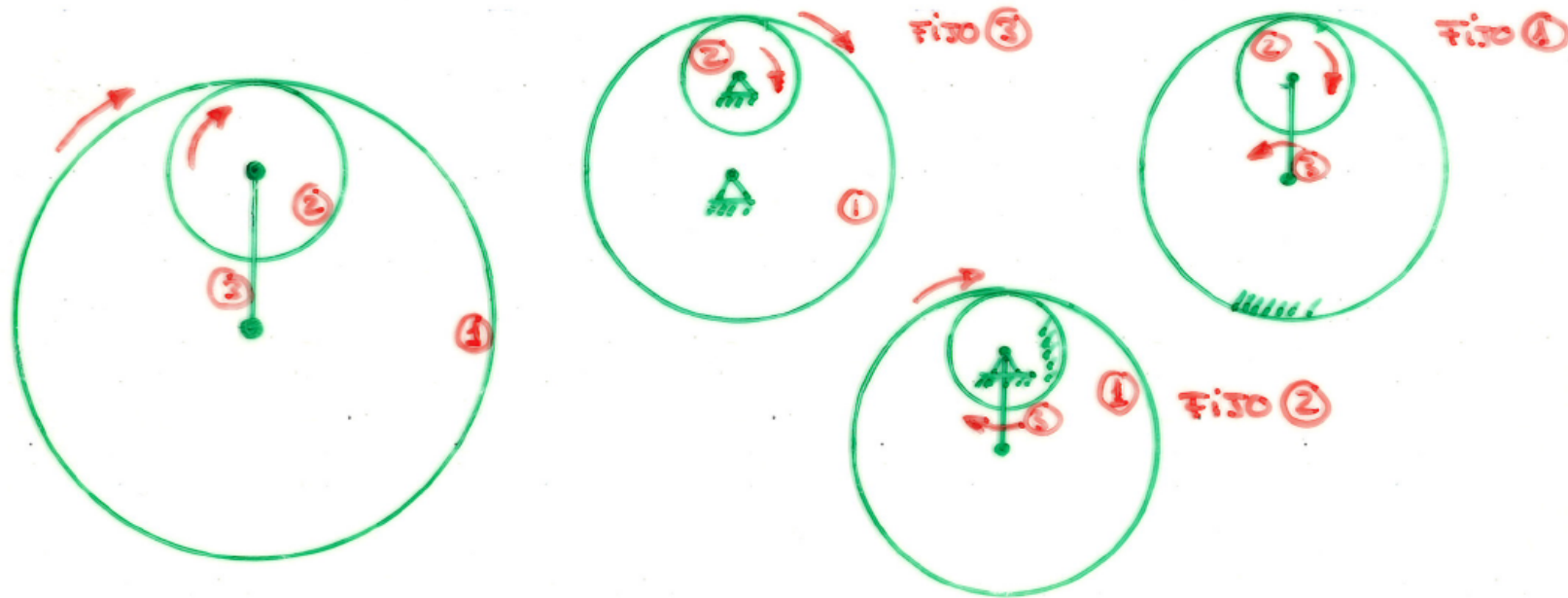
Relación entre **G** y **M**:

- En el plano un elemento tiene 3 g.d.l. \longrightarrow $M = G + 3$
- En el espacio un elemento tiene 6 g.d.l. \longrightarrow $M = G + 6$

