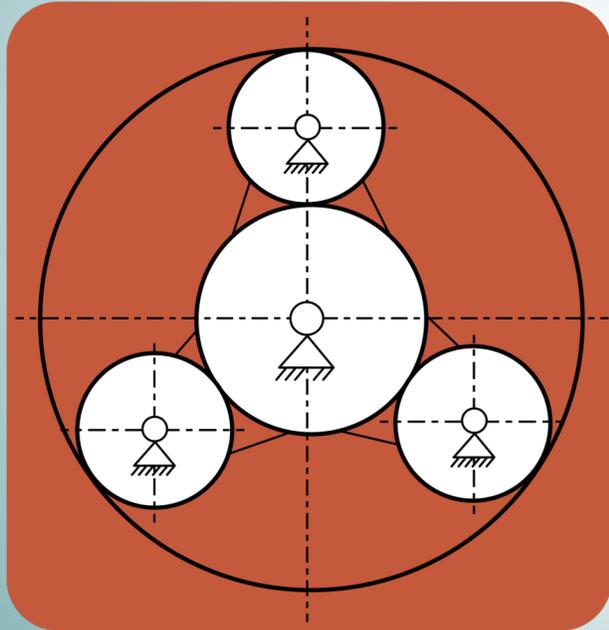


# Máquinas y Mecanismos

## 5. Métodos Gráficos de Análisis Cinemático



**Alfonso Fernández del Rincón**  
**Pablo García Fernández**

DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ESTRUCTURAL Y MECÁNICA

Este material se publica bajo licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



