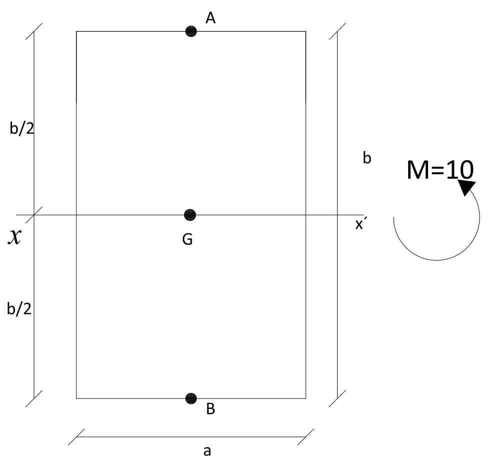
FLEXIÓN

PROBLEMA 1º)

Determinar las dimensiones óptimas de una sección rectangular cuyo canto es el doble de su ancho, sometida a un momento flector de 10 Mpxm. La resistencia admisible del material a tracción y compresión es de 60 Kp/cm^2.



$$I_{xx'} = \frac{1}{12} ab^3$$

Las tensiones máximas, se producen en los puntos más alejados de la fibra neutra (eje xx´ que pasa por el C.d.G.)

$$\sigma = \frac{My}{I}$$

Luego;

- Máxima tensión de compresión σ_A
- Máxima tensión de tracción σ_B

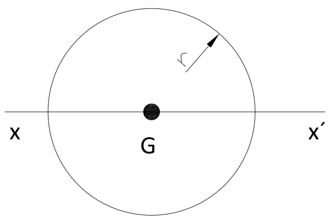
  Unidades en kp y cms;

$$\sigma_A = \sigma_B = 60 = \frac{10.15\frac{b}{2}}{\frac{1}{12}ab^3} \rightarrow 10^5 = ab^2;\ b = 2a$$

Luego $a = 29,2cm; b = 58,4cm$

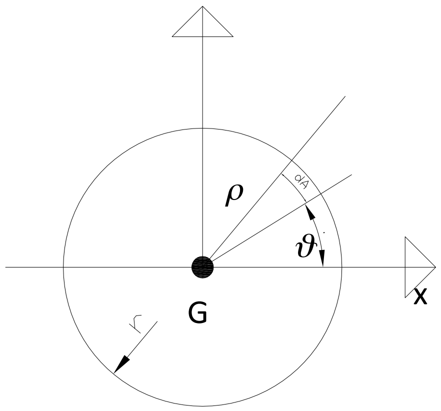
PROBLEMA 2º)

Determinar el radio óptimo de una sección circular, sometida a un flector de 10 Mpxm, siendo la resistencia admisible del material de 60 kp/cm^2 para tracción y compresión.



$$\sigma = \frac{My}{I}$$

Cálculo del momento de Inercia;



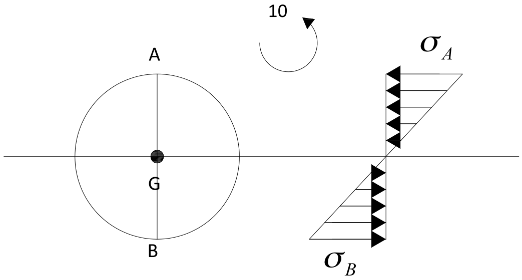
En coordenadas polares;

$dA = \rho d\vartheta . d\rho$
$y = \rho sen\vartheta$ (despreciando Infinitésimas de 2º orden)

Luego $Ix = \sum dAy^2$

$$I_x = \int_0^r \int_0^{2\pi} \rho d\rho d\vartheta \rho^2 sen^2\vartheta = \left[\frac{\rho^4}{4}\right]_0^r \bullet \int_0^{2\pi} sen^2\vartheta d\vartheta = \frac{r^4}{4}\int_0^{2\pi} \frac{1-\cos 2\vartheta}{2} d\vartheta =$$
$$= \frac{r^4}{4}\frac{1}{2}\left(\vartheta - \frac{sen2\vartheta}{2}\right)_0^{2\pi} = \frac{\pi r^4}{4}$$