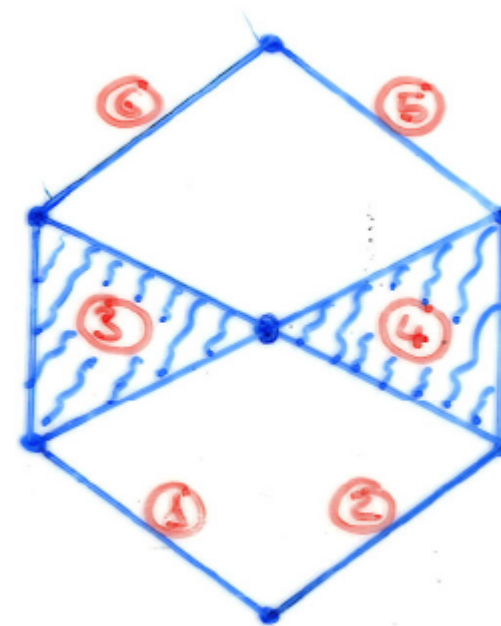
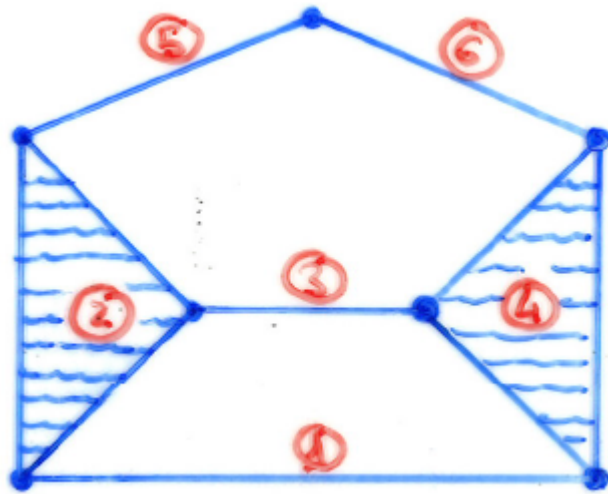
Inversión: Intercambio de función entre dos barras en un mecanismo.

Dada una cadena cinemática se obtendrán distintos mecanismos en función del elemento que se fije. A cada uno de estos mecanismos se le denomina inversión cinemática.

Para que dos inversiones sean distintas debe existir diferencia topológica, es decir, han de tener un conexionado de elementos diferente.



Ejercicio: Plantear las distintas inversiones de las cadenas de Stephenson y Watt



Epígrafes del tema

1.1 Introducción

1.2 Definiciones

1.3 Cadenas cinemáticas: movilidad

1.4 Mecanismos: grados de libertad e inversiones

1.5 Configuración cinemática o estructural de una cadena cinemática. Cadenas isomorfas

1.6 Leyes de Grashof

1.5 Configuración cinemática o estructural de una cadena cinemática.

Configuración estructural de una cadena cinemática: Conjunto de elementos y pares cinemáticos que forman la cadena.

Para pares de la misma naturaleza (todos R, P...) se puede representar por:

$$(n_2, p_2, n_3, p_3, \dots, n_i, p_i, \dots)$$

n_i : nº de elementos i-narios (nº de pares que poseen)

p_i : nº de pares i-arios (nº de elementos que unen)

Ejemplo:

- Cadena de Stephenson (4,7,2,0)
- Cadena de Watt (4,7,2,0)

Cadenas isomorfas: Aquellas que poseen la misma configuración estructural.

Epígrafes del tema

1.1 Introducción

1.2 Definiciones

1.3 Cadenas cinemáticas: movilidad

1.4 Mecanismos: grados de libertad e inversiones

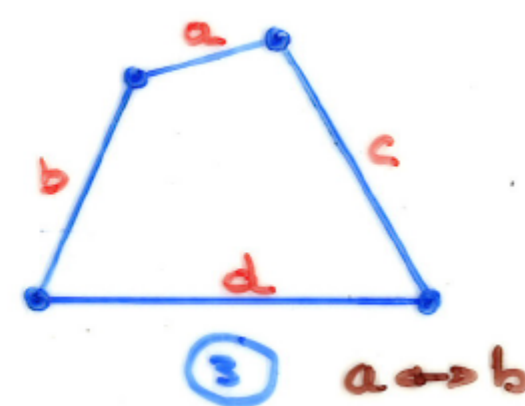
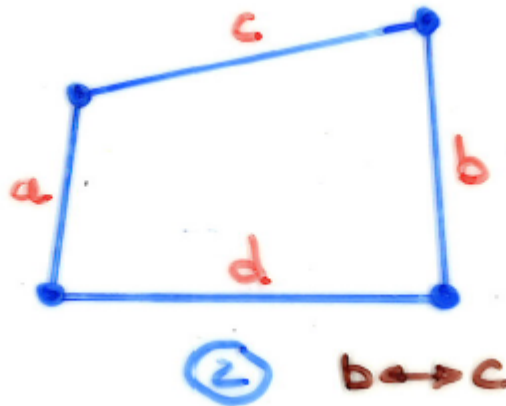
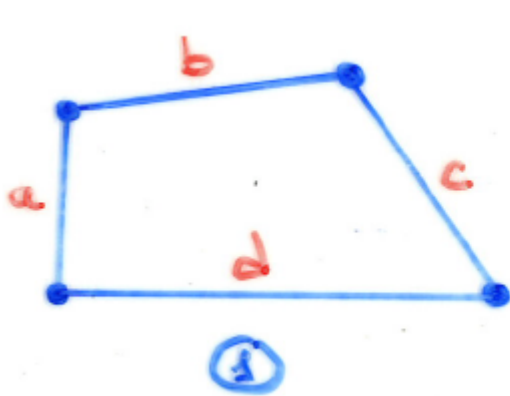
1.5 Configuración cinemática o estructural de una cadena cinemática. Cadenas isomorfas