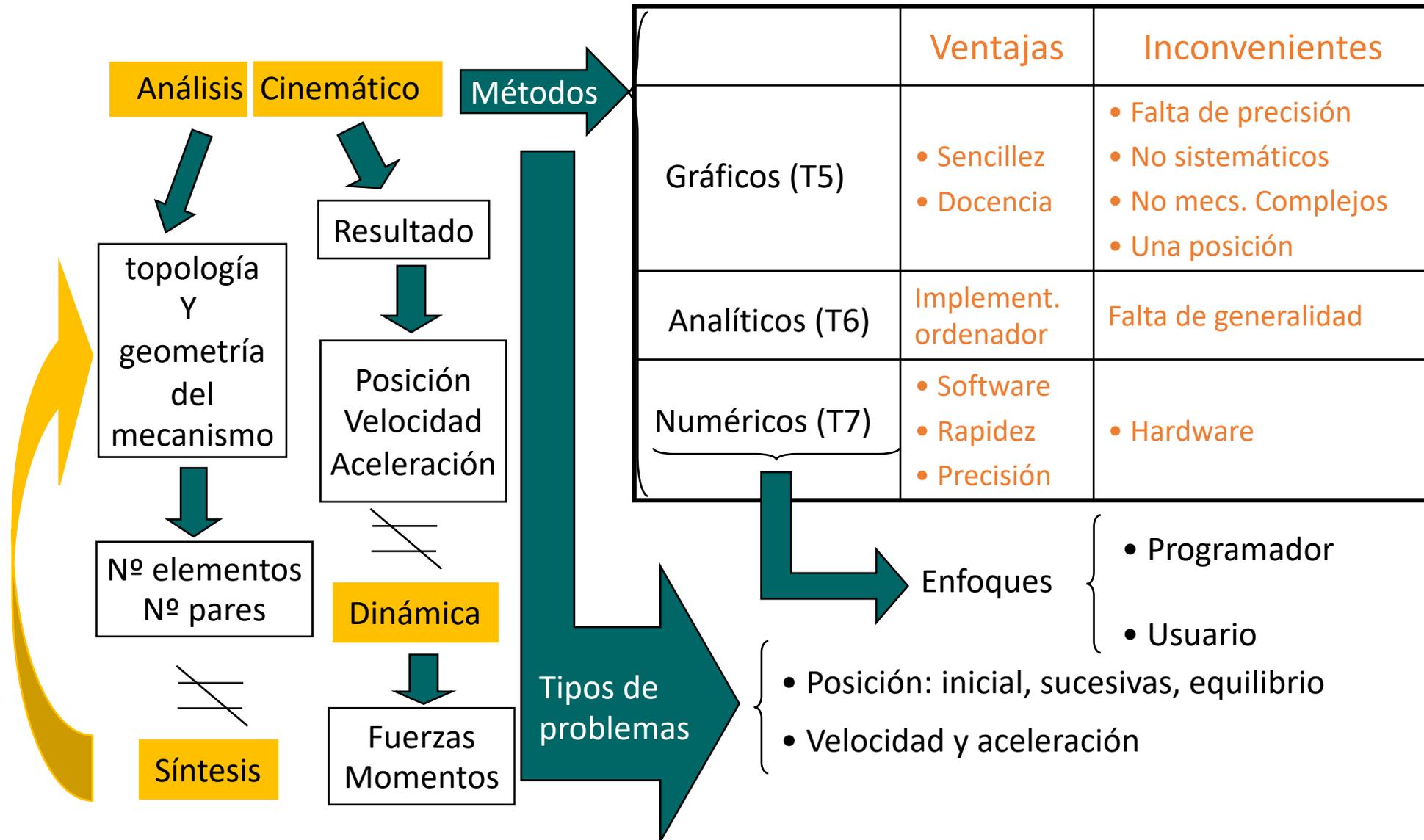
## Epígrafes del tema

5.1 Introducción al análisis de mecanismos.

5.2 Método de las velocidades y aceleraciones relativas:

- Formulación.
- Mecanismos con pares R.
- Mecanismos con pares P.
- Mecanismos con pares L (rodadura pura).

5.3 Análisis de mecanismos complejos



## Epígrafes del tema

5.1 Introducción al análisis de mecanismos.

5.2 Método de las velocidades y aceleraciones relativas:

- Formulación.
- Mecanismos con pares R.
- Mecanismos con pares P.
- Mecanismos con pares L (rodadura pura).

5.3 Análisis de mecanismos complejos

Cada elemento está contenido en un plano. En un mecanismo desmodrómico se conoce la velocidad y la aceleración de un elemento, denominado **elemento de entrada**, y se quiere conocer el resto de **velocidades y aceleraciones**.

Velocidad relativa:

$$\mathbf{v}_{P3/1} = \mathbf{v}_{P3/2} + \mathbf{v}_{P2/1}$$

Ecuación de campo de velocidades:

Para el movimiento absoluto:  $\mathbf{v}_{P2/1} = \mathbf{v}_{A2/1} + \boldsymbol{\omega}_{2/1} \times \mathbf{AP}$

Para el movimiento relativo:  $\mathbf{v}_{P3/2} = \mathbf{v}_{A3/2} + \boldsymbol{\omega}_{3/2} \times \mathbf{AP}$

Aceleración relativa:

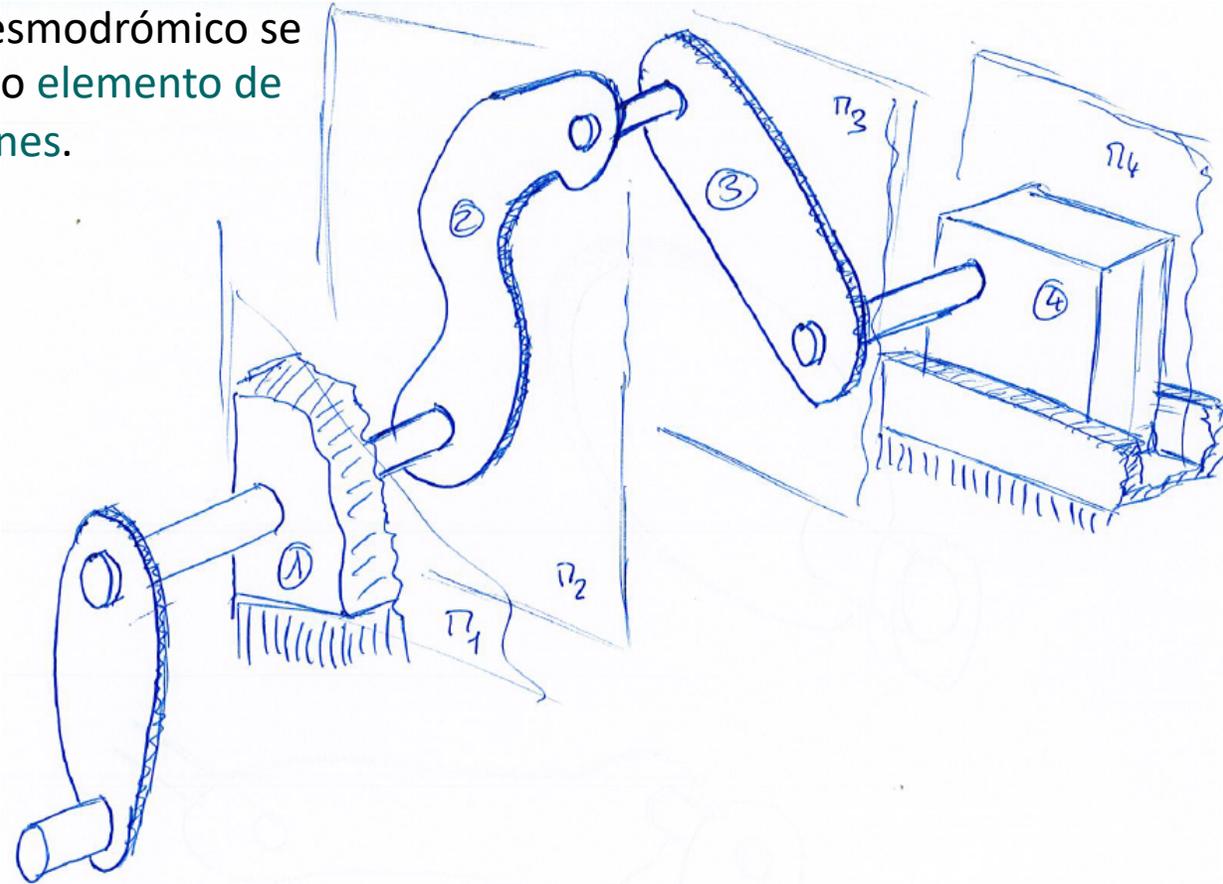
$$\mathbf{a}_{P3/1} = \mathbf{a}_{P3/2} + \mathbf{a}_{P2/1} + 2\boldsymbol{\omega}_{2/1} \times \mathbf{v}_{P3/2}$$

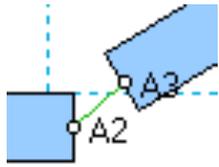
Ecuación de campo de aceleraciones:

Para el movimiento absoluto:  $\mathbf{a}_{P2/1} = \mathbf{a}_{A2/1} + \boldsymbol{\alpha}_{2/1} \times \mathbf{AP} + \boldsymbol{\omega}_{2/1} \times (\boldsymbol{\omega}_{2/1} \times \mathbf{AP})$

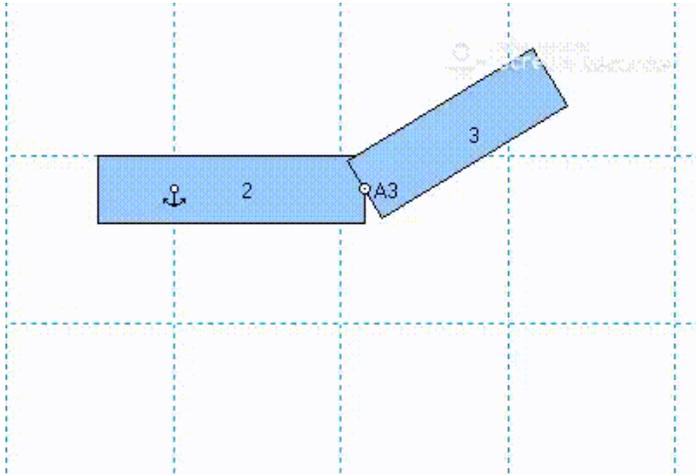
Para el movimiento relativo:  $\mathbf{a}_{P3/2} = \mathbf{a}_{A3/2} + \boldsymbol{\alpha}_{3/2} \times \mathbf{AP} + \boldsymbol{\omega}_{3/2} \times (\boldsymbol{\omega}_{3/2} \times \mathbf{AP})$

Estas ecuaciones se pueden resolver gráficamente construyendo los polígonos de velocidades y aceleraciones, siempre que el **número máximo de incógnitas sea de 2**.