Las máximas tensiones A y B;

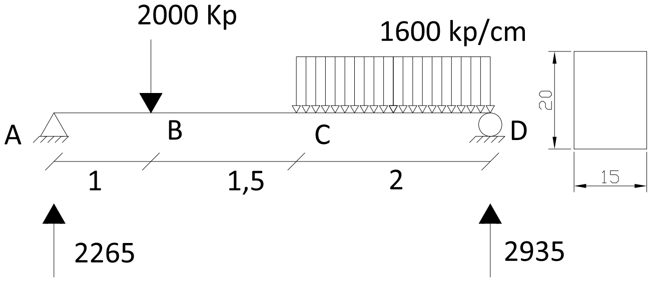


$$\sigma_A = \sigma_B = 60 = \frac{10.15r}{\pi r^4/4}$$

$$r^3 = \frac{2.10^5}{\pi} \rightarrow r \approx 40cms.$$

PROBLEMA 3º)

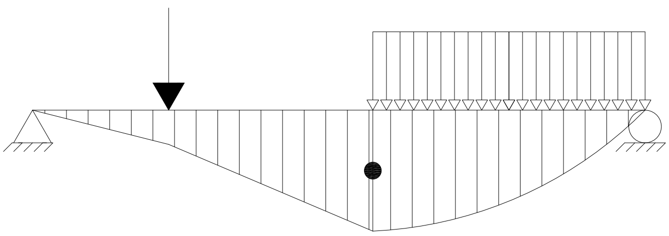
Calcular la máxima tensión para la sección de la viga siguiente.

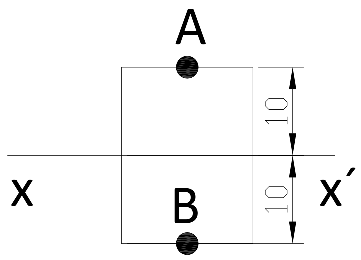


$$M_B = 2265 \bullet 1 = 2265 Kpxm$$

$$M_c = 2265 \bullet 2,5 - 2000 \bullet 1,5 = 2662,5 Kpxm (\,máximo)$$

La ley de flectores;



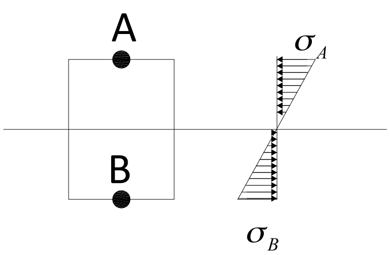


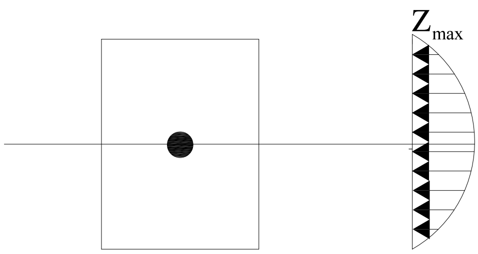
$$I_{xx´} = \frac{1}{12} \bullet 15 \bullet 20^3$$

Luego; $\sigma_A = \sigma_B = \dfrac{2662,5.10^2 \bullet 10}{\frac{1}{12} \bullet 15 \bullet 20^3} = 266,25 \, {}^{kp}\!/_{cm^2}$

La ley de cortantes:

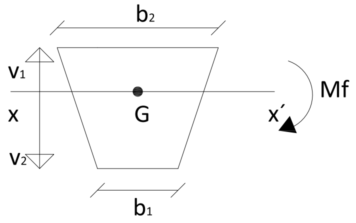
$$Z_{\max} = \frac{3}{2} \frac{Q\max}{b.h} = \frac{3}{2} \frac{2935}{15 \bullet 20} = 14,7 \, {}^{kp}\!/_{cm^2}$$



