

10.1. Movimiento de los sólidos en el seno de un fluido

10.1.1. Introducción

La clasificación es la operación de separación de un material granular, formado por partículas de diferentes tamaños, en dos o más productos basado fundamentalmente en la velocidad con la que las partículas se desplazan en el seno de un fluido.

Cuando la fuerza principal que actúa es el campo gravitatorio “g” se clasifican partículas de tamaños medianos y pequeños y cuando el campo de fuerzas principal que actúa es mayor, como por ejemplo la aceleración centrífuga debida al movimiento de giro de valor “ v^2/r ”, normalmente de mayor intensidad que el campo g, puede llegar a valer 500 ó 1.000 veces “g” según el diseño de los equipos, las partículas clasificadas o separadas por tamaños son pequeñas o muy pequeñas en el entorno de algunas micras 2 ó 5 μm .

Fundadas en el movimiento de los sólidos (minerales) en el seno de un fluido, agua o aire son los fluidos básicos utilizados en mineralurgia, hay dos técnicas mineralúrgicas de clasificación.

10.1.1.1. *Sedimentación, que a su vez se subdivide:*

- a) *Clarificación.* Se desea separar los sólidos de los líquidos (quitar sólidos de la pulpa o extraer las partículas de una vena de aire contaminada) dejando el agua a líquido clarificada o limpia.
- b) *Espesamiento.* Separar los sólidos de los líquidos en pulpas (quitar líquido o extraer las partículas como mineral rentable de un fluido gaseoso) con el objetivo de conseguir sólidos o minerales con el menor líquido posible (obtener espesados).

Tanto en una tecnología como en la contraria se utilizan los tanques espesadores que son equipos voluminosos, de amplias dimensiones y, normalmente, formados por grandes tanques circulares donde se da, con ayuda de floculantes, espesadores o sustancias que favorecen la operación, el tiempo suficiente a las partículas para que se produzca su clasificación en el hundido o el rebose según interese a la tecnología.

10.1.1.2. *Separación, que a su vez se subdivide:*

- a) Atendiendo a la diferencia de tamaños (diferencias granulométricas) se realizan la denominada clasificación indirecta utilizada, normalmente, para pequeños tamaños.
La clasificación indirecta puede ser hidráulica o hidroclasificación en la que se utiliza como medio un fluido, normalmente el agua, y neumática en la que se utiliza como medio fluido un gas, normalmente el aire (los equipos más representativos son los ciclones, hidrociclones o aerociclones).
Los ciclones son una tecnología utilizada ampliamente en el depurado de venas gaseosas antes de su vertido a la atmósfera, depuración de efluentes gaseosos, y como equipo de recuperación de partículas en suspensión, normalmente de pequeño tamaño en el entorno de algunas micras, para recuperación de minerales. Esta tecnología de ciclones alcanza a separar partículas en tamaños que otras tecnologías no son eficientes o incluso son inoperantes, no funcionan.
- b) Atendiendo a la diferencia de densidades (diferencias gravimétricas) se realiza la concentración gravimétrica (mesa de sacudidas que utiliza la lámina pelicular fluente, y criba hidráulica que utiliza la aceleración diferencial inicial).

10.1.2. Movimiento de los sólidos en el seno de un fluido. Fundamento teórico

Los fluidos más utilizados son el agua (hidroclasificación) y el aire (aeroclasificación). El agua es el elemento de mayor utilización en las tecnologías de clasificación de minerales (clasificación en húmedo) considerándose que hasta el 98% de las tecnologías de clasificación para menas metálicas y no metálicas lo utilizan.

En la clasificación o concentración de minerales normalmente el medio fluido es el agua por su abundancia o disponibilidad, coste y características. La clasificación húmeda generalmente se aplica a partículas de mineral que son consideradas muy finas para ser separadas eficientemente por medio del cernido o cribado.

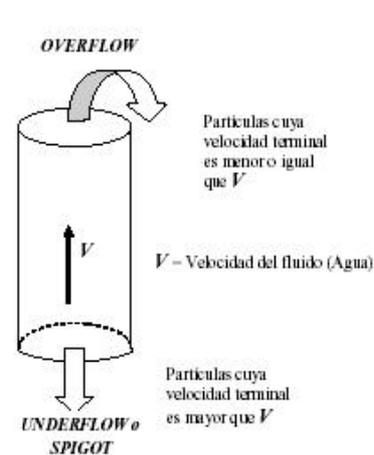


Figura 10.1. Columna de clasificación.

En el hundido (underflow o spigot¹) se clasifican las partículas de mineral grandes y pesadas, capaces de vencer la corriente ascendente y en el flotado (overflow o rebose) se clasifican las partículas pequeñas y menos densas, arrastradas por la corriente del fluido. En este principio se basan todos los hidroclasificadores.

La velocidad de desplazamiento de las partículas en un medio fluido no solamente depende de su tamaño, sino también de su peso específico, de su forma, de las condiciones del medio, de la temperatura del baño, y en general de una multitud de parámetros, unos conocidos y otros estimados, que hacen de esta tecnología de clasificación la necesidad de conocer determinados parámetros básicos del movimiento de partículas para entender su funcionamiento y el diseño de los diferentes equipos utilizados, así como para poder predecir la forma de clasificación de una masa de partículas dentro de un medio líquido o gaseoso.

10.1.2.1. Principio de la clasificación

Cuando una partícula cae libremente en el vacío, está es sometida a una constante aceleración y su velocidad se incrementa indefinidamente, siendo independiente de su tamaño y densidad, no hay resistencias al desplazamiento y consiguientemente, un trozo de plomo y una pluma caen exactamente con la misma velocidad, pero cuando una partícula se desplaza en un medio aparecen resistencias al movimiento que hace diferente la velocidad de desplazamiento de unos materiales con respecto a otros y además de la formulación y verificado en la realidad, existe una velocidad límite para cada partícula y medio que una vez alcanzada hace que la partícula se desplace con velocidad uniforme.

En un medio viscoso, como el agua o el aire, hay resistencia al movimiento y el valor se incrementa con la velocidad. Cuando se ha alcanzado el equilibrio entre la fuerza de la gravedad (o fuerza aceleradora) y las fuerzas de resistencia del fluido, el cuerpo alcanza su **velocidad límite o velocidad terminal** y después, alcanzada esta velocidad límite, la partícula cae a una velocidad uniforme donde existe un equilibrio entre las fuerzas motoras o de impulsión y las fuerzas resistivas o que se oponen al movimiento.

El planteamiento de las fuerzas que actúan sobre un partícula dentro de un medio (por proximidad a la tecnología minera se considera el agua) se esquematiza en la figura siguiente. Se considera una partícula esférica de tamaño (diámetro) d .

Las fuerzas que actúan sobre la partícula y que producen el movimiento de la misma dentro del fluido son:

¹ Espita o grifo.

a) Fuerzas debidas a la gravedad y formulada:

$$P(\text{peso}) = m \cdot g ; \quad (1).$$

m: Masa de la partícula (kg); $m = V_s \cdot \rho_s$; V_s : volumen del sólido en m^3 y ρ_s la densidad en kg/dm^3 (t/m^3).

g: Aceleración de la gravedad ($9,81 \text{ m}/\text{s}^2$).

b) Fuerzas debidas a las aceleraciones a que son sometidas las partículas, (p.e.: la fuerza centrífuga en movimientos circulares, de gran importancia en el funcionamiento de los ciclones) y que se formula:

$$F_c = m \cdot (v_t^2/r) ; \quad (2).$$

Donde $v_t = \omega \cdot r$ es la velocidad tangencial en m/s , ω es la velocidad angular en rad/s y r , en metros, es el radio de curvatura².

c) Fuerzas debidas al empuje por el efecto del principio de Arquímedes, de sentido contrario al efecto de la gravedad, y que se formula:

$$E = V_s \cdot \rho_f \cdot g ; \quad (3).$$

Siendo V_s y g ya definidas anteriormente y ρ_f la densidad del fluido.

d) Fuerzas debidas a la resistencia que ofrece el fluido al desplazamiento de un sólido, de formulación compleja pero que se puede aproximar para razonar sobre su influencia mediante las expresiones siguientes:

De la definición de presión, fuerza por unidad de superficie, se deduce que:

$$F_r = P \cdot S ; \quad (4).$$

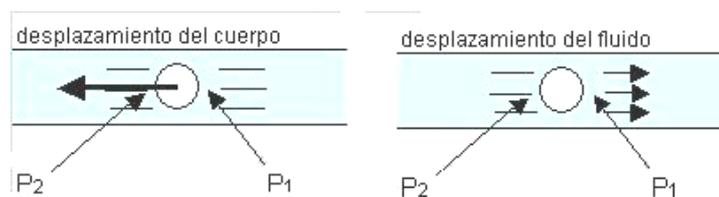
P(Pascal = N/m^2): Presión que actúa sobre la partícula en su desplazamiento y S(m^2): Superficie perpendicular al desplazamiento que ofrece la partícula (en el supuesto de una esfera es el área del círculo máximo).

Por aplicación del teorema de Bernouilli que obtiene la diferencia de presión antes y después del cuerpo que se desplaza con velocidad V respecto al fluido, en el seno de un fluido ideal, incomprensible y con densidad constante, la presión debida a la velocidad o presión cinética, viene dada por la expresión:

$$P_2 - P_1 = \Delta P = \rho_f \cdot v^2/2 ; \quad (5).$$

ρ_f : Densidad del fluido (t/m^3) y $V(\text{m}/\text{s})$: Velocidad relativa del sólido respecto al fluido.

El efecto es igual si se desplaza el sólido dentro del fluido o si es el fluido el que se desplaza contra el sólido.



Por sustitución de (4) en (5) se obtiene:

$$F_r = S \cdot \rho_f \cdot v^2/2$$

La adaptación de la fórmula teórica a la realidad hace necesario afectar la expresión anterior de un coeficiente adimensional C que se denomina "Coeficiente de Resistencia" y que depende del nº de Reynolds³, obteniendo así la fórmula de Lord Rayleigh para la determinación de la fuerza de resistencia de un sólido al desplazamiento dentro de un fluido:

$$F_r = C \cdot S \cdot \rho_f \cdot v^2/2 ; \quad (6).$$

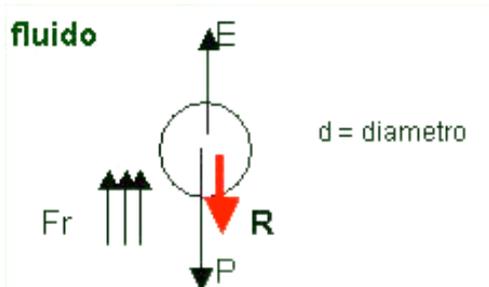
² El radio de curvatura coincide con el radio de giro cuando el movimiento sigue una circunferencia y en todo caso es la distancia del c.d.g. de la partícula al centro de giro.

³ Número adimensional que relaciona las fuerzas de inercia con las fuerzas de resistencia en un fluido.

El coeficiente de resistencia C depende del número de Reynolds (N_R) adquiriendo diferentes expresiones según el valor de N_R

e) La resultante de las fuerzas aplicadas al sólido, formulada por $R = m \cdot a$ se obtiene por aplicación de las anteriores con el sentido correspondiente. Para el supuesto de un sólido en caída libre (no existen fuerzas centrífugas ni otras acciones exteriores) dentro del fluido será:

$R = P - E - Fr$; Sustituyendo los valores anteriores será:



$$V_s \cdot \rho_s \cdot dv/dt = V_s \cdot \rho_s \cdot g - V_s \cdot \rho_f \cdot g - C \cdot S \cdot \rho_f \cdot v^2/2$$

y simplificada se obtiene:

$$dv/dt = g - \rho_f \cdot g / \rho_s - C \cdot S \cdot \rho_f \cdot v^2 / (2 \cdot V_s \cdot \rho_s);$$

Reordenada da:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_s} \cdot g - C \cdot \frac{S}{V_s} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{V^2}{2} \quad (7)$$

La aplicación de la ecuación anterior a un sólido de dimensiones conocidas⁴, supuesto de una esfera de diámetro “d”, donde la superficie frontal opuesta al desplazamiento es $S = \pi \cdot d^2/4$ y el volumen es $V_s = (4/3) \cdot \pi \cdot d^3/8$. En este caso la relación $S/V_s = (3/2) \cdot (1/d)$. Lo anterior para una partícula cualquiera, de dimensión característica “d” se generaliza mediante la relación:

$S/V_s = K_s/d$; K_s es una constante relacionada con las características dimensionales del cuerpo y con su forma, *coeficiente de forma*, y “d” es una dimensión característica del sólido que para el caso particular de una esfera es su diámetro.

Aplicando la ecuación anterior (7) a una esfera, o a su generalización dada por la relación K_s/d , con K_s un parámetro adimensional a determinar en cada supuesto real y que para la esfera toma el valor de $K_s = 2/3$, y sustituyendo sus parámetros dimensionales, se obtiene la expresión siguiente:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_s} \cdot g - C \cdot \frac{K_s}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{V^2}{2} \quad (8)$$

La velocidad de desplazamiento de una partícula dentro de un fluido depende de una forma genérica de los parámetros siguientes:

- De la densidad del sólido, ρ_s .
- De la densidad del fluido, ρ_f .
- De la dimensión característica del sólido, d.
- De la velocidad relativa de desplazamiento del sólido respecto al fluido, V.
- De un parámetro adimensional, K_s/C que depende del número de Reynolds y de la forma del cuerpo K_s o coeficiente dimensional de forma.
- De la aceleración de la gravedad, “g”, o generalizando, del campo de aceleraciones actuante sobre el sistema.

10.1.2.2. Concepto de velocidad límite

La resistencia al desplazamiento de la partícula en el seno de un fluido es dependiente del cuadrado de la velocidad de desplazamiento ($Fr = C \cdot S \cdot \rho_f \cdot V^2/2$) y aumenta rápidamente con esta velocidad.

⁴ Las partículas en minería se caracterizan por una dimensión principal o característica “d”.

Se denomina velocidad límite o velocidad terminal a aquella velocidad que se alcanza cuando las fuerzas resistivas que dependen de la velocidad de desplazamiento igualan a las fuerzas aceleradoras. En el momento de la igualdad, ver ecuación (8) la aceleración se anula ($dv/dt = 0$) y la velocidad se hace constante. Aplicando este principio a la ecuación del movimiento (8) y despejando la velocidad se obtiene la ecuación para la velocidad límite y que para el planteamiento anterior viene dada por:

$$\begin{aligned} \frac{dv}{dt} &= \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_s} \cdot g - C \cdot \frac{K_s}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{V^2}{2} = 0 \\ \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_s} \cdot g &= C \cdot \frac{K_s}{d} \cdot \frac{\rho_f}{\rho_s} \cdot \frac{V^2}{2} \\ V^2 &= \frac{(\rho_s - \rho_f)}{\rho_f} \cdot \frac{d \cdot 2}{C \cdot K_s} \cdot g \end{aligned} \tag{9}$$

Si en las ecuaciones anteriores, (7), (8) y (9) se considera "V" como la velocidad relativa del sólido respecto del líquido, las ecuaciones son aplicables a fluidos en movimiento con velocidad V_f .

Cuando se alcanza esta condición de equilibrio el cuerpo cae con una velocidad constante característica denominada velocidad límite.

10.1.2.3. Noción de equivalencia. Isodromía

Dos partículas son equivalentes o isódromas cuando tienen la misma velocidad límite en un fluido dado, generalmente agua o aire en minería, bajo la acción de la gravedad. La definición es extensible a otros sistemas de funcionamiento con campos de aceleraciones distintos de la gravedad como se ha indicado anteriormente.

También se denomina *radio de asentamiento* o *razón de sedimentación libre*, a la razón del tamaño de dos partículas que tienen la misma velocidad terminal o velocidad límite dentro de un fluido. Estos límites aplicados en la clasificación en minería hace que dos partículas que sean isódromas, tengan el mismo radio de asentamiento, son difíciles de separar mediante procedimientos de tecnología isódroma, que utilizan el principio de desplazamiento en un fluido como acción principal debiendo disponer procedimiento de clasificación previa, separación mediante grupos no isódromos, o tecnologías que contemplen este efecto.

La condición para que dos partículas sean isódromas, en base a la definición anterior, será:

$$\begin{aligned} V_{\text{límite}}(\text{partícula1}) &= V_{\text{límite}}(\text{partícula2}) ; \\ V_1^2 &= \frac{(\rho_{s1} - \rho_f)}{\rho_f} \cdot \frac{d_1 \cdot 2}{C_1 \cdot K_{s1}} \cdot g = \frac{(\rho_{s2} - \rho_f)}{\rho_f} \cdot \frac{d_2 \cdot 2}{C_2 \cdot K_{s2}} \cdot g = V_2^2 \end{aligned}$$

Por reordenación de términos se obtiene la expresión general:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{(\rho_{s2} - \rho_f)}{(\rho_{s1} - \rho_f)} \cdot \frac{C_1 \cdot K_{s1}}{C_2 \cdot K_{s2}}$$

Aplicando la ecuación general anterior a los regímenes de Stokes (régimen laminar), Allen (régimen intermedio) y Newton (régimen turbulento) para el caso particular de una esfera se obtiene la ecuación de aplicación siguiente:

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho_{s2} - \rho_f}{\rho_{s1} - \rho_f} \right)^m \quad \begin{array}{ll} m = 1/2; & \text{Régimen de Stokes.} \\ 1/2 < m < 1; & \text{Régimen de Allen.} \\ m = 1; & \text{Régimen de Newton-Rittinger.} \end{array}$$

La relación de los diámetros de las partículas se denomina "razón de sedimentación libre o radio de asentamiento"

Nota técnica: *Consideraciones sobre los números adimensionales. Número de Reynolds*

Al introducir factores experimentales en las ecuaciones racionales, deducidas de la teoría, se posibilita el desarrollo de fórmulas que pueden ser usadas más allá de los límites de los datos experimentales, y ser aplicadas a otros fluidos con condiciones diferentes.

Esto permite experimentar con modelos y extrapolar las conclusiones al funcionamiento real, si bien conviene hacer notar, que cuanto más próximo esté el modelo a las condiciones reales, mayor fiabilidad tienen los resultados obtenidos.

