

Sistemas de Radiofrecuencia

Tema 2. Amplificadores de pequeña señal



Almudena Suárez Rodríguez
Franco Ramírez Terán
Mabel Pontón Lobete

Departamento de Ingeniería de Comunicaciones

Este tema se publica bajo Licencia:

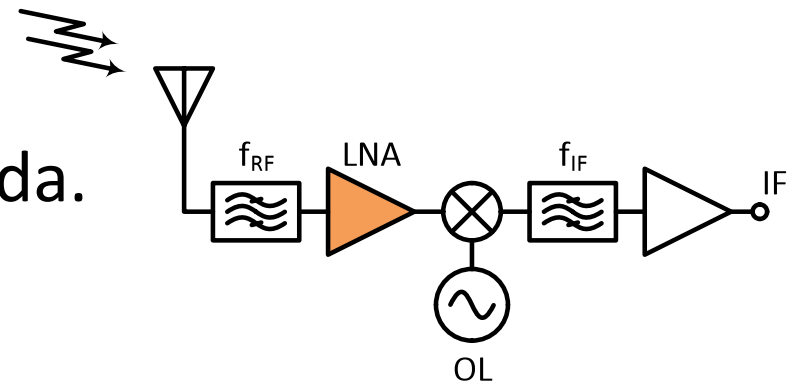
[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



Amplificadores de pequeña señal

Aplicación: amplificadores de bajo ruido en receptores.

- Ganancia.
- Adaptación de entrada y salida.
- Figura de ruido.

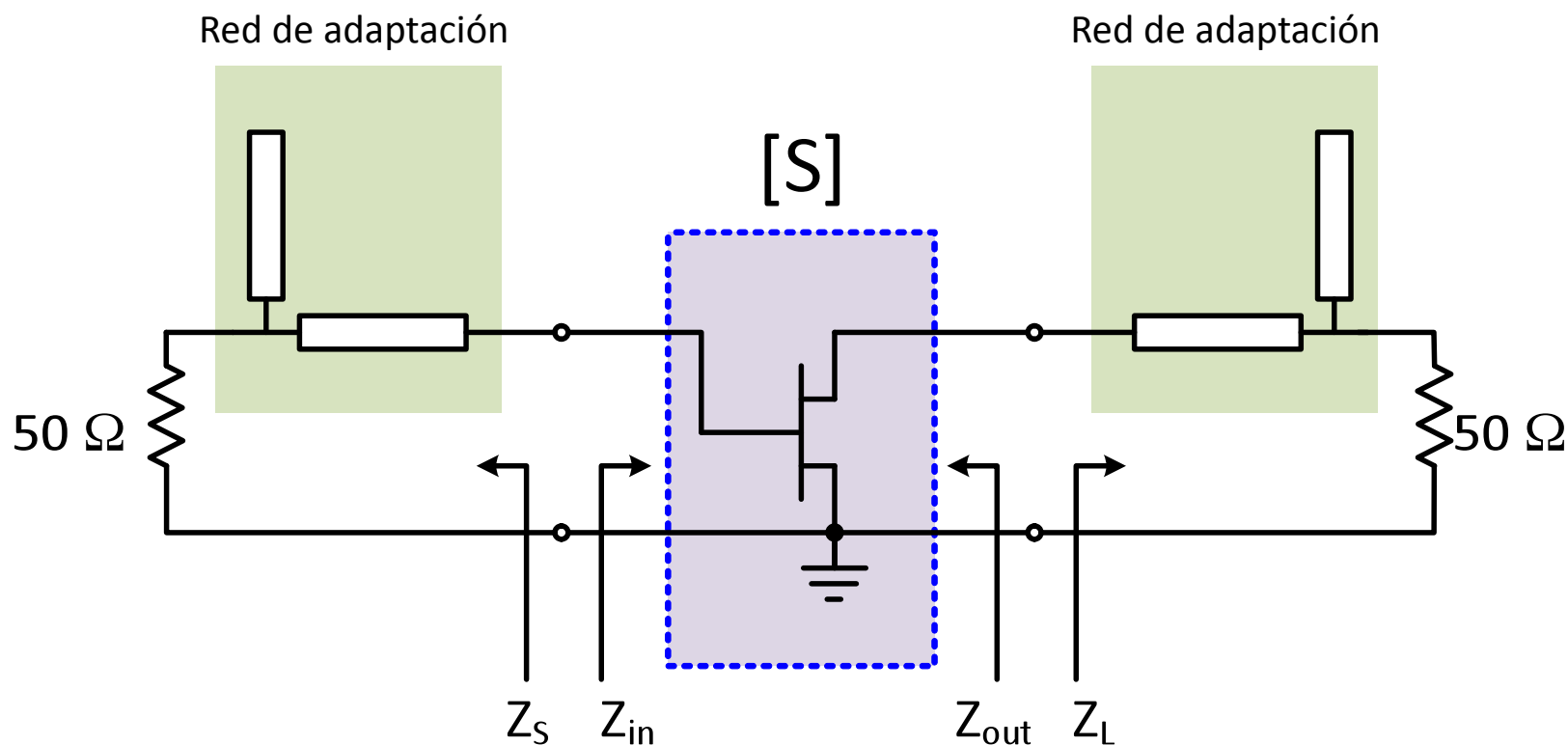


Dependen de:

- Tipo y punto de polarización del transistor.
- Impedancias vistas desde la entrada y salida del transistor.



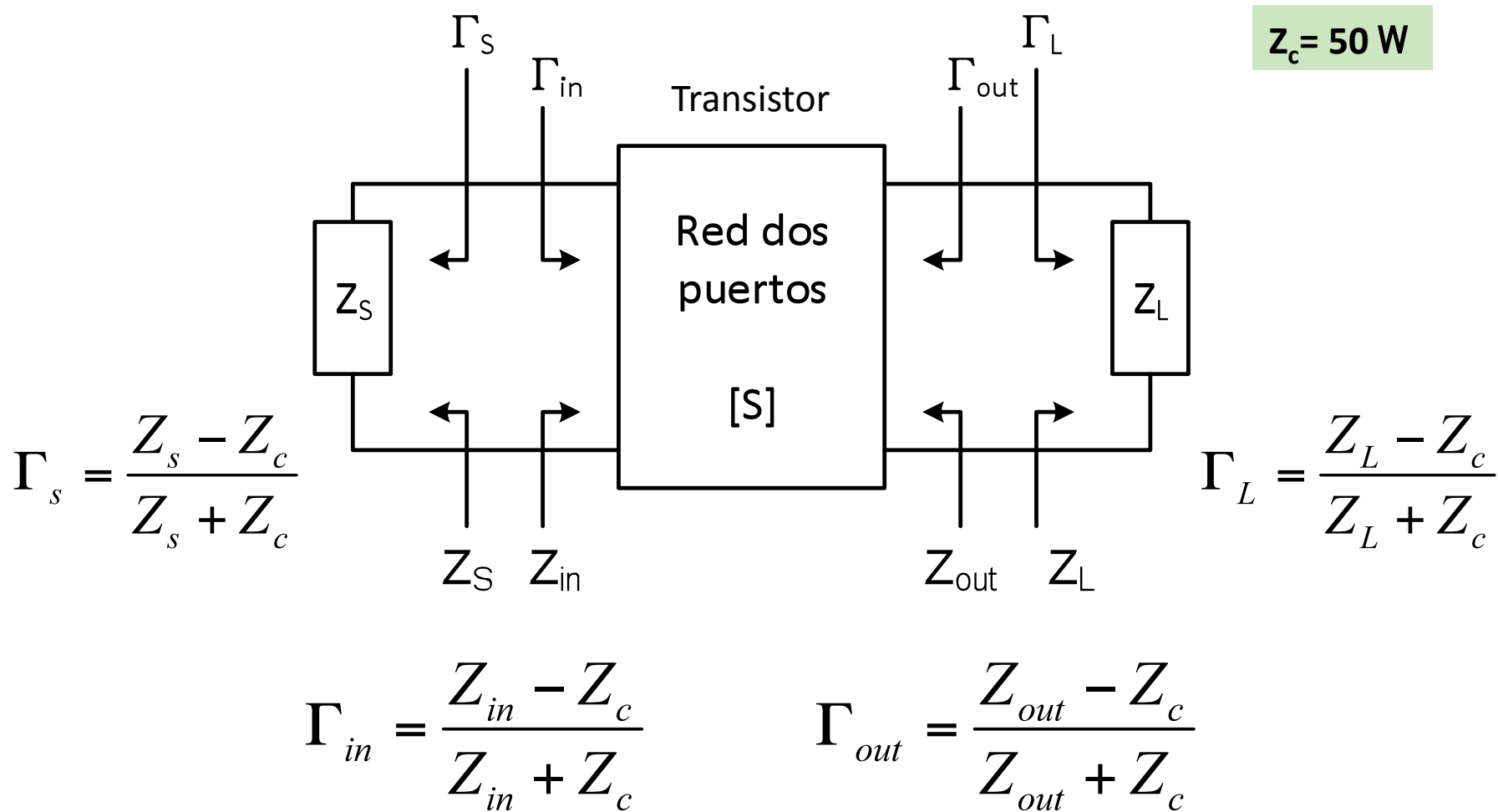
Amplificadores de pequeña señal



Transistor:
Matriz de scattering $[S]$.

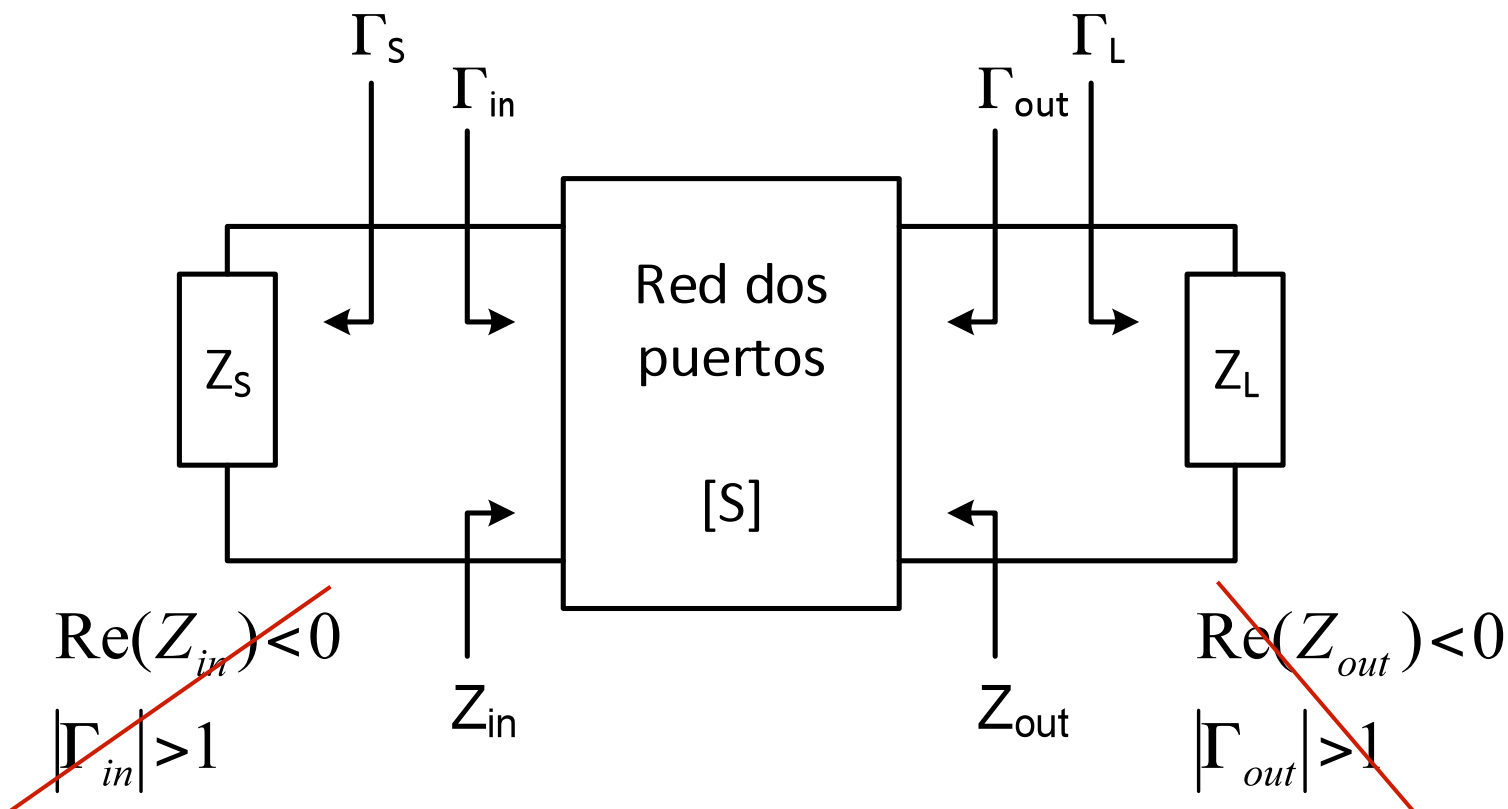
Impedancias generador y carga:
coeficientes de reflexión equivalentes
desde plano del transistor.

