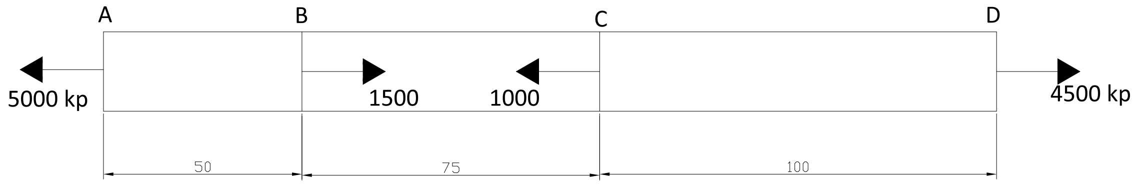
FLEXION

PROBLEMA 1º)

Dada la barra de la figura, calcular el alargamiento total;

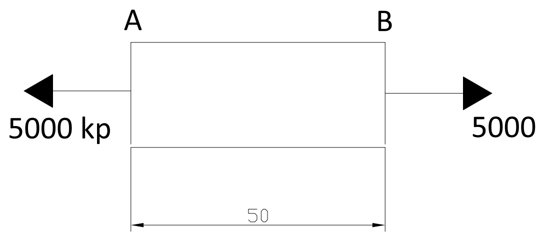


COTAS EN CMS

Sección $\Omega = 5cm^2$
Módulo $E = 2{,}1.10^6 \, {}^{kp}\!/_{cm^2}$

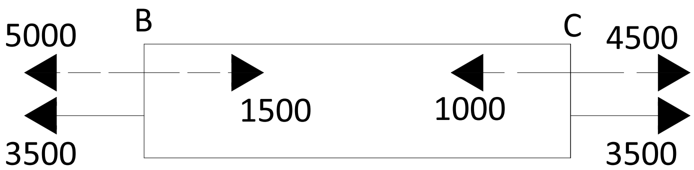
La barra está en equilibrio, en conjunto o por partes;

Cogemos el tramo AB y para el equilibrio:



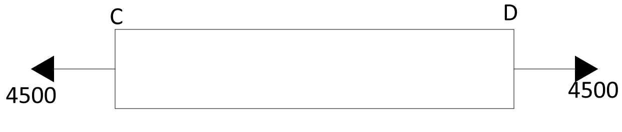
$$\delta_1 = \frac{N_1 l_1}{E\Omega} = \frac{5000 \bullet 50}{5 \bullet 2{,}1.10^6} = 0{,}024cm$$

Tramo BC:



$$\delta_2 = \frac{N_2 l_2}{E\Omega} = \frac{3500 \bullet 75}{5 \bullet 2{,}1.10^6} = 0{,}025cm$$

Tramo CD:

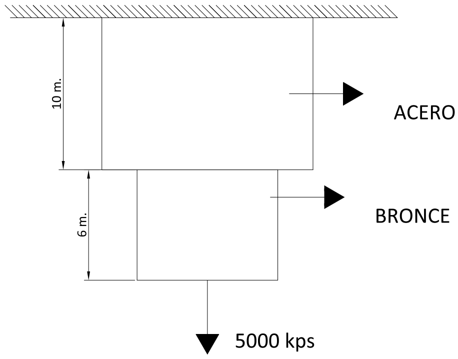


$$\delta_3 = \frac{N_3 l_3}{E\Omega} = \frac{4500 \bullet 100}{5 \bullet 2{,}1.10^6} = 0{,}043cm$$

Luego $\delta_T = 0{,}092cm$

PROBLEMA 2º)

Determinar las tensiones máximas en cada material:



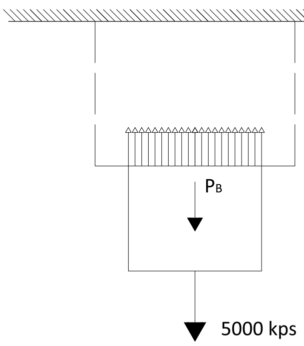
$$\delta_a = 0{,}0078 \, kgr/cm^3$$

$$\Omega_a = 60cm^2$$

$$\delta_B = 0{,}008 \, kgr/cm^3$$

$$\Omega_b = 50cm^2$$

1º) Calculamos la tensión máxima en el bronce;