Se considera un punto  $A_2$  perteneciente al elemento ② y un punto  $A_3$  perteneciente al elemento ③. Ambos puntos están infinitamente próximos.



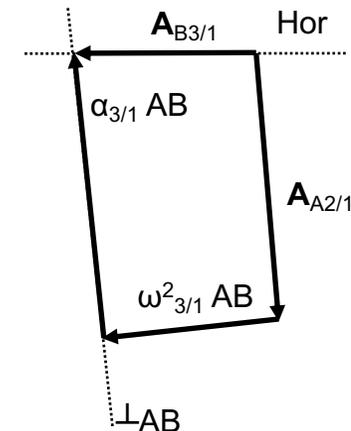
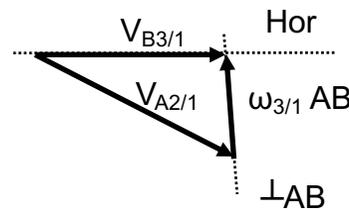
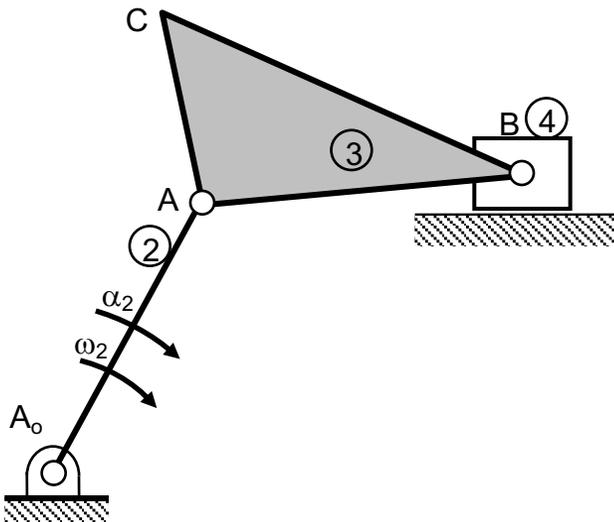
Se puede observar que, en el movimiento relativo de ③ sobre ②, es decir, cuando el elemento ② se considera fijo, no existe movimiento del punto  $A_3$  respecto del  $A_2$ . Por esta razón se puede afirmar que tanto la velocidad como aceleración relativa son nulas:

$$\mathbf{v}_{A3/2} = \mathbf{a}_{A3/2} = 0$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{v}_{A3/1} = \mathbf{v}_{A3/2} + \mathbf{v}_{A2/1} = \mathbf{v}_{A2/1}$$

$$\mathbf{a}_{A3/1} = \mathbf{a}_{A3/2} + \mathbf{a}_{A2/1} + 2\boldsymbol{\omega}_{2/1} \times \mathbf{v}_{A3/2} = \mathbf{a}_{A2/1}$$



Se considera un punto  $A_2$  perteneciente al elemento ② y un punto  $A_3$  perteneciente al elemento ③. Ambos puntos están infinitamente próximos.