Coeficientes de reflexión. Impedancia de referencia: Z_c



Estabilidad

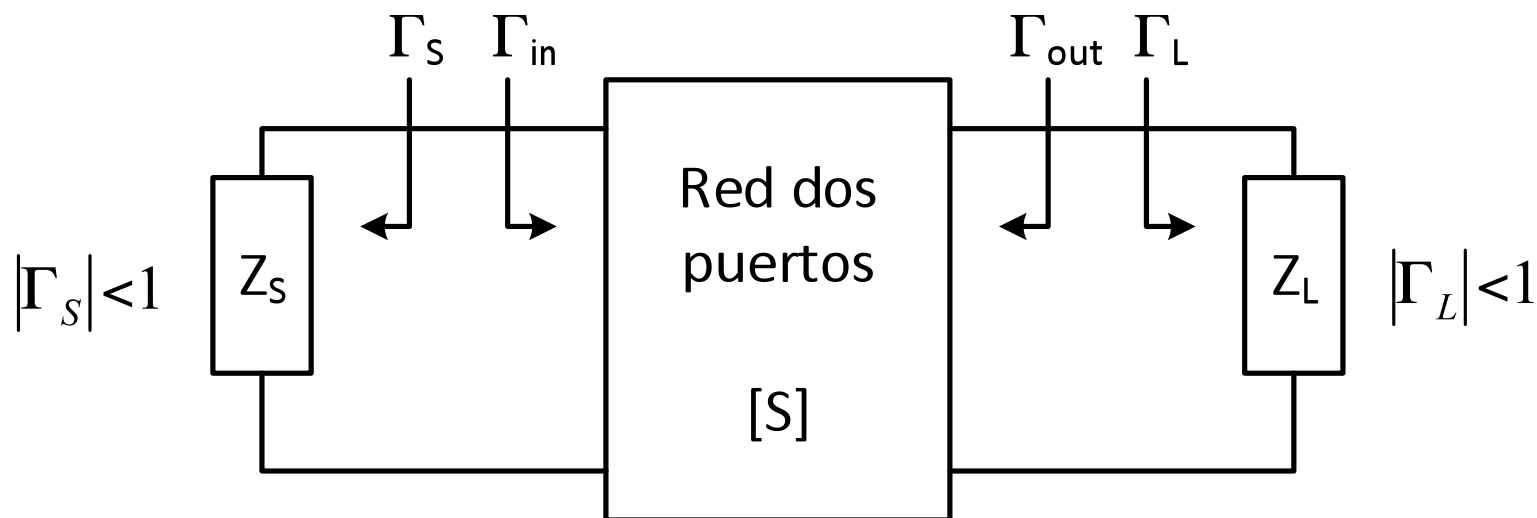
No todas las impedancias pasivas están disponibles para el diseño.



Para evitar riesgo de oscilación, la red no debe presentar resistencia negativa en ninguno de los dos puertos.

Estabilidad incondicional

En función de los coeficientes de reflexión:



$$\Gamma_{in}([S], \Gamma_L) = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$

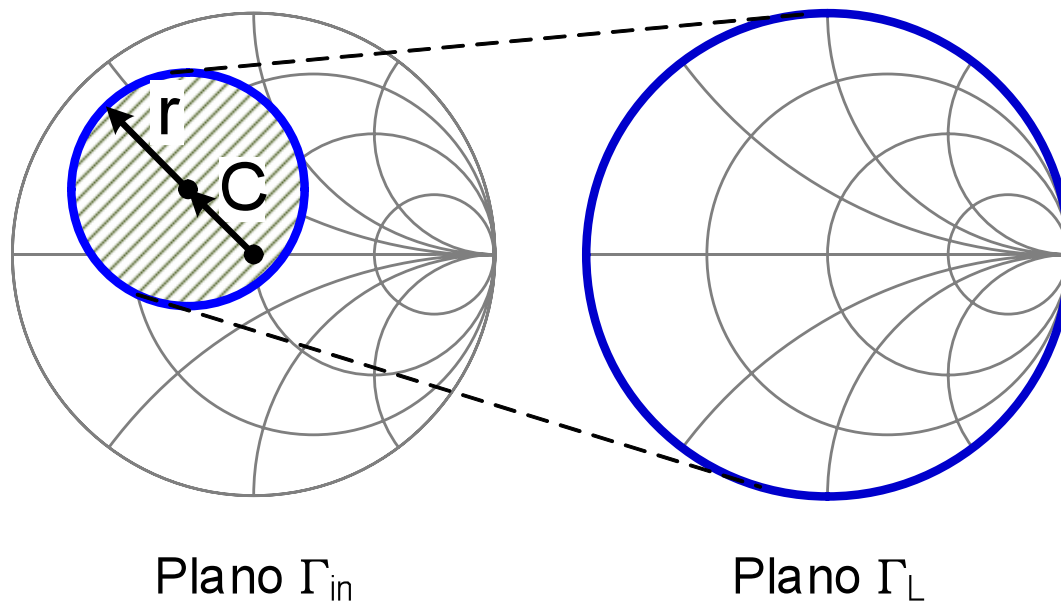
$$|\Gamma_{in}| = |S_{11}| < 1$$

$$\Gamma_{out}([S], \Gamma_s) = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s}$$

$$|\Gamma_{out}| = |S_{22}| < 1$$

Si el dispositivo se considera unilateral: $S_{12} = 0$.

Estabilidad incondicional

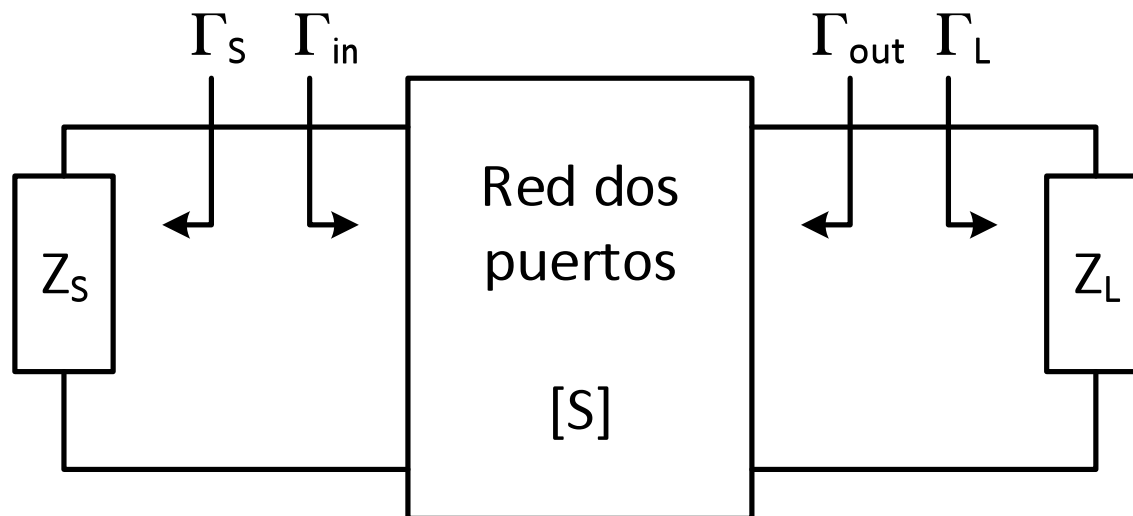


$$\Gamma_{in} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{22}} \frac{(1e^{j\phi})}{(1e^{j\phi})}$$

Correspondencia interior-interior.

$|C| + |r| < 1$

Estabilidad incondicional



Se puede verificar cumpliendo:

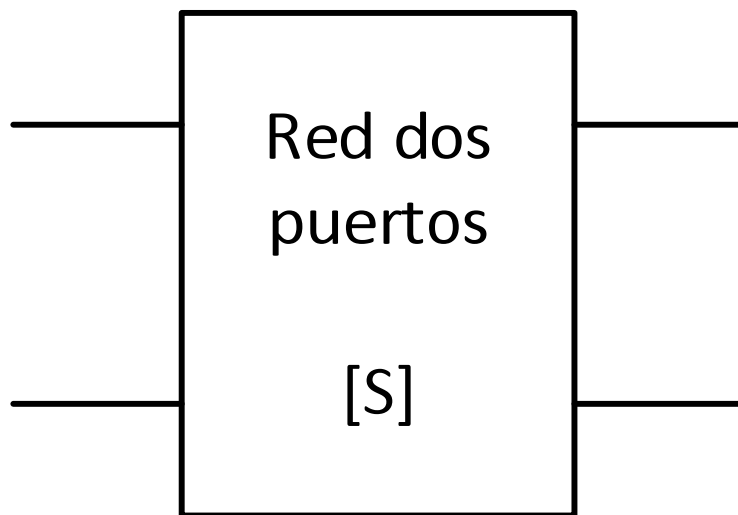
$$k = \frac{1 - |S_{11}|^2 - |S_{22}|^2 + |\Delta|^2}{2|S_{12}S_{21}|} > 1 \quad |\Delta(\omega)| = |S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}| < 1$$