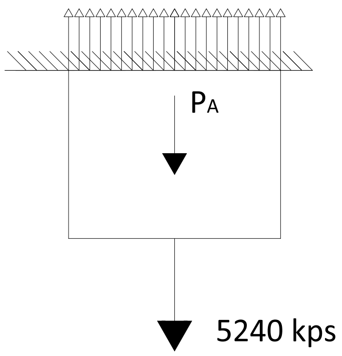


Peso del bronce;

$$P_B = 0{,}008 \bullet 50 \bullet 600 = 240kgr$$

Luego $\sigma_b = \dfrac{5240}{50} = 105 \, kgr/cm^2$

2º) Para el acero;



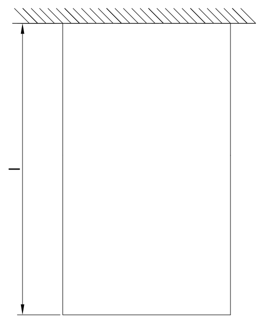
Peso del acero;

$$P_a = 0{,}0078 \bullet 60 \bullet 1000 = 468kgr$$

Luego $\sigma_a = \dfrac{5240 + 468}{60} = 95kgr/cm^2$

PROBLEMA 3º)

Determinar el aumento de longitud de una barra de sección cte sometida a su propio peso.

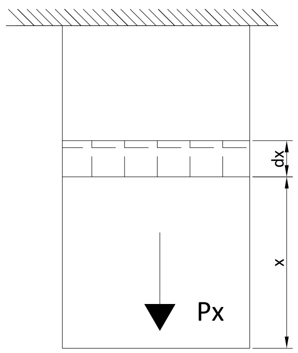


Área = Ω

Peso específico = γ

Longitud = l

Tenemos una rebanada dx;



El alargamiento será;

$$d\delta_x = \frac{Pxdx}{E\Omega}$$

Como Px=$\gamma.\Omega.x$

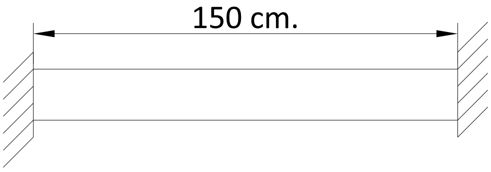
$$d\delta_x = \frac{\gamma.\Omega xdx}{E\Omega}$$

Por tanto:

$$\delta = \int_o^l \frac{\gamma xdx}{E} = \frac{\gamma l^2}{2E}$$

PROBLEMA 4º)

Calcular la tensión en una barra biempotrada y sometida a un incremento de temperatura;



$$\Omega = 15cm^2$$
$$\Delta t^a = -15^o c$$
$$E = 1{,}1.10^6 \, {kp}/{cm^2}$$
$$\alpha = 16.10^{-6}$$

Liberamos un empotramiento y la barra se acorta;

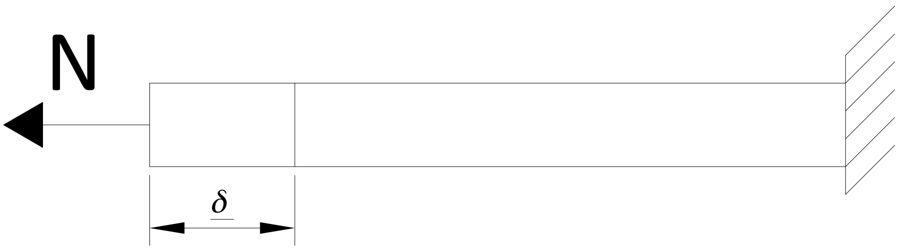
$$l_t = l_0(1 + \alpha \Delta t^a)$$

$$\Delta l = l_t - l_0 = l_0 \alpha \Delta t^a$$

Luego

$$\Delta l = 150.16 - 10^{-6}(-15) = -0{,}036cms.$$

Como la barra no puede alargarse por las reacciones y hay que recuperar la longitud inicial;