En los fluidos, normalmente, interaccionan las fuerzas que se relacionan a continuación:

Denominación	Fórmula general	Fórmula aplicada	Observaciones
Fuerzas de inercia	$F_i = m \cdot a = m \cdot (dv/dt)$	$F_i = \rho_f \cdot l^3 \cdot v/t$	ρ_f : Densidad del fluido (t/m^3)
Fuerzas de fricción	$F_f = \mu \cdot x \cdot l \cdot x \cdot v$	$F_f = \mu \cdot x \cdot l \cdot x \cdot v$	μ : Viscosidad dinámica o absoluta ($kg/m/s$) ξ : μ/ρ_f Viscosidad cinemática o relativa (m^2/s)
Fuerzas de gravedad	$F_g = m \cdot g$	$F_g = \rho_s \cdot l^3 \cdot g$	ρ_s : Densidad del sólido (t/m^3)
Fuerzas de presión	$F_p = P \cdot S = S \cdot \rho_f \cdot v^2/2$	$F_p = l^2 \cdot \rho_f \cdot v^2/2$	ρ_f : Densidad del fluido (t/m^3)
Fuerzas debidas a la tensión superficial	$F_s = \sigma \cdot l$	$F_s = \sigma \cdot l$	σ : Tensión superficial (N/m)

Los números adimensionales relacionan "cosas" semejantes y permiten obtener leyes en un modelo y extrapolarlo a otras condiciones. Deducido un número adimensional, se debe observar como trabaja en la realidad, y su dificultad para obtenerlo

En particular, el número de Reynolds⁵ relaciona las fuerzas de inercia aplicadas al fluido con las fuerzas de fricción o fuerzas de oposición al movimiento en el seno de un fluido. Este número adimensional, de gran importancia en la mecánica de fluidos, se ha demostrado que es muy útil y que interviene en todos los problemas del régimen de movimiento de fluidos

$$Nr = F_i/F_f = (\rho_f \cdot l^3 \cdot v/t) / (\mu \cdot l \cdot v) = (\rho_f \cdot l/\mu) \cdot (l/t) = \rho_f \cdot l \cdot v/\mu = Re$$

$$Nr = \rho_f \cdot l \cdot v/\mu = l \cdot v/\xi$$

Los valores característicos para los fluidos, normalmente utilizados en concentración, se dan en la tabla siguiente:

Fluido	ρ_f (kg/m^3)	μ ($kg/m/s$)	ξ (m^2/s)
Agua	1.000	$1,15 \times 10^{-3}$	$1,15 \times 10^{-6}$
Aire	1,25	$11,76 \times 10^{-6}$	$9,41 \times 10^{-6}$

Teorema de pi – Buckingham. Si se tiene m parámetros y n fuerzas, se pueden obtener (m – n) números adimensionales independientes. El resto serán combinaciones lineales de los (m – n) deducidos. El teorema es una extensión del equivalente en matemáticas "dadas m ecuaciones con n incógnitas se tienen (m – n) ecuaciones independientes", el resto son combinaciones lineales de las anteriores.

⁵ En la bibliografía se utiliza indistintamente la representación mediante Nr o Re.

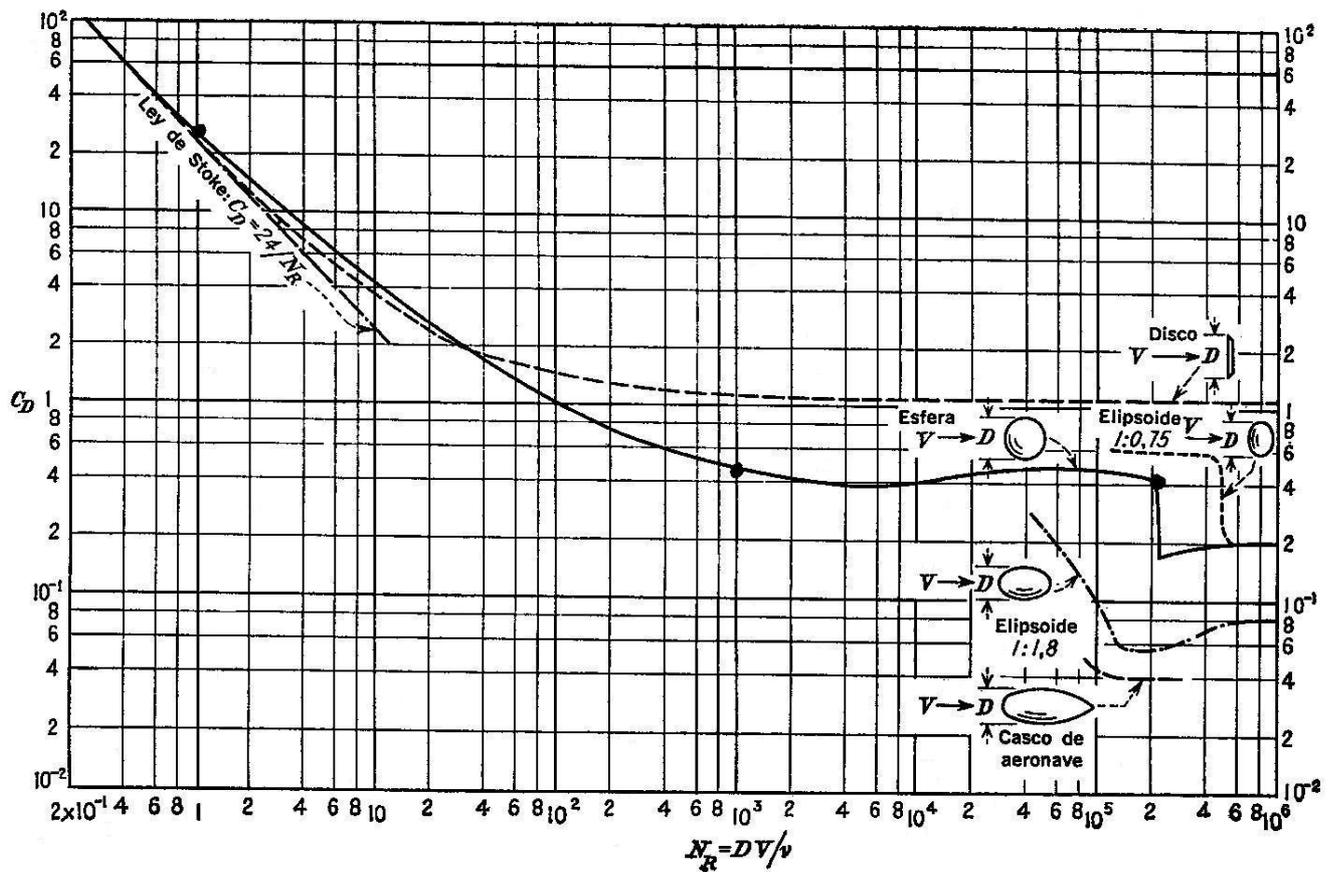


Figura 10.2. Coeficiente de arrastre de cuerpos de revolución.

(Adaptado de I. Prandtl, *Ergebnisse der aerodynamischen Versuchsanstalt zu Göttingen*, p. 29, R. Oldenbourg, Munich y Berlín, 1923; F. Eisner, *Das Widerstandsproblem*, Proc. 3 d. Internatn. Congr. Appl. Mech., p. 32, 1930)

10.1.3. Tipos de regímenes de funcionamiento

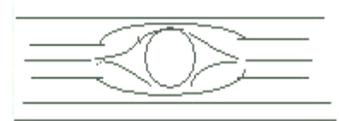
La naturaleza de la resistencia al desplazamiento de la partícula depende de la velocidad relativa fluido-partícula y esta tiene dos formas características y definidas de efectuarse.

10.1.3.1. Régimen laminar o de Stokes, $Nr < 1$ ó 2

Cuando la partícula se desplaza a bajas velocidades la resistencia es baja debido a que la capa de fluido en contacto con la partícula se mueve con esta mientras que el fluido del entorno permanece inmóvil. El número de Reynolds es bajo.

Para este caso se dan las características siguientes:

- Número de Reynolds bajo, $Nr < 1$ ó 2 .
- Las líneas de corriente son abiertas, no forman torbellinos.
- El fluido forma líneas de flujo continuas alrededor del sólido.
- No hay separación fluido sólido y el flujo alrededor de la esfera es viscoso.
- Se da en partículas de tamaño pequeño, menores de 1 mm de diámetro.
- La velocidad límite se alcanza en fracciones de segundo, entre 0,10 y 0,25 segundos.



En este caso el coeficiente de resistencia C , que depende del número de Reynolds, tiene el valor deducido por Stokes de $C = 24/Nr$ y aplicado a una esfera permite deducir las expresiones básicas del movimiento, por sustitución en las generales anteriores, siguientes:

Fuerzas de resistencia en el régimen laminar:

$$Fr = C \cdot S \cdot \rho_f \cdot v^2 / 2$$

$$S = \pi d^2 / 4$$

$$C = 24 / Nr$$

$$Nr = \mu / (\rho_f \cdot v \cdot d) \quad \rightarrow \quad Fr = 3 \cdot \mu \cdot \pi \cdot d \cdot v$$

Velocidad límite en el régimen laminar:

$$V_{lim} = \frac{d^2 \cdot g}{\mu \cdot 18} \cdot (\rho_s - \rho_f)$$

Razón de isodromía o relación de los diámetros de las partículas para igual velocidad límite:

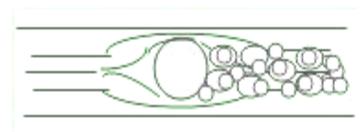
$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho_{s2} - \rho_f}{\rho_{s1} - \rho_f} \right)^{1/2}$$

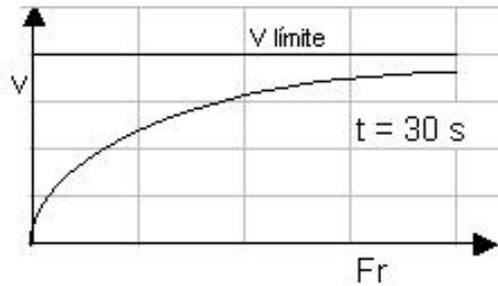
10.1.3.2. Régimen turbulento o de Newton-Rittinger, 1.000 ó $2.000 < Nr < 250.000$

Cuando la partícula se desplaza a velocidades mayores y el número de Reynolds es superior a 1.000, la resistencia al desplazamiento aumenta. El fluido forma una estela posterior formada por remolinos que se separan del sólido. La forma aerodinámica del sólido y su rugosidad modifica el punto de separación fluido-sólido desplazando hacia atrás o hacia delante el punto de separación y aumentando o reduciendo la estela.

Para este caso se dan las características siguientes:

- Las líneas de corriente son abiertas formando remolinos.
- El fluido forma líneas de flujo discontinuas alrededor del sólido.
- Hay separación fluido sólido, especialmente en la parte trasera.
- Se aplica a partículas de tamaño mediano y grande, mayores de 1 mm de diámetro.
- La velocidad límite se alcanza entre 20 y 40 segundos.





En este caso el coeficiente de resistencia C , que depende del número de Reynolds, tiene el valor, aproximadamente constante, de $C = 0,45$ y aplicado a una esfera permite deducir las expresiones básicas del movimiento, por sustitución en las generales anteriores, siguientes:

Fuerza de resistencia en el régimen turbulento:

$$Fr = C \cdot S \cdot \rho_f \cdot v^2 / 2$$

$$S = \pi d^2 / 4$$

$$C = 0,45 \quad \rightarrow \quad Fr = 0,056 \cdot \pi d^2 \cdot \rho_f \cdot v^2$$

Velocidad límite en el régimen turbulento:

$$V_{lim} = 5,4 \cdot \sqrt{d \cdot (\rho_s - \rho_f)}$$

El caso general de Rittinger para partículas no esféricas y líquido agua se representa por la expresión:

$$V_{lim} = K \cdot \sqrt{d \cdot (\rho_s - \rho_f)} \quad ; \text{ siendo en este caso:}$$

K : Coeficiente de forma y que por termino medio toma el valor de $K = 2,5$.

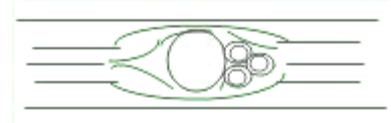
d : Diámetro equivalente o diámetro de la esfera que tiene igual volumen que la partícula considerada.

Razón de isodromía o relación de los diámetros de las partículas para igual velocidad límite:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{\rho_{s2} - \rho_f}{\rho_{s1} - \rho_f}$$

10.1.3.3. Régimen transitorio o de Allen; $1 < Nr < 1.000$

Las líneas de corriente son abiertas y el fluido genera, en algunas zonas, un área de remolinos en la zona posterior del sólido que permanece adosado al sólido como una especie de cola, una zona muerta. El valor del número de Reynolds es de difícil determinación y los resultados se hacen por reiteración siendo los valores intermedios entre los obtenidos por las teorías anteriores. Su cálculo es de difícil determinación⁶ y existen múltiples aproximaciones que tiene en común mantener (confirmar) el coeficiente de la pendiente inicial “ $24/Re$ ” correspondiente a la teoría de Stokes.



⁶ Se puede utilizar un método de aproximación mediante reiteraciones sucesivas.

Equation	Applicable at Re numbers	Equation number	Equation	Applicable at Re numbers	Equation number
Goldstein (1938): $C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.188Re - 1.48 \times 10^{-2} Re^2 + 3.46 \times 10^{-3} Re^3 - 8.75 \times 10^{-4} Re^4)$	0.2–0.4	(T1)	Kürten, Raasch and Rumpf (1966): $C_d = \frac{21}{Re} + \frac{6}{\sqrt{Re}} + 0.28$	2–300	(T14)
Dallavalle (1943): $C_d = \frac{24}{Re} + 0.4$	0.2–0.4	(T2)	Schiller and Naumann (1933): $C_d = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt[3]{Re}}$	0.2–800	(T15)
Proudman and Pearson (1957): $C_d = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re + \frac{9}{20} Re^2 \ln Re \right)$	0.2–1.2	(T3)	Brauer and Mewes (1972): $C_d = \frac{24}{Re} + \frac{5.48}{Re^{0.573}} + 0.36$	0.5–1000	(T16)
Oseen (1927): $C_d = \frac{24}{Re} \left(1 + \frac{3}{16} Re \right)$	0.2–2	(T4)	Schiller and Naumann (1933): $C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.150 Re^{0.687})$	0.2–1000	(T17)
Dallavalle (1948): $C_d = \left(0.63 + \frac{4.8}{\sqrt{Re}} \right)^2$	0.3–4	(T5)	Abraham (1970): $C_d = 0.29 \left(1 + \frac{9.06}{\sqrt{Re}} \right)^2$	0.2–1000	(T18)
Torobin and Gauvin (1959): $C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.197 Re^{0.63} + 2.6 \times 10^{-3} Re^{1.28})$	0.2–7	(T6)	Brauer and Sucker (1976): $C_d = 0.49 + \frac{24}{Re} + \frac{3.73}{\sqrt{Re}} - \frac{4.83 \times 10^{-3} \sqrt{Re}}{1 + 3 \times 10^{-6} Re^{3/2}}$	0.2–1000	(T19)
Rubey (1933): $C_d = \frac{24}{Re} + 2$	5–10	(T7)	Concha and Almendrg (1979a): $C_d = 0.28 \left(1 + \frac{9.06}{\sqrt{Re}} \right)^2$	0.2–1000	(T20)
Kürten, Raasch and Rumpf (1966): $C_d = \frac{24}{Re} + 1$	5–7	(T8)	Flemmer and Banks (1986): $C_d = \frac{24}{Re} 10^{0.2618 Re^{0.706} - 0.305 Re^{0.433}}$	< 8.6 × 10 ⁴	(T21)
Lapple (1951): $C_d = \frac{18.5}{Re^{0.5}}$	4–8	(T9)	Khan and Richardson (1987): $C_d = (2.25 Re^{-0.31} + 0.36 Re^{0.06})^{3.45}$	< 3 × 10 ⁵	(T22)
Kürten, Raasch and Rumpf (1966): $C_d = \frac{24}{Re} + 0.5$	45–70	(T10)	Turton and Levenspiel (1986): $C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.173 Re^{0.657}) + \frac{0.413}{1 + 16300 Re^{-1.09}}$	< 2.6 × 10 ⁵	(T23)
Kürten, Raasch and Rumpf (1966): $C_d = \frac{24}{Re} + \frac{2.8}{\sqrt[3]{Re}}$	15–100	(T11)	Haider and Levenspiel (1989): $C_d = \frac{24}{Re} (1 + A Re^B) + C \left(1 + \frac{D}{Re} \right)$	< 2.6 × 10 ⁵	(T24)
Olson (1961): $C_d = \frac{24}{Re} \sqrt{1 + \frac{3}{16} Re}$	8–200	(T12)	Clark <i>et al.</i> (1989b): $C_d = \frac{24}{Re} (1 + 0.173 Re^{0.657}) [1 + C_1 (1 - \psi)] + \frac{0.413}{1 + 16300 [Re(1 + C_2(1 - \psi))]^{-1.09}} [1 + C_2(1 - \psi)]$	< 2.6 × 10 ⁵	(T25)
Brauer (1971): $C_d = \frac{24}{Re} + \frac{4}{\sqrt{Re}} + 0.4$	0.2–300	(T13)			

Tabla 10.1. Equations for drag coefficients for the transitional flow regime⁷.

⁷ [K. Heiskanen, 1993]; *Particle Classification*. Chapman & Hall. Helsinki University of Technology.

10.1.3.4. Aplicación de las fórmulas anteriores

Calculo de la diferente magnitud que existe en el cálculo de la velocidad límite para ambos regímenes de funcionamiento y sus límites de aplicación.

a) Régimen laminar o de Stokes:

$$V_{\text{lim}} = \frac{d^2 \cdot g}{\mu \cdot 18} (\rho_s - \rho_f)$$

AGUA	Densidad $\rho_s \cdot 1000$								
d(mm)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	47,391	94,783	142,17	189,57	236,96	284,35	331,74	379,13	426,52
Re10	412098	824197	1E+06	2E+06	2E+06	2E+06	3E+06	3E+06	4E+06
1	0,4739	0,9478	1,4217	1,8957	2,3696	2,8435	3,3174	3,7913	4,2652
Re1	412,1	824,2	1236,3	1648,4	2060,5	2472,6	2884,7	3296,8	3708,9
0,1	0,0047	0,0095	0,0142	0,019	0,0237	0,0284	0,0332	0,0379	0,0427
Re0,1	0,4121	0,8242	1,2363	1,6484	2,0605	2,4726	2,8847	3,2968	3,7089
0,01	5E-05	9E-05	0,0001	0,0002	0,0002	0,0003	0,0003	0,0004	0,0004
Re0,01	0,0004	0,0008	0,0012	0,0016	0,0021	0,0025	0,0029	0,0033	0,0037

Tabla 10.2. Velocidad de las partículas en m/s.

d(mm): Tamaño de la partícula en mm.