Además debe cumplirse la proviso de Rollet a todas las frecuencias:

$$(0, \omega_{\max})$$

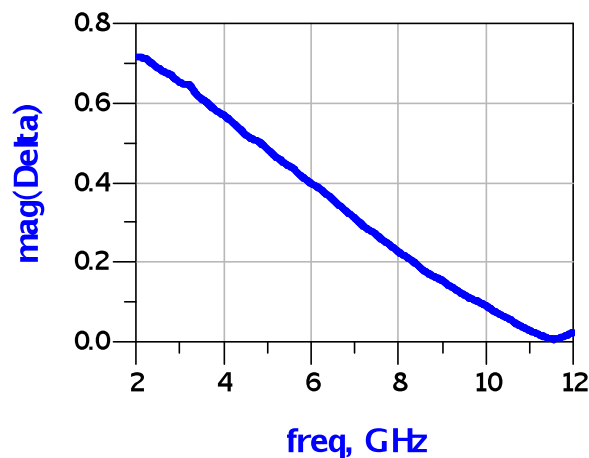
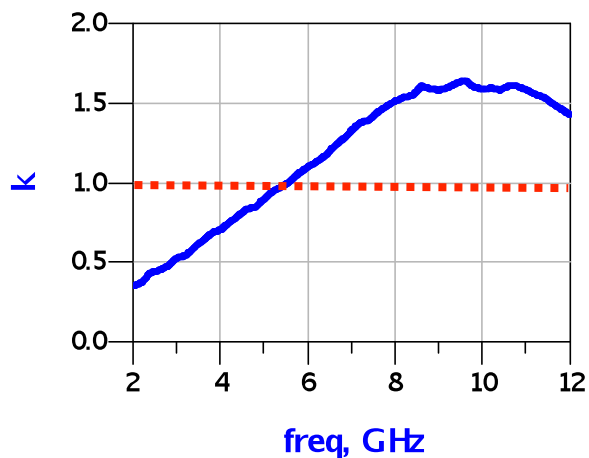
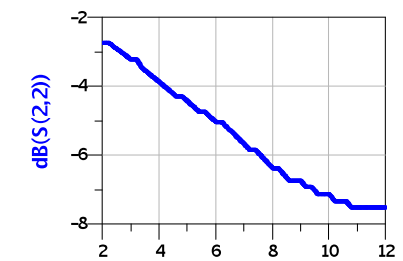
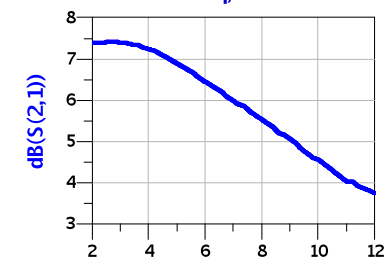
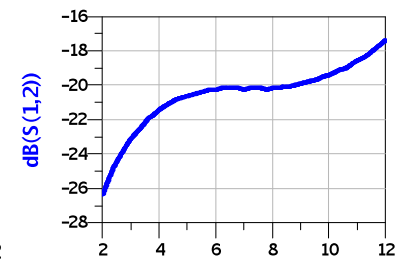
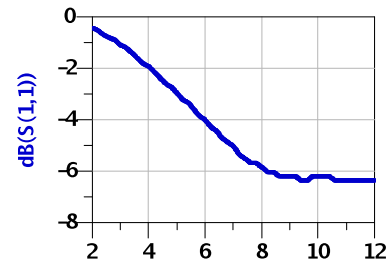
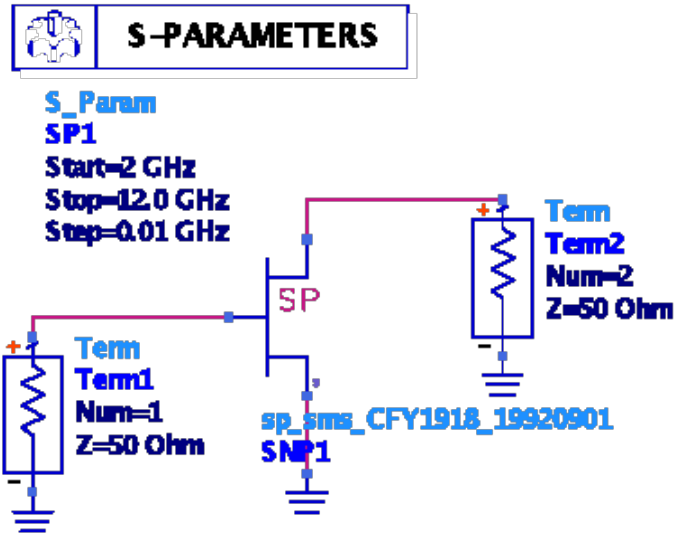
Criterio de Rollett

La red será **incondicionalmente estable** si todos sus polos se encuentran en la izquierda del plano complejo.



Lo anterior es válido siempre y cuando la red no tenga polos en el semiplano derecho cuando se termine con cargas ideales, p. ej. abiertos y cortos.

Ejemplo



¡¡Condicionamente estable!!

Círculos de estabilidad

Estabilidad condicional:

Z_{in} o Z_{out} pueden presentar resistencia negativa para valores particulares de G_S y G_L .

$$|\Gamma_{in}| > 1 \quad |\Gamma_{out}| > 1$$

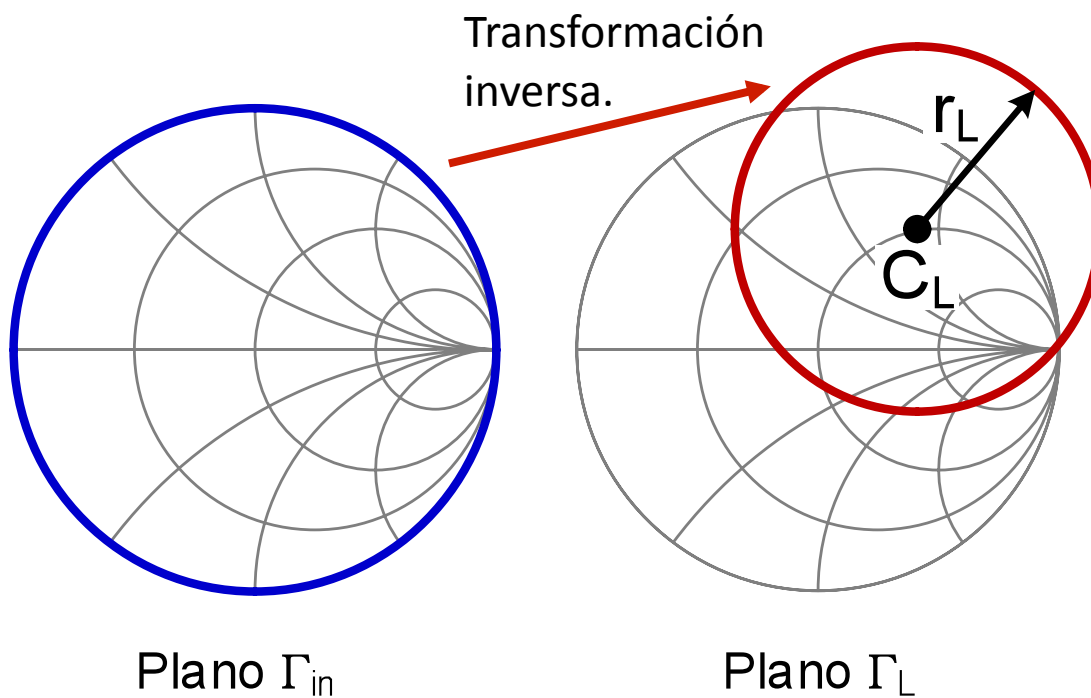
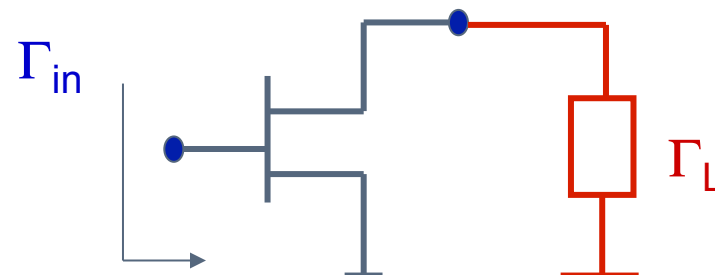
Problema:

- Hallar los valores de Γ_S y Γ_L que hacen que la red sea **potencialmente inestable**.

Método gráfico para determinan las regiones de estabilidad.

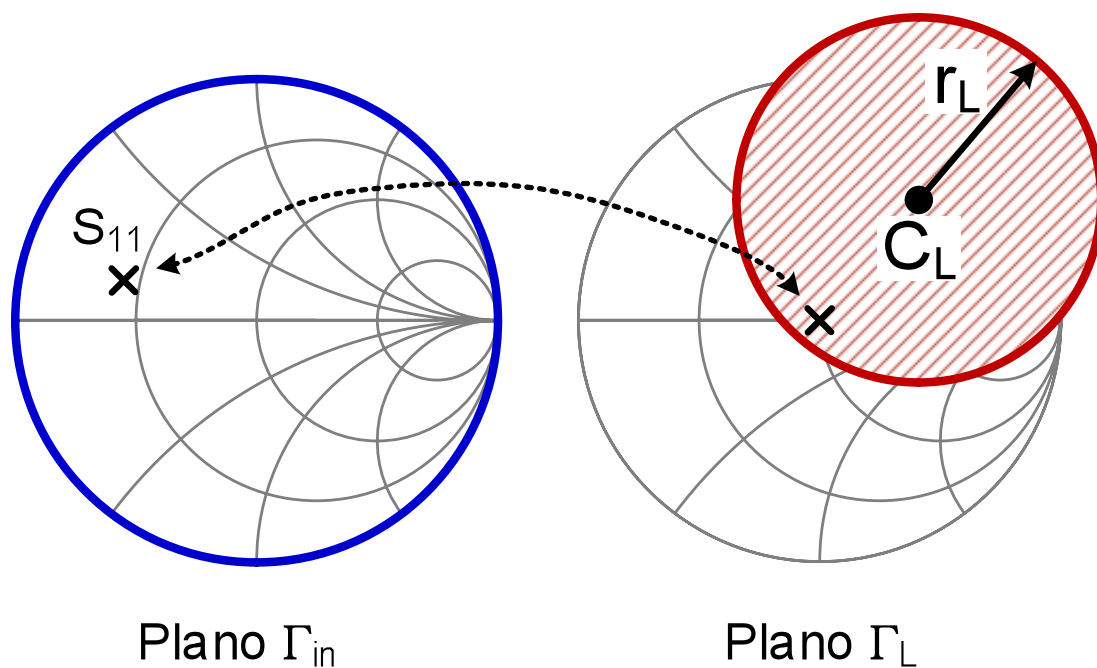
Círculos de estabilidad

$$\Gamma_{in} = 1e^{j\phi} = S_{11} + \frac{S_{12}S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L}$$



Círculos de estabilidad

Determinar la región estable e inestable.



