NOTAS SOBRE ESTÁTICA GRÁFICA

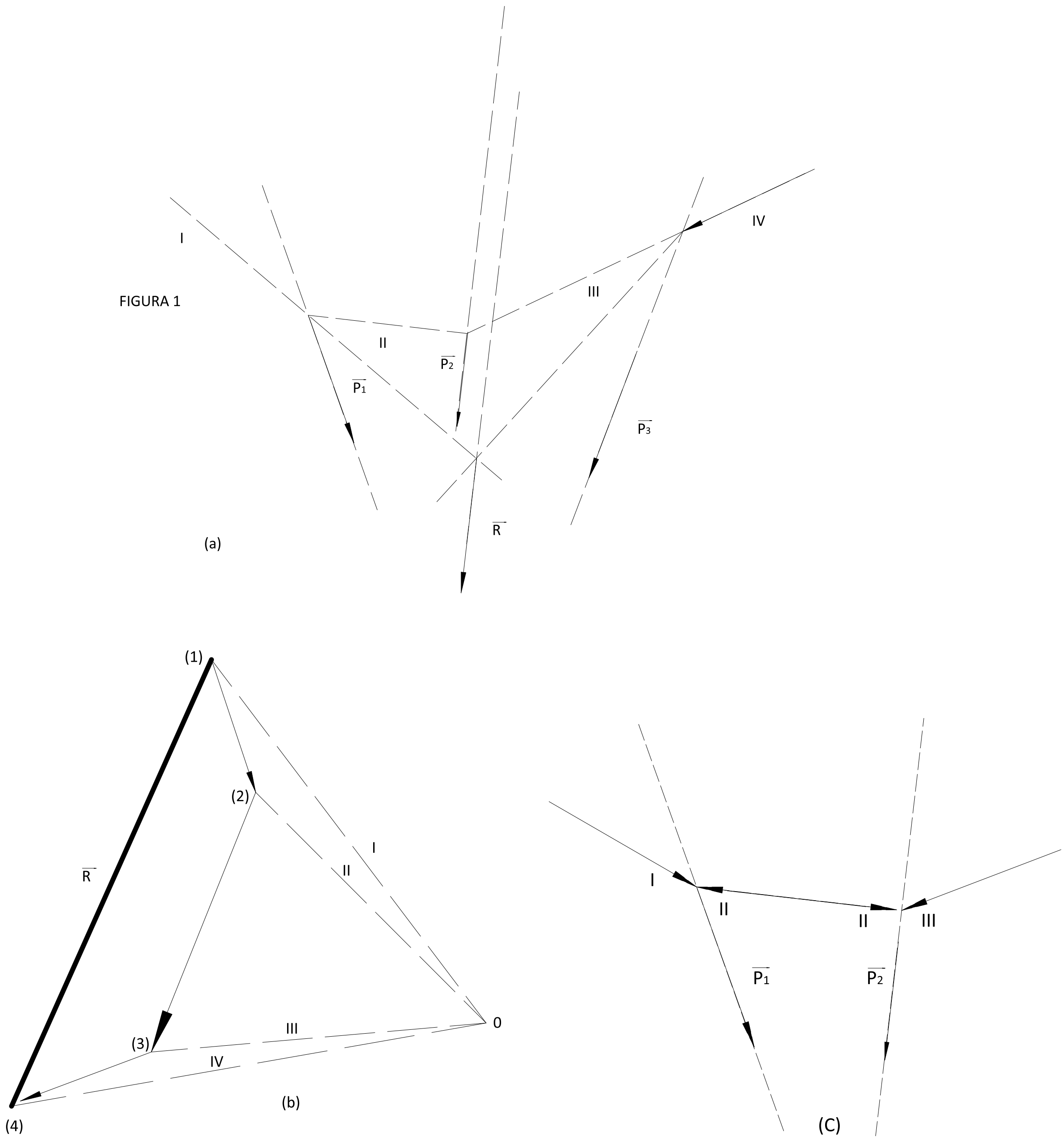
1- GENERALIDADES

La estática gráfica es útil en la resolución de problemas de equilibrio con fuerzas situadas en un plano.

Recordamos (Tomo I apuntes) que un sistema de vectores planos es de momento máximo nulo y que por ello, en todos los efectos es equivalente a un solo vector, que es su resultante geométrica, situado en su eje central.

Veámos la forma mediante la cual conocemos la situación de la resultante del sistema, $\overrightarrow{P_1},\overrightarrow{P_2},\overrightarrow{P_3}$, indicado.

FIGURA 1



En la figura 1-b, hemos trazado el polígono de fuerzas (1), (2), (3), (4) y obtenida la resultante geométrica $\overrightarrow{R}$ en módulo y dirección.

Tenemos un punto cualquiera O en el plano y establecemos las lineas de unión (I), (II), (III), (IV), son los vértices del polígono de fuerzas.

Figura 1-a, trazamos, empezando por un punto cualquiera, paralelas a estas líneas, forma que sus intersecciones sucesivas eran las líneas de acción los vectores $\overrightarrow{P_1}, \overrightarrow{P_2}, \overline{P_3}$ sean coincidentes, obteniendo lo que se denomina “polígono funicular” del sistema de vectores considerado.

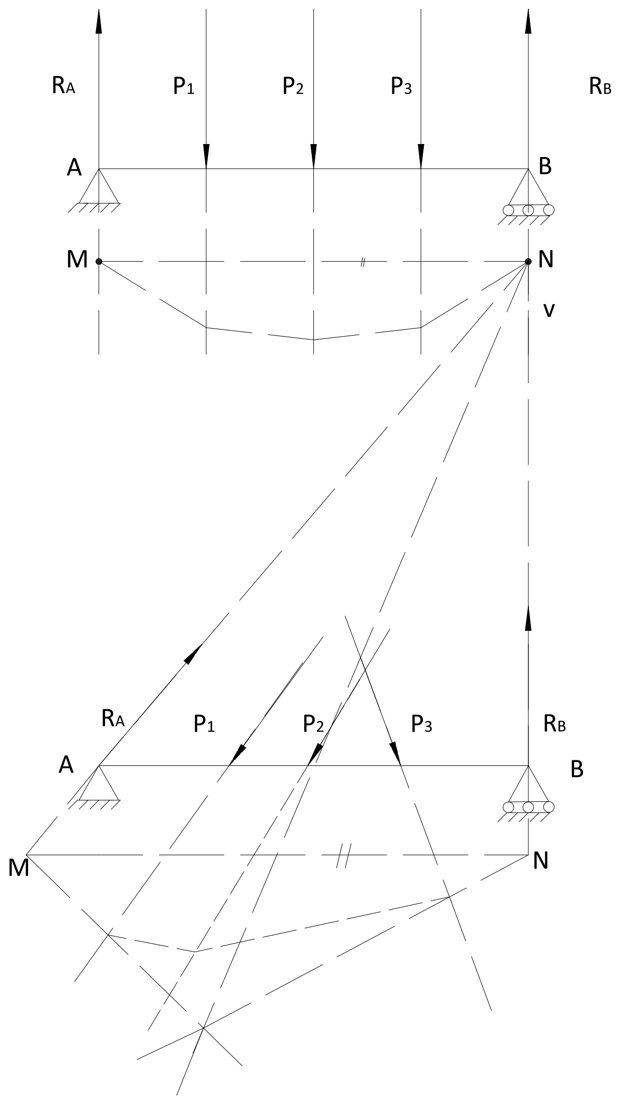
El polígono de fuerzas, así como la de iniciar en cualquier punto la primera línea del funicular (I), nos da un número de ∞^3 posibilidades de funiculares distintos para un mismo sistema.

De acuerdo con la figura 1-c, observamos que $\overline{P_1}$ puede sustituirse validamente por los vectores (I) y (II), que $\overline{P_2}$ puede sustituirse por los vectores (II) con signo cambiado y (III) y así sucesivamente.

Como los vectores con signo cambiado se anulan entre sí, el sistema resulta equivalente al conjunto de los dos vectores (I), (IV), que son el primero y el último del funicular.

La resultante del sistema tendrá el módulo y dirección obtenidos en el polígono de fuerzas y pasará por el punto de intersección de (I) y (IV) en la figura 1-a.