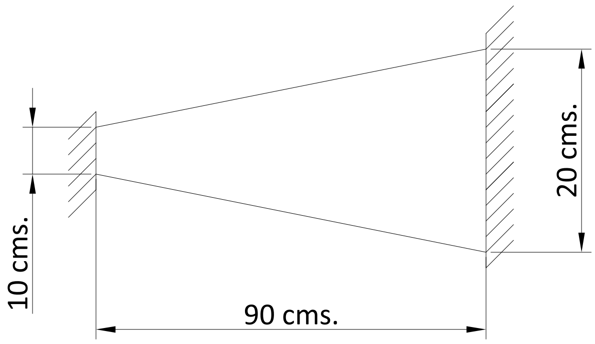
$$\delta = \frac{Nl}{E\Omega} \rightarrow 0{,}036 = \frac{N.150}{2{,}1.10^6.15} \rightarrow N = 3960kp$$

Por tanto, la tensión de tracción será;

$$\sigma = \frac{3960}{15} = 264 \, {kp}/{cm^2}$$

PROBLEMA 5º)

Calcular la tensión en la barra biempotrada siguiente;



$\Delta t^{a} = -22^{o}\,c$

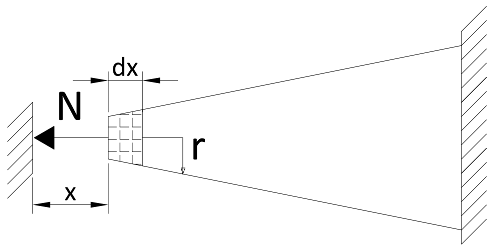
$E = 2{,}1.10^{6}\ {kp}/{cm^{2}}$

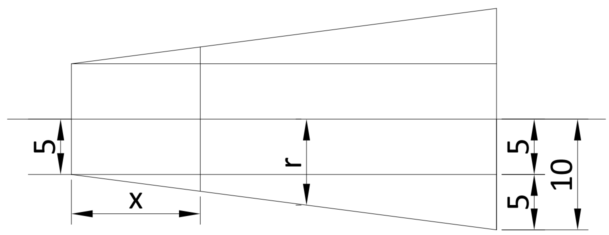
$\alpha = 11.10^{-6}$

Si liberamos una coacción;

$$\Delta l = l_0 \alpha \Delta t^{a} = 90.11.10^{-6}(-22) = -0{,}0218 cms.$$

Introducimos un axil para recuperar la longitud inicial;





Por semejanza de triángulos;

$$\frac{5}{90} = \frac{r-5}{x} \rightarrow 5x = 90r - 90.5 \quad \text{luego } r = 5 + \frac{x}{18}$$

El incremento de longitud de la rebanada;

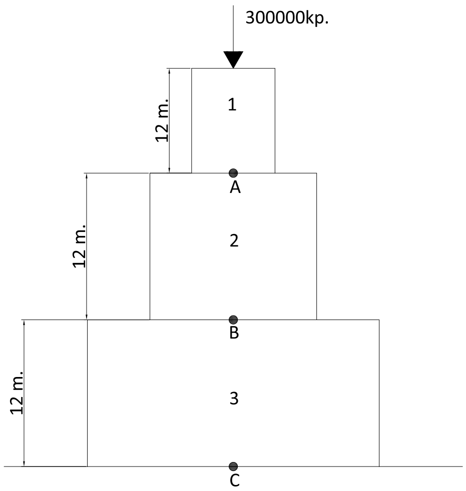
$$d\delta_x = \frac{N dx}{E\Omega}$$

Luego $0{,}0218 = \int_0^{90} \frac{N.dx}{2{,}1.10^{6}\pi(5+\frac{x}{18})^2} = 8N = 79860{,}67 Kp$

Y $\sigma_{\max} = \frac{79860{,}67}{\pi.5^2} = 1017{,}34\ {kp}/{cm^{2}}$

PROBLEMA 6º)

Una pila de puente está sometida a una carga de 300000 kp.
Determinar el volumen de hormigón para una tensión máxima admisible de 10 kp/cm^2.



$$\gamma_c = 2\, Mp/m^3$$

Limitamos las tensiones en A, B y C.