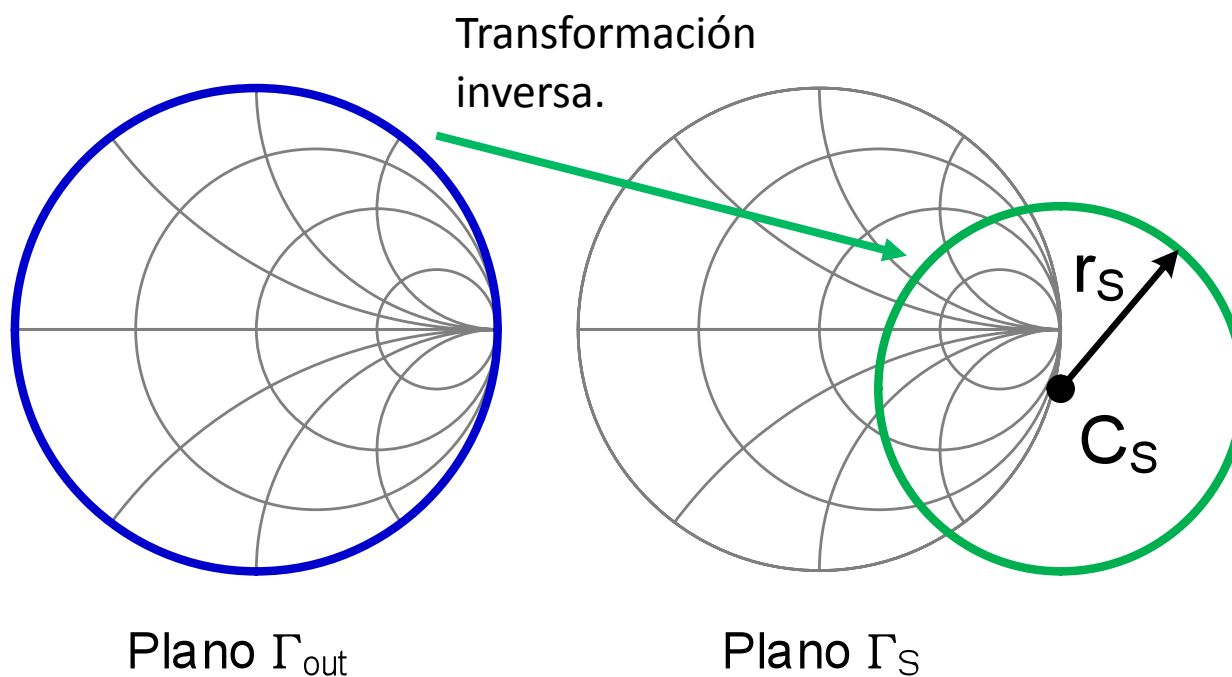
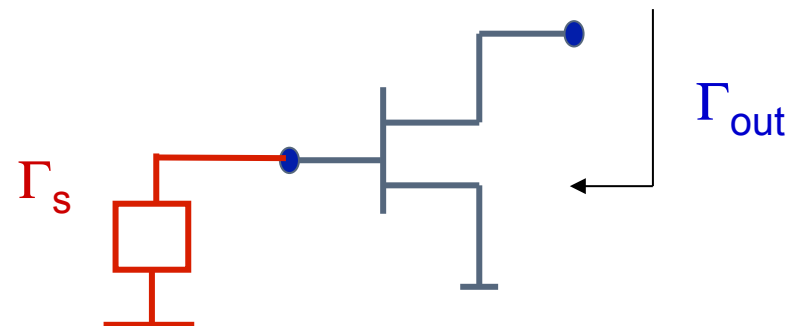
$$\Gamma_L = 0$$

$$|\Gamma_{in}| = |S_{11}|$$

Si: $|S_{11}| < 1$
el origen del plano G_L es estable.

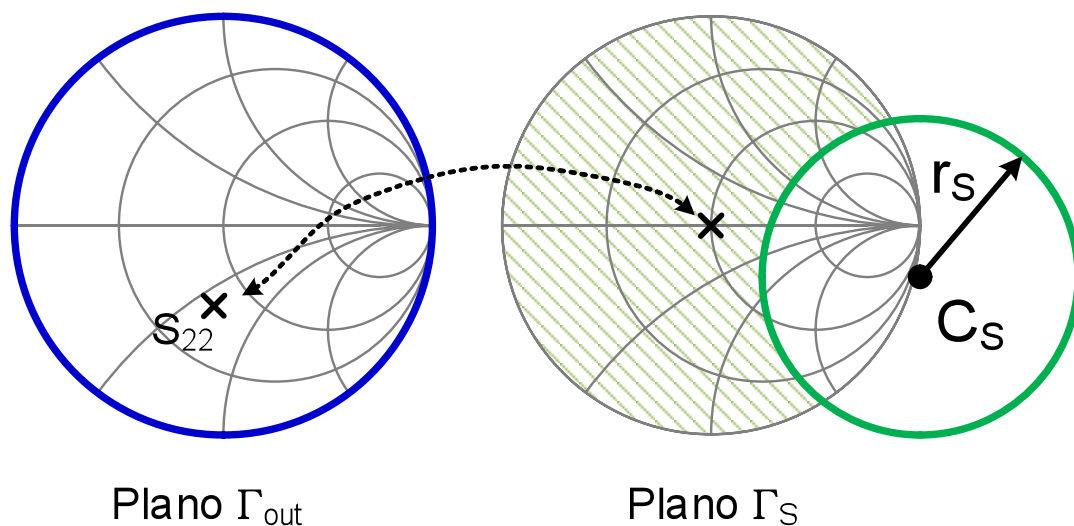
Círculos de estabilidad

$$\Gamma_{out} = 1e^{j\phi} = S_{22} + \frac{S_{12}S_{21} \Gamma_S}{1 - S_{11} \Gamma_S}$$



Círculos de estabilidad

Determinar la región estable e inestable.



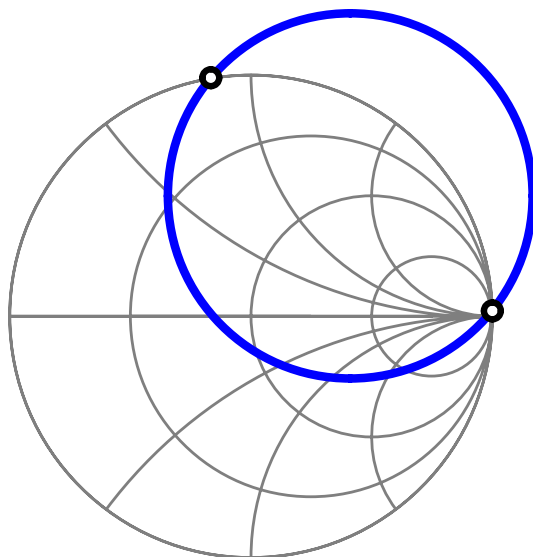
$$\Gamma_S = 0$$

$$|\Gamma_{out}| = |S_{22}|$$

Si: $|S_{22}| < 1$
el origen del plano Γ_S es estable.

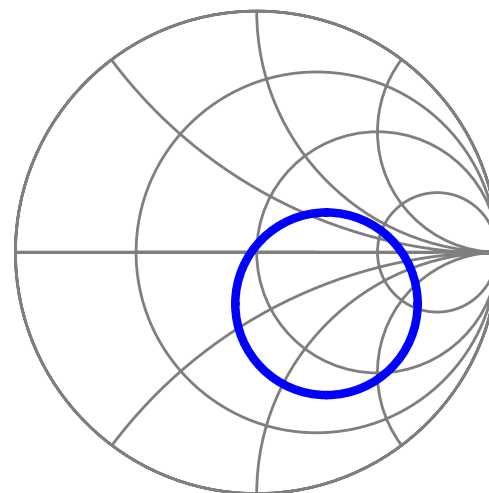
Círculos de estabilidad

Dos casos geométricos:



$$k < 1$$

$$|\Delta| < 1$$



$$k > 1$$

$$|\Delta| > 1$$

Círculos de estabilidad

Hallar la región de Γ_S que produce:

$$|\Gamma_{in}| = \left| S_{11} + \frac{S_{12}S_{21} \Gamma_L}{1 - S_{22} \Gamma_L} \right| = 1$$

Hallar la región de Γ_L que produce:

$$|\Gamma_{out}| = \left| S_{22} + \frac{S_{12}S_{21} \Gamma_S}{1 - S_{11} \Gamma_S} \right| = 1$$

Círculo de estabilidad de salida:

Γ_L que para: $|\Gamma_{in}| \leq 1$

$$r_L = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{22}^2 - |\Delta|^2|} \quad \text{radio}$$

$$C_L = \frac{(S_{22} - \Delta S_{11}^*)^*}{|S_{22}^2 - |\Delta|^2|} \quad \text{centro}$$

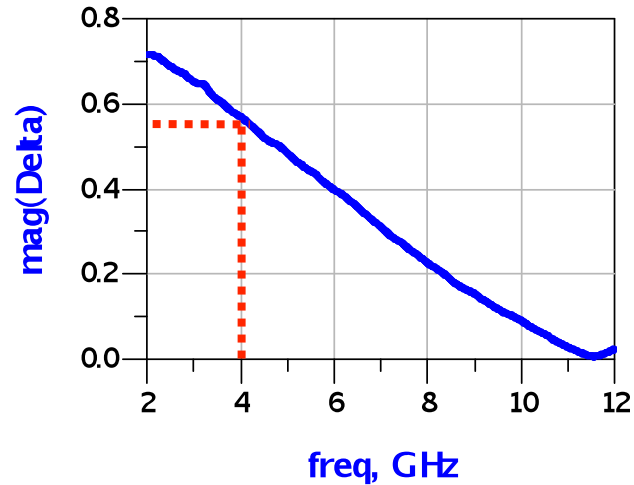
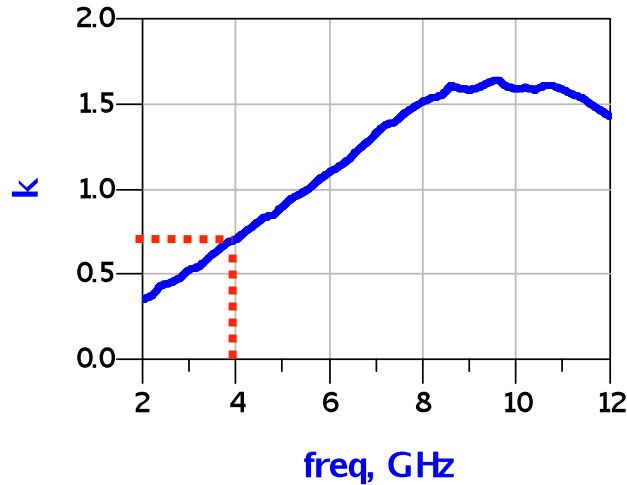
Círculo de estabilidad de entrada:

Γ_S para: $|\Gamma_{out}| \leq 1$

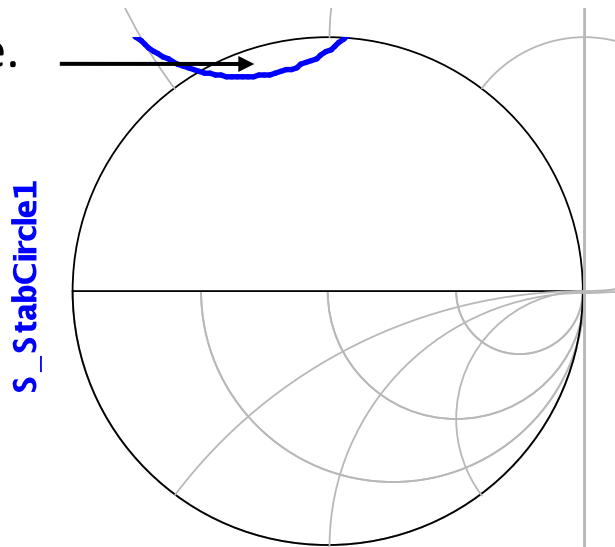
$$r_S = \frac{|S_{12}S_{21}|}{|S_{11}^2 - |\Delta|^2|} \quad \text{radio}$$

$$C_S = \frac{(S_{11} - \Delta S_{22}^*)^*}{|S_{11}^2 - |\Delta|^2|} \quad \text{centro}$$

Ejemplo

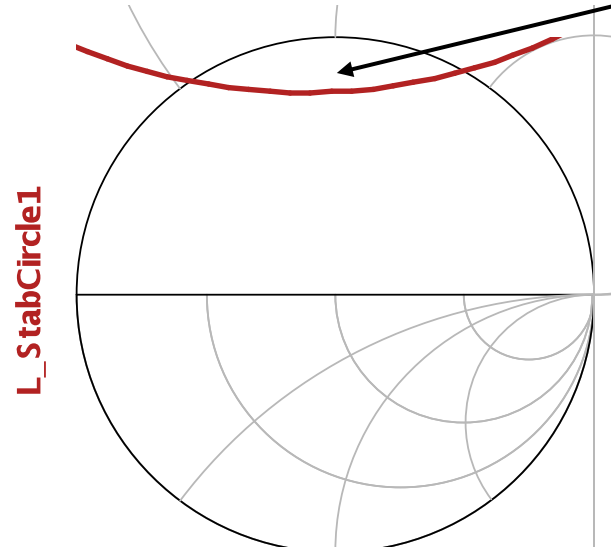


Zona
inestable.