EQUILIBRANTES DE UN SISTEMA. LINEA DE CIERRE DEL FUNICULAR



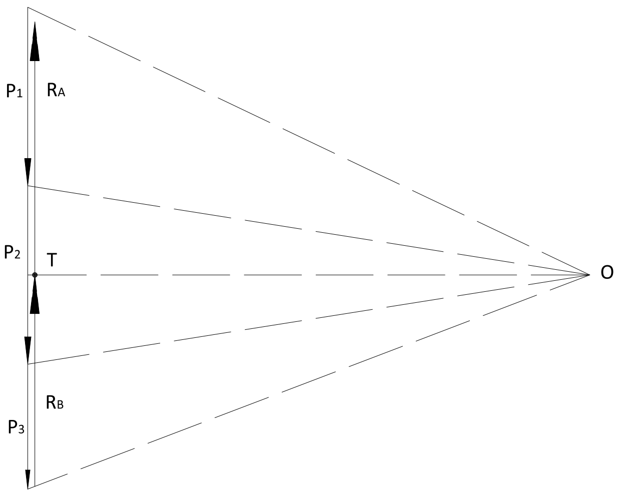


FIGURA 3 (a) FUERZAS VERTICALES

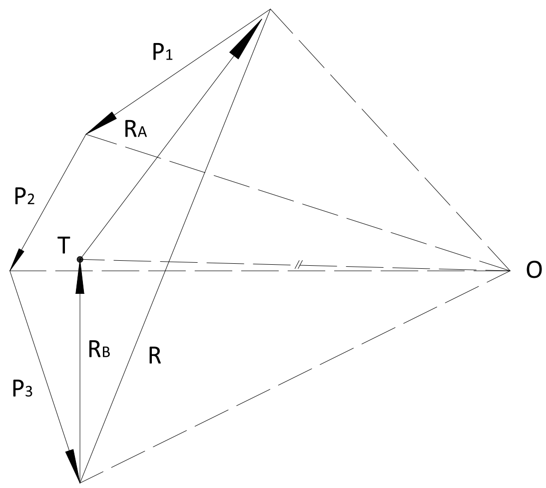