1 → $300000 + \Omega_A .12.2000 = 10.10^4 \Omega_A \rightarrow \Omega_A = 3{,}95 m^2$ luego $P_1 = 94800 kp$

2→ $394800 + \Omega_B .12.2000 = 10.10^4 \Omega_B \rightarrow \Omega_B = 5{,}19 m^2$ luego $P_2 = 124573{,}68 kp$

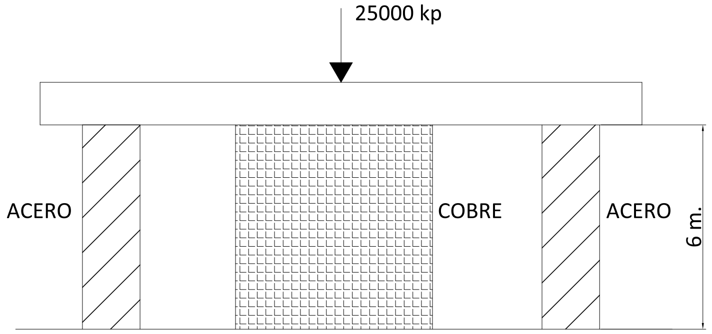
3→ $519473{,}68 + \Omega_C .12.2000 = 10.10^4 \Omega_C \rightarrow \Omega_C = 6{,}83 m^2$ luego $P_3 = 164044{,}32 kp$

Por tanto el volumen de hormigón;

$$V = \frac{P_1 + P_2 + P_3}{\gamma_c} = 191{,}75 m^3$$

PROBLEMA 7º)

¿Cúal es el incremento de temperatura para que toda la carga sea soportada por el cobre?:



COBRE;

$\Omega_C = 60cm^2$

$E_c = 1{,}1.10^6 \, kp/cm^2$

$\alpha_c = 17.10^{-6}$

ACERO;

$\Omega_a = 18cm^2$

$E_a = 2{,}1.10^6 \, kp/cm^2$

$\alpha_a = 11.10^{-6}$

Quitamos la carga y aumentamos la temperatura;

El cobre sufre un $\Delta l_c = 10^{-6}.17.\Delta t^{a}$

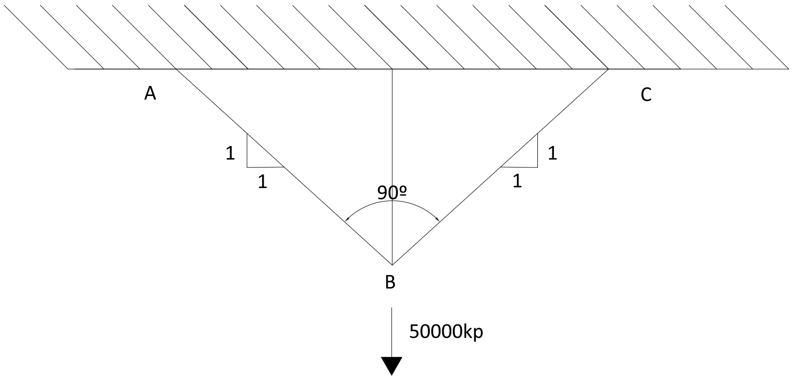
El acero sufre un $\Delta l_a = 10^{-6}.11.\Delta t^{a}$

Aplicamos la carga y el cobre ha de acortarse hasta llegar al acero;

$$17.10^{-6}.600\Delta t - 11.10^{-6}.600\Delta t = \frac{25000.600}{1{,}1.10^{6}.60} \quad \text{luego} \quad \Delta t = 63^{\circ} C$$

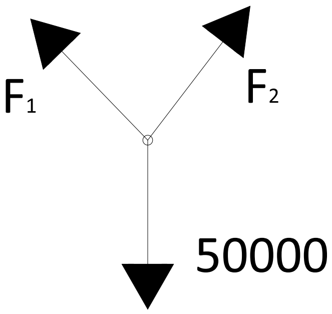
PROBLEMA 8º)

Hallar la sección de las barras para una tensión máxima $\sigma \leq 2100 \, {}^{kp}\!/_{cm^2}$ y calcular el desplazamiento vertical δ_B.