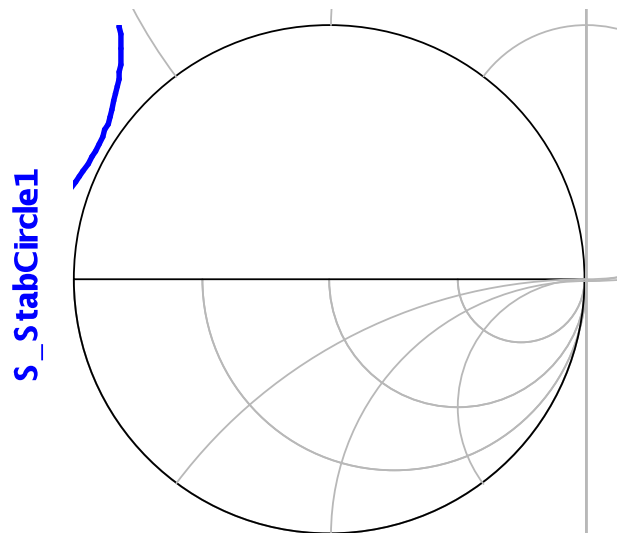
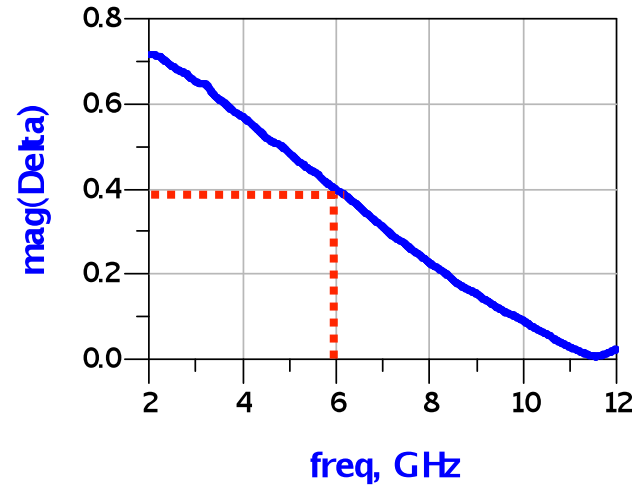
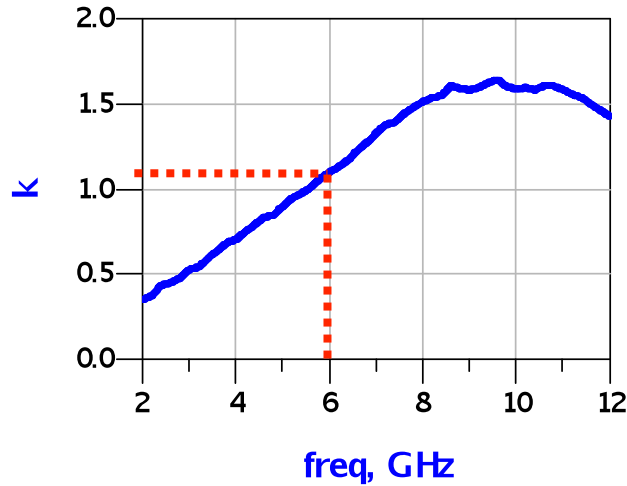
$\text{indep}(S_StabCircle1)$ (0.000 to 181.000)

Zona
inestable.

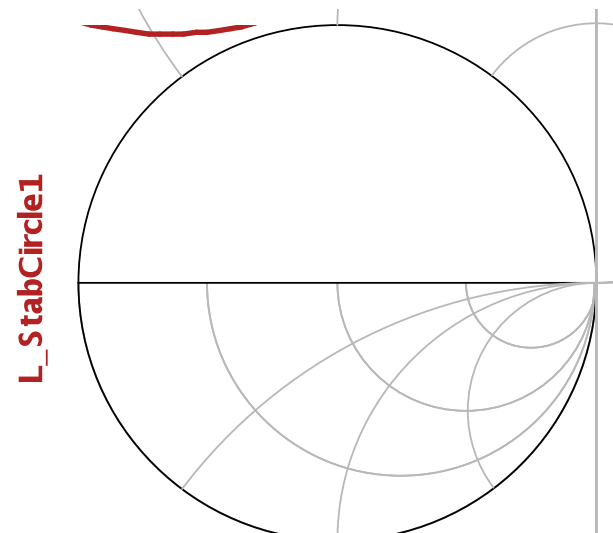


$\text{indep}(L_StabCircle1)$ (0.000 to 181.000)

Ejemplo



indep($S_StabCircle1$) (0.000 to 181.000)



indep($L_StabCircle1$) (0.000 to 181.000)

Ganancia

G_T – Ganancia en transferencia

G_P – Ganancia en potencia

G_A – Ganancia disponible o útil

Cálculo de la ganancia en transferencia

- Propiedades matriz S:
 - Ganancia coincide con $|S_{21}|^2$ cuando se carga con sus impedancias de referencia.
 - Se utilizan como impedancias de referencia Γ_1 y Γ_2 .
- El fabricante proporciona [S] respecto a 50 Ω .
- Se obtiene una nueva matriz [S'] respecto a las cargas Z_S y Z_L (generador y carga):
 - Utilizando fórmulas de cambio de impedancias de referencia.
- La ganancia es $G_T = |S_{21}'|^2$.
- Las reflexiones reales son S_{11}' y S_{22}' .

Ganancia

$$G_T = \frac{P_L}{P_{dG}} = \frac{\text{potencia entregada a la carga}}{\text{potencia disponible de generador}}$$

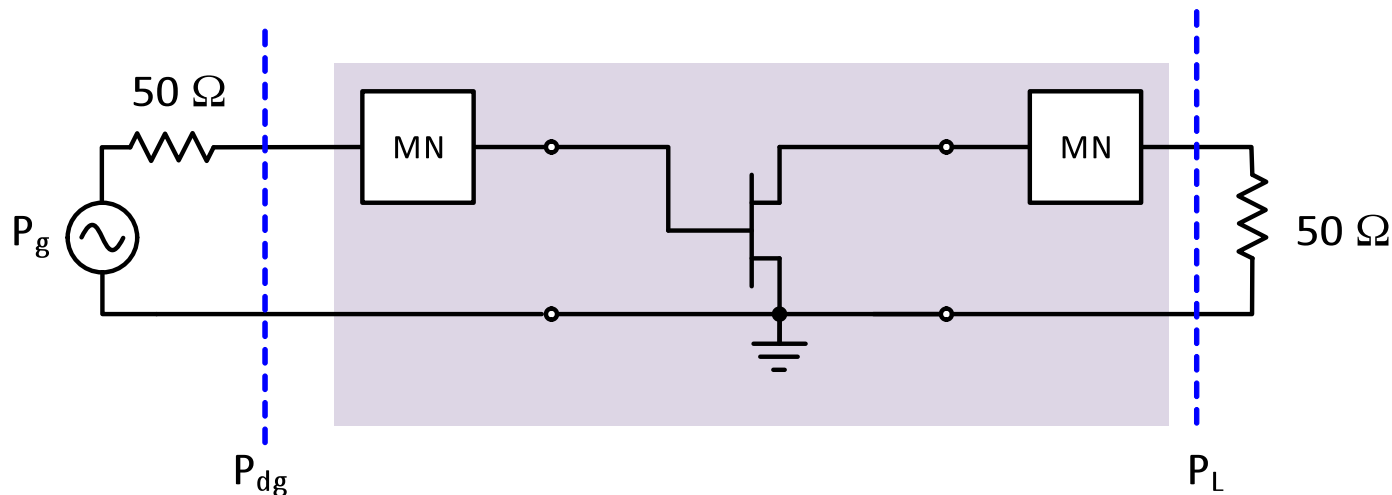
$$G_P = \frac{P_L}{P_{eT}} = \frac{\text{potencia entregada a la carga}}{\text{potencia a la entrada del transistor}}$$

$$G_A = \frac{P_{dT}}{P_{dG}} = \frac{\text{potencia disponible a la salida del transistor}}{\text{potencia disponible de generador}}$$

Ganancia en transferencia - G_T

- Transducer Gain.
- Coincide con parámetro $|S_{21}|^2$ cuando $Z_s = Z_L = Z_0$.

$$G_T = \frac{\text{Potencia entregada a la carga}}{\text{Potencia disponible generador}} = \frac{P_L}{P_{dg}}$$



Ganancia en transferencia - G_T

$$G_T = |S_{21}|^2 \frac{1 - |\Gamma_S|^2}{|1 - \Gamma_{IN} \Gamma_S|^2} \frac{1 - |\Gamma_L|^2}{|1 - S_{22} \Gamma_L|^2}$$

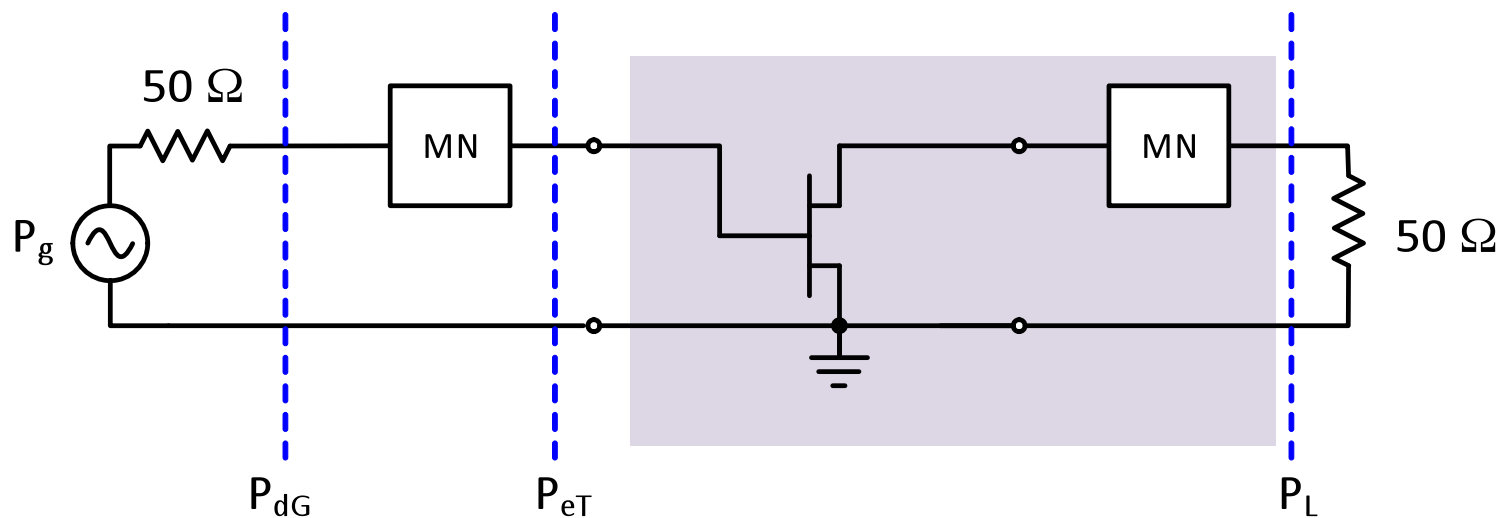
$$G_T = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_S|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_S S_{11} - \Gamma_L S_{22} + \Gamma_S \Gamma_L \Delta|^2}$$

$$\Gamma_{IN} = S_{11} + \frac{S_{12} S_{21}}{1 - S_{22}} \frac{\Gamma_L}{\Gamma_L}$$

$$\Delta = S_{11} S_{22} - S_{12} S_{21}$$

Ganancia en potencia - G_P

$$G_P = \frac{P_L}{P_{eT}} = \frac{\text{potencia entregada a la carga}}{\text{potencia a la entrada del transistor}}$$