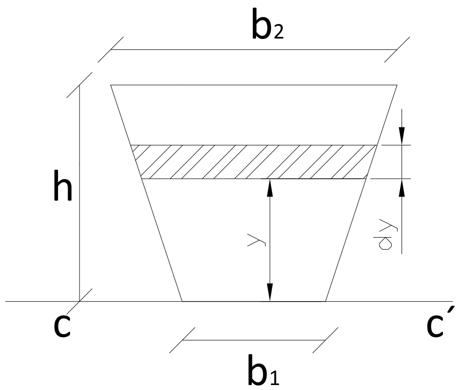


PROBLEMA 4º)

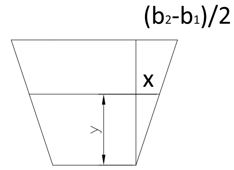
Determinar el máximo M_f que puede resistir una viga de acero cuya sección es un trapecio isósceles de altura h y bases b_1 y b_2.



Calculamos el C.deG. $\upsilon_2 = \dfrac{\sum M_e\,(momento\_estático)}{\sum A_i\,(Área)}$



$$Área = \frac{b_1 + b_2}{2} h$$



$$M_e = \int_\Omega y b_x dy; \quad \frac{\frac{b_2 - b_1}{2}}{h} = \frac{x}{y} \rightarrow x = \frac{(b_2 - b_1)y}{2h}$$

Luego $b_x = b_1 + \dfrac{(b_2 - b_1)y}{h}$

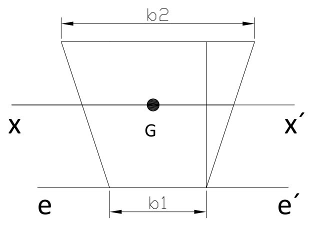
$$M_e = \int_0^h y\left[b_1 + \frac{(b_2 - b_1)y}{h}\right]dy = \int_0^h (b_1 y + \frac{y^2(b_2 - b_1)}{h})dy =$$

$$= \left[\frac{b_1 y^2}{2} + \frac{y^3}{3h}(b_2 - b_1)\right]_0^h = \frac{b_1 h^2}{2} + \frac{h^2}{3}(b_2 - b_1) = \frac{b_1 h^2}{6} + \frac{b_2 h^2}{3} =$$

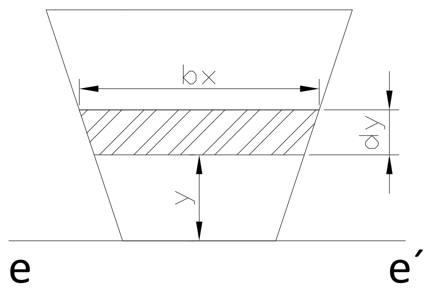
$$= \frac{b_1 + 2b_2}{6} h^2$$

$$Y_G = \upsilon_2 = \frac{\frac{b_1 + 2b_2}{6} h^2}{\frac{(b_1 + b_2)}{2} h} \rightarrow Y_G = \frac{h}{3}\frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2}$$

Cálculo el momento de inercia;



Por Steiner: $I_{ee'} = I_{xx'} + A y_G^2$



$$I_{ee'} = \int_\Omega bxdyy^2 \rightarrow bx = b_1 + \frac{(b_2 - b_1)}{h}\, y$$

$$I_{ee'} = \int_0^h y^2 \left(b_1 + \frac{b_2 - b_1}{h}\, y \right) dy = \int_0^h (y^2 b_1 + \frac{y^3}{h}(b_2 - b_1))\, dy =$$

$$= \left[\frac{y^3}{3} b_1 + \frac{y^4}{4h}(b_2 - b_1) \right]_0^h = \frac{b_1 h^3}{3} + \frac{h^3}{4}(b_2 - b_1) = h^3 \left[\frac{b_1}{3} - \frac{b_1}{4} + \frac{b_2}{4} \right]$$

$$I_{ee'} = \frac{h^3}{12}(b_1 + 3b_2)$$

$$I_{xx'} = \frac{h^3}{12}(b_1 + 3b_2) - (\frac{b_1 + b_2}{2})h \left[\frac{h}{3} \frac{b_1 + 2b_2}{b_1 + b_2} \right]^2$$