Re10: Número de Reynolds para un tamaño de partícula de 10 mm.

ρ_s : Densidad (t/m³).

Para las partículas con $d > 1$ mm, el numero de Re es superior a 1 y la aplicación de la ley de Stokes no es formalmente correcta. La parte sombreada identifica el límite donde el Nr supera la unidad y se observa que el método no es aplicable ni correcto ya que da velocidades extremadamente altas y no reales.

b) Régimen turbulento o de Newton-Rittinger:

$$V_{\text{lim}} = 5,4 \cdot \sqrt{d \cdot (\rho_s - \rho_f)}$$

AGUA	Densidad $\rho_s \cdot 1000$								
d(mm)	2	3	4	5	6	7	8	9	10
10	17,076	24,15	29,577	34,153	38,184	41,828	45,18	48,299	51,229
Re10	148.490	209.996	257.191	296.979	332.033	363.724	392.866	419.992	445.469
1	5,4	7,6368	9,3531	10,8	12,075	13,227	14,287	15,274	16,2
Re1	4.695,7	6.640,7	8.133,1	9.391,3	10.500	11.502	12.424	13.281	14.087
0,1	1,7076	2,415	2,9577	3,4153	3,8184	4,1828	4,518	4,8299	5,1229
Re0,1	148,49	210	257,19	296,98	332,03	363,72	392,87	419,99	445,47
0,01	0,54	0,7637	0,9353	1,08	1,2075	1,3227	1,4287	1,5274	1,62
Re0,01	4,6957	6,6407	8,1331	9,3913	10,5	11,502	12,424	13,281	14,087

Tabla 10.3. Velocidad de las partículas en m/s.

Para las partículas con $d < 1$ mm, el número de Re es inferior a 1.000 y la aplicación de la ley de Newton no es formalmente correcta. Se observa que la diferencia entre un método y otro es, en algunos casos, superior a 200 ó incluso 1.000 veces.

10.1.3.5. Aplicación teórica a dos casos particulares

Se estudia la distribución de las partículas aplicando la teoría de Newton-Rittinger a dos supuestos particulares con las condiciones de asentamiento libre.

Supuesto A. Dos partículas del mismo material, $\rho_s(1) = \rho_s(2)$, y de tamaños diferentes $D1 > d2$, se desplazan en un fluido ideal por asentamiento libre. Por aplicación de la teoría de Newton-Rittinger, la velocidad límite para cada partícula será:

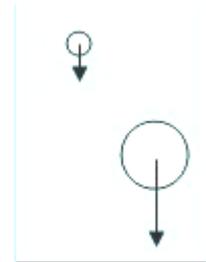
$$V_{lim}(1) = 5,4 \cdot \sqrt{D(1) \cdot (\rho_s(1) - \rho_f)}$$

$$V_{lim}(2) = 5,4 \cdot \sqrt{d(2) \cdot (\rho_s(2) - \rho_f)}$$

Dividiendo ambas expresiones y aplicando los considerandos iniciales se obtiene la relación siguiente:

$$\frac{V_{lim}(1)}{V_{lim}(2)} = \sqrt{\frac{D(1)}{d(2)}} \quad \rightarrow \quad V_{lim}(1) = V_{lim}(2) \sqrt{\frac{D(1)}{d(2)}}$$

Por planteamiento, $D(1)$ es mayor que $d(2)$, luego $V(1)$ es mayor que $V(2)$. Para dos partículas del mismo material, la que tiene mayor diámetro, la mayor, tiene mayor velocidad de desplazamiento dentro del fluido.



Supuesto B. Dos partículas de diferente material, $\rho_s(1) > \rho_s(2)$, y de tamaños iguales $d1 = d2$, se desplazan en un fluido ideal por asentamiento libre. Por aplicación de la teoría de Newton-Rittinger, la velocidad límite para cada partícula será:

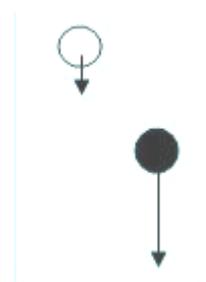
$$V_{lim}(1) = 5,4 \cdot \sqrt{d(1) \cdot (\rho_s(1) - \rho_f)}$$

$$V_{lim}(2) = 5,4 \cdot \sqrt{d(2) \cdot (\rho_s(2) - \rho_f)}$$

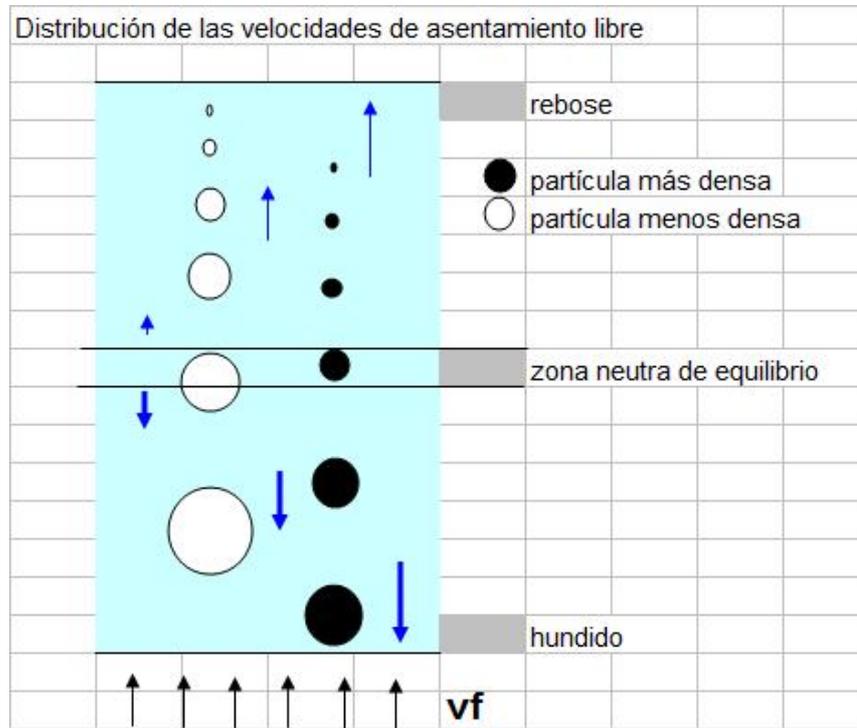
Dividiendo ambas expresiones y aplicando los considerandos iniciales se obtiene la relación siguiente:

$$\frac{V_{lim}(1)}{V_{lim}(2)} = \sqrt{\frac{\rho_s(1) - \rho_f}{\rho_s(2) - \rho_f}} \quad \rightarrow \quad V_{lim}(1) = V_{lim}(2) \sqrt{\frac{\rho_s(1) - \rho_f}{\rho_s(2) - \rho_f}}$$

Por planteamiento, $\rho_s(1) > \rho_s(2)$ luego $V(1)$ es mayor que $V(2)$. Para dos partículas minerales del mismo tamaño, la que tiene mayor densidad, la más pesada, tiene mayor velocidad de desplazamiento dentro del fluido.



Supuesto C. Por combinación de los dos casos anteriores y considerando para el fluido una velocidad de desplazamiento ascendente, contraria a la caída de las partículas, se obtiene la distribución de las partículas que se da en la figura.



En el supuesto anterior, siendo V_s la velocidad de caída de la partícula y V_f la velocidad ascendente del fluido, se dan los supuestos siguientes:

- $V_s > V_f$, *Hundido*, característico de las partículas grandes y medianas de densidad elevada y las partículas grandes de densidad menor que vencen la corriente ascendente y se depositan en el hundido, parte inferior.
- $V_s = V_f$, *Situación de equilibrio* que se da para las partículas pequeñas pesadas y para las medianas más ligeras. Esta situación debe ser superada mediante el diseño de los equipos y de su funcionamiento. Hay que deshacer el equilibrio inestable.
- $V_s < V_f$, *Rebose*, característico de las partículas muy pequeñas pesadas y de las pequeñas y muy pequeñas ligeras que son arrastradas por la corriente del fluido y aparecen en el rebose, son eliminadas del sistema por la parte superior.

Los principios de desplazamiento de las partículas dentro de un fluido son igualmente válidos si se analizan mediante la teoría de Stokes o la de Allen variando únicamente el valor formal, la ecuación, y el numérico de las diferencias pero se mantienen las características cualitativas correspondientes a los desplazamientos relativos de las partículas.

10.1.3.6. Asentamiento obstruido

Las condiciones de sedimentación perfectamente libre suponen que no hay ninguna interacción entre los movimientos de los granos entre sí y que la influencia de las paredes del recipiente es despreciable. Para que esta condición se cumpla es necesario que la distancia de los granos entre ellos, y la de los granos a la pared, sea como mínimo de una decena de veces su diámetro o dimensión representativa.

En la práctica, esta condición, que supone una dilución muy elevada, se cumple raramente, pero se tiene la costumbre de considerar como libre una sedimentación en la cual los granos están suficientemente alejados los unos de los otros para encontrarse y tienen movimientos que difieren poco de los valores calculados con la teoría.

Se considera *sedimentación libre*, en la práctica, cuando la proporción de sólidos en volumen es inferior al 5%. De hecho, cuando la proporción de sólidos en volumen supera el 1%, las velocidades de sedimentación comienzan a discrepar notablemente de los valores dados para la sedimentación libre.

Nos encontramos a partir de estos valores en lo que corresponde a la sedimentación obstruida, en la que la velocidad de una partícula está muy influenciada por la presencia de otras partículas, y de su mayor o menor proximidad a las paredes del recipiente.

10.1.3.6.1. Fórmulas empíricas

Se han propuesto fórmulas empíricas para la obtención de la velocidad límite en la sedimentación obstruida, que utilizan las expresiones desarrolladas en la teoría, afectándolas de coeficientes que hacen intervenir, entre otros, los siguientes factores:

- La concentración volumétrica.
- La densidad del medio.
- La viscosidad aparente del medio.

La fórmula siguiente, propuesta por Gaudin, está derivada de la ley de Stokes, y hace intervenir los factores antes mencionados.

Está expresada en función de la concentración volumétrica⁸ Y (S_v en la terminología utilizada anteriormente).

$$V_{limite} = (1 - Y^{2/3}) \cdot (1 - Y) \cdot (1 - 2,5 Y) \cdot \frac{d^2 \cdot g}{\mu \cdot 18} \cdot (\rho_s - \rho_f) \quad (10)$$

La fórmula anterior se puede considerar general, ya que si se considera el caso de sedimentación libre, Y tiende a cero y la dilución se hace infinita, con lo que la densidad de la suspensión ρ_f se transforma en la densidad del líquido (para el agua $\rho_f = 1$).

En la expresión se debe considerar la densidad ρ_f como la densidad media de la pulpa y así se observa que independiente del resto de parámetros, cuando la densidad de la pulpa aumenta por el efecto de distribución de las partículas en el medio, se hace mayor la diferencia entre las velocidades de dos partículas, una más densa que otra, llegando incluso a tener velocidades opuestas en dirección cuando el baño tiene una densidad intermedia entre la correspondiente a la partícula densa y la ligera o menos densa, efecto este que es el principio de separación en la tecnología de medios densos.

Ejemplo. Dos partículas iguales en tamaño y de densidad 5 y 3 respectivamente, se clasifican en agua ($\rho_f = 1$) y tienen una diferencia de velocidad dada por:

$$V(1) = f(Y, d, g, \mu) \cdot (5 - 1)$$

$$V(2) = f(Y, d, g, \mu) \cdot (3 - 1)$$

⁸ Se conserva la denominación original Y , que se corresponde con S_v en la teoría de pulpas.

La relación de velocidades es de: $V(1) = V(2) \cdot 4/2$; la velocidad de la partícula uno, la más densa, es dos veces superior a la de la partícula dos, más ligera.

Si ahora suponemos un baño obstruido o denso, por el efecto de distribución de las partículas, con una densidad media de 2,5, en el planteamiento anterior, el efecto del baño denso, será:

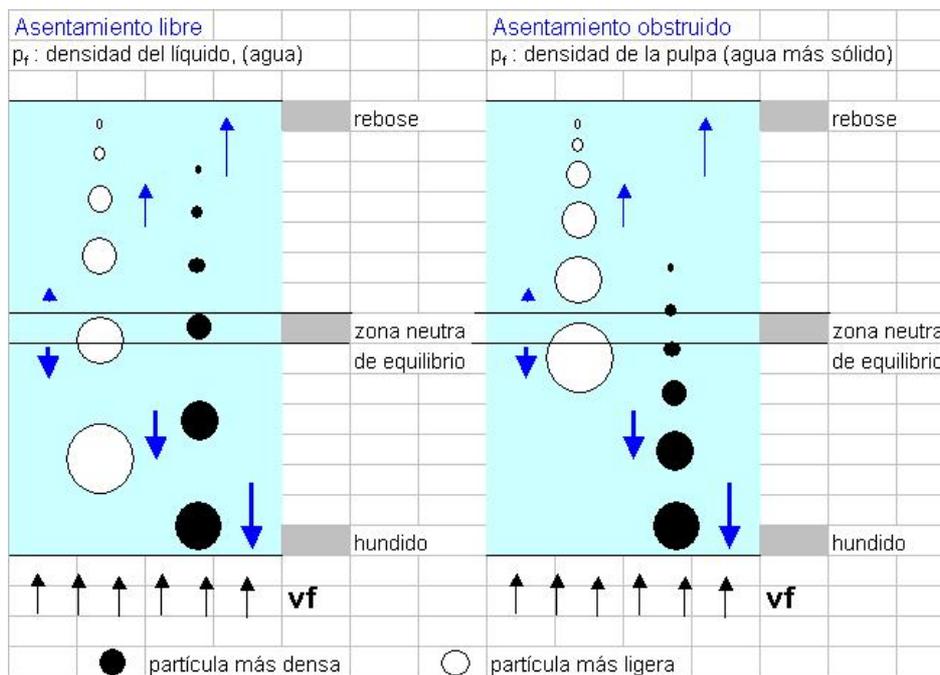
$$V(1) = f(Y, d, g, \mu) \cdot (5 - 2,5)$$

$$V(2) = f(Y, d, g, \mu) \cdot (3 - 2,5)$$

La relación de velocidades en este supuesto es de: $V(1) = V(2) \cdot 2,5/0,5$; la velocidad de la partícula uno es 5 veces superior a la de la partícula dos, luego en un mismo intervalo de tiempo la separación de las partículas dentro del baño es mayor en el caso dos de baño denso o obstruido que en el supuesto uno de sedimentación libre. Modificando esta densidad media se puede potenciar este efecto de separación.

Este efecto se ve en la figura siguiente donde, para el asentamiento obstruido, se identifican claramente tres zonas:

- Una zona en el área de hundido donde se depositan, casi exclusivamente, partículas del mineral más denso.
- Una zona intermedia de equilibrio o de mixtos donde se mezclan partículas pequeñas y muy pequeñas del material pesado junto con partículas grandes y medianas del mineral menos denso.
- Una tercera zona, parte del rebose, donde se obtienen, normalmente, las partículas pequeñas y muy pequeñas del mineral menos denso junto con partículas ultrafinas del mineral más denso (partículas muy pequeñas que no vencen la viscosidad del medio).



- La velocidad límite de cada partícula disminuye, normalmente, al aumentar la densidad del medio tal como se verifica la analizar las expresiones correspondientes al teorema de Stokes, régimen laminar, y al de Newton-Rittinger, régimen turbulento.

Según Gaudin, la razón de sedimentación o relación de asentamiento, dada por la expresión general es válida, siempre que se considere ρ_f la densidad específica de la suspensión, y m un valor entre 0,5 y 1,0.

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho_{s2} - \rho_f}{\rho_{s1} - \rho_f} \right)^m$$

10.1.3.6.2. Aplicación práctica

La aplicación de la teoría anterior a la realidad de la clasificación, considerando el fluido agua, utilizado en más del 98% de los casos reales, se generaliza del modo siguiente:

Cuando una partícula se deja caer en el interior del fluido, esta por acción de la gravedad va al fondo. En dicha partícula su velocidad inicial es cero, parte del reposo, para en un instante moverse con movimiento uniformemente acelerado hasta que debido al rozamiento de las paredes del sólido con el fluido se estabiliza y entonces prosigue con movimiento uniforme ($V_{particula} = cte$).

Si ahora consideramos una partícula del mismo material pero más pequeña y la dejamos caer junto a la anterior obtendremos que la partícula de tamaño menor:

- a) Alcanza la velocidad constante antes que la partícula grande.
- b) La velocidad alcanzada por la partícula pequeña es menor que en la partícula grande.
- c) Para un instante dado de tiempo, la partícula grande ha avanzado más espacio que la partícula menor.

Si en lugar de dos partículas dejamos caer un conjunto elevado de partículas, del mismo mineral pero de tamaños diferentes, en el fluido (agua), tendremos una primera clasificación por capas, donde las partículas mayores estarán en el fondo y encima de ellas las de menor tamaño. Para separar ambas capas introducimos por la parte inferior una corriente de agua con velocidad V_f intermedia entre las velocidades límite de las partículas grandes “ V_1 ” y pequeñas “ V_2 ” de tal forma que:

- a) $V_f < V_1$; $V_1 - V_f > 0$; es decir, las partículas grandes se quedan en el fondo, vencen la fuerza de arrastre de la corriente.
- b) $V_f > V_2$; $V_f - V_2 > 0$; es decir, las partículas pequeñas quedan atrapadas por la corriente y salen por la parte superior en forma de rebose.

En la aplicación del principio anterior está el fundamento de la clasificación de todos los hidroclasificadores.

Si ahora tomamos un conjunto de partículas que además de diferenciarse en el tamaño para una misma densidad (misma mena) se diferencian también en la densidad (diferentes menas), estamos en el caso de concentración gravimétrica.

Para el siguiente ejemplo tomamos unas partículas de tal forma que la partícula grande de tamaño D_1 y la pequeña de tamaño d_2 tengan la misma velocidad por el efecto de las diferentes densidades, y que las partículas grandes del cuerpo denso D_2 tienen una velocidad V_2 de tal manera que:

$V_2 > V_1$, v_1 , V_f ; V_f velocidad del fluido ascendente, se verifica la clasificación siguiente por capas:

- 1º Parte superior, las partículas pequeñas y más ligeras.
- 2º Parte intermedia; partículas mezcladas de medianas densas y grandes ligeras.
- 3º Parte inferior, Partículas más densas grandes y medianas.