Ganancia en potencia - G_P

$$G_P = \frac{P_L}{P_{eT}} = \frac{\text{potencia entregada a la carga}}{\text{potencia a la entrada del transistor}}$$

$$P_{eT} = P_{dg} \left(1 - |S_{p11}|^2\right) \quad S_{p11} = \frac{Z_{in} - Z_s^*}{Z_{in} + Z_s}$$

$$G_T = \frac{P_L}{P_{dG}} = \frac{P_L}{P_{eT}} \frac{P_{eT}}{P_{dG}} = G_P \frac{P_{eT}}{P_{dG}}$$

$$G_P = G_T \frac{P_{dg}}{P_{eT}} = G_T \frac{1}{1 - |S_{p11}|^2}$$

Ganancia en potencia - G_P

$$G_P = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_s|^2)}{1 - |\Gamma_{IN}|^2} \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - S_{22}\Gamma_L|^2}$$

$$\Gamma_s = \Gamma_{in}^* = \left(S_{11} + \frac{S_{12}S_{21}}{1 - S_{22}\Gamma_L} \right)^*$$

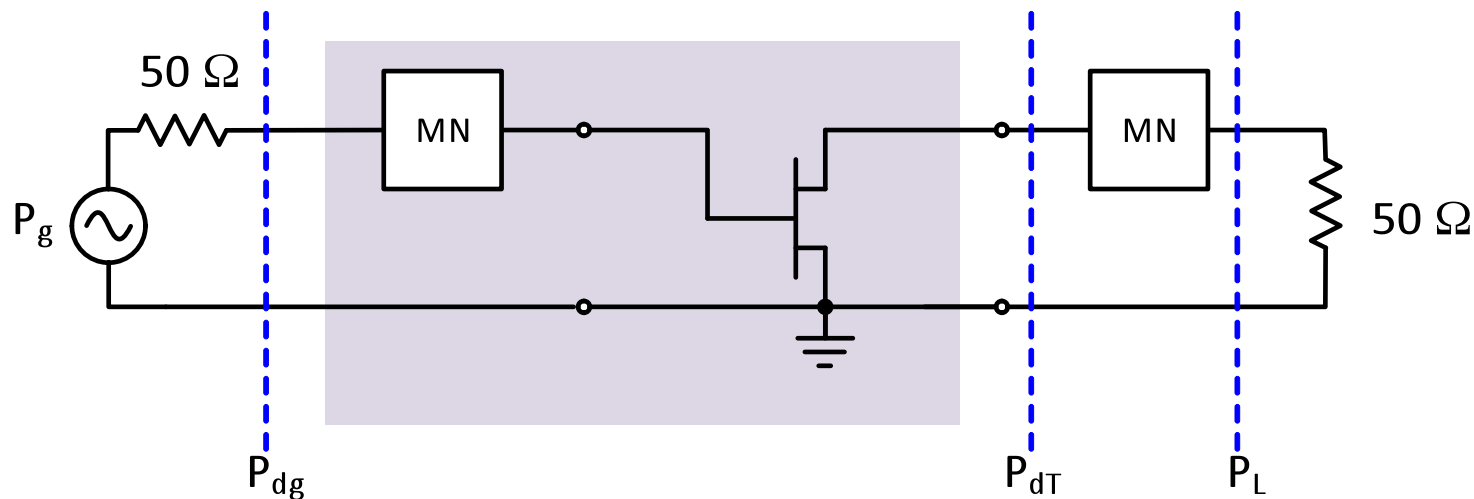
$$G_P = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_s S_{11} - \Gamma_L S_{22} + \Gamma_s \Gamma_L \Delta|^2} \Big|_{\Gamma_s = \Gamma_{in}^*}$$

$$G_P = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_L|^2)}{(1 - |S_{11}|^2) + |\Gamma_L|^2 (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2) - 2 \operatorname{Re}(C_2 \Gamma_L)}$$

$$C_2 = S_{22} - \Delta S_{11}^*$$

Ganancia disponible - G_A

$$G_A = \frac{P_{dT}}{P_{dg}} = \frac{\text{potencia disponible a la salida del transistor}}{\text{potencia disponible de generador}}$$



Ganancia disponible - G_A

$$G_A = \frac{P_{dT}}{P_{dG}} = \frac{\text{potencia disponible a la salida del transistor}}{\text{potencia disponible de generador}}$$

$$P_{eT} = P_{dg} \left(1 - |S_{p11}|^2\right) \qquad S_{p11} = \frac{Z_{in} - Z_s^*}{Z_{in} + Z_s}$$

$$G_T = \frac{P_L}{P_{dG}} = \frac{P_L}{P_{eT}} \frac{P_{eT}}{P_{dG}} = G_P \frac{P_{eT}}{P_{dG}}$$

$$G_P = G_T \frac{P_{dg}}{P_{eT}} = G_T \frac{1}{1 - |S_{p11}|^2}$$

Ganancia disponible - G_A

$$G_A = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_s|^2)(1 - |\Gamma_L|^2)}{|1 - \Gamma_s S_{11} - \Gamma_L S_{22} + \Gamma_s \Gamma_L \Delta|^2} \Big|_{\Gamma_L = \Gamma_{out}^*}$$

$$G_A = |S_{21}|^2 \frac{(1 - |\Gamma_s|^2)}{(1 - |S_{22}|^2) + |\Gamma_s|^2 (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2) - 2 \operatorname{Re}(C_1 \Gamma_s)}$$

$$C_1 = S_{11} - \Delta S_{22}^* \quad \Gamma_L = \Gamma_{out}^* = \left(S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_s}{1 - S_{11} \Gamma_s} \right)^*$$

Máxima ganancia disponible

La **máxima ganancia disponible** se obtiene en condiciones de adaptación conjugada simultánea en ambos puertos.

$$G_{T,\max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \left(k - \sqrt{k^2 - 1} \right)$$

Si la red tiene $k < 1$ se define la Máxima Ganancia Estable (MSG) ($k = 1$).

$$\lim_{k \rightarrow 1} G_{T,\max} = G_{MSG} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|}$$

No es un máximo matemático.

Círculos de ganancia constante

- Herramienta gráfica de diseño de amplificadores para cumplir determinadas especificaciones:
 - Círculos de ganancia en potencia constante.
 - Círculos de ganancia disponible constante.

Círculos de ganancia en potencia constante

$$G_p = g_p |s_{21}|^2$$

Los valores de Γ_L que producen un valor constante de g_p corresponden a:

$$|\Gamma_L - C_P| = r_P$$

$$C_P = \frac{g_P C_2^*}{1 + g_P (|S_{22}|^2 - |\Delta|^2)} \quad r_P = \frac{\sqrt{1 - 2kg_P |s_{12}s_{21}| + g_P^2 |s_{12}s_{21}|^2}}{1 + g_P (|s_{22}|^2 - |\Delta|^2)}$$

$$C_2 = s_{22} - \Delta s_{11}^*$$

Círculos de ganancia disponible constante

$$G_A = g_A |s_{21}|^2$$

$$C_A = \frac{g_A C_1^*}{1 + g_A (|S_{11}|^2 - |\Delta|^2)}$$

$$r_A = \frac{\sqrt{1 - 2kg_A |s_{12}s_{21}| + g_A^2 |s_{12}s_{21}|^2}}{1 + g_A (|s_{11}|^2 - |\Delta|^2)}$$

$$C_1 = s_{11} - \Delta s_{22}^*$$

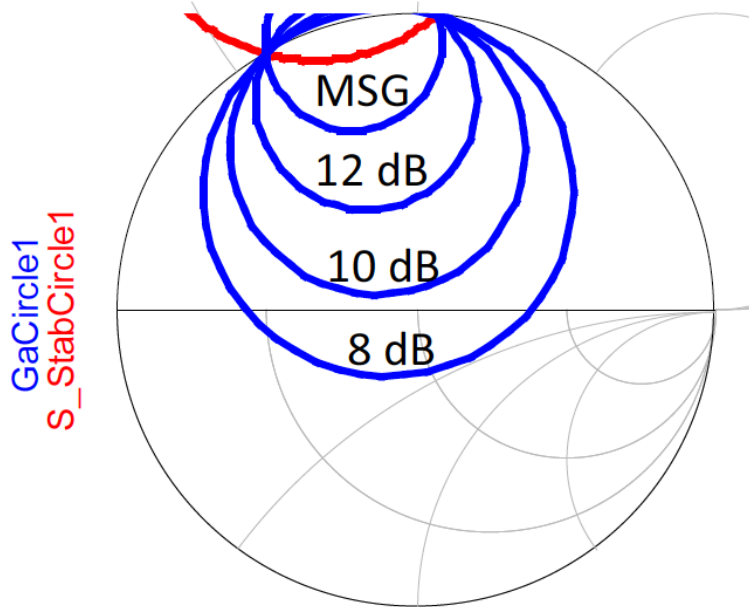
Ejemplo círculos de ganancia constante (I)

$$G_{MSG} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|}$$

Eqn MSG = 10*log10(mag(S 21)/mag(S 12))

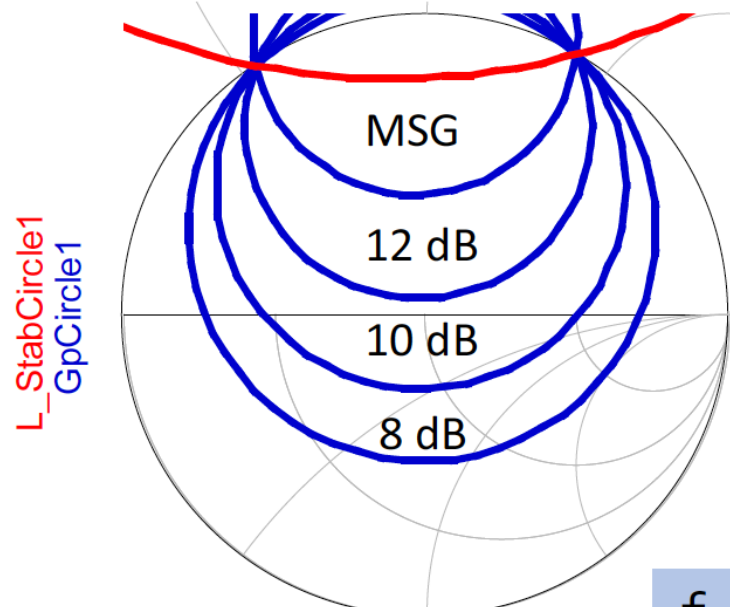
freq	MSG
4.000 GHz	14.323

Círculos de ganancia disponible



indep(S_StabCircle1) (0.000 to 181.000)
cir_pts (0.000 to 51.000)

Círculos de ganancia en potencia



cir_pts (0.000 to 61.000)
indep(L_StabCircle1) (0.000 to 181.000)

f = 4 GHz

Ejemplo círculos de ganancia constante (II)