Luego $I_{xx'} = \dfrac{h^3}{36} \dfrac{b_1^2 + 4b_1 b_2 + b_2^2}{(b_1 + b_2)}$

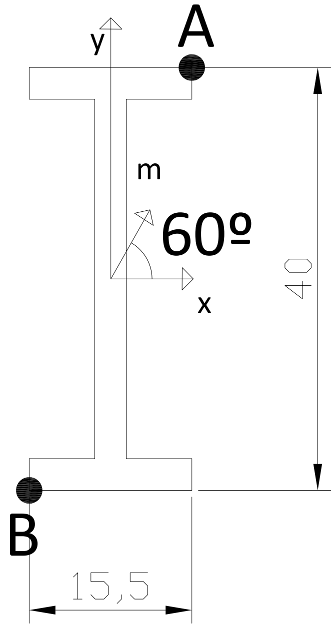
Como $\sigma_{adm} = \dfrac{My}{I} \rightarrow M \dfrac{\sigma_{adm} I}{y}$

Luego $M = \sigma_{adm} \dfrac{I_{xx'}}{\upsilon_2 (= Y_G)} = \dfrac{\dfrac{h^3}{36} \dfrac{b_1^2 + 4b_1 b_2 + b_2^2}{(b_1 + b_2)}}{\dfrac{h}{3} \dfrac{b_1 + 2b_2}{(b_1 + b_{2)}}}$

$$\boxed{M = \frac{h^3}{12} \frac{(b_1^2 + 4b_1 b_2 + b_2^2)}{(b_1 + 2b_2)}}$$

PROBLEMA 5º)

Determinar la tensión máxima que se produce en un perfil IPN 40, sometido a un flector puro de 3,46 Mpxm, actuando en un plano que forma 30º con el eje del alma.



$$I_x = 29.210 cm^4$$
$$I_y = 1.160 cm^4$$

$$M_x = M sen 30º = 1,73\,Mpxm$$
$$M_y = M\cos 30º = 3 Mpxm$$

$$M_x provoca\_\sigma_1 = \frac{M_x . x}{I_y}$$
$$M_y provoca\_\sigma_2 = \frac{M_y . y}{I_x}$$

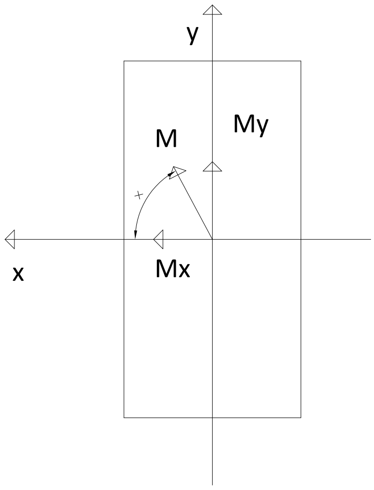
La tensión total $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \dfrac{M_x x}{I_y} + \dfrac{M_y y}{I_x}$

Luego $\sigma_A = 1.366 \, {kp}/{cm^2} \, (compresión)$

Luego $\sigma_A = 1.366 \, {kp}/{cm^2} \, (tracción)$

PROBLEMA 6º)

Determinar la fibra neutra originada por una flexión esviada en una sección rectangular.



La tensión debida a $M_x \rightarrow \sigma_1 = \frac{M_x.x}{Iy}$

La tensión debida a $M_y \rightarrow \sigma_2 = \frac{M_y.y}{Ix}$

Luego $\sigma = \sigma_1 + \sigma_2 = \frac{M_x.x}{I_y} + \frac{M_y.y}{I_x}$

Luego $\sigma = M(\frac{x\cos\alpha}{I_y} + \frac{ysen\alpha}{I_x})$

La fibra neutra es el lugar geométrico de los puntos de tensión nula, luego;

$$\sigma = 0 \rightarrow \frac{x\cos\alpha}{I_y} + \frac{ysen\alpha}{Ix} = 0$$

Luego $\boxed{y = \frac{1}{tg\alpha}\frac{I_x}{I_y}x}$