1.6 Leyes de Grashof

Las Leyes de Grashof determinan las condiciones en las que una barra da una revolución completa. Son de gran interés en el diseño de mecanismos (por ejemplo, dónde poner un motor).

Para el caso del cuadrilátero articulado: considerando los lados a, b, c, d , ordenados de menor a mayor donde $a < b < c < d$

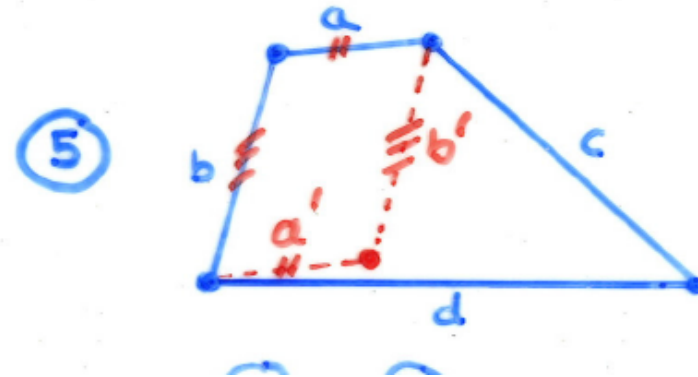
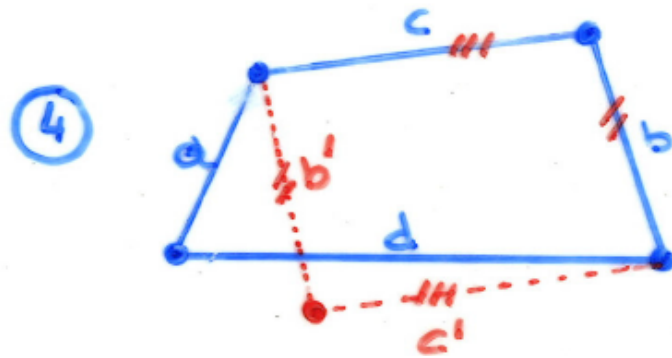
Se dispone únicamente de 3 formas de conexionar las barras



Para analizar la **rotabilidad** de las barras se deben comparar los giros de una barra respecto de las demás, es decir: a/b a/c a/d b/c b/d c/d .

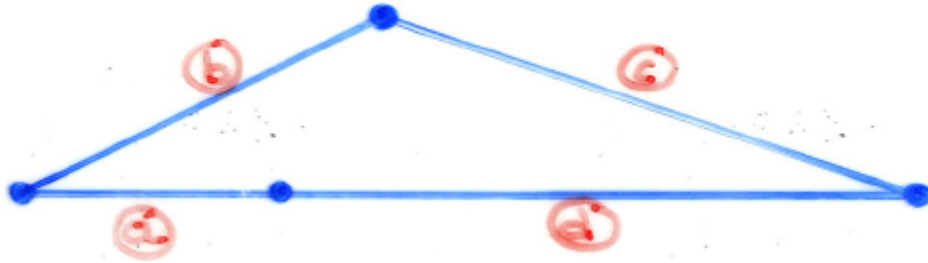
Como hay 3 posibilidades de configuración y 6 giros posibles $6 \times 3 = 18$ posibilidades.