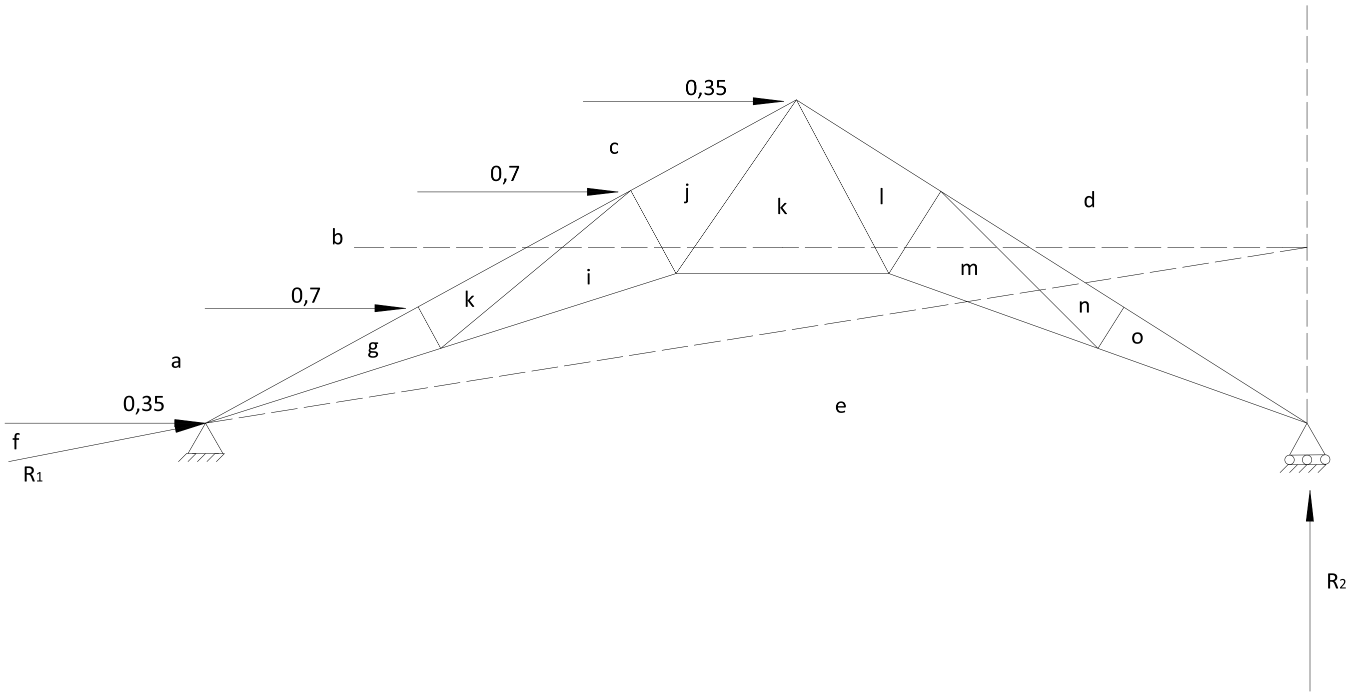
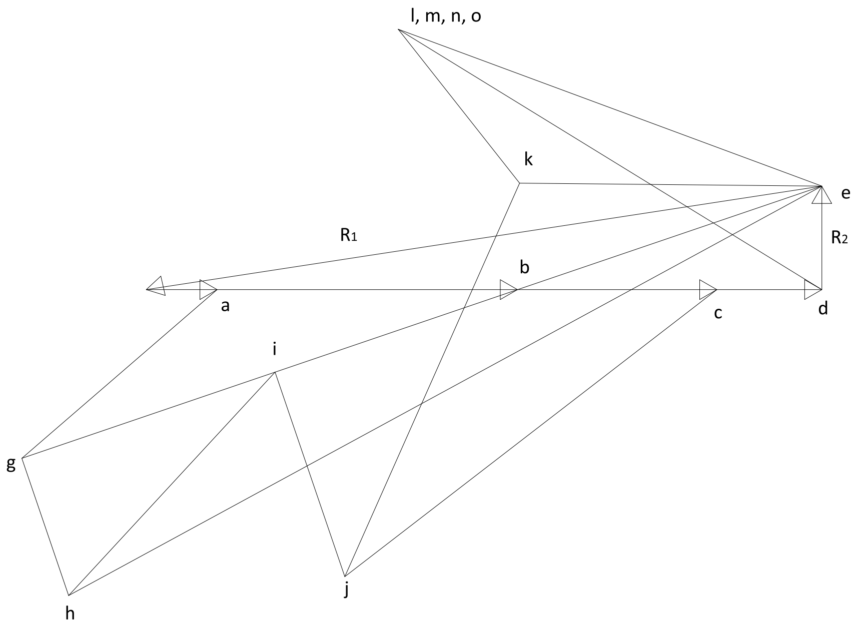
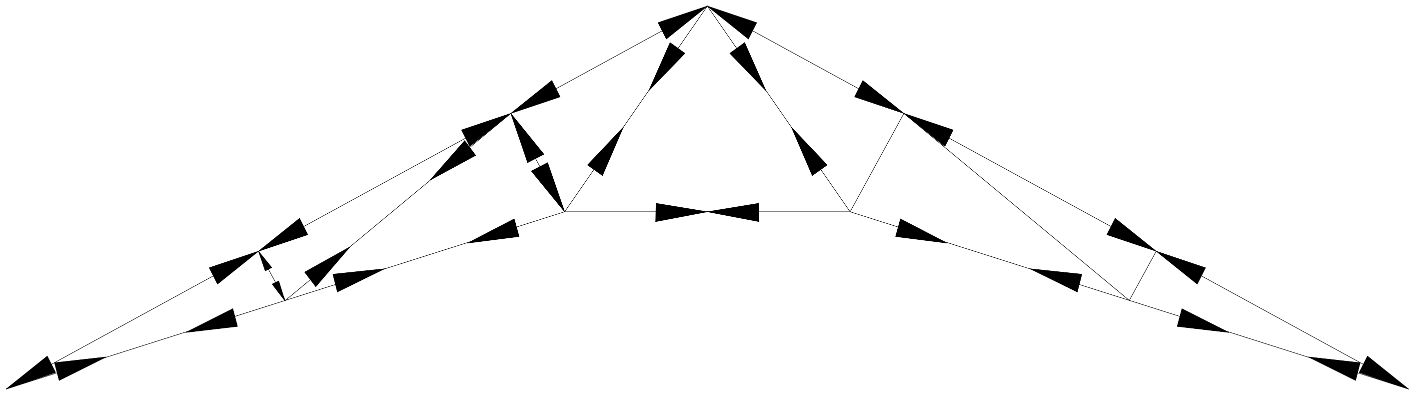
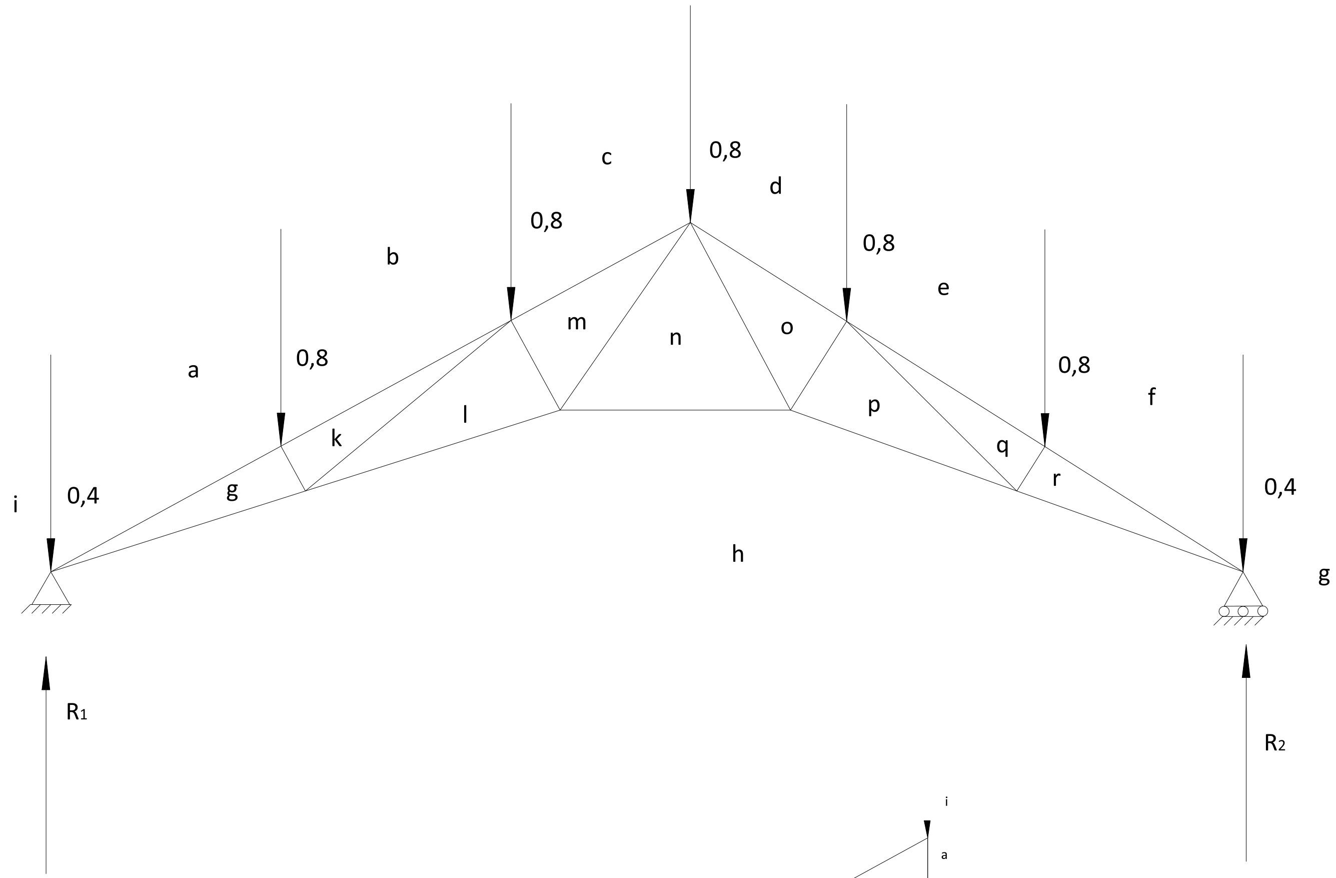