Se puede observar que, en el movimiento relativo de ③ sobre ②, es decir, cuando el elemento ② se considera fijo, existe movimiento del punto  $A_3$  respecto del  $A_2$ . Por esta razón se puede afirmar que tanto la velocidad como aceleración relativa no son nulas:

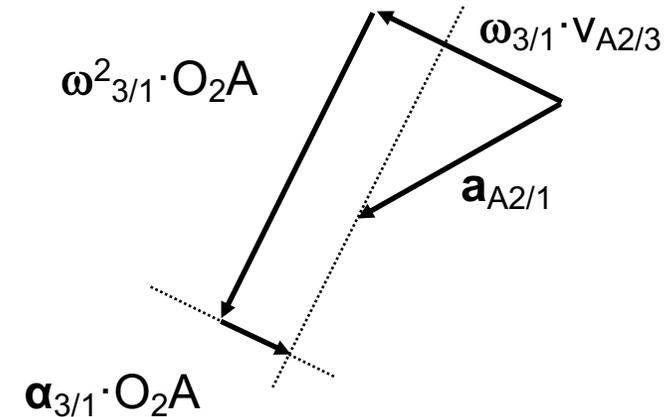
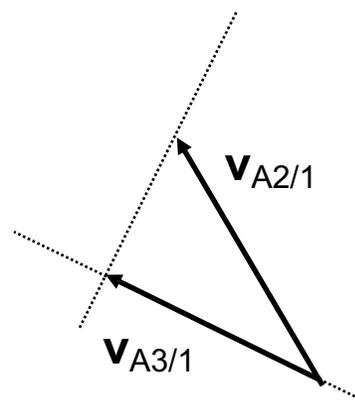
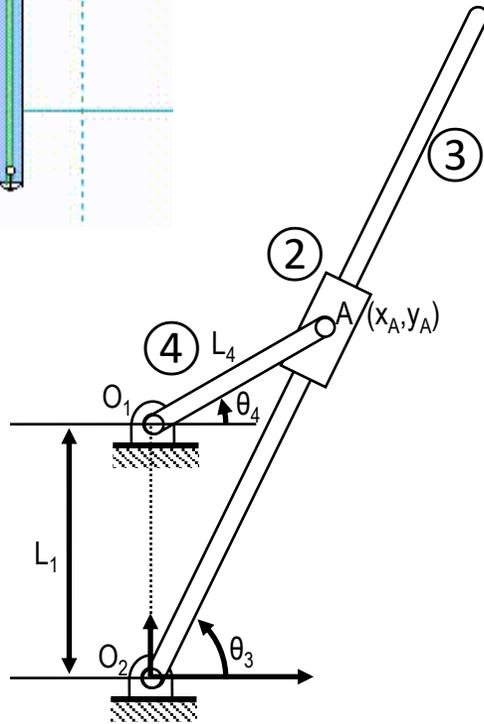
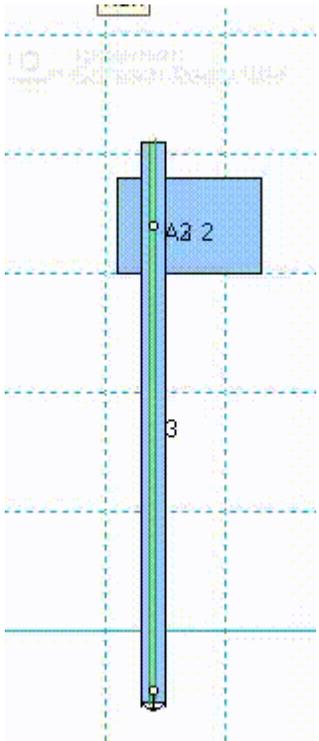
$$\mathbf{v}_{A2/3} \neq 0$$