Pero los casos 2 y 3 pueden reducirse al caso 1 trazando paralelas:

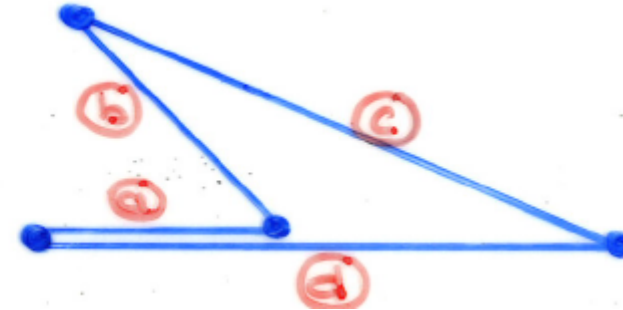


Como $b \parallel b'$ y $c \parallel c'$ siempre $2 = 4$ y $3 = 5$. De esta forma, sólo hay que analizar 6 de los 18 casos.

Condiciones de rotabilidad: Para que la barra a de vueltas completas respecto a d , tienen que cumplirse las siguientes condiciones geométricas



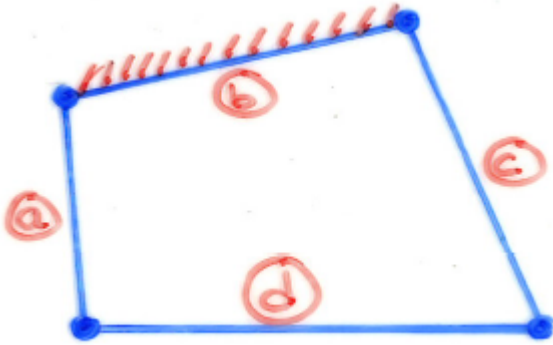
La suma de los lados considerados sea menor que la suma de los otros dos



La diferencia de los lados considerados sea mayor que la diferencia de los otros dos

1.6 Leyes de Grashof

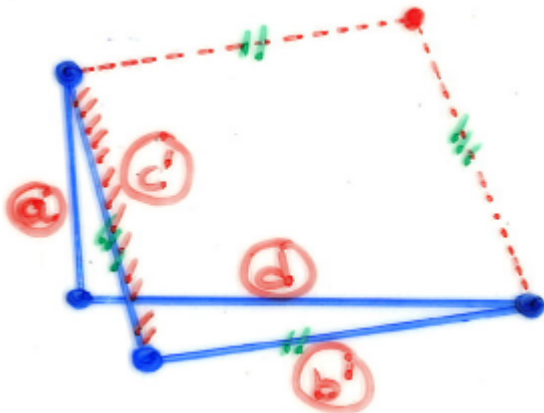
a/b



Condición I: $a + b < c + d$ SI, ya que $a < b < c < d$

Condición II: $b - a > d - c$ Se debe cumplir que $b + c > a + d$

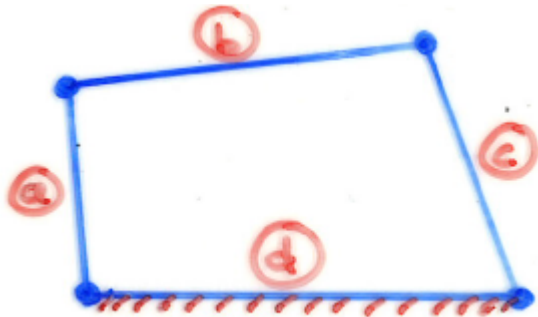
a/c



Condición I: $a + c < b + d$ SI, ya que $a < b < c < d$ entonces $a < b$ y $c < d$

Condición II: $c - a > d - b$ Se debe cumplir que $b + c > a + d$

a/d

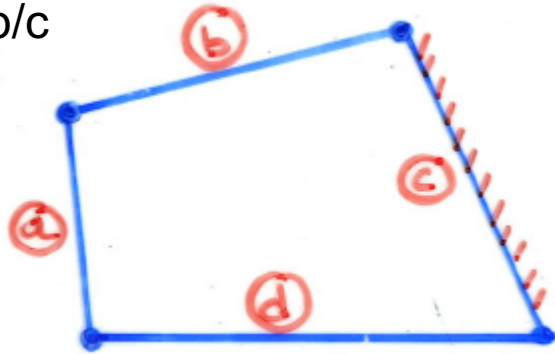


Condición I: $a + d < b + c$ Se debe cumplir que $b + c > a + d$

Condición II: $d - a > c - b$ Entonces $a + c < b + d$ SI (condición I caso a/c)