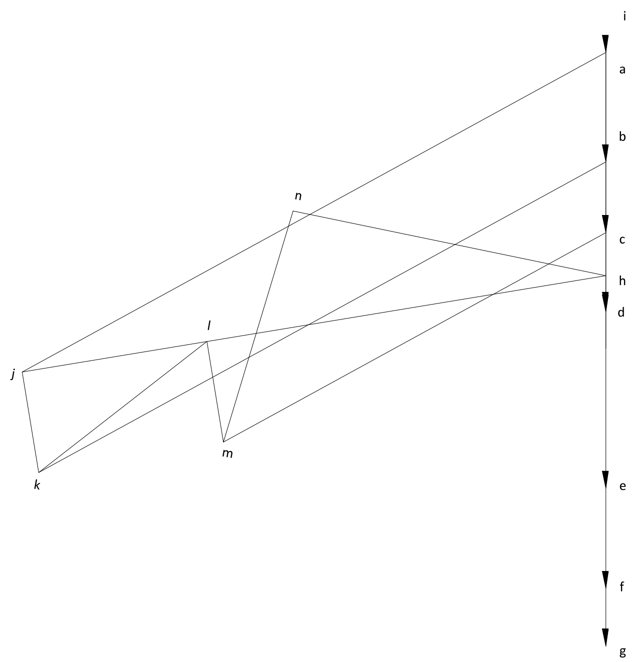
FIGURA 3 (b) FUERZAS CUALESQUIERA

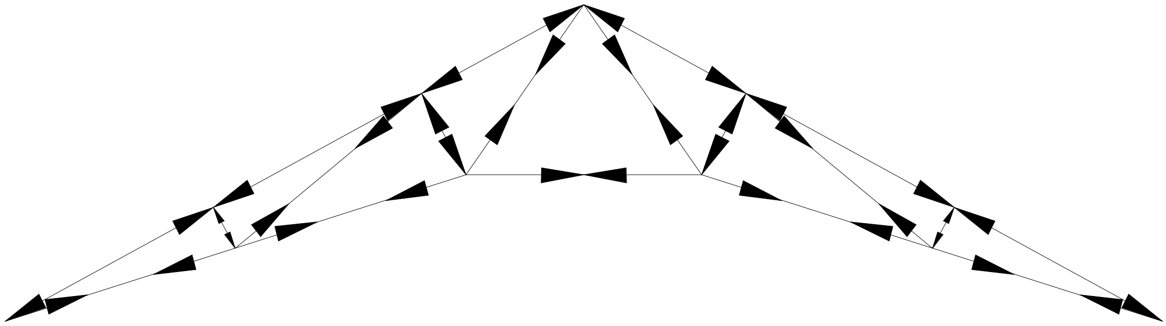


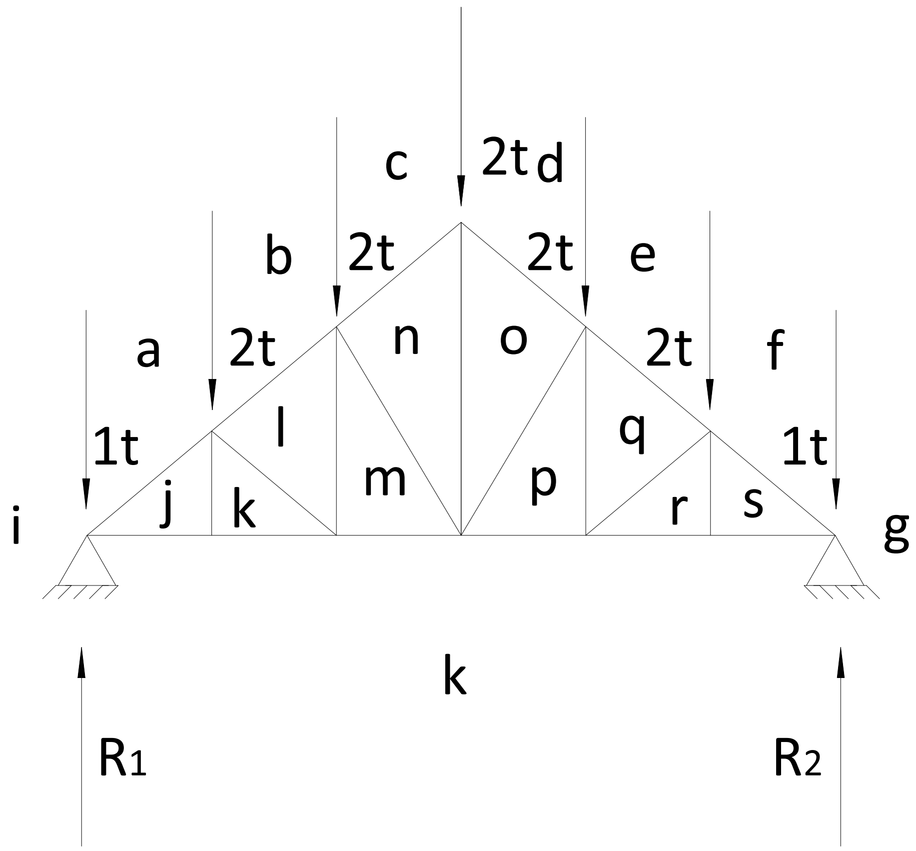


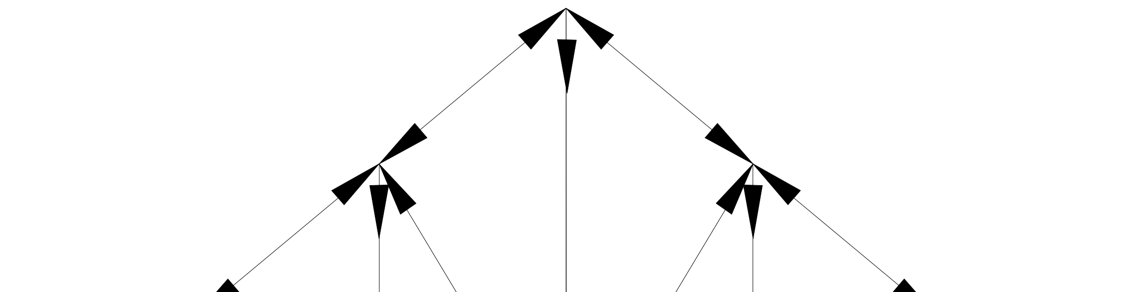



0,8
c
d
0,8
0,8
b
e
m
n
o
0,8
0,8
a
f
l
p
k
q
i
0,4
g
r
0,4
h
g
R1
R2

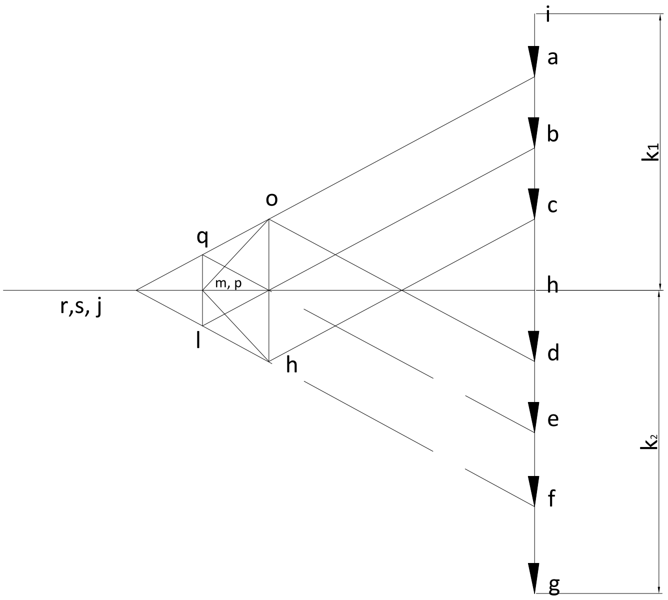

i
a
b
n
c
h
d
l
j
m
k
e
f
g




c
2t
d
b
2t
2t
e
a
2t
n
o
2t
f
l
q
1t
1t
m
p
j
k
r
s
i
g
k
R1
R2



BARRA	ESFUERZO
a-j	-9
j-h	7,4
j-k	0
b-l	-7,2
l-k	-1,7
k-h	7,4
c-h	-5,3
n-m	-2,4
m-h	6
n-o	3,9
d-o	5,3
o-p	-2,4
p-k	6
n-q	0,9
e-q	-7,2
q-r	-1,7
r-k	7,4
r-s	0
c-s	-9
s-k	7,4
l-m	0,9



Ejercicio E 2.1

Por el método gráfico de Cremona, obtener las reacciones y los esfuerzos en todas las barras de la figura E 2.1a.

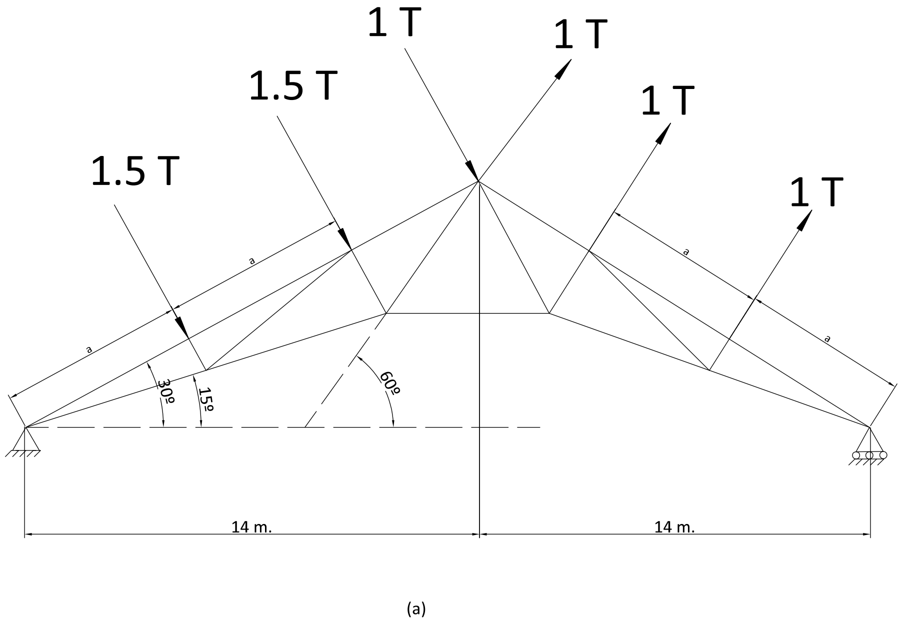


Figura E 2.1a

La reacción P_{11} es nula como se ve al resolver gráficamente. Evidentemente las tensiones 9-11 y 10-11 deberían ser cero, pero por error de dibujo da un valor pequeño. El error del cierre que se indica en la figura E 2.1d indica la magnitud de la falta de aproximación.

El resultado se indica en la tabla E 2.1.