$E = 2{,}1.10^6 \, {}^{kp}\!/_{cm^2}$

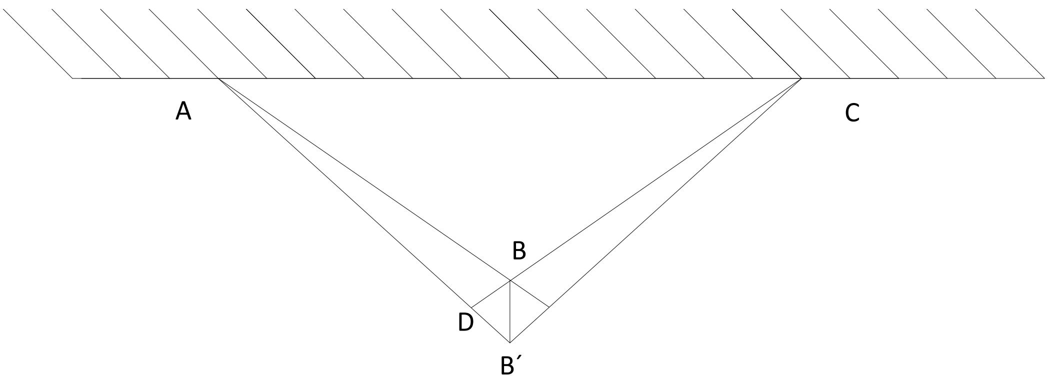
Aislamos el nudo B y establecemos el equilibrio;



$$2F_1\frac{\sqrt{2}}{2} = 50000 \quad \text{luego} \quad F_1 = 35355kp$$

La sección $\Omega = \dfrac{35355}{2100} = 17cm^2$

Cálculo de δ_B;



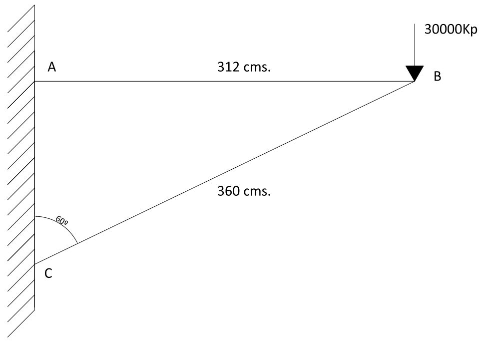
$$DB' = \frac{Nl}{E\Omega} = \frac{35355.250}{17.2,1.10^6} = 0,25cm.$$

$$DB' = BB'\cos 45^{o}$$

Luego $\delta_B = BB' = \dfrac{0,25}{\cos 45^{o}} = 0,35cms.$

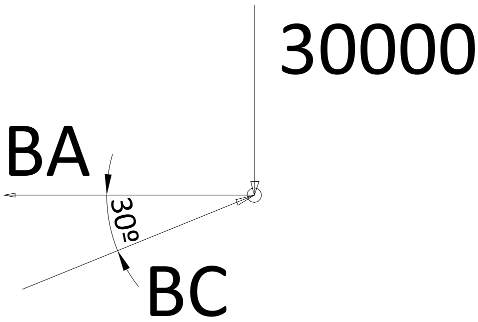
PROBLEMA 9º)

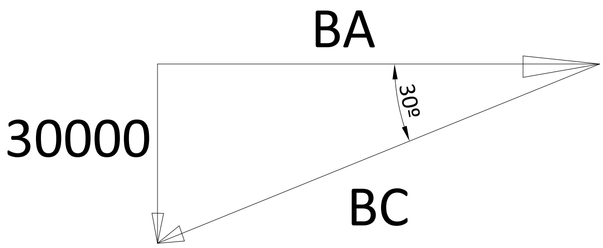
Calcular secciones para las barras de acero con límite elástico 4200 kp/cm^2.
Aplicar coeficientes de seguridad:



TRACCIÓN: $\gamma_T = 2$
COMPRESIÓN: $\gamma_c = 3,5$

Aislamos el nudo B;





SISTEMA NULO.

$$BA = 52000KP(tracción)$$
$$BC = 60000KP(compresión)$$

Por tanto;

$$\Omega_{BA} = \frac{52000}{4200/2} = 24,7cm^2$$
$$\Omega_{BC} = \frac{60000}{4200/3,5} = 50cm^2$$