Si introducimos una velocidad ascendente V_f del fluido tal que $V_2 > V_f > v_1$, las partículas más ligeras saldrán por el rebose⁹ y hemos realizado una concentración gravimétrica.

⁹ Normalmente los estériles son más ligeros que la mena, excepto en el caso del carbón que es, normalmente, al contrario.

10.1.3.7. Separación de un conjunto de partículas en grupos NO ISÓDROMOS

Las partículas se clasifican, en los equipos de clasificación indirecta (que utilizan, además del tamaño, otras propiedades como la densidad, forma, etc.), en grupos que tienen en común su característica de isodromía o capacidad de desplazarse con la misma velocidad dentro de un fluido. Esto hace que partículas de un tamaño d_1 se clasifiquen junto a partículas de un tamaño d_2 diferente, mayor o menor, según sean las densidades respectivas, siempre que sean isódromas con relación a la tecnología utilizada.

Si para un determinado grupo de partículas, mezcla de diferentes minerales, se consigue obtener separaciones de los minerales que lo componen por tamaños, mediante cribado (uso exclusivo para la clasificación del tamaño que forma el grupo), de tal forma que el conjunto en sus límites de tamaño sea no isódromo, cuando se utiliza posteriormente un equipo de clasificación indirecta, las partículas de un mismo grupo por tamaño irán a grupos diferentes de clasificación indirecta por ser no isódromas.

Lo anterior se simplifica diciendo que partículas clasificadas previamente por tamaños en un segunda fase se clasifican por densidad y esto permite concentrar minerales.

La formalidad de lo anterior es que un grupo de minerales molidos con una curva granulométrica dada, tamaños entre $D_{\text{mínimo}}$ y $D_{\text{máximo}}$, se puede separar en rangos de tamaño intermedio formando grupos con tamaños máximos y mínimos de la forma:

Tamaños: $D_1 < D_2 < \dots < D_i \dots < D_n$

Grupos A1: entre D_1 y D_2 ; A2: entre D_2 y D_3 ; Ai: entre D_{i-1} y D_i ; A_{n-1} : entre D_{n-1} y D_n .

Se trata de dividir un grupo de partículas en subgrupos cuya característica principal dentro del subgrupo Ai es la de ser *No Isódromas*.

Partiendo de la expresión general para las condiciones de isodromía:

$$\frac{d_1}{d_2} = \left(\frac{\rho_{s2} - \rho_f}{\rho_{s1} - \rho_f} \right)^m$$

Se considera para el desarrollo siguiente que el fluido es agua $\rho_f = 1$ y que el régimen de trabajo es el de Newton-Rittinger, $m=1$. En estas condiciones la ecuación se resume a:

$$(12) \quad \frac{d_1}{d_2} = \frac{\rho_{s2} - 1}{\rho_{s1} - 1} \quad \text{o su equivalente: } d_1 \cdot (\rho_{s1} - 1) = d_2 \cdot (\rho_{s2} - 1)$$

Teoría

Tenemos un grupo de partículas de mineral (1) cuya dimensión máxima es $L_1 = D_1$ y un grupo de partículas de mineral (2) cuya dimensión máxima es $L_2 = D_2$.

Consideramos una criba con tamaños de malla $M_1 = L_1$. El tamaño de la partícula que pasa por la malla (1) es siempre menor que el de tamaño de malla, luego $L_i < M_1 = L_1$.

Consideramos una criba con tamaños de malla $M_2 = L_2$. El tamaño de la partícula que es retenida por la malla (2) es siempre mayor que el de tamaño de malla, luego $L_i > M_2 = L_2$.

Si ahora ponemos en serie la malla 1 y la malla 2, el conjunto de partículas retenidas entre ambas cribas cumple la relación dada por:

$$M_1 > L_i > M_2$$

Si escogemos las mallas 1 y 2 de tal forma que cumplen la relación (12) se verifica:

$$\frac{D_1}{D_2} = \frac{\rho_2 - 1}{\rho_1 - 1} = \frac{M_1}{M_2} > \frac{L_{1i}}{L_{2i}} \iff \frac{L_{1i} \leq L_1 = M_1}{L_{2i} \geq L_2 = M_2}$$

El conjunto de partículas retenidas entre las dos mallas NO VERIFICA la condición de isodromía.

Si escogemos una serie de tamices cuya relación sea:

$$\frac{M_1}{M_2} = \frac{M_2}{M_3} = \dots = \frac{M_i}{M_{i+1}} = \dots = \frac{M_{n-1}}{M_n}$$

El tamaño de corte de los tamices consecutivos M1, M2, Mi cumple la relación de isodromía (calculados con el proceso que corresponde, valor del coeficiente m) y los sucesivos grupos de partículas retenidas entre dos mallas consecutivas son NO ISÓDROMAS y mediante métodos de separación posteriores que utilicen el principio de isodromía se podrá separar el mineral (1) del mineral (2).

El principio se cumple con los márgenes indicados por los tamices consecutivos y también para todos y cada uno de los cortes inferiores a este margen. La demostración es válida para el margen M1 a M2 y también par todo Mi tal que M1 > Mi > M2.

Ejemplo. Se considera la separación de un mineral granular formado por mena de densidad 7,5, ganga de densidad 2,8 y mixtos de densidad 3,9 (tres componentes a diferenciar). El tamaño máximo de la alimentación es de 20 mm y se consideran finos los tamaños inferiores a 1 mm que se tratarán por otros procedimientos.

Las relaciones de isodromía, tamaños máximos que cumplen la relación de densidades para un baño formado por agua serán:

a) Mena / Mixtos $(7,5 - 1) / (3,9 - 1) = 2,241$.

b) Mena / Ganga $(7,5 - 1) / (2,8 - 1) = 3,611$.

c) Mixtos / Ganga $(3,9 - 1) / (2,8 - 1) = 1,611$.

Se hacen series con la relación menor (1,61), el resto de mayor amplitud cumple la condición de no isodromía con mayor holgura por aplicación de lo demostrado anteriormente para los subconjuntos.

	Relación R = 1,61						
Tamiz	1	2	3	4	5	6	7
Serie menor	1,00	0,62	0,39	0,24	0,15	0,09	0,06
Serie mayor	1,00	1,61	2,60	4,18	6,74	10,85	17,49

La aplicación de los coeficientes anteriores al tamaño máximo de 20 mm produce una series de 7 tamices con los valores de corte siguientes:

Tamiz nº	1	2	3	4	5	6	7	Observaciones
Tamaño mm	20	12,41	7,705	4,782	2,968	1,842	1,144	Tamaño calculado
Tamaño mm	20,0	12,4	7,7	4,8	3,0	1,8	1,1	Tamaño a instalar (*)

(*) Se usará el tamaño de tamiz normalizado más ajustado y la decisión entre inferior o superior depende de la eficiencia deseada para el proceso.

El cálculo anterior se basa en las fórmulas de asentamiento libre pero en la realidad el asentamiento es obstruido y se debe aplicar un coeficiente corrector a la serie de tamices debido al efecto producido por este hecho.

En la práctica y debido al efecto de la sedimentación obstruida, se obtienen buenos resultados aunque se disminuya el número de cortes realizados, lo que simplifica la instalación.

En el asentamiento obstruido la diferencia de tamaños, para condiciones de isodromía se amplía modificándose el margen de tamaños por un coeficiente K, de valor comprendido entre 1 y 2; Esto hace que la serie de tamaños necesarios se haga menor. Para el ejercicio anterior, aplicando un coeficiente de $k = 1,5$ se obtienen las series de 3 tamices que se dan en la tabla siguiente según que se empiece por el tamaño mayor de 20 mm y se disminuyan los tamaños de paso o bien se comience por el tamaño inferior de 1 mm y se aumenten los tamaños de paso.

k =	1,5	→	20,0	8,3	3,4	1,4	0,6			
			34,1	14,1	5,8	2,4	1,0	←	1,5	= k

Lo más adecuado es tomar un valor intermedio entre ambas y generar una serie estandarizada. Usando la norma UNE 7050 la serie de valor intermedio puede ser más de una. Se dan en la tabla los valores normalizados anterior y posterior de la norma. Se debe verificar al escoger la serie definitiva que no se supera la relación de isodromía, que para el supuesto considerado de coeficiente 1,61 y valor medio por asentamiento obstruido de 1,5 es de:

$$k_{\max} = 2,42$$

Valores, norma UNE 7050 próximos entre dos límites:

Margen: 8,3/14,1: Tamices: 8,0 ; 10,0 ; 12,5.
 3,4/5,8: Tamices: 5,0 ; 4,0 ; 3,15.
 1,4/2,4: Tamices: 2,5 ; 2,0 ; 1,6.

Ref.	Serie	Coeficiente $A_i/A_{(i-1)}$	Serie	Coeficiente $A_i/A_{(i-1)}$	Serie	Coeficiente $A_i/A_{(i-1)}$
A1	20		20		20	
A2	8	2,5	10	2	10	2
A3	4	2	5	2	5	2
A4	2	2	2,5	2	2	2,5
A5	1	2	1	2,5	1	2

10.1.3.8. Eficacia de la clasificación

Existen, al igual que para las cribas, diversos métodos para controlar y determinar el funcionamiento de los clasificadores. En las expresiones se utiliza la nomenclatura siguiente:

A: Alimentación en t/h.

P: Cantidad de producto en el rebose (over) del clasificador en t/h. El rebose, como concepto formal, se corresponde con el pasante en las cribas.

R: Cantidad de producto en el hundido del clasificador en unidades adecuadas.

a: Fracción (porcentaje según la expresión utilizada) que representa el material menor que el tamaño de corte o tamaño de clasificación en la alimentación.

p: Idem en el rebose.

r: Idem en el hundido.

Entre los métodos para determinar la calidad de la clasificación podemos citar los siguientes:

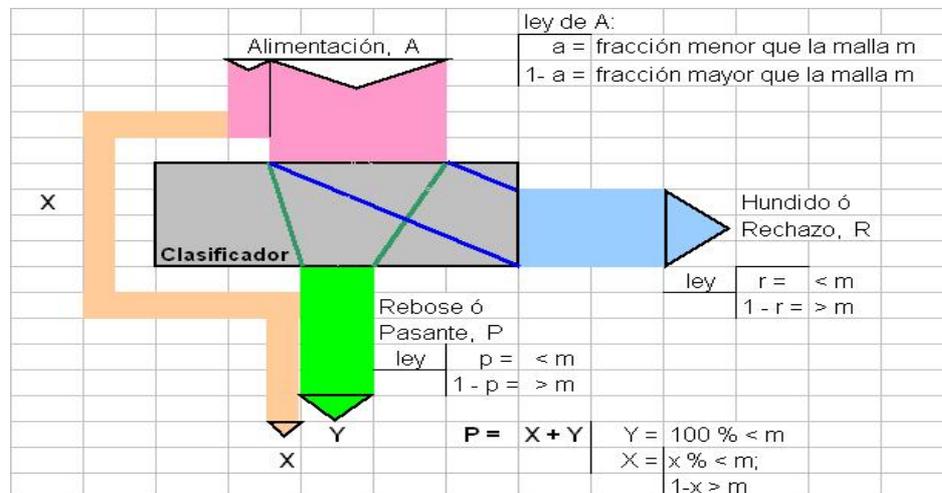
a) **Rendimiento de clasificación.** Determinado mediante la relación: $R_c(\%) = 100 \cdot P/A$ y que relaciona la cantidad de producto clasificado con relación al total de la alimentación. Se obtiene mediante el planteamiento de las ecuaciones del equilibrio de masas, para el total y para los tamaños inferiores ó superiores como valores complementarios a la unidad.

$$R_c = (a - r) / (p - r)$$

b) **Limpeza del hundido.** Se determina mediante la expresión: $e = (1 - r)$ ó $e(\%) = (100 - r)$ en porcentaje; identifica el producto mayor que el tamaño de corte o tamaño de clasificación que se encuentra en el hundido

c) **Eficacia de la clasificación.** Es el más utilizado en minería y su determinación responde al proceso siguiente:

Se considera un proceso de clasificación correspondiente al esquema, en el que una parte de la operación se realiza de forma perfecta y otra parte pasa directamente sin clasificar produciendo la imperfección del proceso de clasificado.

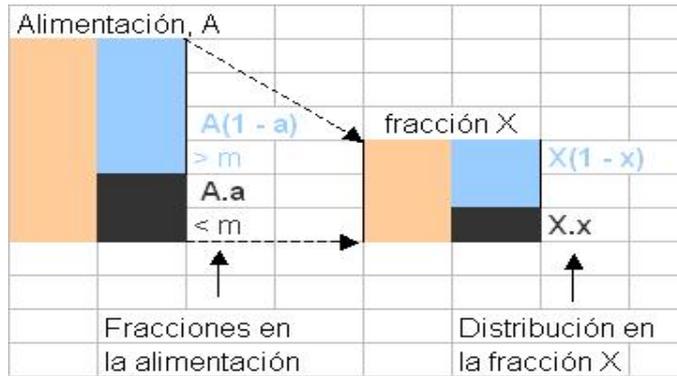


Si todo el material se clasifica de forma imperfecta se obtiene una clasificación igual a la alimentación o lo que equivale a no realizar ninguna operación, y si todo el material se clasifica de forma perfecta, $X = 0$, la fórmula responde a la definida como rendimiento de clasificación.

En el esquema, correspondiente a un clasificador, se considera que una parte de la alimentación no es afectada por el clasificador y pasa directamente al rebose, (esto representa la imperfección en el corte o la no existencia de un elemento que impida el paso de los gruesos). Sobre la parte que pasa por el clasificador se aplica la definición y la fórmula correspondiente al rendimiento, en el sentido de relacionar la parte clasificada con la que se debería haber clasificado.

Todos los gruesos en el pasante se considera que están en la fracción X, luego se verifica la igualdad:

$$X \cdot (1 - x) = P \cdot (1 - p) \quad (e1)$$



Se considera que la parte gruesa en el pasante proviene de una fracción X que tiene la misma ley que la alimentación, o sea se mantienen las proporciones de las fracciones mayor y menor que la malla m.

Se verifican, por proporcionalidad, las relaciones siguientes al sustituir la equivalencia de la ecuación (e1):

$$\frac{X \cdot x}{A \cdot a} = \frac{X}{A} = \frac{X \cdot (1-x)}{A \cdot (1-a)} = \frac{P \cdot (1-p)}{A \cdot (1-a)} \quad X = \frac{P \cdot (1-p)}{(1-a)} \quad (e2)$$

La eficacia de la clasificación E_1 . Se define por la expresión que se da a continuación y que representa el material, menor que el tamaño de corte m, que se ha clasificado de forma perfecta y que está representado por Y·y, frente al total del material inferior al tamaño de corte que existe en la alimentación.

$$E_1 = \frac{Y \cdot y}{A \cdot a}$$

Por definición y planteamiento del proceso "y" toma el valor unidad, $y = 1$ (100%), ya que se realiza una clasificación perfecta en esta sección luego todas las partículas que han pasado son menores que el tamaño de corte "m".

Para obtener el valor de Y, cantidad de material, se recurre a la igualdad formal de la constancia de las masas en el sentido que el total de la masa en el rebose corresponde a la masa no procesada X más la clasificada idealmente Y, luego:

$$X + Y = P \rightarrow Y = P - X$$

Substituyendo X por el valor obtenido en (e2) y operando se obtiene para el valor de Y:

$$Y = P - \frac{P \cdot (1-p)}{(1-a)} = \frac{P \cdot (1-a) - P \cdot (1-p)}{(1-a)} = \frac{P \cdot (p-a)}{(1-a)}$$

y aplicando este valor a la definición de eficacia de la clasificación, da la expresión para E_1 :

$$E_1 = \frac{Y \cdot (y = 1)}{A \cdot a} \rightarrow E_1 = \frac{P}{A} = \frac{(p-a)}{a \cdot (1-a)}$$

El rendimiento de la clasificación definido mediante $R_c = P/A$ se obtiene mediante un sistema de ecuaciones para el balance de masas y responde a la fórmula, en función de las leyes, dada por:

$$R_c = (a - r) / (p - r).$$

Haciendo valer esta relación, sustituyendo en la ecuación anterior, se obtiene, para la *eficacia de la clasificación* E_1 , la expresión general siguiente:

$$E_1 = \frac{(a - r)}{(p - r)} \frac{(p - a)}{a \cdot (1 - a)}$$

Donde las leyes vienen expresadas como fracción de la unidad.

Con las leyes expresadas en % y el resultado en la misma unidad la expresión, de uso extendido en minería, es la que sigue:

$$E_1(\%) = 10.000 \frac{(a - r)}{(p - r)} \frac{(p - a)}{a \cdot (100 - a)}$$

10.1.3.8.1. Estudio comparativo: Sistemas de control para cribas y clasificadores

- Las expresiones para medir el rendimiento de cribado, la eficacia de la clasificación, etc., dependen del proceso y del tipo de alimentación que se está tratando, son dependientes de la alimentación. Los parámetros definen la operación, pero no el aparato.
- El rendimiento de cribado es, normalmente, mayor que la eficacia de la clasificación. Valores normales corresponden a un rango de 70%-95% para el rendimiento de cribado y de un 40% a 65% para la eficacia de la clasificación.
- Las expresiones de control para cribas y clasificadores, cuando se particularizan, p.e.: para $p = 1$, coinciden en sus valores, $E = E_1 = (a - r) / a(1 - r)$.
- Los métodos a través de las curvas de partición y de los parámetros derivados de dichas curvas son menos dependientes del tipo de alimentación, indicando algunos manuales la independencia según la forma de obtener dicha curva, que es una técnica laboriosa y compleja.