TABLA E 2.1		
BARRA	*TRACCIÓN*	*COMPRESIÓN*
1, 2		-5,80
1,3	8,70	
2,3		-1,50
2,4		-5,80
3,4	2,70	
3,5	6,05	
4,5		-2,20
4,6		-3,15
5,6	3,75	
5,7	2,95	
6,7		-0,85
6,8		-1,80
7,8	1,40	
7,9	1,40	
8,9		-1,20
8,10		-0,25
9,10	0,90	
9,11	0,26	
10,11		-0,25

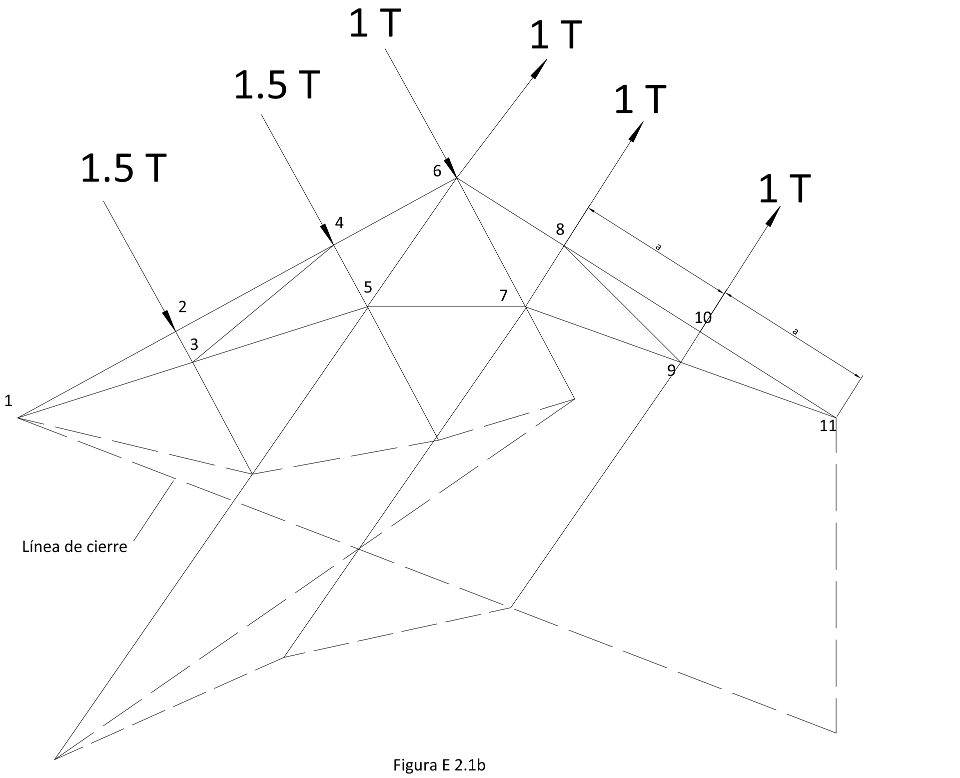


Figura E 2.1b

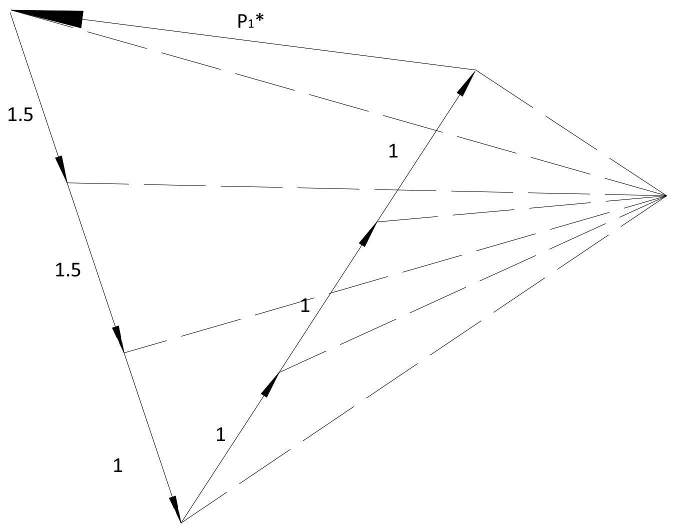


Figura E 2.1c

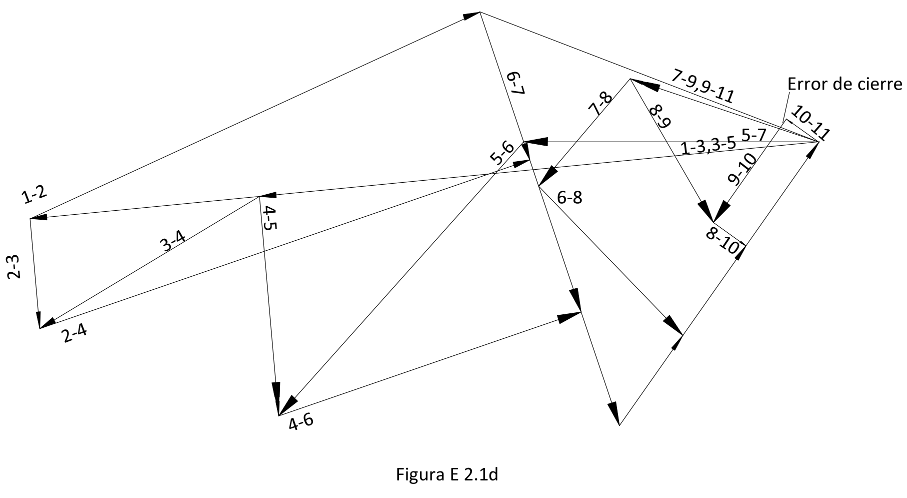
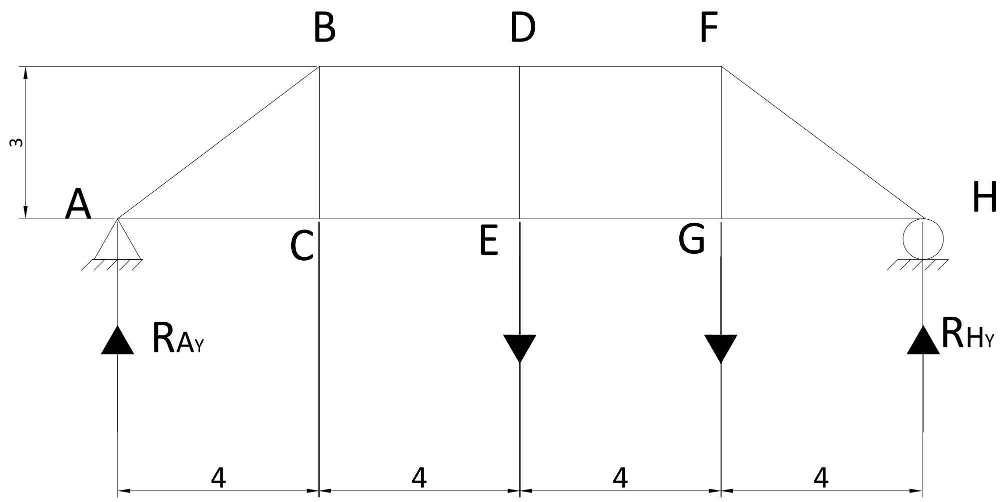


Figura E 2.1d

Problema 1º

Determinar los esfuerzos en las barras DF, DG, FG y EG.

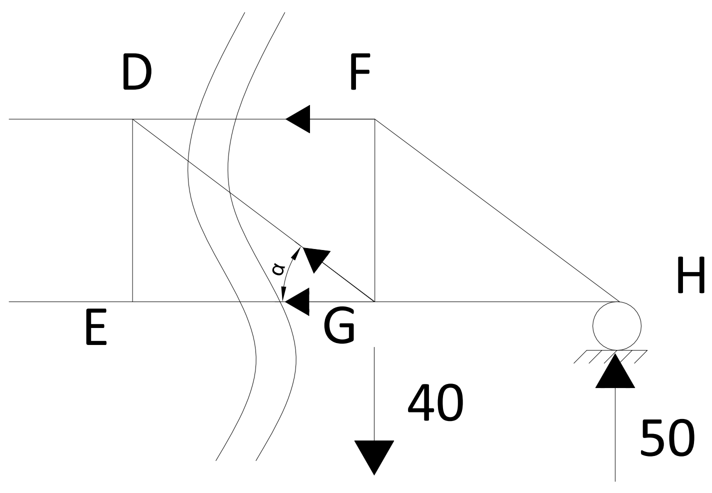


Cálculo de reacciones;

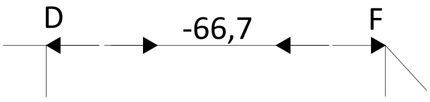
$\sum Fy = 0 \qquad R_{Ay} + R_{Hy} = 80$

$\sum M_A = 0 \qquad R_{Hy} \bullet 16 = 40 \bullet 12 + 40 \bullet 8 \rightarrow \begin{array}{l} R_{Hy} = 50t. \\ R_{AY} = 30t. \end{array}$