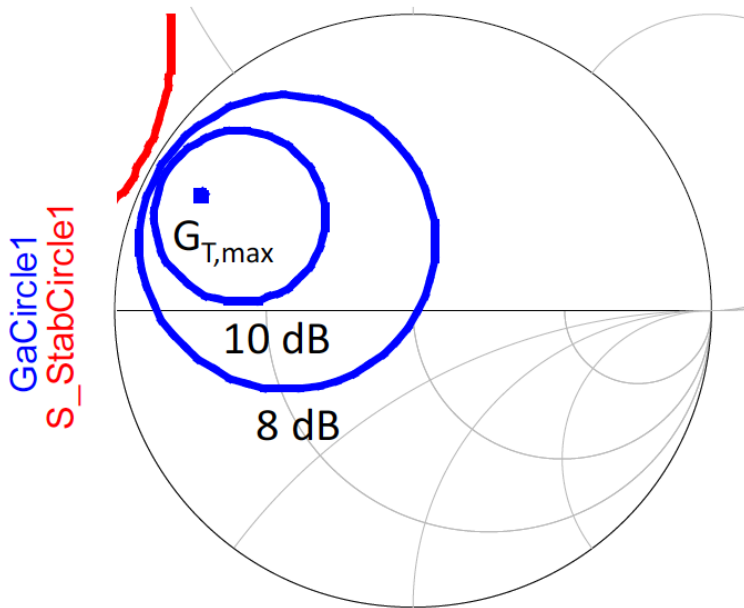
$$G_{T,\max} = \frac{|S_{21}|}{|S_{12}|} \left(k - \sqrt{k^2 - 1} \right)$$

$$GT_{\max} = 10 \cdot \log_{10}(\text{mag}(S_{21}/S_{12}) \cdot (k - \sqrt{k^2 - 1}))$$

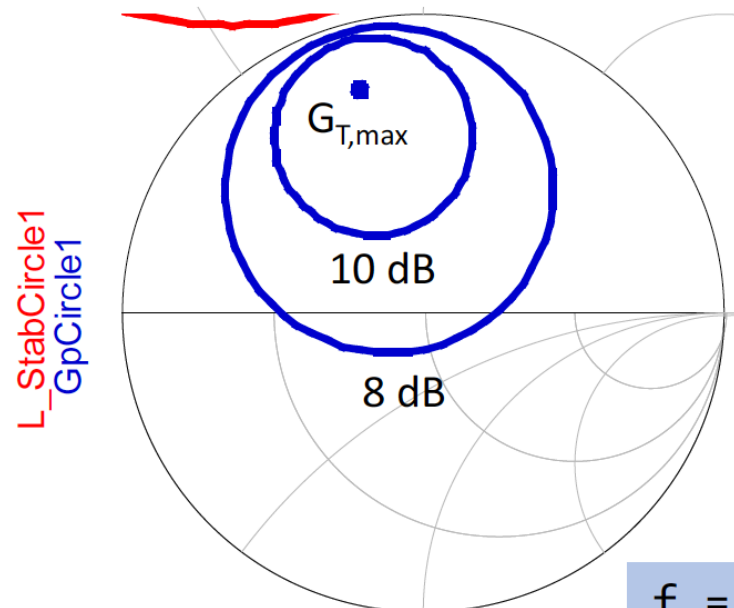
freq	GTmax
6.000 GHz	11.444

Círculos de ganancia disponible

Círculos de ganancia en potencia



indep(S_StabCircle1) (0.000 to 181.000)
cir_pts (0.000 to 51.000)



cir_pts (0.000 to 61.000)
indep(L_StabCircle1) (0.000 to 181.000)

f = 6 GHz

Figura de ruido

La figura de ruido de un amplificador dos-puertos se define como:

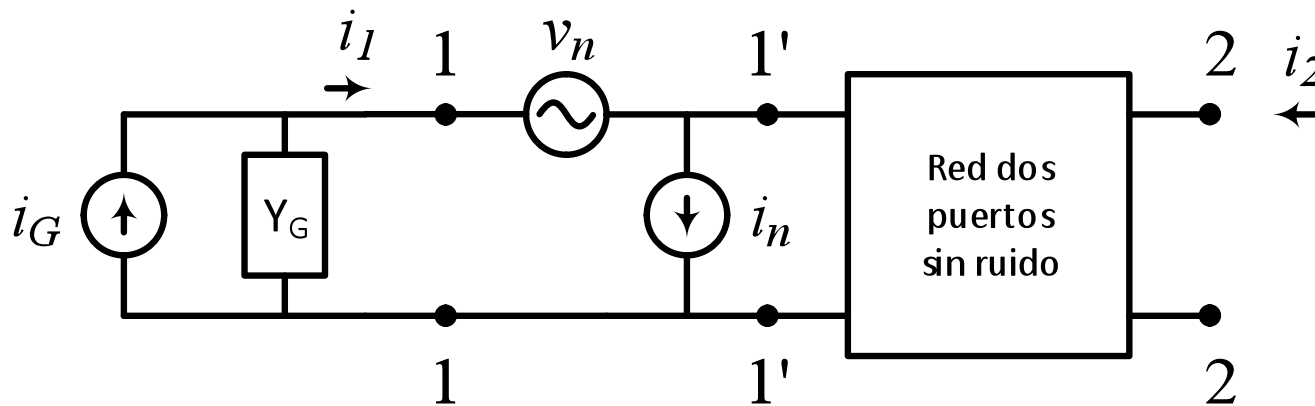
$$F = F_m + \frac{4R_n}{Z_o} \frac{|\Gamma_s - \Gamma_m|^2}{|1 + \Gamma_m|^2 (1 - |\Gamma_s|^2)}$$

Parámetros
de ruido.

- $F_{\min}$ – Mínima figura de ruido (óptima).
- R_n – Resistencia de ruido equivalente del modelo.
- Γ_m – Coeficiente de reflexión para mínimo ruido (óptimo).
- Z_o – Impedancia de referencia.
- Γ_s – Coeficiente de reflexión de la carga conectada a la entrada.

Figura de ruido

Circuito equivalente de una red dos puertos con fuentes de ruido referidas a la entrada:



$$F = F_m + \frac{R_n}{G_G} \left[(G_G - G_{opt})^2 + (B_G - B_{opt})^2 \right]$$

F_{min} – Se encuentra haciendo cero la derivada de F con respecto a G_G .

Y_{opt} – Se encuentra para $B_G = B_{opt} = -B_c$. B_c : Parte imaginaria de Y_c (parte correlada del ruido). Esto determina $G_G = G_{opt}$ en función de G_u , R_u y G_c (Y_u – parte no correlada).

Figura de ruido

Se puede reescribir la ecuación para determinar Γ_S para una figura de ruido determinada $F = F_i$.

$$\frac{|\Gamma_S - \Gamma_m|^2}{1 - |\Gamma_S|^2} = \underbrace{\frac{F_i - F_{\min}}{4 \frac{R_n}{Z_o}}}_{N_i} |1 + \Gamma_m|^2$$

$$N_i = \frac{F_i - F_{\min}}{4 (R_n / Z_o)} |1 + \Gamma_m|^2$$

Círculo de figura de ruido constante

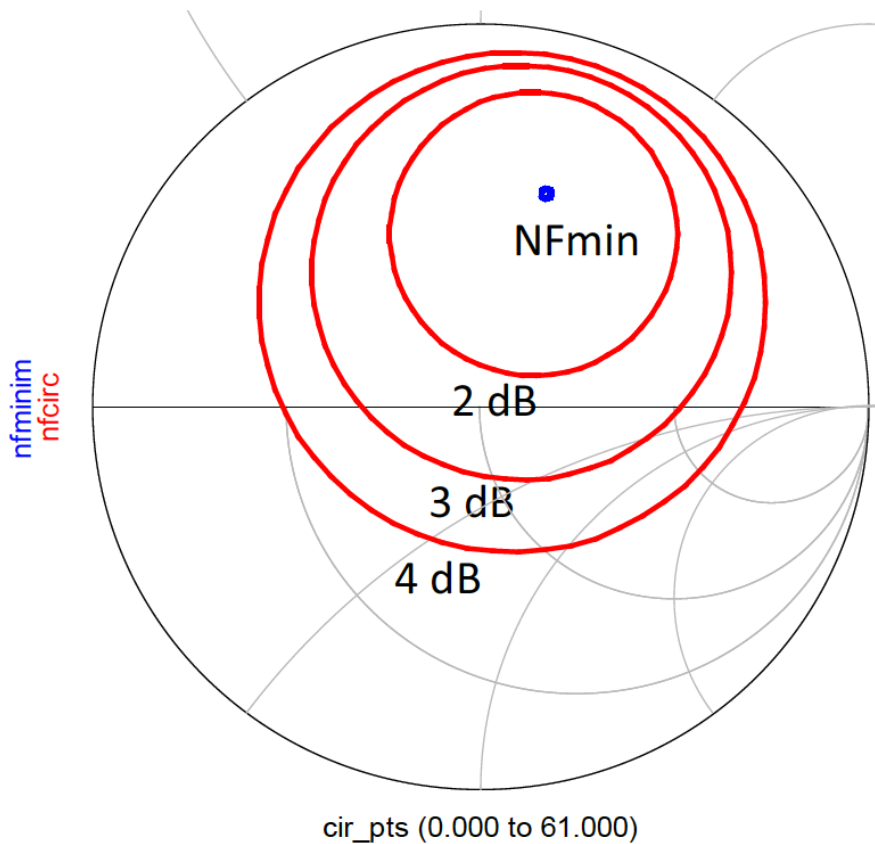
Centro:
$$C_i = \frac{\Gamma_{\min}}{1 + N_i}$$

Radio:
$$r_i = \frac{1}{1 + N_i} \sqrt{N_i^2 + N_i (1 - |\Gamma_{\min}|^2)}$$

Note que cuando $F_i = F_{\min}$:

$$N_i = 0 ; C_i = G_m ; r_i = 0$$

Ejemplo círculos de figura de ruido constante (I)



S-PARAMETERS

S_Param

SP1

Start=4 GHz

Stop=4 GHz

CalcNoise=yes



OPTIONS

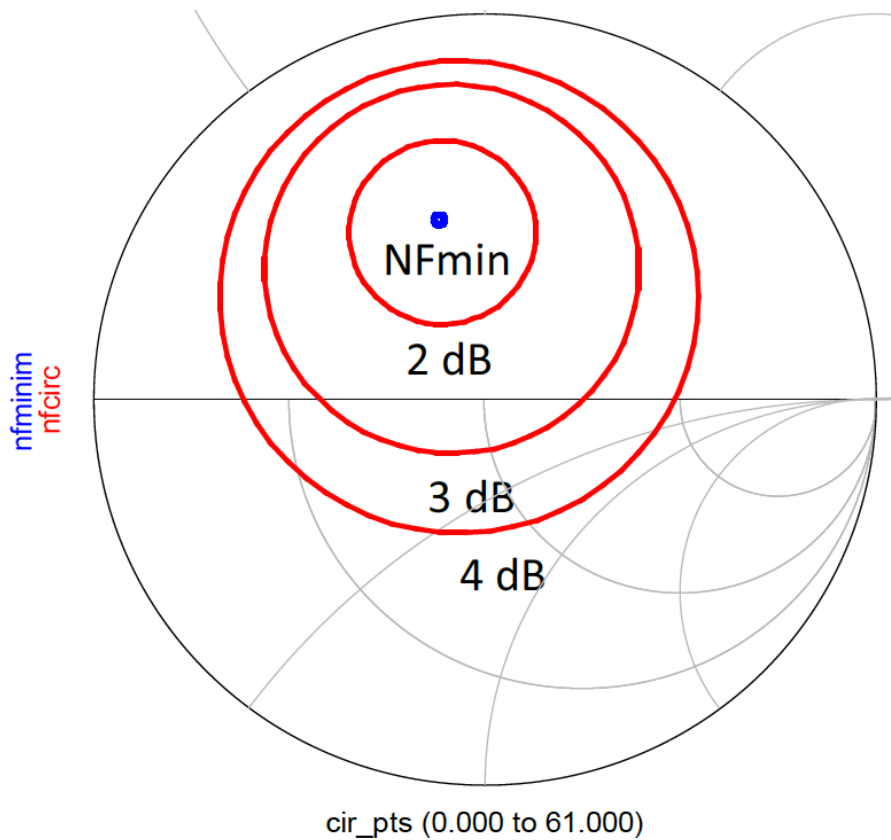
Options

Options1

Temp=16.85

freq	NFmin	Rn	Sopt
4.000 GHz	1.200	24.000	0.580 / 73.000

Ejemplo círculos de figura de ruido constante (II)