Resumen general de sistemas de control para cribas y clasificadores

Ref.	Denominación	Fórmula	Valor de ref.	Rango	Observaciones
CRIBAS					
A	Rendimiento en pasante o rendimiento de cribado.	Proporción entre el producto que realmente ha pasado a través de la criba, con relación al producto que debería haber pasado. $E = f(\text{producto}, \text{criba})$.			
A ₀	Rendimiento de cribado (rendimiento en pasante).	$E = \frac{p \cdot (a - r)}{a \cdot (p - r)} \cdot 100$		0-100	a, p, r en (%).
A ₀₁	Idem anterior y también denominado: factor de eficiencia.	$E = \frac{100 \cdot (a - r)}{a \cdot (100 - r)} \cdot 100$	70-95%	0-100	a, p, r en (%). Supuesto para p = 100%, criba perfecta.
A ₁	Idem anterior y también denominado: factor de eficiencia.	$E = \frac{p \cdot (a - r)}{a \cdot (p - r)}$	0,70-0,95	0-1	a, p, r en fracción de la unidad.
A ₁₁	Idem.	$E = \frac{(a - r)}{a \cdot (1 - r)}$		0-1	Supuesto p = 1, sin defectos en la criba.
A ₂₀	Eficacia total combinada.	$E_1 = F(Rp) \times F[R(1 - r)]$			Definición.
A ₂₁	Eficacia total combinada.	$E_1 = \frac{p \cdot (a - r) \cdot (a - p) \cdot (1 - r)}{a \cdot (p - r) \cdot (r - p) \cdot (1 - a)}$	0,5-0,9	0-1	$E_1(\%) = E_1 \cdot 100$
B	Eficacia de cribado.	Producto mayor que la malla de corte que se encuentra en el rechazo.			
B ₀	Eficacia de cribado.	$e_{\%} = (100 - r)$		0-100	Unidad de medida (%).
B ₁	Idem.	$e_1 = (1 - r)$		0-1	Medida: fracción de la unidad.
CLASIFICADORES					
C	Rendimiento de clasificación.	Es la relación entre el producto clasificado (over) y la alimentación. $E = f(\text{producto}, \text{criba})$.			
C ₀	Rendimiento de clasificación.	$R_c = \frac{P}{A} \cdot 100 = \frac{(a - r)}{(p - r)} \cdot 100$		0-100	a,p,r en (%).
C ₁	Idem.	$R_c = \frac{P}{A} = \frac{(a - r)}{(p - r)}$?		0-1	a,p,r en fracción de la unidad.
D	Eficacia de la clasificación.	Es la relación entre el producto que realmente se ha clasificado en el over con el producto clasificable en la alimentación.			
D ₀	Eficacia de la clasificación.	$E_1 = \frac{100 \cdot (p - a) \cdot (a - r)}{a \cdot (100 - a) \cdot (p - r)} \cdot 100$	40-65%	0-100	a, p, r en (%).
D ₁	Idem.	$E_1 = \frac{1 \cdot (p - a) \cdot (a - r)}{a \cdot (1 - a) \cdot (p - r)}$	0,40-0,65	0-1	a, p, r en fracción de la unidad.
E	Limpieza del hundido.	Producto mayor que el tamaño de corte que se encuentra en el hundido.			
E ₀	Limpieza del hundido.	$e_{(\%)} = (100 - r)$		0-100	
E ₁	Idem.	$e_1 = (1 - r)$		0-1	
CRIBAS Y CLASIFICADORES					
F	Curvas de partición.	Determinan la probabilidad de que un grano vaya al rechazo o al pasante.		d _x : El grano de tamaño d tiene la probabilidad x de ir al rechazo.	
F ₁	Desvío probable.	$D_p = \frac{(d_{75} - d_{25})}{2}$			
F ₂	Imperfección.	$I = \frac{(d_{75} - d_{25})}{2 \cdot d_{50}}$			

a, r, p: Fracción (o porcentaje según la expresión utilizada), con tamaño menor que el de corte, para la alimentación, rechazo o pasante en las cribas y para la alimentación, hundido y rebose en los clasificadores.

10.1.3.9. Aparatos de clasificación

Los clasificadores admiten diversas formas de agrupación y así se tiene una división por:

- a) Clasificadores sin mecanismo y clasificadores con mecanismo según se utilicen elementos móviles para producir turbulencias y el arrastre de las partículas.
- b) Clasificadores de corriente vertical (clasificadores hidráulicos) para asentamiento retardado o clasificadores de corriente horizontal (clasificadores tipo Rittinger) para asentamiento libre.
- c) Según el principio o fuerza de actuación pueden ser de gravedad, de contracorriente, centrífugos.

Independiente del tipo de agrupación, todos los equipos utilizan los principios mencionados correspondientes a esta tecnología.

Tipo	Principio	Principio	Tipo / Denominación	Observaciones
Clasificadores (tamaño, densidad, forma, etc.).	<i>Clasificación Indirecta</i> (por propiedades).	Gravedad, turbulencias.	Conos. Hidroclasificadores. Cajas de clasificación. Rastrillos. Tornillos. Espiral.	
		Contra corriente.	Fahrenheit. Rheax.	Celdas horizontales. Forma de cono.
		Fuerza centrífuga.	Ciclones.	Clasifican hasta el tamaño de 1 ó 2 micras.

Tabla 10.4. Resumen de tecnología referente a clasificación indirecta.

Clasificador de columnas (Elutriador)

La Figura 10.3 muestra el esquema de un clasificador (de laboratorio). Consta de columnas de clasificación de diferente diámetro. En la primera columna, la alimentación de pulpa se efectúa por la parte superior, mientras que el agua se inyecta por la parte inferior, de modo que las partículas cuya velocidad máxima sea igual a la velocidad del agua son arrastradas hacia el rebalse, mientras que las partículas que tienen velocidad mayor caen al fondo.

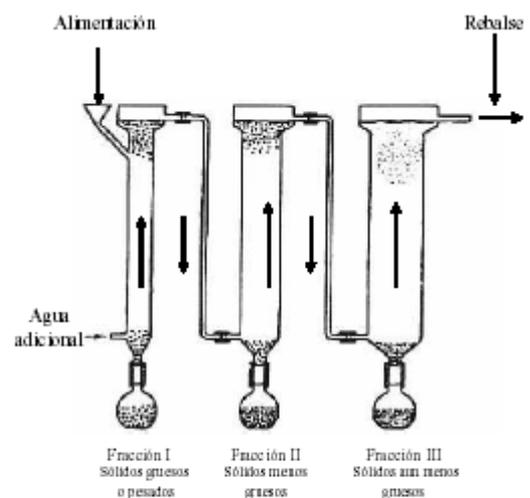
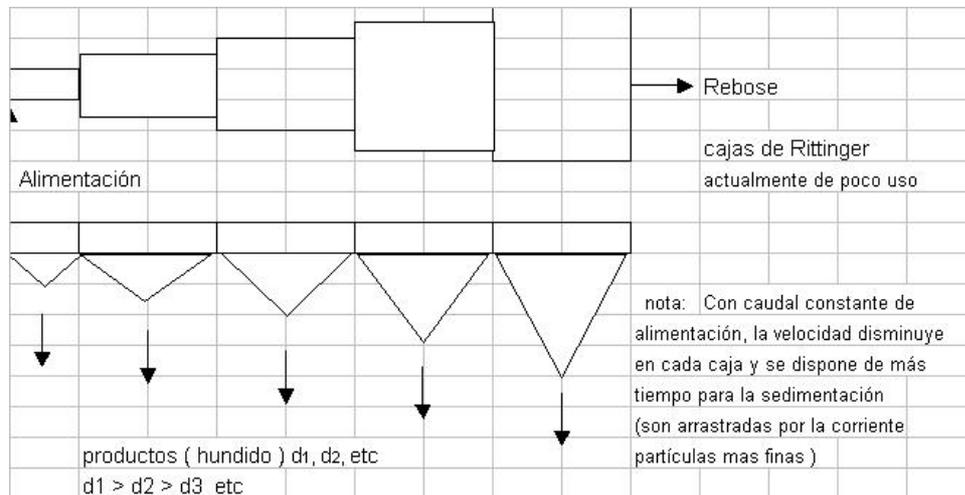


Figura 10.3. Esquema de un elutriador o clasificador de tamaños, mediante sedimentación libre.

Principio de funcionamiento del clasificador Rittinger

El clasificador de Rittinger es un clasificador hidráulico, sin mecanismo, en el que se emplea la fuerza de la gravedad y la composición de velocidades horizontales y verticales (trayectoria de las partículas de tipo parabólica). Se introduce una pulpa con velocidad horizontal V_h y se descarga en un conjunto de recipientes montados en serie y con superficie variable y en aumento.



Este diseño hace que la velocidad horizontal de paso disminuya por el aumento de la sección disponible para un caudal constante de paso mayor mientras que la acción de la gravedad provoca una velocidad vertical V_v constante en todo el recorrido.

La composición de las fuerzas actuantes produce una trayectoria parabólica que es diferente según el tamaño y la densidad de cada partícula tal como se ha visto en los principios que actúan para definir el movimiento de las partículas dentro del fluido.

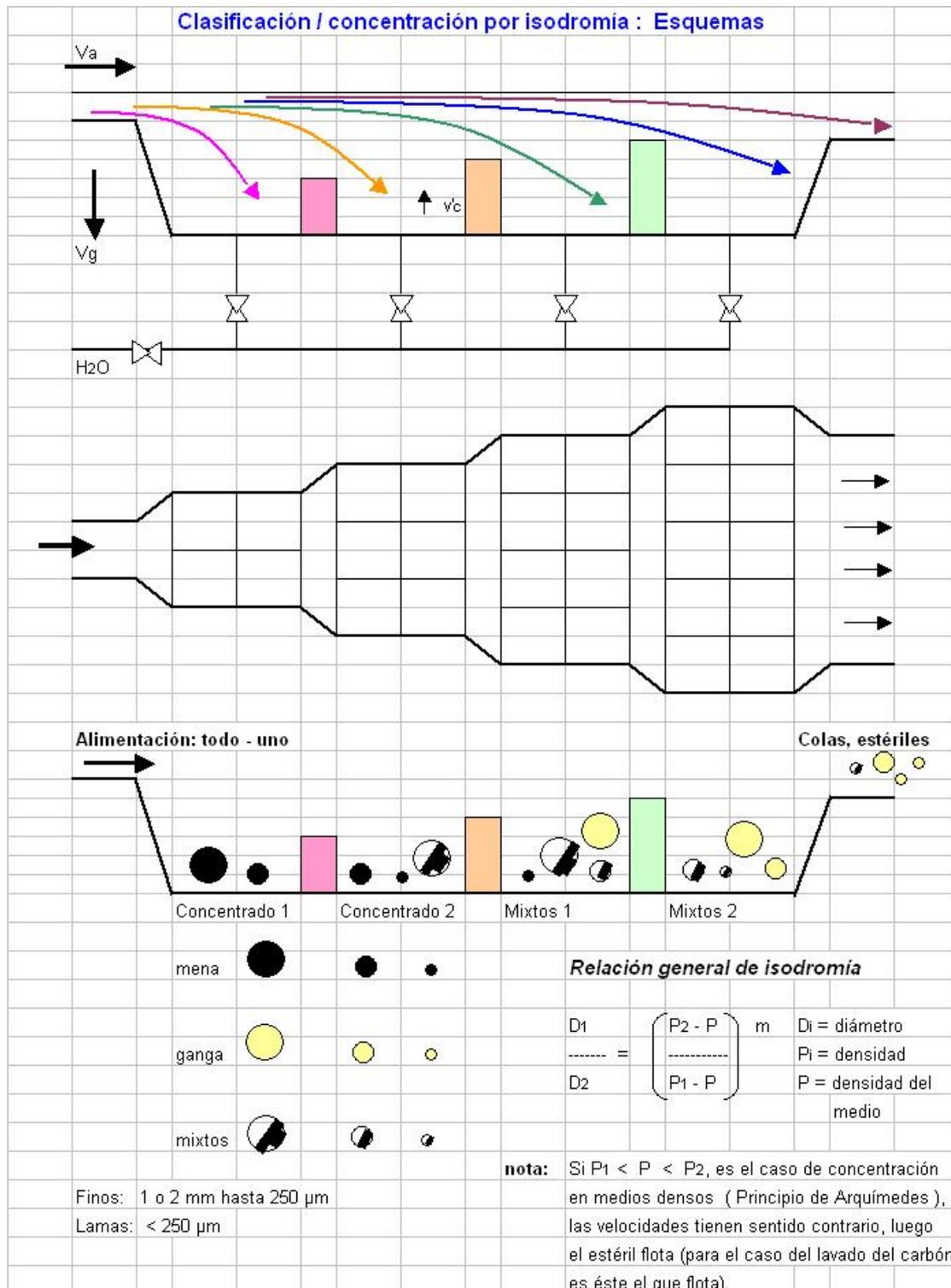
Consta de varios recipiente de diversas formas (cónicos, rectangulares, etc.), que a medida que avanza la pulpa aumentan la sección de paso y clasifica por la diferente trayectoria que tiene cada partícula tal como se indica en el esquema anterior.

Existen variantes sobre el diseño base donde la más relevante es la introducción de corrientes ascendentes o mantener la sección constante.

Admite diversas regulaciones por modificación de:

- a) La velocidad de acceso de la pulpa al equipo, presión de descarga.
- b) Escalonado de las superficies.
- c) Altura límite o de corte entre cada sección.
- d) Velocidad de los chorros ascendentes, esta es la más utilizada.

El esquema, indicando las variables y el proceso de clasificación, para un equipo con diversas opciones de regulación, se da en el gráfico a continuación.



Clasificador de boquillas

Es un clasificador basado en el principio de Rittinger, sin corrientes ascendentes, se efectúan varios cortes, tantos como secciones diferentes, quedando los productos más grandes y densos en las primeras celdas y los finos en las finales o salen por el rebose. El modelo de la Figura 10.4 corresponde al clasificador Spitkasten donde las columnas son cónicas y de diferente tamaño, para favorecer el efecto del asentamiento retardado.

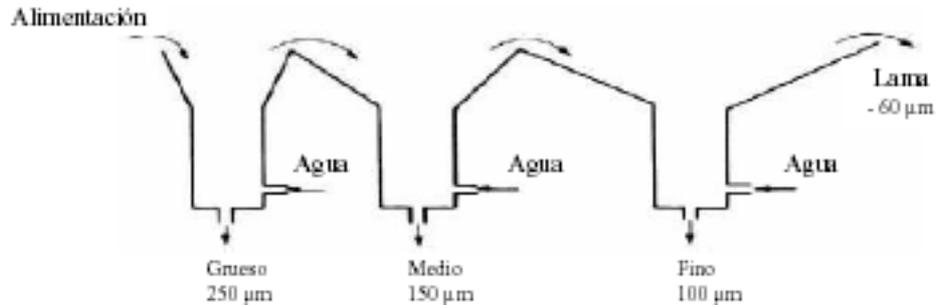


Figura 10.4. Clasificador Spitkasten.

Clasificador Fahrenwald

La Figura 10.5 muestra el esquema de un clasificador industrial tipo Fahrenwald. Es similar al clasificador de puntas o boquillas con la diferencia que se introduce agua por la parte inferior; se produce una corriente ascendente de agua con la cual podemos regular el tamaño que se quiere clasificar en cada compartimiento. Quitando o añadiendo agua se puede clasificar más grueso o más fino respectivamente.

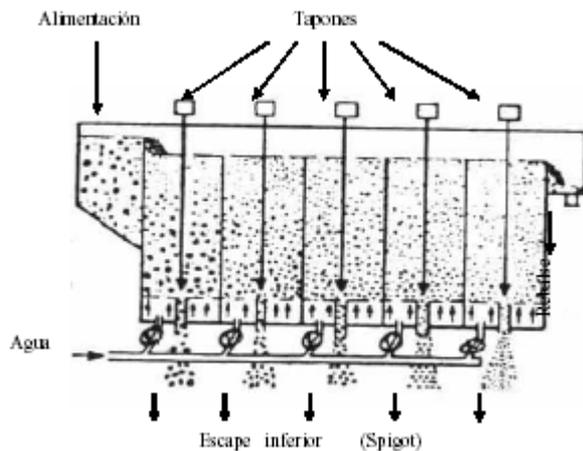


Figura 10.5. Clasificador Fahrenwald.

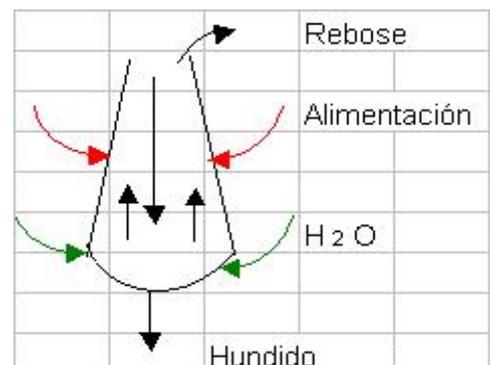
La presión debe ser constante y la velocidad de agua regular. Se utiliza en lavaderos de carbón, en la clasificación de arenas, y como distribuidor granulométrico en lavaderos de concentración de menas (Sn, W, etc.).

Consta de varias columnas. La pulpa se alimenta a través de un alimentador en la parte superior del equipo del que pasa a la primera columna. El agua se inyecta a cada columna por la parte inferior y puede ser regulada de acuerdo a requerimiento por medio de llaves de paso. El overflow (con partículas pequeñas) de la primera columna pasa a la siguiente columna mientras que las partículas grandes se descargan por los Spigots de la parte inferior.

Clasificador Rheax

Es un clasificador hidráulico, sin mecanismo, en el que se emplea únicamente la fuerza de la gravedad. Es de forma cónica hacia arriba lo que produce una velocidad variable con la variación de la sección y en aumento hacia arriba.

Este diseño evita que se originen capas de material estancadas ya que las oscilaciones de las partículas hace que sean atrapadas por una corriente mayor si oscilan hacia arriba o menor si se desplazan ligeramente hacia abajo.



Existen variaciones donde la columna del clasificador tiene forma de zig-zag para mejorar la eficiencia como se indica en el esquema siguiente.

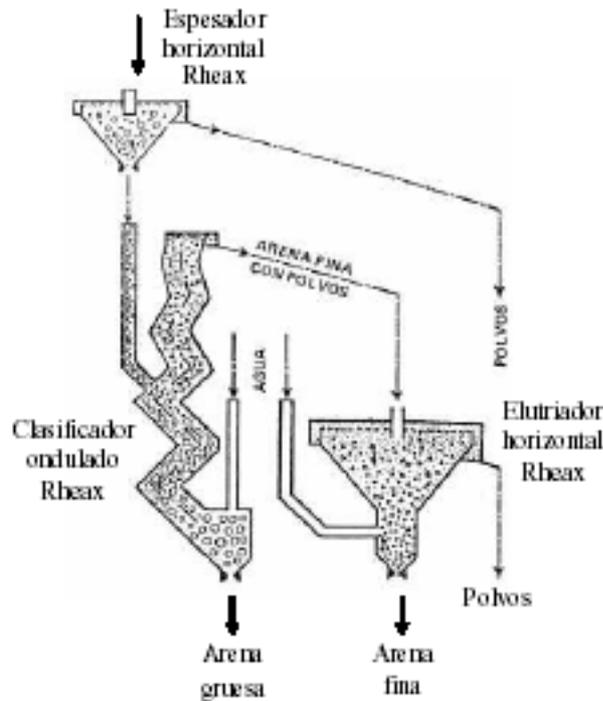


Figura 10.6. Clasificador ondulado Rheax.