$$\mathbf{a}_{A2/3} \neq 0$$

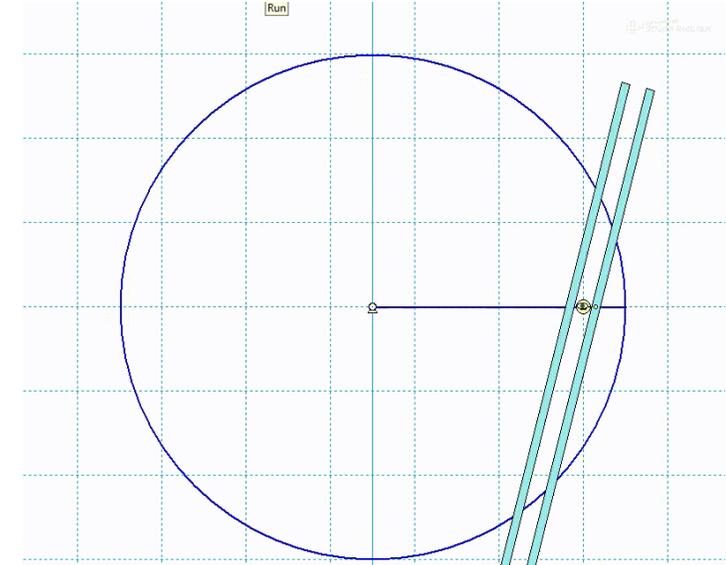
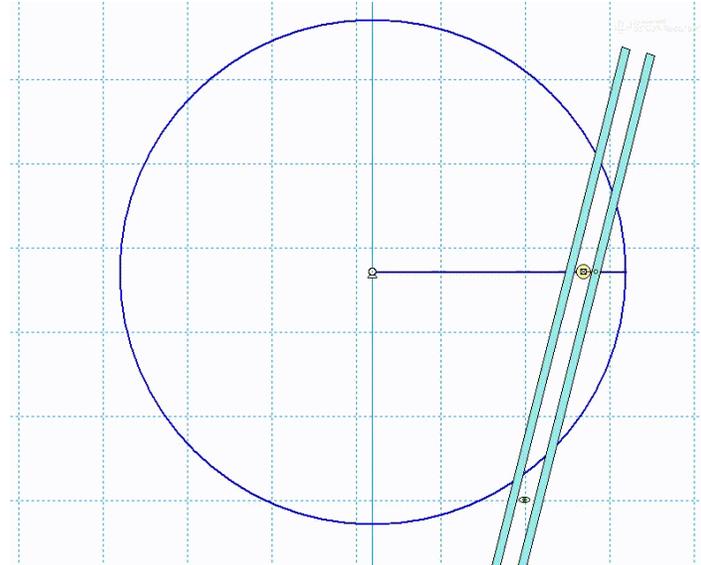
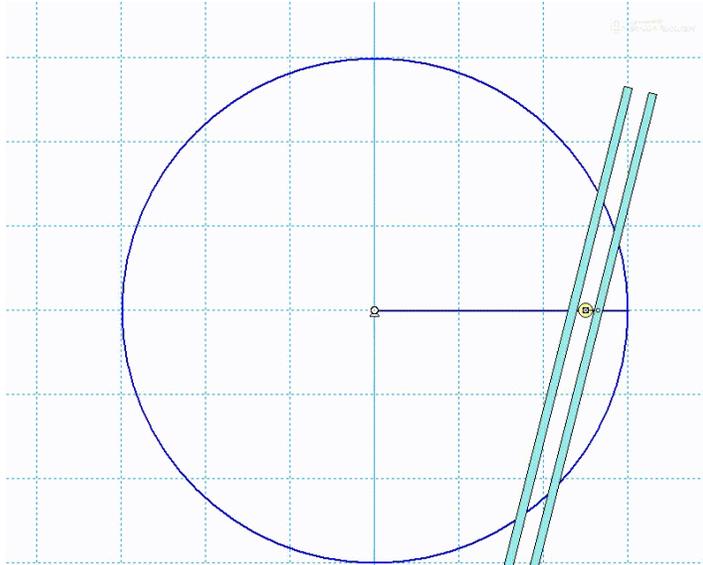
Por lo tanto, las magnitudes de las componentes relativas serán una incógnita del problema:

$$\mathbf{v}_{A2/1} = \underbrace{\mathbf{v}_{A2/3}}_{\parallel 3} + \mathbf{v}_{A3/1}$$

$$\mathbf{a}_{A2/1} = \underbrace{\mathbf{a}_{A2/3}}_{\parallel 3} + \mathbf{a}_{A3/1} + 2\boldsymbol{\omega}_{3/1} \times \mathbf{v}_{A2/3}$$



Este mecanismo está compuesto por el bastidor ①, un disco ② con un pasador y una horquilla ③. A continuación se estudia el movimiento relativo en el punto A del pasador.