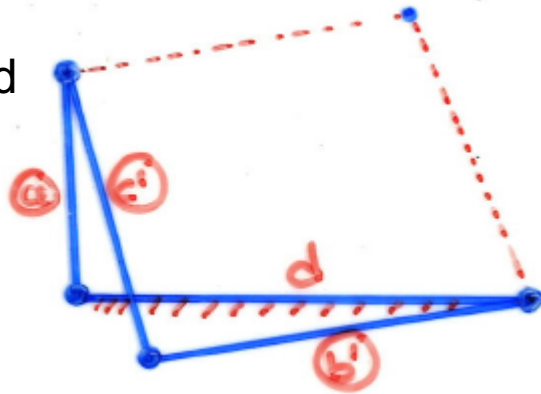
1.6 Leyes de Grashof

b/c



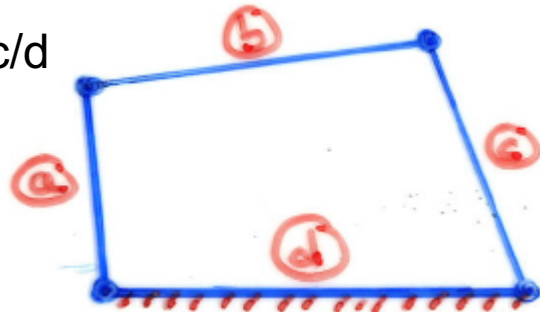
Condición I: $b + c < a + d$
 Condición II: $c - b > d - a$ **Imposible**, ya que $a < b$ y $c < d$

b/d



Condición I: $b + d < a + c$ **Imposible**, ya que $a < b$ y $c < d$
 Condición II: (No hace falta comprobarlo)
 $d - b > c - a$ Se debería cumplir que $b + c < a + d$

c/d



Condición I: $c + d < b + a$ **Imposible**, ya que $a < c$ y $b < d$
 Condición II: (No hace falta comprobarlo)
 $d - c > b - a$ Se debería cumplir que $b + c < a + d$