S-PARAMETERS

S_Param

SP1

Start=6 GHz

Stop=6 GHz

CalcNoise=yes



OPTIONS

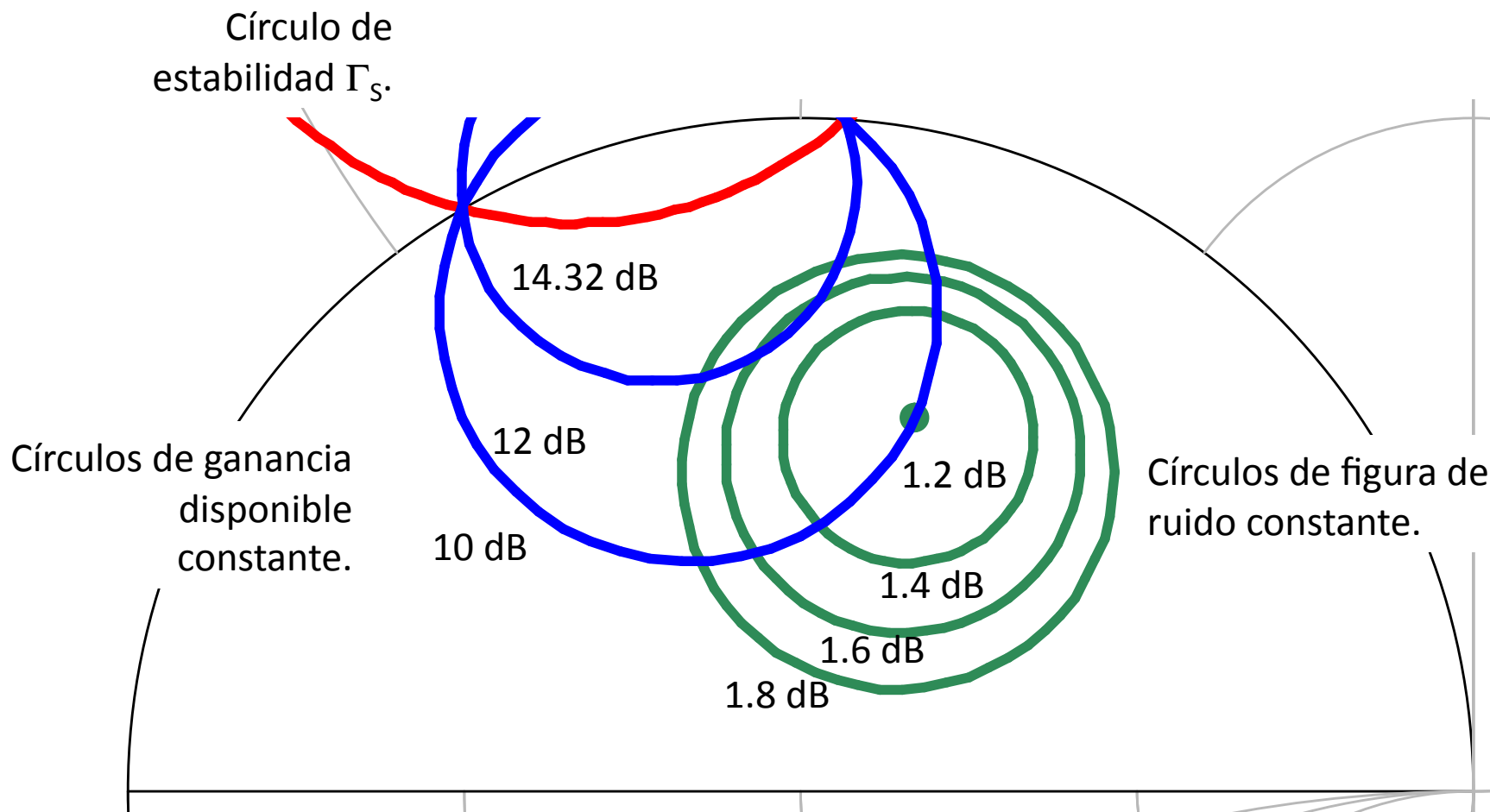
Options

Options1

Temp=16.85

freq	NFmin	Rn	Sopt
6.000 GHz	1.700	17.000	0.480 / 104.000

Diseño para una ganancia y figura de ruido especificada

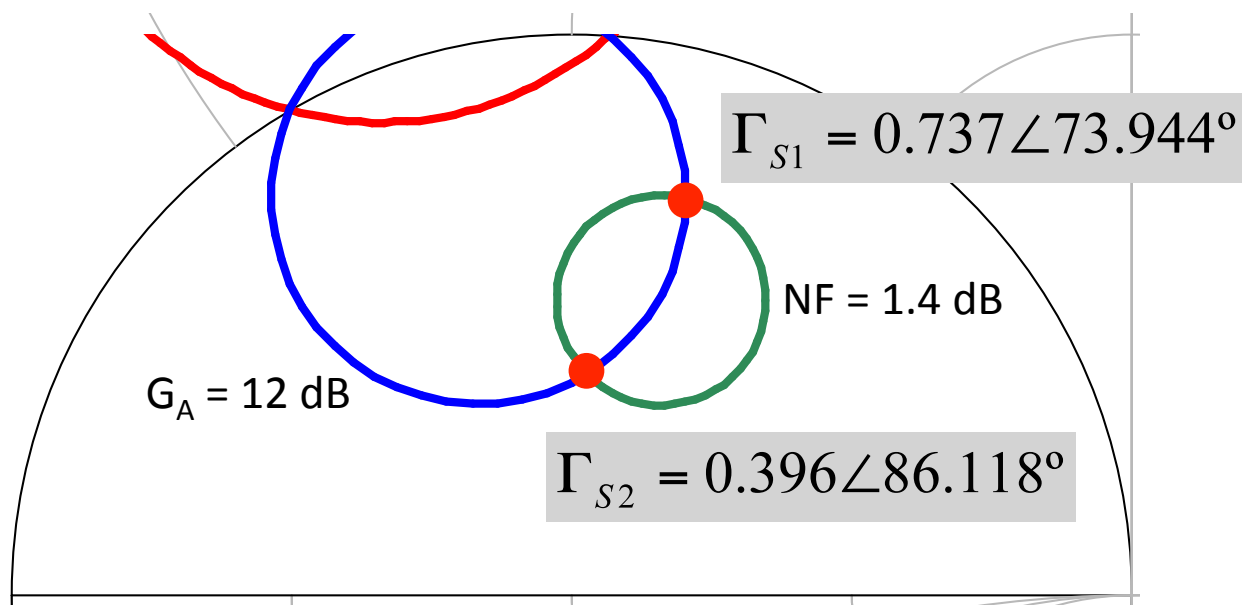


Diseño para una ganancia y figura de ruido especificada (I)

Especificaciones: $NF = 1.4 \text{ dB}$

$$G = 12 \text{ dB}$$

Se localizan los puntos intersección de los círculos de ganancia disponible y figura de ruido que coincidan con el valor especificado.



Diseño para una ganancia y figura de ruido especificada (I)

$$\Gamma_S = 0.396 \angle 86.118^\circ$$

$$Z_S = Z_c \frac{1 + \Gamma_S}{1 - \Gamma_S}$$

$$Z_S = 39.190 + j35.843 \, \Omega$$

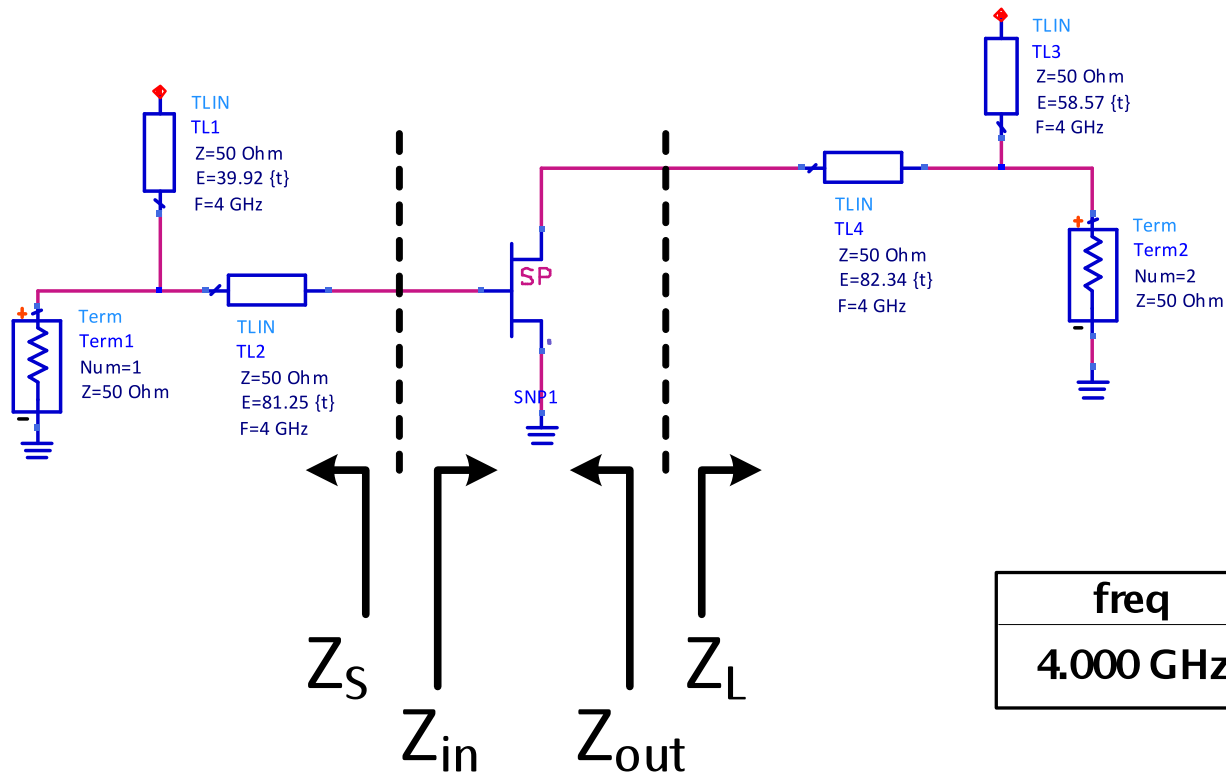
$$Z_{in} = Z_S^* = 39.190 - j35.843 \, \Omega$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{out} &= S_{22} + \frac{S_{12} S_{21} \Gamma_S}{1 - S_{11} \Gamma_S} \\ &= 0.631 \angle -66.011^\circ \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} Z_{out} &= Z_c \frac{1 + \Gamma_{out}}{1 - \Gamma_{out}} \\ &= 33.994 - j65.139 \, \Omega \end{aligned}$$

$$Z_L = Z_{out}^* = 33.994 + j65.139 \, \Omega$$

Diseño para una ganancia y figura de ruido especificada (II)



freq	dB(S(2,1))
4.000 GHz	11.906

freq	nf(2)
4.000 GHz	1.404