Cortamos la estructura adecuadamente y establecemos el equilibrio;



$\sum M_G = 0 \rightarrow FD \bullet 3 + 50{,}4 = 0 \rightarrow FD = -66{,}7\ t.$ (va en sentido contrario al dibujado)



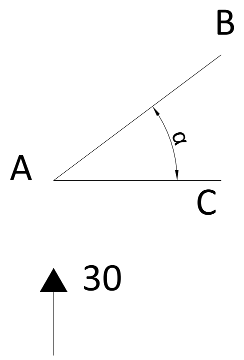
COMPRESION

$$\sum M_D = 0 \rightarrow 50,8 - 40,4 - EG \bullet 3 = 0 \rightarrow EG = 80t. \qquad \text{TRACCIÓN}$$

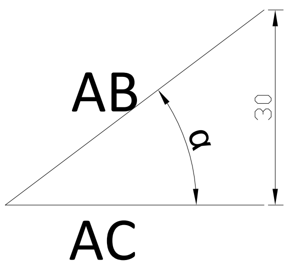
$$\sum M_F = 0 \rightarrow 50,4 = 3EG + GD\cos\alpha \bullet 3 \rightarrow GD = -16,7t.$$

Podemos utilizar la descomposición de fuerzas para calcular más barras.

Nudo A:



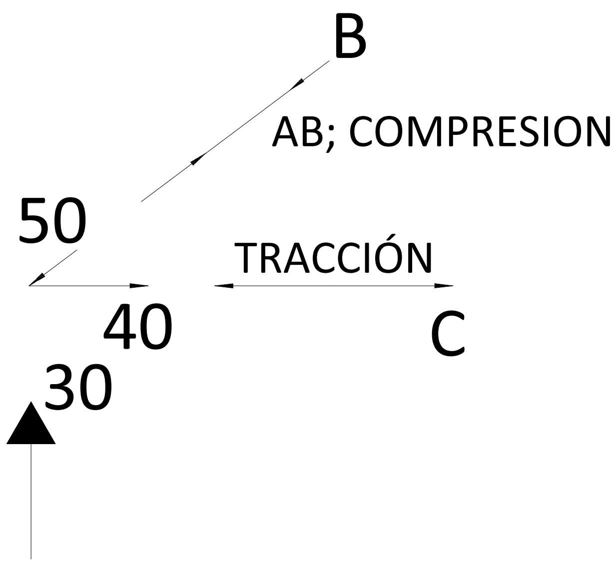
Descomponemos 30 toneladas en las dos direcciones;



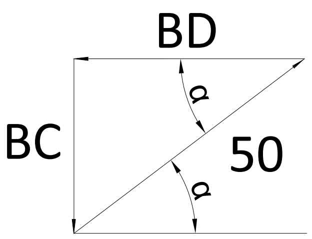
$$ABsen\alpha = 30 \rightarrow AB = 50t.$$

$$tg\alpha = \frac{30}{AC} \rightarrow AC = 40t.$$

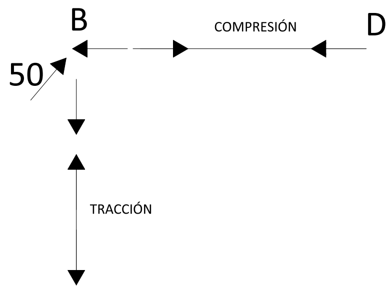
Veamos si son tracciones o compresiones;



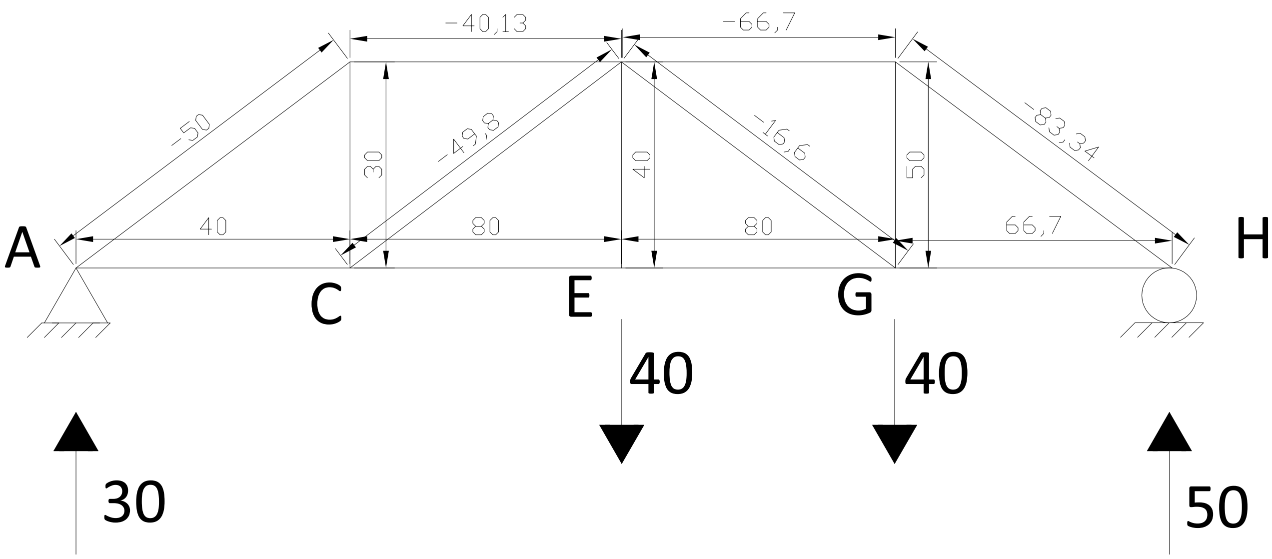
Continuamos con el nudo B;



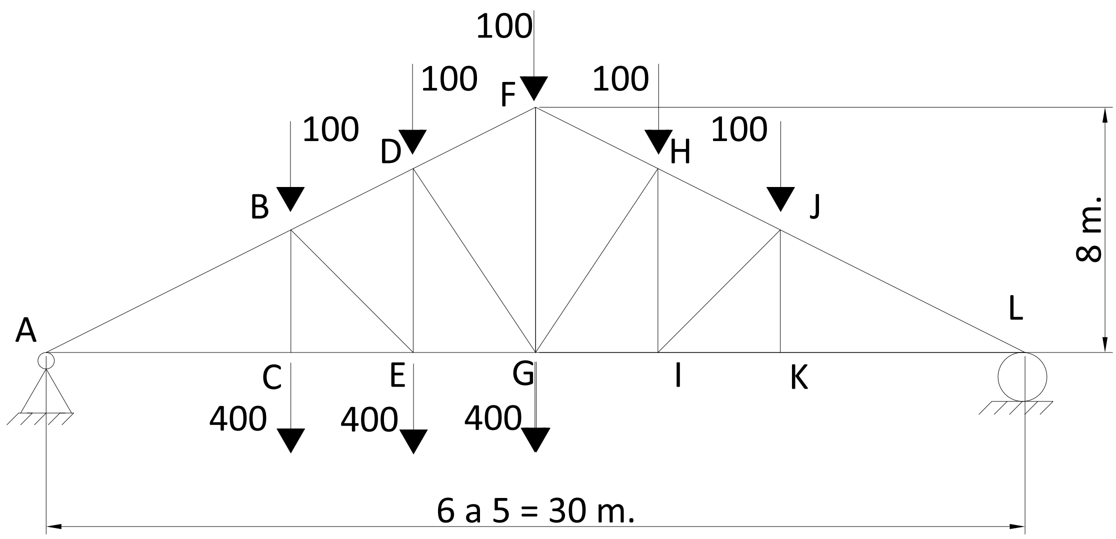
$BD = 50\cos\alpha$
$BC = 50sen\alpha$



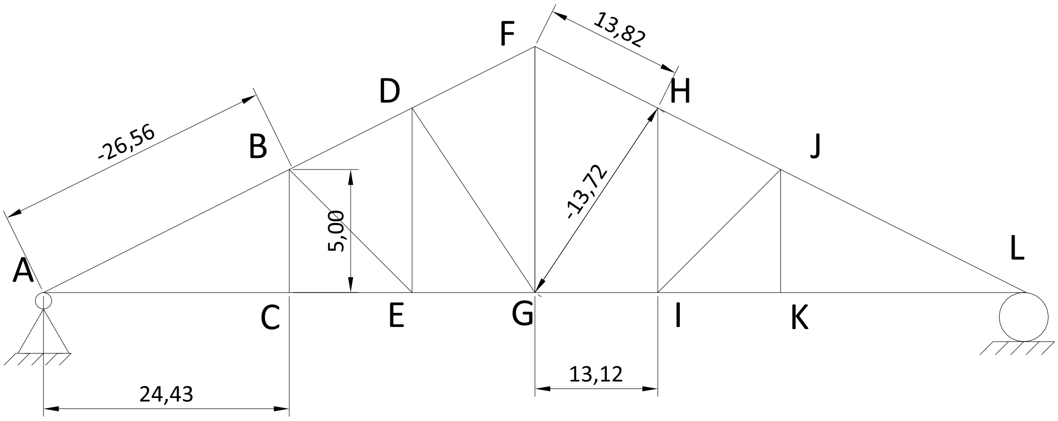
Podemos continuar así nudo a nudo;