Fijando la horquilla:

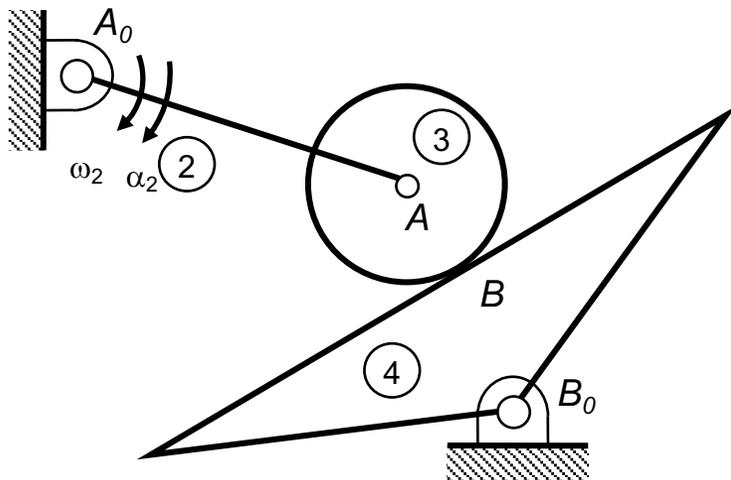
$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\mathbf{v}_{A2/3}}_{\parallel 3} \\
 & \mathbf{a}_{A2/3} = \underbrace{\mathbf{a}_{A2/3}^t}_{\parallel 3} + \underbrace{\mathbf{a}_{A2/3}^n}_{\perp 3} = \underbrace{?}_{\parallel 3} + \underbrace{\frac{v_{A2/3}^2}{\infty}}_{\perp 3} = 0
 \end{aligned}$$

Fijando el disco:

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\mathbf{v}_{A3/2}}_{\parallel 3} \\
 & \mathbf{a}_{A3/2} = \underbrace{\mathbf{a}_{A3/2}^t}_{\parallel 3} + \underbrace{\mathbf{a}_{A3/2}^n}_{\perp 3} = \underbrace{?}_{\parallel 3} + \underbrace{\frac{v_{A3/2}^2}{?}}_{\perp 3}
 \end{aligned}$$

Se considera un punto  $B_4$  perteneciente al elemento ④ y un punto  $B_3$  perteneciente al elemento ③. Ambos puntos están infinitamente próximos.

Se puede observar que, en el movimiento relativo de ③ sobre ④, es decir, cuando el elemento ④ se considera fijo, el punto  $B$  es el polo del movimiento  $P_{34}$ , por lo que su velocidad será nula, pero no su aceleración, como se ha visto en temas anteriores:



$$\mathbf{v}_{B3/4} = 0; \mathbf{a}_{B3/4} \neq 0$$

Por lo tanto:

$$\mathbf{v}_{B3/1} = \mathbf{v}_{B3/4} + \mathbf{v}_{B4/1} = \mathbf{v}_{A2/1}$$

$$\mathbf{a}_{B3/1} = \underbrace{\mathbf{a}_{B3/4}}_{con} + \mathbf{a}_{B4/1} + 2\boldsymbol{\omega}_{4/1} \times \underbrace{\mathbf{v}_{B3/4}}_0$$