Cono clasificador

Es un clasificador hidráulico, sin mecanismo y que emplea únicamente la fuerza de la gravedad. Por la parte superior sale el producto fino en forma de reboso y por la parte inferior, normalmente por un tubo acoplado en forma de cuello de cisne, sale el producto grueso. Su clasificación es imperfecta.

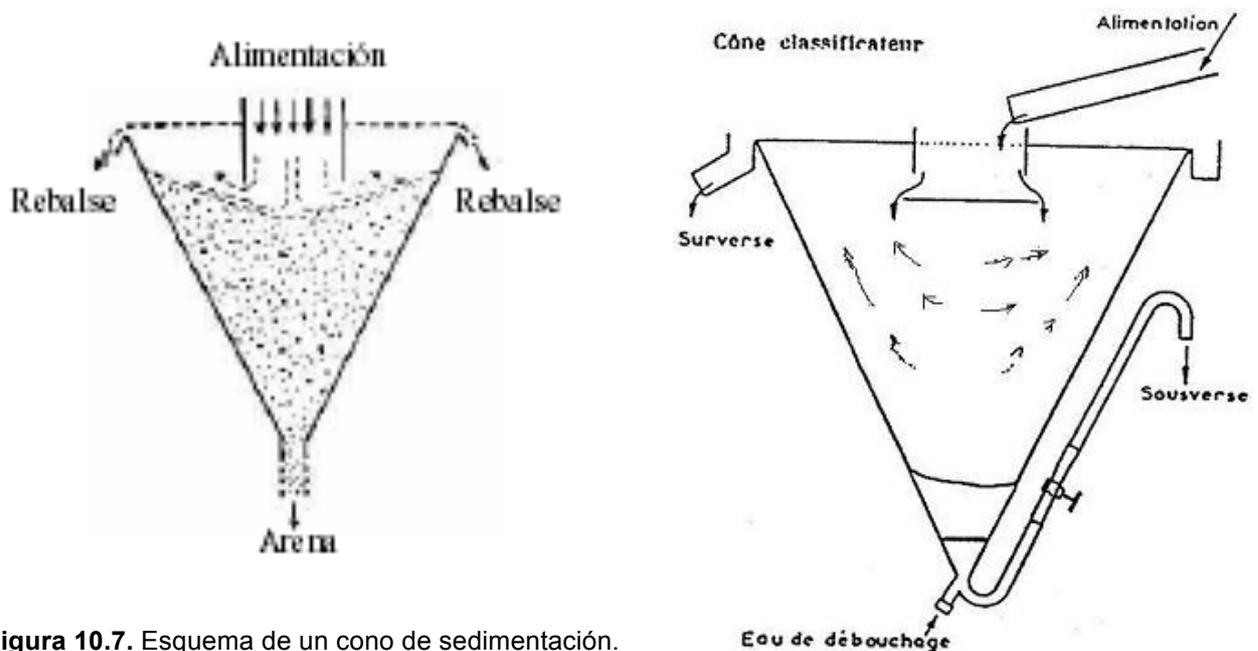


Figura 10.7. Esquema de un cono de sedimentación.

Clasificador de rastrillo o de tornillo

Estos equipos disponen de un tanque donde descarga la pulpa y se produce el efecto principal de clasificación por el principio de asentamiento, y de un sistema de descarga de los fondos, con rampa inclinada y elemento extractor de arrastre (raquetas o tornillos), que extrae desde el fondo las partículas del hundido y mediante arrastre por la rampa las saca del sistema.

El clasificado, tamaños menores que un valor dado, se realiza por el rebose del tanque debidamente calibrado en altura, determinando el tamaño máximo de clasificación del rebose mediante modificación de determinados parámetros del equipo como se indica posteriormente.

Son clasificadores con mecanismo. El de rastrillo, tipo DORR, tiene un movimiento alternativo y el de tornillo, tipo AKINS-WENCO, tiene un movimiento circular y no produce efectos discontinuos lo que permite una clasificación mejor. El elemento móvil produce agitación en el medio, utilizando esta agitación como un factor más del clasificador al regular su velocidad de actuación. Por el funcionamiento del sistema de extracción, se diseña con una capa de material en el fondo que hace de limitador del rozamiento, pero los tornillos o raquetas están sometidos a un fuerte desgaste por el roce continuo con el mineral.

Las variables que influyen en la clasificación, elementos que se pueden regular en el funcionamiento para modificar el corte en un equipo tipo tornillo son:

- a) *Pendiente del tanque* (variable de diseño y modificable en uso), determina el área de la zona de sedimentación y por tanto también determina el tamaño de partículas que van hacia el overflow. Al aumentar la inclinación de la cuba, clasifica más grueso.
- b) *Altura del rebalse* (variable de operación, regulable mediante compuerta) permite regular el área de la zona de sedimentación. Un aumento de la altura, produce un aumento del área de la piscina y una disminución del tamaño máximo de partícula. Si se aumenta la altura del reboso, clasifica más grueso.
- c) *Velocidad* (variable de diseño y modificable en uso) es importante desde el punto de vista de agitación del baño y su efecto en el tamaño de separación. Al aumentar la velocidad de rotación del tornillo, mayor agitación del baño, clasifica más grueso.
- d) *% sólidos del overflow* (variable de operación) factor importante porque determina el tamaño de separación del clasificador y está en función de la cantidad de agua que se añade al circuito. Una disminución del % de sólidos en el overflow disminuye el tamaño de separación, esto ocurre hasta un valor denominado dilución crítica (aproximadamente 10% sólidos) por debajo de este valor el tamaño de separación aumenta. Si se aumenta el porcentaje de sólidos en volumen, clasifica más grueso normalmente.
- e) *Caudal de pulpa en la alimentación* (variable de operación) un aumento del caudal aumenta la velocidad de la corriente horizontal y por tanto también aumenta el tamaño de separación.
- f) *Chorros de lavado*, (variable de operación) instalados en la rampa de descarga del tornillo tiene la función de lavar, evitar el arrastre de partículas atrapadas entre los gruesos y modificar el caudal de salida de agua (pulpa) por el rebose. Mayor caudal de agua clasifica más grueso. El agua de lavado que se añade en el tramo de descarga tiene la misión de evitar el arrastre de partículas no debidas, soltar los granos, y modificar el caudal de descarga, funciona como elemento auxiliar (parámetro) en la clasificación.

Las posibilidades de clasificación y de modificación para adaptarse a las condiciones necesarias del proceso hacen de estos equipos unidades de interés para la minería siendo usado en los circuitos cerrados de molienda en competencia con unidades de tipo ciclón.

Se da a continuación, en la ficha para los clasificadores de tornillos, valores de referencia característicos de su funcionamiento y de su regulación.

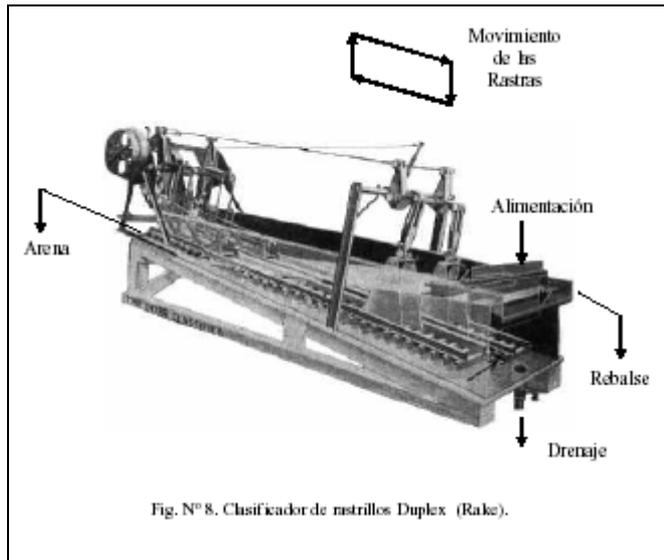


Fig. Nº 8. Clasificador de rastrillos Duplex (Rake).

Figura 10.8.

Clasificador de rastrillo con movimiento alternante.

Cuando trabaja lavando arenas, por el rebalse salen los finos y lamas y por el hundido, arrastrado por los rastrillos, sale la arena lavada.

Una parte del movimiento de las paletas lo realiza fuera del nivel del agua y consecuentemente llega al nivel de descarga con menor contenido de agua.

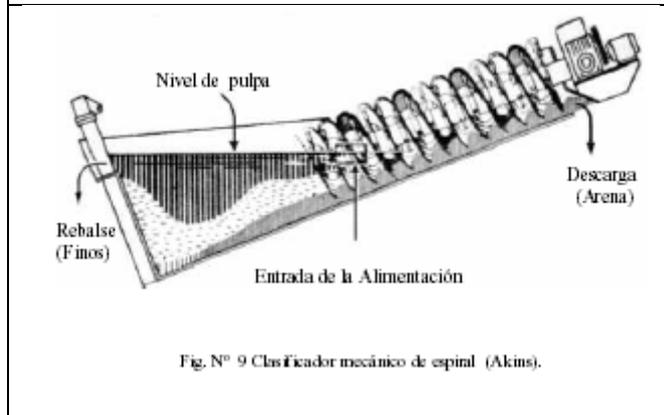


Fig. Nº 9 Clasificador mecánico de espiral (Akins).

Figura 10.9.

Clasificador de tornillo, movimiento continuo. El elemento sometido a mayor desgaste es el tornillo, por roce directo con el material a clasificar.

Una parte del movimiento de la hélice lo realiza fuera del nivel del agua y consecuentemente llega al nivel de descarga con menor contenido de agua.

Estos equipos son ampliamente usados en clasificación y en los circuitos cerrados de molienda.

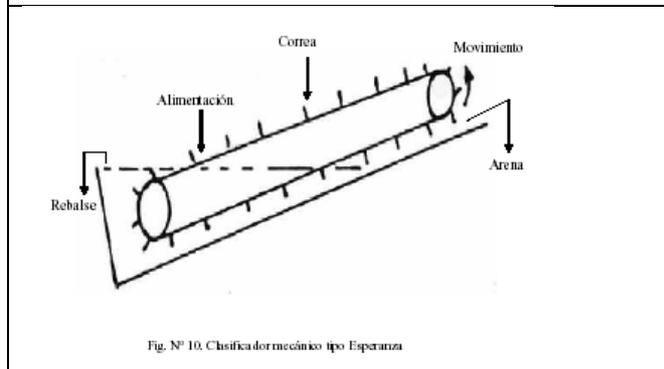


Fig. Nº 10. Clasificador mecánico tipo Esperanza

Figura 10.10.

Clasificador de desplazamiento lineal tipo Esperanza que trabaja como una correa sin-fin.

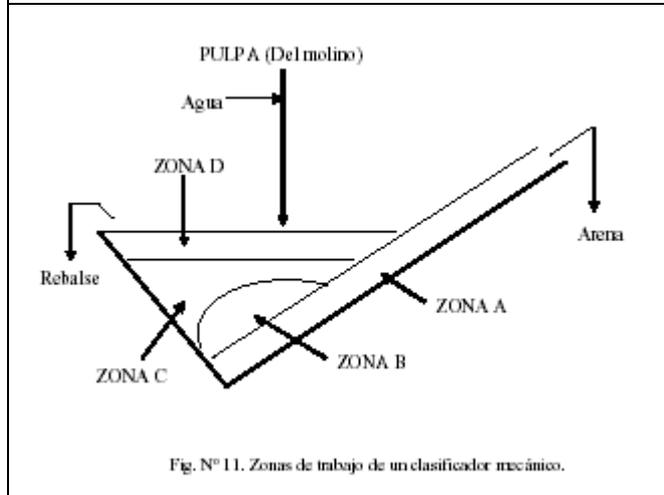


Fig. Nº 11. Zonas de trabajo de un clasificador mecánico.

ZONA A: Ubicada en el fondo del estanque, es una capa estacionaria de partículas de grano grueso por debajo de los rastrillos o la espiral. Actúa como una capa protectora, ya que absorbe las fuerzas abrasivas durante el transporte.

ZONA B: Partículas de grano grueso que han sedimentado y serán transportadas.

ZONA C: Suspensión de partículas en agua. Zona de asentamiento retardado, de alta densidad y turbulencia.

ZONA D: Corriente horizontal de pulpa desde el punto de alimentación hasta el rebalse (overflow).

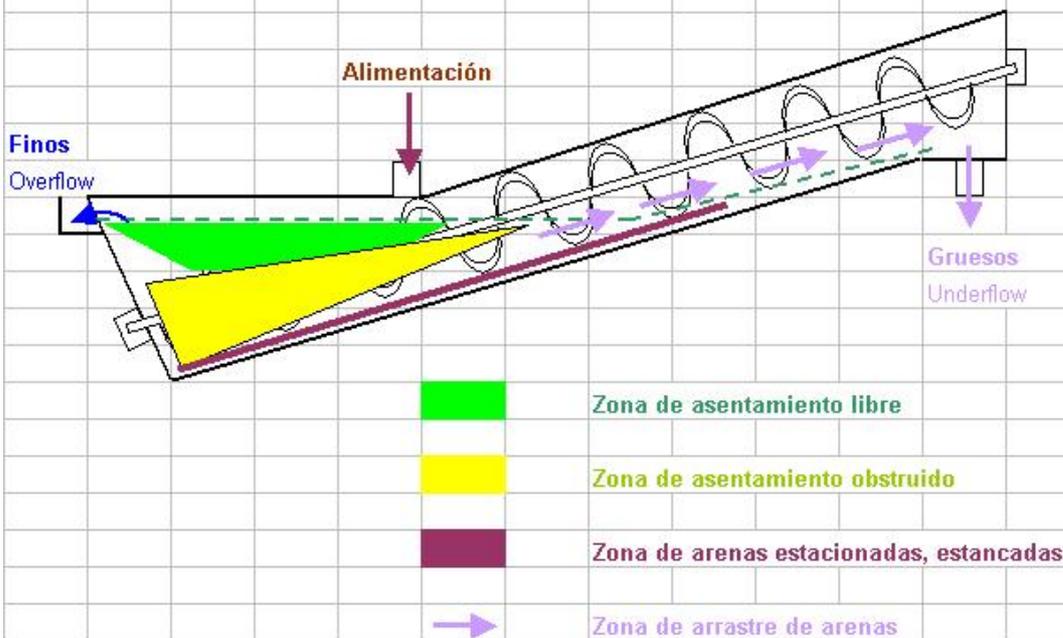
Clasificadores de "gravedad" "mecánicos" (con mecanismo)			
Tornillo:	tipo AKINS - WEMCO	→	no produce efectos discontinuos
Rastrillo:	tipo DORR		
nota:	Los equipos pueden tener UNO o DOS tornillos (rastillos)		
La relación entre la profundidad de la piscina y el diametro de la espiral se conoce como "Ratio de inundación" y los valores normales son:			"Grado de inundación"
H	90%	rebose bajo	
-----	120%	rebose alto	
Ø	150%	sumergido (espiral, tornillo)	
El área de la piscina "cuba" necesaria para obtener una separación dada depende de:			
- densidad de las partículas	ps	- densidad de la pulpa	Sp
- forma de las partículas	K	- viscosidad de la pulpa	μ
		Densidad de la pulpa	
		Sp ↑ → Ø ↑	
Tipo de rebose	clasificación	Tamaños	
Bajo	gruesa	840 μm	210 μm
Alto	media	300 μm	74 μm
Sumergido	finas	200 μm	50 μm
Angulo de inclinación			
Separación nominal		Ángulo de inclinación	Pendiente
μm	punto de corte	alfa (°)	mm / m
800		18,3	330
600		17,7 gruesos	320
400		17,0	305
300		16,6	300
250		16,4 intermedio	295
200		16,2	290
150		15,5 finos	280
100		15,1	270
75		14,8	265
50		14,5	260
nota: Al aumentar el ángulo clasifica más grueso			
Velocidad del tornillo		Ø mm	r.p.m.
		2000	2 - 5
		300	8 - 20
Lo normal es tener una velocidad de salida de arena de			2 - 3,5 m/s
nota: Si se aumenta la velocidad del tornillo clasifica más grueso			

Clasificadores de "gravedad" "mecánicos" (con mecanismo)

Comparado con los hidrociclones, los clasificadores de espiral (tornillo) dan una separación con una fracción gruesa de alta calidad. La buena calidad del undido se debe al echo de que la construcción de los clasificadores de tornillo puede ser suficientemente larga para un buen drenaje y permite lavar la arena con chorros de agua por encima del nivel de la cuba.

Esta cualidad permite utilizar estos clasificadores como deslamadores.

La espiral siempre sausa cierta turbulencia en la cuba, luego se pueden encontrar partículas mal clasificadas en el rebose (overflow).



Utilización: Se emplea en los circuitos de molienda, circuitos cerrados, de forma generalizada, cuando trabajan en húmedo.
Clasificación y lavado de arenas

Un **valor de imperfección** típico es de $I = 0,25 - 0,50$ para material acumulado

Operación : Son máquinas fáciles de operar, y los problemas más habituales son:
- saturado de arena, arena estancada.
- demasiada alimentación, discontinua, oleadas.

Nota : El tornillo está sometido a un **desgaste** por rozamiento con la arena y que es función de la dureza y de la abrasividad del mineral

Hidrociclón

Es un clasificador hidráulico, sin mecanismo y que emplea la fuerza centrífuga ($a_c=v^2/r$) como principio actuante en la clasificación para acelerar la sedimentación de las partículas. Es uno de los equipos más importantes usados en la industria minera. Su principal uso en la concentración de minerales es la de clasificar, y ha demostrado ser un equipo eficiente para separar partículas finas. Se está usando cada vez en mayor medida en los circuitos cerrados de molienda, y tiene otras aplicaciones, tal como deslamador o espesador.

Un hidrociclón típico se ve en la Figura 10.11, el cual consta de un recipiente cónico abierto en la parte inferior, boquilla de descarga (apex) unido a una sección cilíndrica que tiene una entrada de pulpa tangencial. La parte superior del cilindro es cerrada con una plancha a través de la cual pasa un tubo central, boquilla de descarga (overflow) que se prolonga dentro del cuerpo del ciclón por medio de una sección corta y removible conocida como vortex, el cual previene o evita que se produzca un cortocircuito de la alimentación hacia el overflow.