Problema 2º



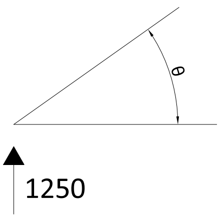
Solución;



1º) Cálculo de reacciones;

$$\sum M_A = 0 \rightarrow R_{Ly} = 7,50Kp$$
$$\sum M_\gamma = 0 \rightarrow R_{Ay} = 1,250Kp$$

Nudo A:

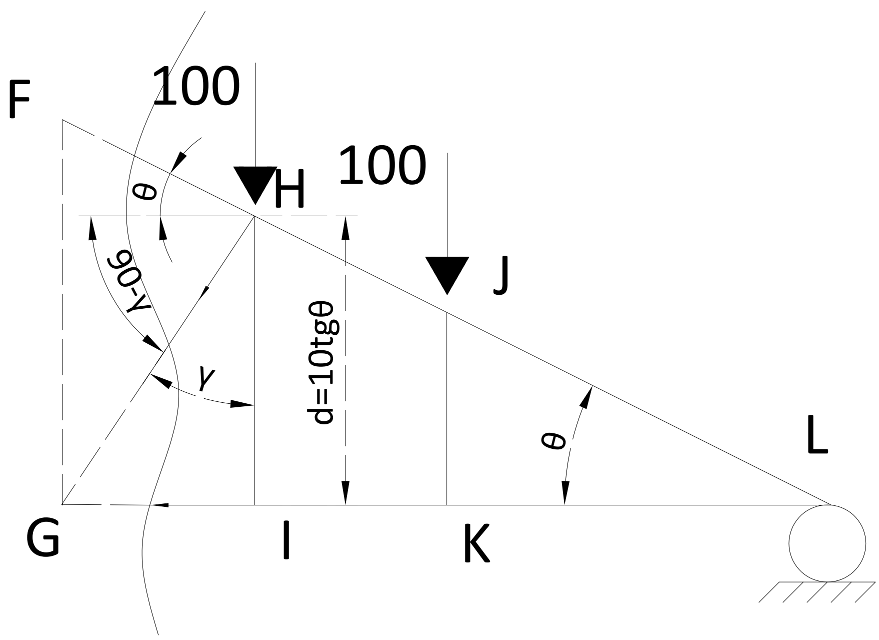


$$tg\vartheta = \frac{8}{16} \rightarrow sen\vartheta = \sqrt{\frac{tg^2\vartheta}{1+tg^2\vartheta}} = 0,48$$

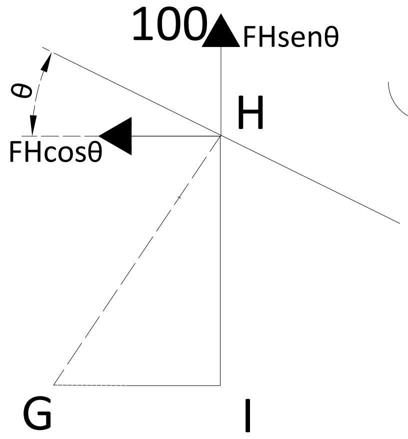
$$Cos\vartheta = \frac{1}{\sqrt{1+tg^2\vartheta}} = 0,88$$

Para calcular las barras FH, GH, GI;

Cortamos la estructura;



$$\sum M_H = 0 \rightarrow -6I.10tg\vartheta - 100.5 + 750.10 = 0 \qquad \boxed{GI = 1.312kp}$$

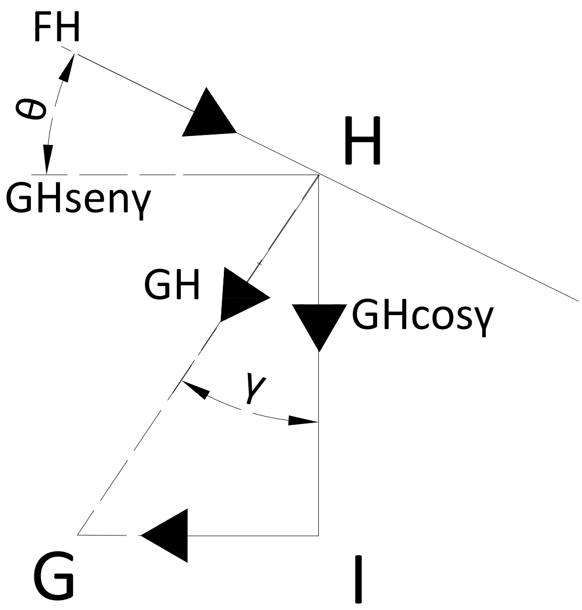


$$\sum M_G = 0$$

$$FH\cos\vartheta.10tg\vartheta + FHsen\vartheta.5 - 100{,}5 - 100.10 + 750.10 = 0$$