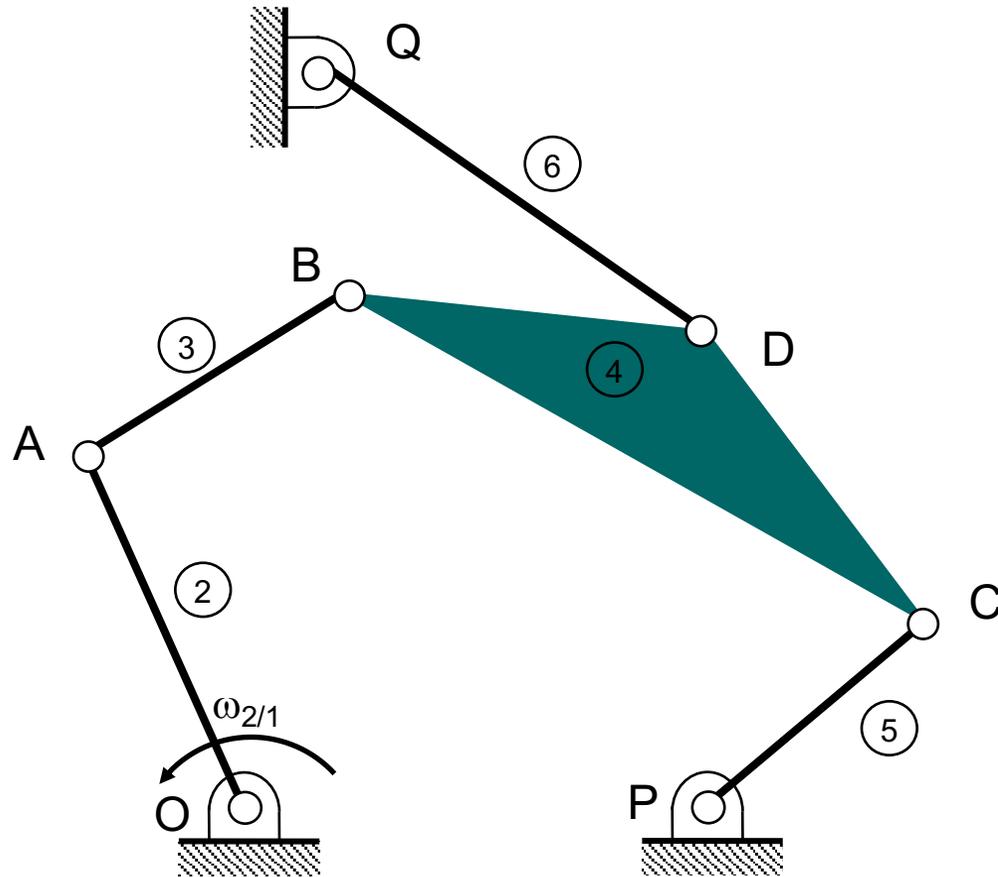
## Epígrafes del tema

5.1 Introducción al análisis de mecanismos.

5.2 Método de las velocidades y aceleraciones relativas

5.3 Análisis de mecanismos complejos:

- Cambio de entrada
- Punto auxiliar



**Fundamento:** En un mecanismo desmodrómico la aceleración normal de un punto cualquiera no depende de las aceleraciones angulares.

Además, existe una relación de proporcionalidad entre la velocidad de un punto cualquiera y la velocidad de entrada. Suponer una velocidad arbitraria en otro elemento cualquiera solamente modifica la escala del polígono de velocidades.

**Procedimiento:**

1. Cambio de entrada de velocidad.
2. Análisis de velocidades (ficticias).
3. Obtención de la escala real de velocidades (proporcionalidad).
4. Obtención de aceleraciones con entrada nula (en el cambio). Se obtienen las componentes normales verdaderas y las tangenciales ficticias.
5. Obtención de las aceleraciones verdaderas.

Aplicable cuando existen elementos flotantes ternarios.

**Procedimiento:**

1. Es necesario conocer las velocidades de los puntos pertenecientes a los elementos que se unen con el ternario, es decir,  $I$ ,  $T$  y  $S$ .
2. Si se trata de obtener la velocidad de  $R$ , no es posible, hay demasiadas incógnitas. Sin embargo, se puede obtener la de  $X$ , ya que se pueden agrupar las incógnitas y quedaría en función de las perpendiculares a  $\mathbf{XS}$  y  $\mathbf{XI}$ . De esta forma se obtiene la velocidad de  $X$ .
3. No es posible volver hacia atrás por los elementos utilizados. Por eso hay que salir por el elemento 6. Se obtiene  $\omega_{31}$ ,  $\omega_{61}$  y  $\mathbf{v}_{K61}$ .
4. Se sigue un procedimiento similar para las aceleraciones.

En el caso de que exista un par prismático, se tomará una referencia solidaria con el par prismático y uno de los ejes de esa referencia se utilizará para el cálculo del punto auxiliar.