La presión hidrostática acelera la velocidad de la pulpa, que entra al ciclón a través de una boquilla de ingreso tangencial. Mediante el efecto de estrangulación del paso de la parte cónica inferior la pulpa rotante se separa en dos flujos de pulpa, uno que cae hacia fuera y otro que sube por la parte interna. De esta manera, el material pesado o material grueso se concentra hacia las paredes del ciclón, siendo expulsado por la parte inferior (ápex) y el material liviano o material fino, por la parte superior central del ciclón (vortex)¹⁰.

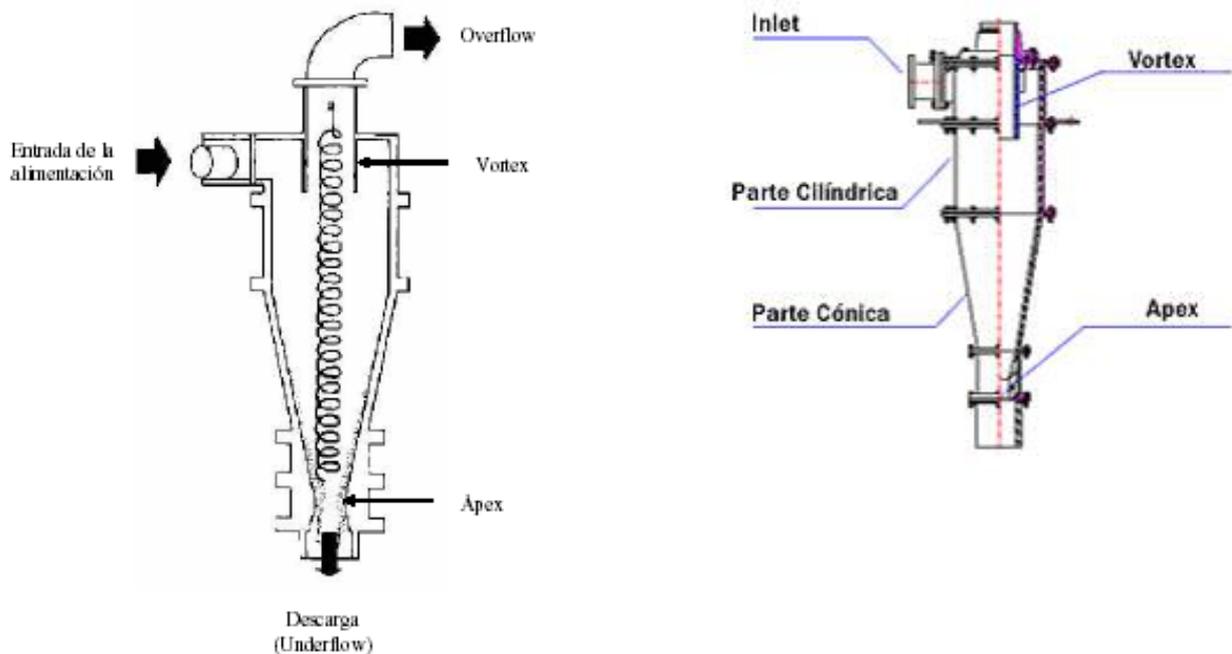


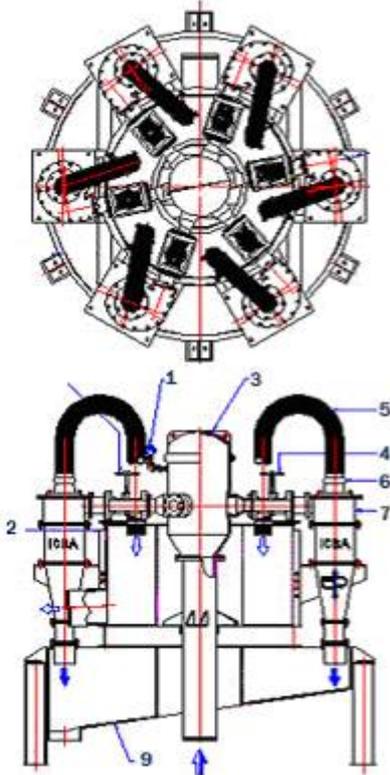
Figura 10.11. Zonas de trabajo de un clasificador mecánico.

La alimentación de sólidos y el agua se hace en forma de pulpa por una entrada tangencial al hidrociclón y esta se realiza a presión suficiente creando una circulación rotatoria interna que genera un torbellino interior que se descompone formalmente en dos hélices, una descendente y otra ascendente en el interior de la primera.

En el proceso de clasificación las partículas más gruesas y pesadas van contra la pared del equipo y se recogen en el fondo o Apex y las más finas entran en el vértice del torbellino (vortex) y salen por el rebose o parte superior del equipo. Por el sistema de funcionamiento

¹⁰ Pequeña Minería - Técnicas y Procesos - M. Priester, T. Hentschel, B. Benthin.

estos equipos no vienen afectados por la posición de montaje¹¹ pudiendo tener importantes ángulos de desviación respecto al eje vertical y funcionar correctamente, esto facilita la unificación de descargas en un colector común para varias unidades, montaje circular o en línea.



Cuando se realiza este tipo de instalación, cada unidad debe llevar su sistema de control de caudal mediante válvula independiente en la alimentación.

La adaptación de estos equipos a modificaciones en la demanda, modificaciones de caudal de pulpa no es fácil, siendo el montaje de varias unidades con caudal inferior al nominal el método normal de regulación de producción, sacando o metiendo unidades en el circuito de clasificación.

Equipos que también emplean la fuerza centrífuga son las centrifugadoras, pero se diferencian de los ciclones en que si disponen de mecanismo, el eje rotante para centrifugar, por lo que son menos utilizadas en minería debido a los fuertes desgastes.

Estos equipos, para un funcionamiento correcto, necesitan de una alimentación regular que se realiza normalmente mediante un sistema de bombeo. Según disponibilidad de montaje y necesidades del proceso se pueden montar con un desnivel de algunos metros (3 a 10 m) y para determinadas clasificaciones trabajan correctamente. Por su tamaño, funcionamiento, facilidad de montaje y libertad de posición, facilitan el diseño de las instalaciones.

Las variables, modificación sobre un diseño base, para que un hidrociclón clasifique más fino o que su salida por el vortex sea con un tamaño máximo menor, se puede actuar sobre:

1. Aumentar la presión de entrada.
2. Disminución del diámetro del vortex finder.
3. Disminución del diámetro de la alimentación.
4. Disminución del ángulo del cono.
5. Disminución del porcentaje de sólidos en volumen "Sv".
6. Apex: La modificación del diámetro del apex tiene poca influencia en la clasificación, pero si influye en que el producto descargado por el apex salga más húmedo o salga casi seco. Más cerrado, el producto sale más seco, mayor porcentaje de sólidos.
7. En general, el tamaño del hidrociclón debe ser menor cuanto más fino deba clasificar (efecto en la aceleración tangencial).
8. En general, todos los clasificadores sin mecanismo necesitan una operación de agotamiento (eliminación de agua) que se realiza con una criba horizontal, de alta velocidad y poco amplitud.

¹¹ El campo de fuerzas tangenciales es mucho mayor que el gravitatorio (de 100 a 1000 veces mayor) y se puede despreciar el efecto de este último.

Familias de ciclones

Los ciclones son un dispositivo de clasificación y control de material en forma de partículas, dentro de un fluido (agua o aire), y su diseño se basa, normalmente, en grupos o familias de ciclones que tienen proporciones definidas.

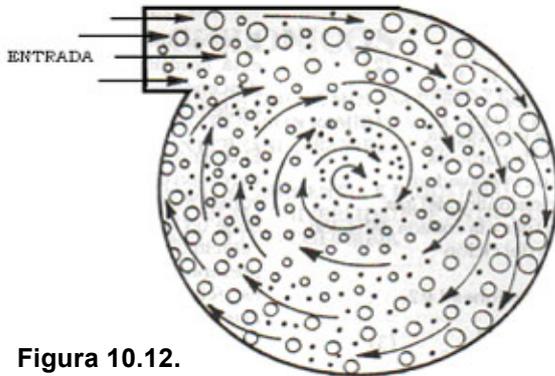


Figura 10.12.

Los ciclones remueven, extraen o clasifican el material sólido, formado por partículas dentro de una corriente líquida o gaseosa, basándose en el principio de impactación inercial, generado por la fuerza centrífuga. La Figura 10.12 muestra el movimiento de las partículas, las mayores, o las más densas y grandes al aplicar los principios de la clasificación isodrómica dentro de un campo¹² de fuerzas centrífugas, van hacia las paredes del ciclón debido a la fuerza centrífuga.

Las principales familias de ciclones de entrada tangencial son:

- Ciclones de alta eficiencia.
- Ciclones convencionales.
- Ciclones de alta capacidad.

Los márgenes de la eficiencia de separación para los ciclones, están con frecuencia basada en las tres familias de ciclones, es decir, convencional, alta eficiencia y alta capacidad.

La Tabla 10.5 siguiente presenta el intervalo de eficiencia de separación o remoción para las diferentes familias de ciclones.

El cálculo de la eficiencia de separación para todo el efluente hay que hacerlo para todos los rangos de diámetros de las partículas que contiene el aire a tratar, y teniendo en cuenta el porcentaje en masa que ocupa cada rango en el total de la masa de las partículas arrastradas por el efluente.

$$\eta = \frac{M_{\text{Retenida}}}{M_{\text{Total}}}$$

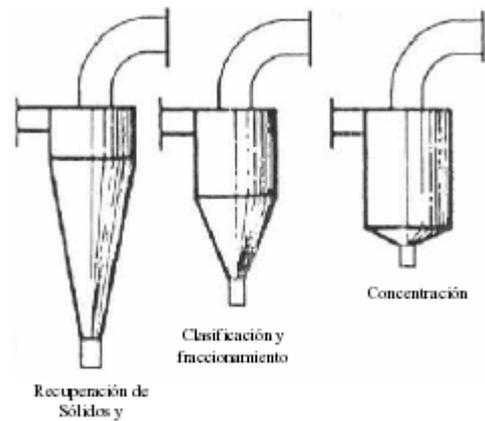


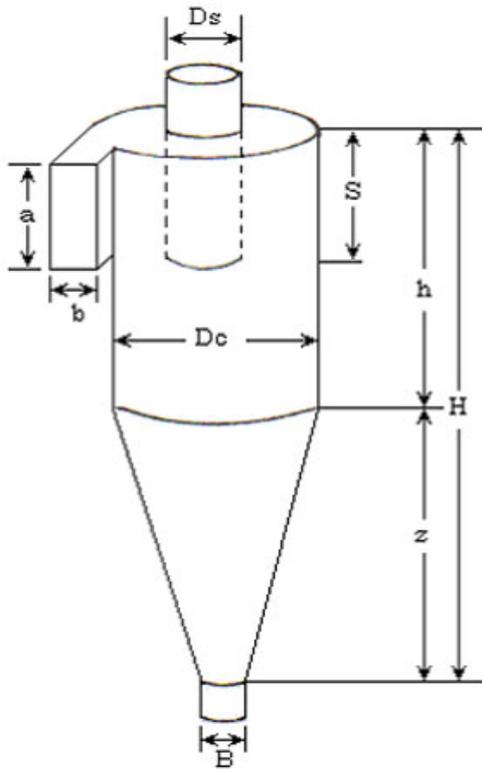
Figura 10.13. Formas de ciclones y sus aplicaciones.

Familia de ciclones	Eficiencia de remoción (%)		
	Total de partículas	PM 10	PM 2.5
Alta eficiencia	80 - 99	60 - 95	20 - 70
Convencionales	70 - 90	30 - 90	0 - 40
Alta capacidad	80 - 99	10 - 40	0 - 10

Tabla 10.5. Intervalo de eficiencia de remoción para las diferentes familias de ciclones.

¹² La fuerza centrífuga juega un papel similar a la fuerza de la gravedad en los concentradores de gravedad con la diferencia notable de que el valor del campo puede ser de 500 a 1.000 veces superior y permite colectar o separar partículas de tamaño menor, en el entorno de una micra.

Los ciclones de alta eficiencia están diseñados para alcanzar mayor remoción de las partículas pequeñas que los ciclones convencionales, pueden remover o extraer partículas de $5 \mu\text{m}$ con eficiencias hasta del 90%, pudiendo alcanzar mayores eficiencias con partículas más grandes. Los ciclones de alta eficiencia exigen mayores caídas de presión, lo cual requiere de mayores costos de energía para mover el fluido que contiene las partículas a través del ciclón. Por lo general, el diseño del ciclón está determinado por una limitación especificada de caída de presión, en lugar de cumplir con alguna eficiencia de control especificada.



Los ciclones de alta capacidad están garantizados solamente para remover partículas mayores de $20 \mu\text{m}$, aunque en cierto grado ocurra la colección de partículas más pequeñas. Se ha reportado que los multiciclones han alcanzado eficiencias de recolección de 80 a 95 % para partículas de $5 \mu\text{m}$.

Las tablas siguientes presentan un resumen de las características de las principales familias de ciclones de entrada tangencial. Las proporciones del ciclón están en función del diámetro que es la característica dimensional básica.

La Figura 10.14 siguiente identifica las principales dimensiones del ciclón de entrada tangencial. El diámetro del ciclón identifica la dimensión básica de diseño, todas las demás dimensiones simplemente son una proporción del diámetro del ciclón.

Figura 10.14. Principales dimensiones del ciclón de entrada tangencial.

Dimensión	Nomenclatura	Tipo de ciclón		
		Stairmand	Swift	Echeverri
Diámetro del ciclón	D_c/D_c	1,0	1,0	1,0
Altura de entrada	a/D_c	0,5	0,44	0,5
Ancho de entrada	b/D_c	0,2	0,21	0,2
Altura de salida	S/D_c	0,5	0,5	0,625
Diámetro de salida	D_s/D_c	0,5	0,4	0,5
Altura parte cilíndrica	D_s/D_c	1,5	1,4	1,5
Altura parte cónica	h/D_c	2,5	2,5	2,5
Altura total del ciclón	H/D_c	4,0	3,9	4,0
Diámetro salida partículas	B/D_c	0,375	0,4	0,375
Factor de configuración	G	551,22	695,65	585,71
Número de cabezas de velocidad	NH	6,4	9,24	6,4
Número de vórtices	N	5,5	6,0	5,5

Tabla 10.6. Características de los ciclones de alta eficiencia.

Dimensión	Nomenclatura	Tipo de ciclón			
		Lapple	Swift	Peterson-Whitby	Zenz
Diámetro del ciclón	Dc/Dc	1,0	1,0	1,0	1,0
Altura de entrada	a/Dc	0,5	0,5	0,583	0,5
Ancho de entrada	b/Dc	0,25	0,25	0,208	0,25
Altura de salida	S/Dc	0,625	0,6	0,583	0,75
Diámetro de salida	Ds/Dc	0,5	0,5	0,5	0,5
Altura parte cilíndrica	Ds/Dc	2,0	1,75	1,333	2,0
Altura parte cónica	h/Dc	2,0	2,0	1,837	2,0
Altura total del ciclón	H/Dc	4,0	3,75	3,17	4,0
Diámetro salida partículas	B/Dc	0,25	0,4	0,5	0,25
Factor de configuración	G	402,88	381,79	342,29	425,41
Número de cabezas de velocidad	NH	8,0	8,0	7,76	8,0
Número de vórtices	N	6,0	5,5	3,9	6,0

Tabla 10.7. Ciclones convencionales.

Dimensión	Nomenclatura	Tipo de ciclón	
		Stairmand	Swift
Diámetro del ciclón	Dc/Dc	1,0	1,0
Altura de entrada	a/Dc	0,75	0,8
Ancho de entrada	b/Dc	0,375	0,35
Altura de salida	S/Dc	0,875	0,85
Diámetro de salida	Ds/Dc	0,75	0,75
Altura parte cilíndrica	Ds/Dc	1,5	1,7
Altura parte cónica	h/Dc	2,5	2,0
Altura total del ciclón	H/Dc	4,0	3,7
Diámetro salida partículas	B/Dc	0,375	0,4
Factor de configuración	G	29,79	30,48
Número de cabezas de velocidad	NH	8,0	7,96
Número de vórtices	N	3,7	3,4

Tabla 10.8. Ciclones de alta capacidad.

Utilización de los ciclones en minería, según la forma

- Hidrociclones con ángulo agudo, ángulo del cono entre 10° y 20°, se utilizan para espesamiento y separación de material sólido.
- Forma intermedia, ángulo del cono > 20°, se utilizan preferentemente para clasificación.
- Hidrociclón cilíndrico; uso preferente para concentración, producción de preconcentrados, etc.

Utilización de los ciclones de forma general

- Espesamiento de pulpas de tamaño de grano finísimo, suspensiones, etc.
- Deslame.
- Clasificación, por ejemplo, para trituración cuidadosa con preclasificación y clasificación intermedia en circuitos de molienda.
- Clasificación selectiva; aplicación, por ejemplo, a dos materiales finos de diferentes pesos específicos (Ejemplo: arena de cuarzo y caolín).
- Concentración o clasificación para enriquecimiento de fracciones finas de minerales pesados, por ejemplo en los minerales de oro, estaño, wolframita.
- Usos especiales; podemos mencionar la concentración en medios densos en ciclones de pulpa pesada (*).

(*) La separación se lleva a cabo en una pulpa con magnetita o FeSi (ferró silicio) con una densidad de pulpa controlada. El material pesado es recuperado de la pulpa mediante separación magnética. Los mejores resultados se obtienen con materiales pesados que debido a la forma de grano redondeado y a su proceso de fabricación conducen a:

- Menor viscosidad de la pulpa.
- Mayor resistencia a la corrosión.
- Menor desgaste mecánico del polvo.
- Menor desgaste mecánico de la máquina.
- Menores fuerzas de adhesión a la superficie de los productos beneficiados.

Con FeSi se pueden alcanzar densidades entre 2 y 2,8 kg/dm³ con las cuales se pueden concentrar minerales de hierro, manganeso, cromo, plomo, zinc, estaño, fluorita, barita, diamantes, grava y fragmentos de piedra.

La clasificación con hidrociclones, previa a equipos de concentración como separadores helicoidales o mesas, donde se concentra principalmente según la superficie del grano expuesta al flujo, conduce a procesos de concentración con grados mucho mayores de separación que si se clasificara mediante cribas.