1.6 Leyes de Grashof. Enunciado

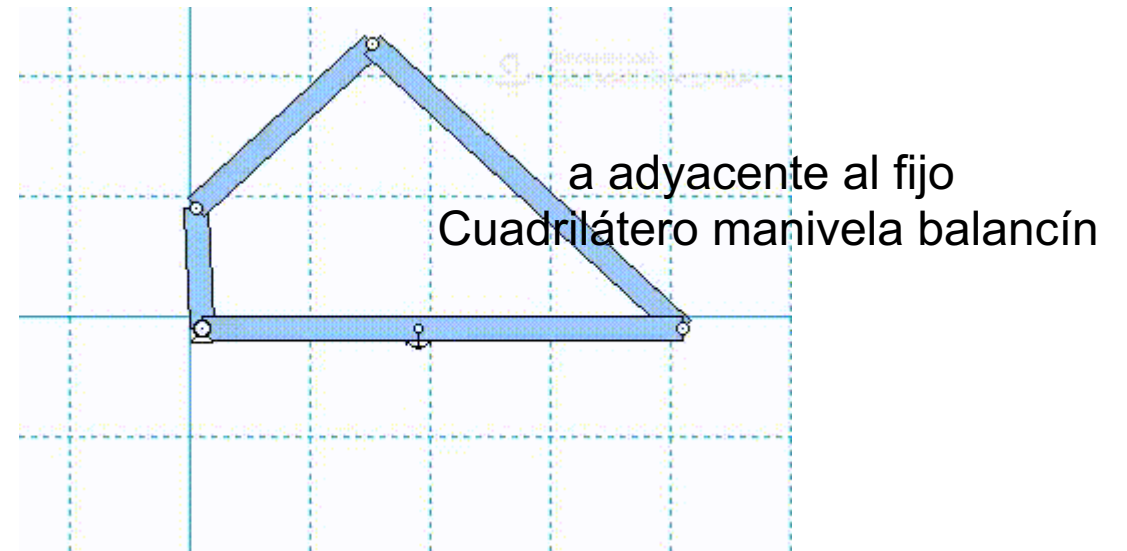
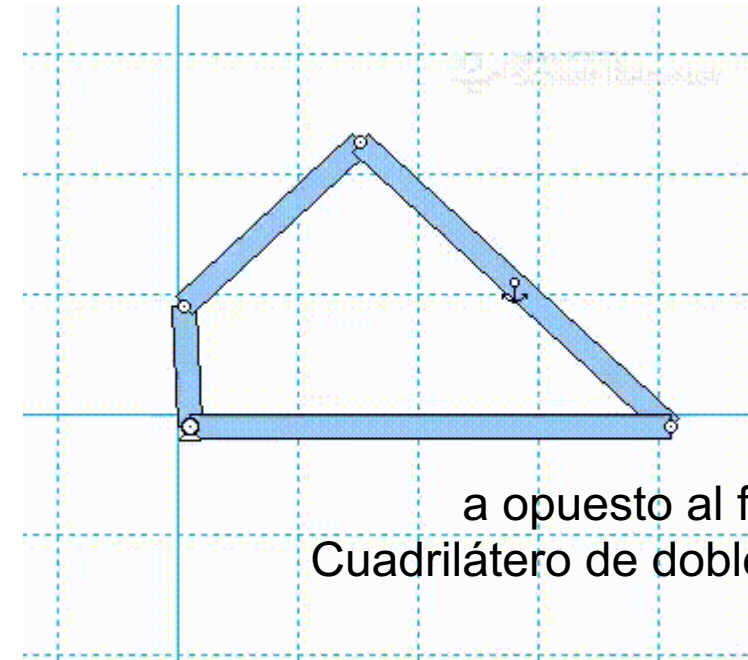
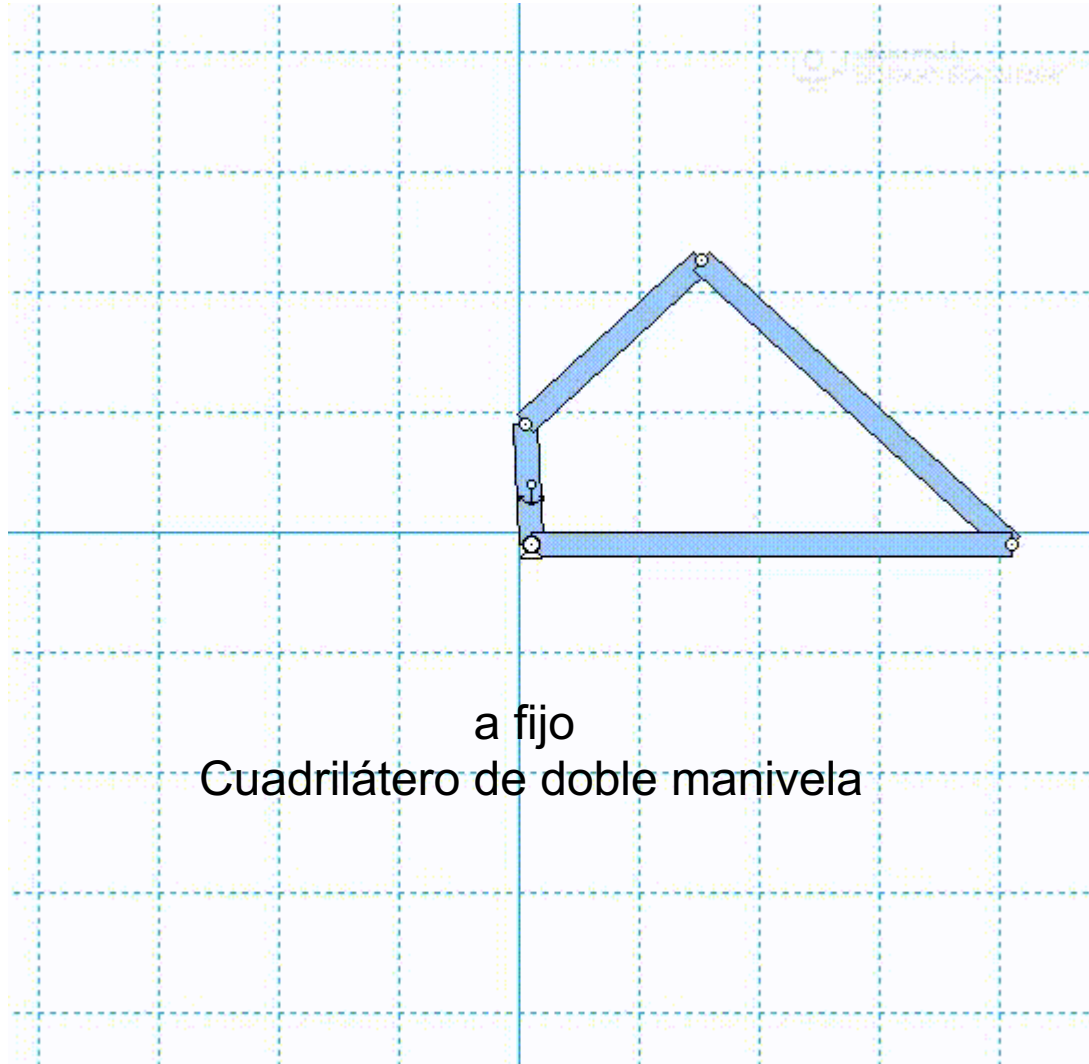
De lo anterior se deduce que los giros completos de b/c b/d y c/d son imposibles. Solamente a podrá dar vueltas completas respecto de las demás barras siempre que se cumpla:

$$b + c > a + d$$

Enunciado de la Ley de Grashof:

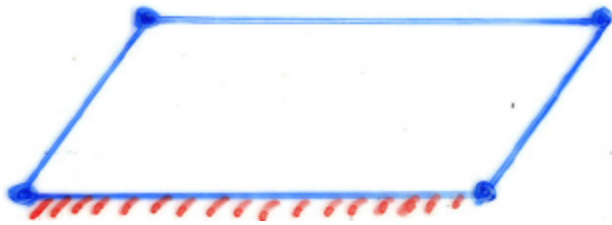
“En un cuadrilátero articulado la barra más corta da vueltas completas respecto de todas las demás si se verifica que la suma de las barras más corta y más larga es menor que la suma de las otras dos. Es imposible que las otras tres barras restantes giren completamente entre sí”

1^{er} caso: Se cumple la Ley de Grashof

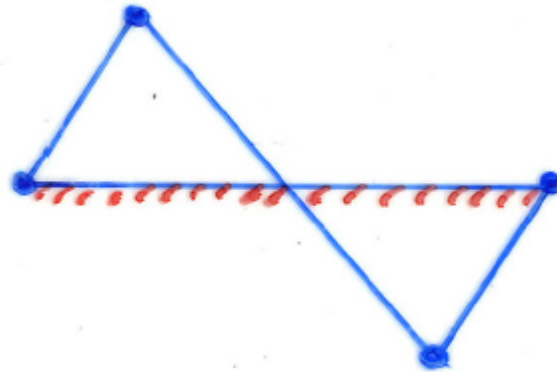


2º caso: No se cumple Grashof. Las cuatro posibles inversiones son de doble balancín (ninguna barra da vueltas completas)

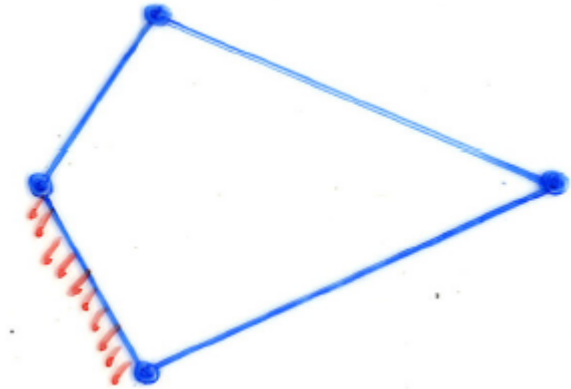
3er caso: En el límite $b + c = d + a$. Este caso es similar al 1º, pero en ciertas posiciones las barras estarán alineadas.



Paralelogramo



Antiparalelogramo



Cometa