$$FH = -1382kp$$

Va en sentido contrario al dibujado

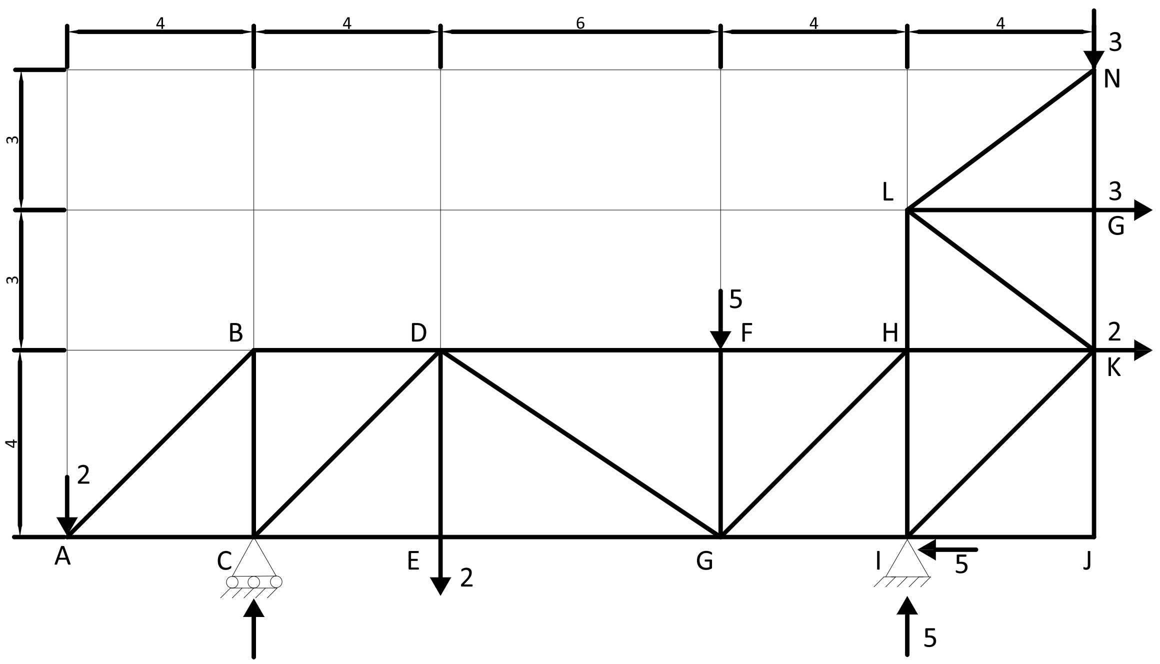


$$\sum M_I = 0$$

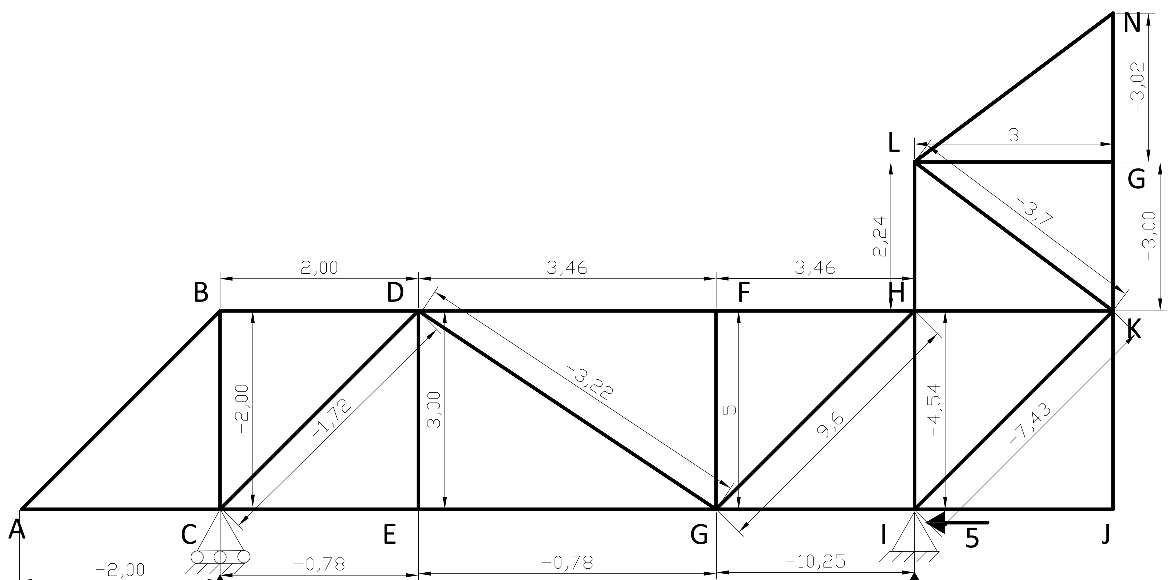
$$-FH\cos\vartheta.10.tg\vartheta + GHsen\gamma.10.\,tg\vartheta - 100{,}5 + 750.10 = 0$$

$$GH = 1372kp$$

PROBLEMA 3º)

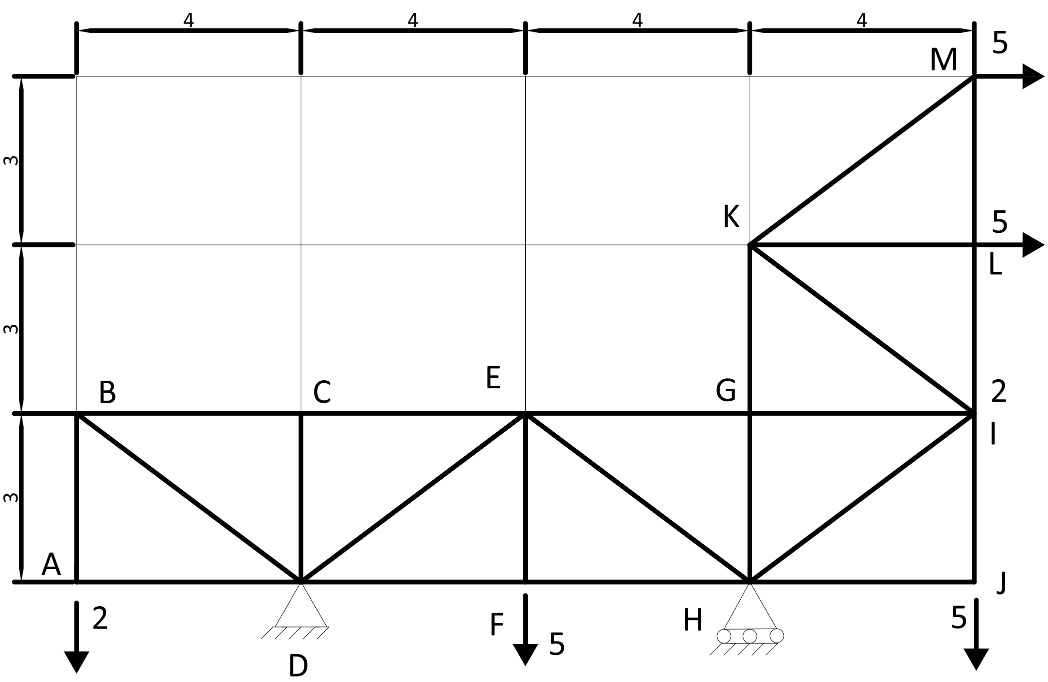


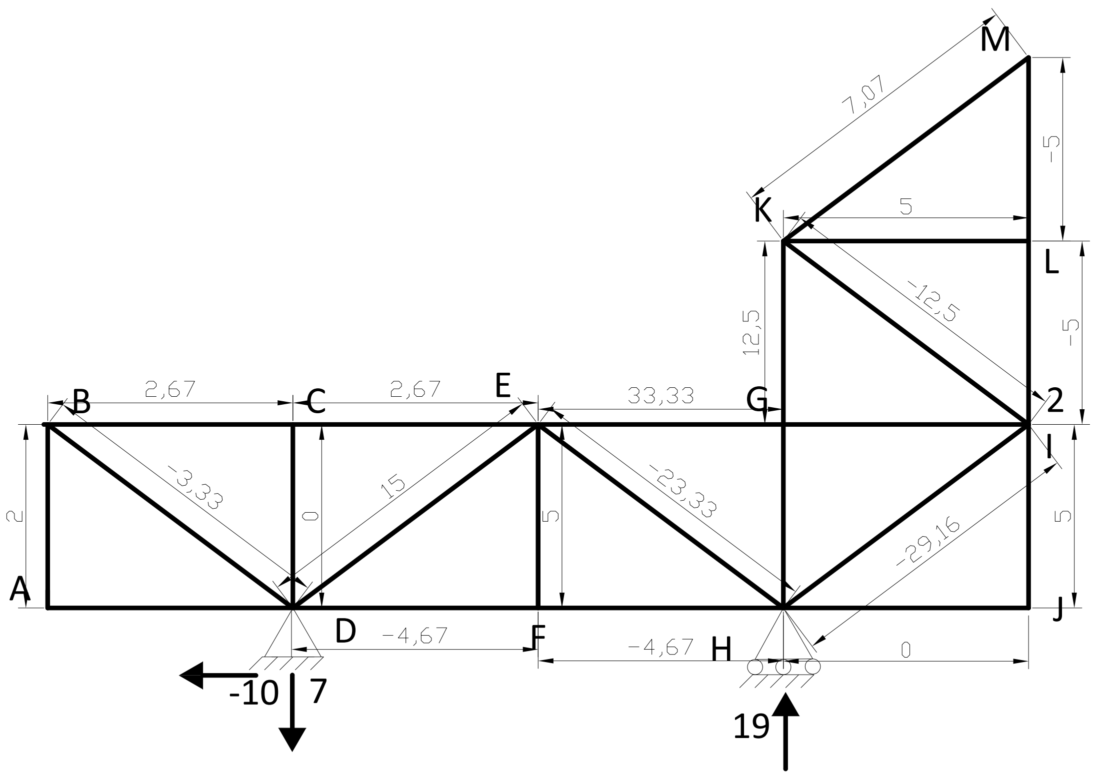
SOLUCIÓN;



Problema 4º;

Calcular los esfuerzos en las barras;





ESTRUCTURAS: SEPTIEMBRE 2011

PROBLEMAS: CALCULAR ESFUERZOS EN LAS BARRAS.