Capítulo 8. DEFORMACIONES EN LAS VIGAS

1. APLICACIÓN DEL CÁLCULO DE LAS DEFORMACIONES A LA RESOLUCIÓN DE ESTRUCTURAS HIPERESTÁTICAS.

El estudio de las deformaciones de una pieza elástica, es de capital importancia en la Resistencia de Materiales, ya que todos los métodos de resolución de estructuras hiperéstaticas, de manera más o menos inmediata, se fundan en la determinación de aquellas.

Concretamente el hallazgo de las reacciones o incógnitas hiperéstaticas, se hace en muchos casos siguiendo el procedimiento que indicamos a continuación;

1. Se convierte, provisionalmente, la estructura en isostática, liberándola de las ecuaciones superabundantes, y sustituyéndolas por fuerzas exteriores que produzcan los mismos efectos, eligiendo, para ello, adecuadamente su punto de aplicación y dirección, según se aclara en los ejemplos que siguen.
2. Se expresa que la estructura isostática base, así establecida, sometida a las fuerzas exteriores dadas, y a las de módulo desconocido, que sustituyen a las coacciones superabundantes; se deforman idénticamente que la estructura hiperestática real.

Las ecuaciones que expresan esta condición, son las necesarias para la determinación de las incógnitas hiperestáticas.

Aclaremos lo dicho con algunos ejemplos:

a) Sea la viga hiperestática de la figura 8.1.a)

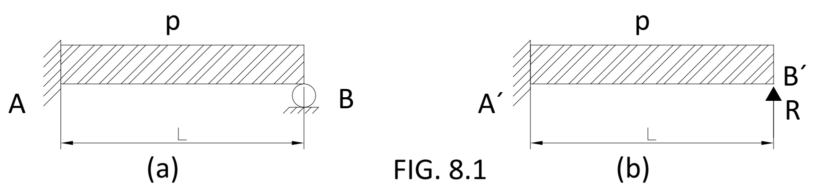


FIG. 8.1

Si la liberamos de la coacción superabundante que supone el apoyo B, obtenemos la viga isostática, en voladizo de la figura 8.1.b, en la cual aplicamos en B una fuerza exterior R, de momento de magnitud desconocida, que queremos que produzca los mismos efectos que la coacción a que ha sustituido.

Para expresar ésta condición bastará escribir, que si δ_p^B es la flecha en B, en la estructura isostática base debida a la carga uniforme P, y δ_R^B es la producida en el mismo punto por la fuerza R se verifica:

$$\overline{\delta}_p^B + \overline{\delta}_R^B = 0$$

Igualdad en la que se tiene en cuenta el signo de las flechas y que expresa que el punto B´ de la estructura isostática base, sometida a la carga p y a la fuerza R, no experimenta ningún corrimiento, como ciertamente ocurre en la viga hiperestática real.

b) La estructura isostática – base, no es en general una fija determinada, y en consecuencia las incógnitas que elegimos como hiperestáticas tampoco son fijas a priori, así en el ejemplo anterior, como estructura isostática – base de la figura 8.1.a) podíamos haber elegido en vez de la viga en voladizo la de la figura 8.2, la que resulta al liberar la viga hiperestática de su coacción de giro.

c)

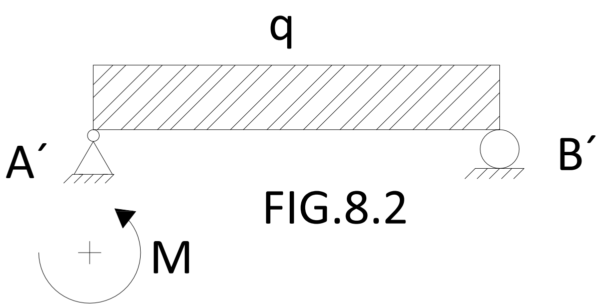


FIG.8.2

A la viga biapoyada, así resultante, se le aplican la carga exterior uniforme, y un par exterior M, y expresamos que el giro en A, motivados por ambas causas, es nulo, como sucede en la viga hiperestática real. Es decir escribimos que:

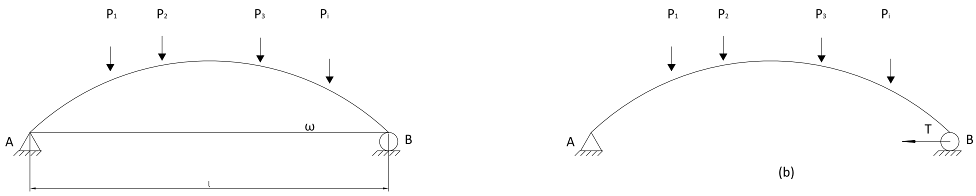
$$\varphi_p^A + \varphi_M^A = 0$$

En donde como anteriormente, los subíndice indican la causa que es debido el giro.

La ecuación anterior nos da una ecuación lineal en M, que nos permite hallar el valor de la reacción que resulta ahora hiperestática.

d) No es necesario que suceda, como en los dos casos anteriores, que la suma de los corrimientos generalizados (desplazamientos o giro) de la sección elegida, debidos a las cargas propias y a las reacciones hiperestáticas sea nulo.

Por ejemplo, el arco atirantado de la figura 8.3.a?



(a) (b)

Se convierte en isostático suprimiendo la coacción que motiva el tirante y sustituyéndola por una fuerza horizontal desconocida T. Este valor se determina escribiendo:

$$\overrightarrow{\delta_P} + \overrightarrow{\delta_T} = \frac{T.l}{w.E} \text{ —— alargamiento del tirante.}$$

En donde l, w, E son la longitud, sección y módulo de elasticidad del tirante y δ_p, δ_T son los desplazamientos en B, (con su signo) motivados por las fuerzas P_i y la T respectivamente.

e) Hasta ahora siempre ha aparecido solamente una incógnita hiperestática; asimismo dichas incógnitas no tienen por que ser necesariamente reacciones externas (el caso anterior es un caso de lo contrario). En el ejemplo que sigue se auna el que el Nº de incógnitas es mayor que uno y que éstas son esfuerzos internos.

La estructura de la figura 8.4.a), que es exactamente isostática e interiormente hiperestática, puede resolverse cortándola por la mitad y considerando la parte de la izquierda empotrada en O y aplicando en E, el esfuerzo axil N y momento flector M, (esfuerzo cortante no existe por la simetría de las cargas).

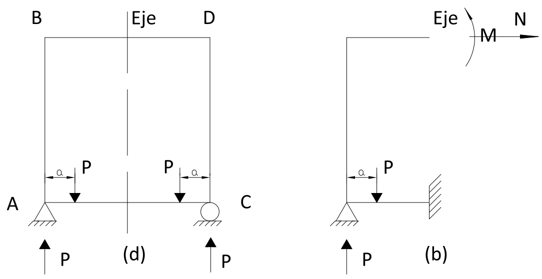


figura 8.4

Expresando que el desplazamiento relativo horizontal de E respetando a O, δ debido a P y a M y N es cero, así como el giro de E, obtenemos un sistema de dos ecuaciones lineales en M y N que nos permiten hallar éstas incógnitas.