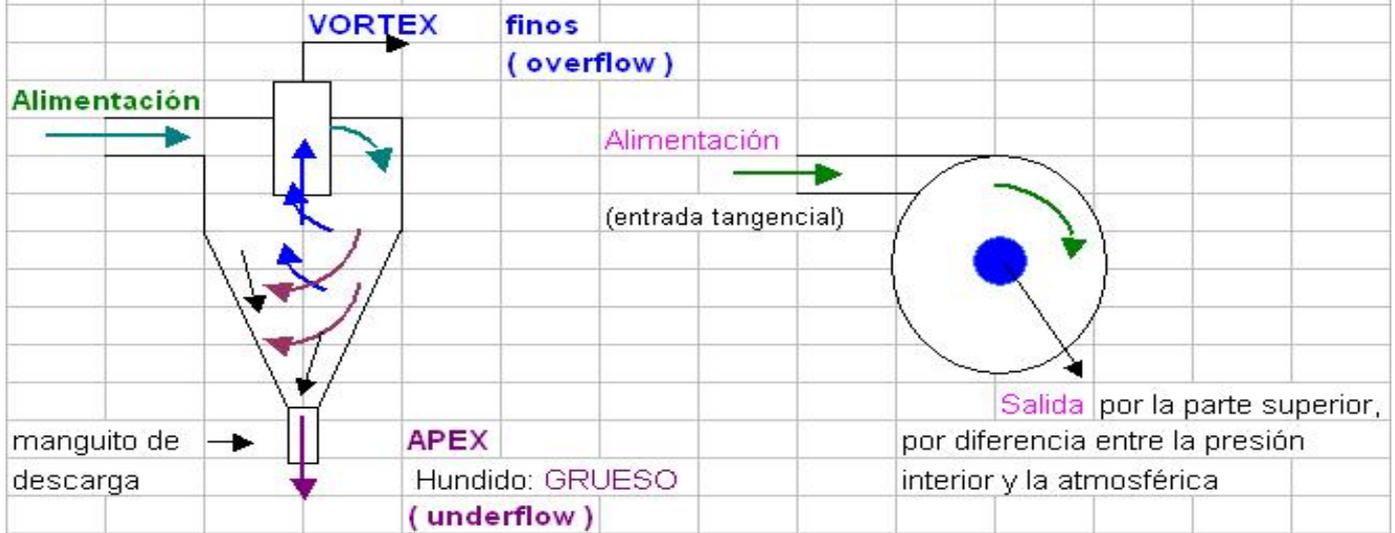
La parte de desgaste más importante del ciclón es la boquilla inferior de descarga (ápex), por la cual atraviesa la fracción gruesa con una presión relativamente alta. La concentración de sólidos en esta parte es elevada, los tamaños son mayores y el rozamiento alto.

CICLON: Hidrociclón	VORTEX finos	OVERFLOW	
		<p>partícula</p> <ul style="list-style-type: none"> ● gruesa - densa ● fina - ligera 	
<p>Ecuaciones semiempíricas</p> $V_r = V_a \cdot \operatorname{tg}(\alpha / 2)$ $V_t = k \cdot r$ $k = k_0 \cdot r^{0,8}$		<p>linea de equilibrio $V_a(\text{axial}) = 0$</p> <p>gruesos</p>	<p>Campo de aceleraciones radial $F(a) = (V_t^2 / r)$ $F(a) = (500 - 1000) \cdot g$</p>
$a = \frac{dv}{dt} = F(a) \left[\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right] - F(Re) \frac{K_s}{D} \frac{\rho_f \cdot v^2}{\rho_s \cdot 2}$		<p>Ecuación general de caída de un sólido en el seno de un fluido con $F(a) = g$</p> <p>Generalizada para el caso de un campo de fuerzas centrífugas es:</p>	
$a = \frac{dv_r}{dt} = \left[\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right] \frac{V_t^2}{r} - F(Re) \frac{K_s}{D} \frac{\rho_f \cdot v^2}{\rho_s \cdot 2} < > \frac{dv_r}{dt} = \left[\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right] \frac{V_t^2}{r}$		<p>que integrada, para $t = 0$, da</p>	
$V_r = \left[\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right] \frac{V_t^2}{r} \quad t = \left[\frac{\rho_s - \rho_f}{\rho_s} \right] w^2 \cdot r \cdot t$		<p>nota: $V_t = w \cdot r$</p>	

Hidrociclón	Equipos que utilizan la fuerza centrífuga	$F(an) = (Vt^2 / r)$	sentido: giratorio
medio utilizado:	H₂O		

Geoméricamente: tienen un cuerpo cilíndrico y un cuerpo cónico con proporciones variables según el material a clasificar. Según fabricantes, se construye por módulos o por encargo

Su funcionamiento se caracteriza por generar dos espirales, una en el interior de la otra, que giran en la misma dirección y con componentes verticales inversas. Ascendente los finos y descendente los gruesos. (ejes en la dirección del ciclón)



Valores de trabajo

H = Presión de entrada:	0,1 - 10 kg/cm ²	Diámetro =	10 mm - 2.500 mm
F(an) =	hasta 1000 g	Q (flujo) =	1,5 l/min - 125.000 l / min
t (tiempo de residencia) =	0,5 - 1,5 s	alfa (ángulo del cono) =	5° - 40°

Fórmulas empíricas:

D.A.Dahlström

Capacidad

A =	$\sqrt[0,9]{H \cdot K (Da \cdot Dv)}$	A:	Alimentación, caudal de entrada en m ³ / h
		H:	Presión de entrada en m
		Da:	Diámetro de la alimentación
		Dv:	Diámetro del vórtice
		K:	Coficiente f (forma, geometría del ciclón)

Dimensión de separación

d50 =	$0,6 (Da \cdot Dv)^{0,68} \left[\frac{1}{A^{0,53}} \right] \sqrt[1]{ps - 1}$	d50 :	dimensión de separación en μm para el 50% de la curva de partición
		ps :	densidad de los granos

176 Centrifugal classifiers

separation cut size

$$d_{50c} = d_c^* \left[\ln \frac{1 - R_c}{R_s - R_c} \right]^{1/\alpha} \left\{ \frac{\ln[(1/R_c) + 1]}{n[(1/R_c) - 1]} \right\}^{1/\alpha} \quad (7.24)$$

where d_c^* and n are parameters of the RRSB (Rosin-Rammler-Sperling-Bennett) distribution of the feed solids and α is the exponent relating particle slip velocity and particle size ($\alpha = 2$ for Stokes and $\alpha = 0.5$ for Newton regimes). The quantities R_s and R_c must be estimated either from the Plitt equation or by the regression equation.

(e) Empirical

Cut sizes have empirically been related to the cyclone variables by many workers. In this book all cyclone equations are given in SI units with the exception that the particle size is in μm (s, m, m^3/s , kg, N, Pa, Pas, kg/m^3).

The empirical equation of Dahlstrom (1949, 1954) has been widely applied to cyclone dimensioning

$$d_{50c} = 3 \times 10^3 \frac{(D_a D_i)^{0.68}}{Q^{0.53} \sqrt{(\rho_s - \rho_1)}} \quad (7.25)$$

This equation was developed for low feed solids concentrations and low underflow splits. The use of this equation for grinding circuit cyclone dimensioning is doubtful. Kelly and Spottiswood (1982) state that this equation is applicable up to 35% solids by volume by using the apparent viscosity and the slurry density of equations (2.103) and (2.112) respectively. If the flow in the cyclone is not laminar the relationship

$$d_{50c} = f[\sqrt{(\rho_s - \rho_1)}] \quad (7.26)$$

does not hold. Lynch and Rao (1975) stated that the relationship with high pulp densities is

$$d_{50c} = f\left(\frac{1}{\rho_s - \rho_1}\right) \quad (7.27)$$

indicating a turbulent flow. This relationship would mean that Dahlstrom's equation would not hold with high slurry densities.

Another earlier relationship was given by Yoshioka and Hotta (1955). They gave

$$d_{50c} = \frac{0.2 \times 10^6 D_c^{0.1} D_a^{0.8} D_i^{0.6} \sqrt{\eta}}{\sqrt{Q} \sqrt{(\rho_s - \rho_1)}} \quad (7.28)$$

Lynch with his research group studied cyclone models and gave an experimental equation for the separation limit (Lynch and Rao, 1975; Lynch, 1976; Rao, 1966)

Hydrocyclones 177

where K_{1-6} are regression parameters and P_f is the percentage of feed solids w/w.

The values varied for different feed size distributions within: $K_1 = 0.0344 - 0.0637$; $K_2 = 0.0190 - 0.0712$; $K_3 = 0.0220 - 0.0513$; $K_4 = 0.0255 - 0.0390$; $K_5 = 0.00005 - 0.000008$; $K_6 = -0.06623$ to $+0.0806$. Rao *et al.* (1976) gave slightly different parameters for the same type of model.

Plitt (1971, 1976) and Plitt *et al.* (1980) gave an empirical equation based on a regression model

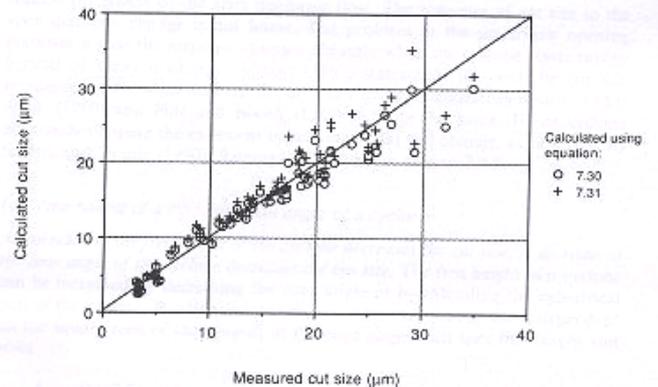
$$d_{50c} = \frac{85.1 D_c^{0.46} D_a^{0.21} D_i^{0.6} \exp(6.3\phi)}{D_a^{0.71} h^{0.38} Q^{0.45} \sqrt{(\rho_s - \rho_1)}} \quad (7.30)$$

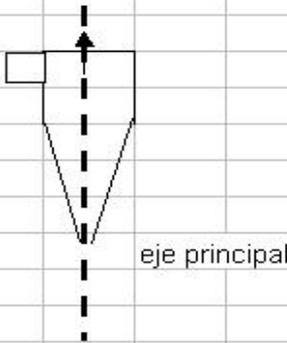
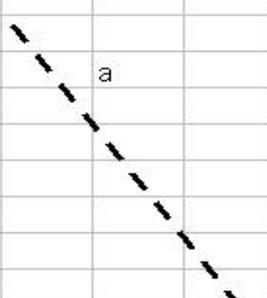
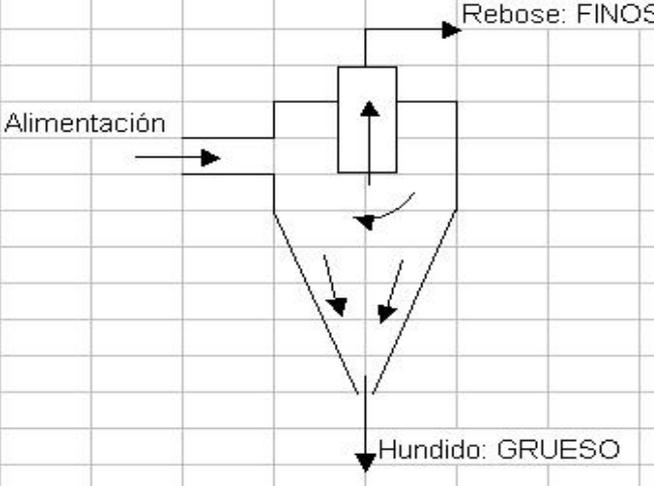
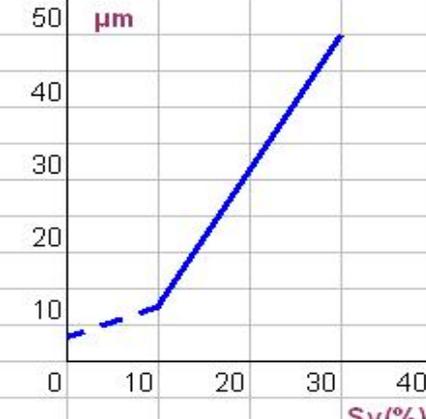
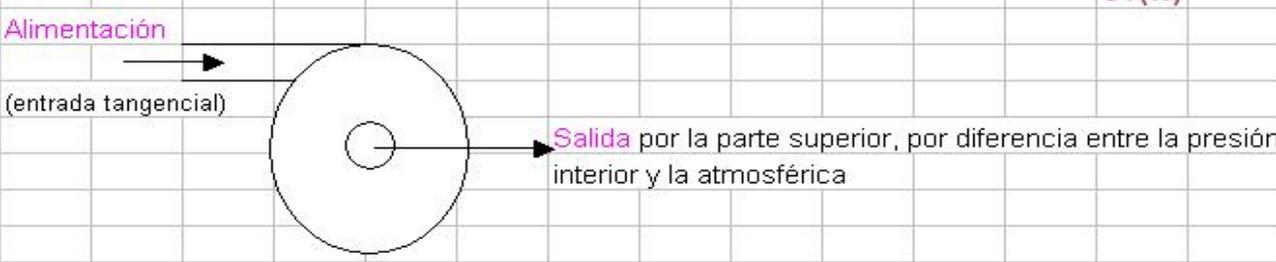
where h is the cyclone free height from apex to vortex finder bottom (m). The constant is 35 if dimensions are given in inches and flow rate in cfm. Later the equation has been modified by taking the effects of slurry apparent viscosity into consideration

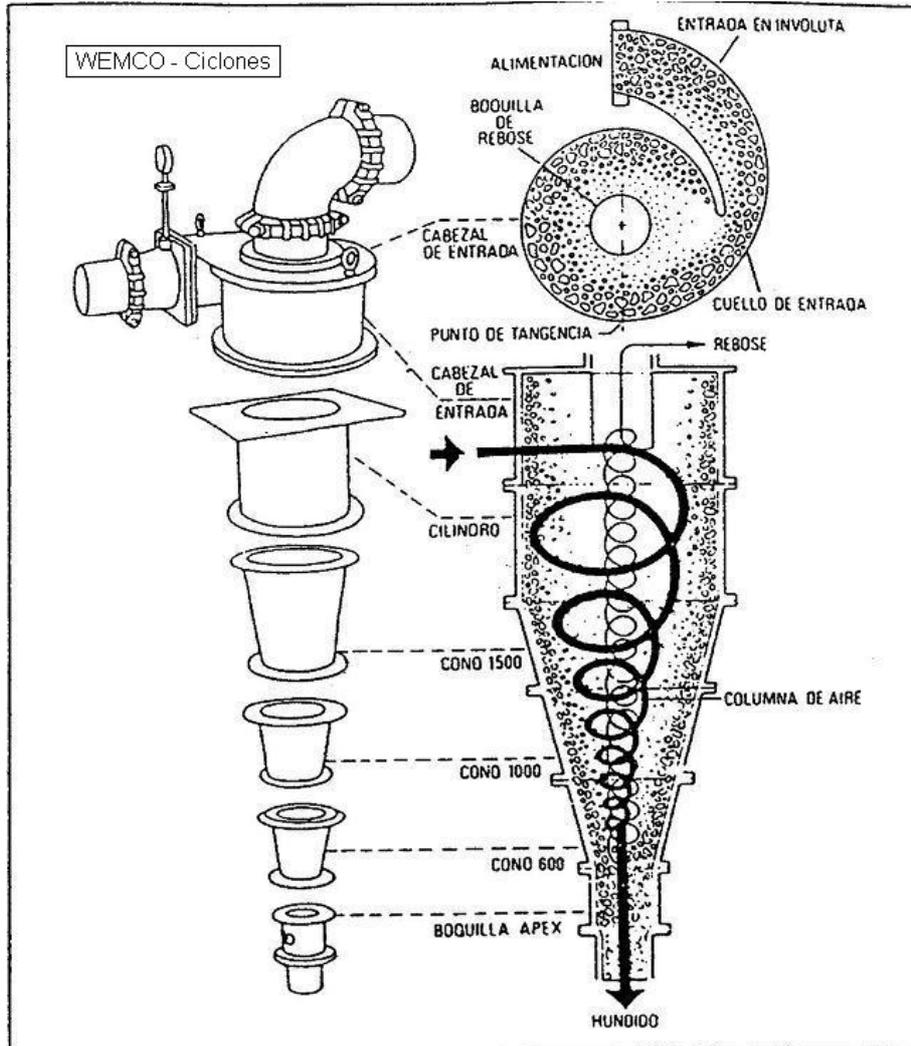
$$d_{50c} = \frac{64.4 D_c^{0.46} D_a^{1.21} D_i^{0.6} \sqrt{(\eta)} \exp(6.3\phi)}{D_a^{0.71} h^{0.38} Q^{0.45} [(\rho_s - \rho_1)/(\rho_{\text{app}} - \rho_1)]^k} \quad (7.31)$$

The constant is 26.5 if dimensions are given in inches and flow rate in cfm (Flintoff *et al.*, 1987).

Figure 7.14 has been calculated from the data obtained by Hussain (1984) for coal and shale and data obtained by Heiskanen (1973), Heiskanen and Ovaskainen



Instalación:	Debido al fuerte valor de la componente centrífuga, es independiente de la posición de montaje. Es corriente verlos en posición inclinada, unificando la descarga inferior		
			<p>posiciones</p>
			
			
Utilización:	<p>deslamador: produce arenas limpias</p> <p>espesador: elimina el agua por el vortex</p> <p>clasificador. produce un corte a d_x, es el uso más corriente. Se utiliza profusamente en paralelo con los molinos.</p>		
Punto de corte, clasificación:	<p>* Función de la geometría (α, D_a, D_v, L_c, ...) y en menor medida del caudal (Q_a)</p> <p>* Su versatilidad, adaptación al proceso, se consigue modificando el nº de unidades</p> <p>* Trabaja con densidades de pulpa bajas (S_v o S_p bajas), cuando aumentan estos valores no trabaja bien.</p>		



Serie	Modelo	Cilindro	Secciones cónicas	Diámetro (mm)	CAPACIDADES	
					Entrada (m ³ /h)	Hundido (tn/h)
600	600C 600LC 600LCC	Cilindro Cilindro 2 cilindros	6 Cono largo (9°) Cono largo (9°)	150	10-50	0-20
1000	1000 1000C 1000A 1000CA	Sin cilindro Con cilindro Sin cilindro Con cilindro	1000/600 1000/600 1000 1000	250	20-100	0-100
1500	1500 1500C 1500A 1500CA	Sin cilindro Con cilindro Sin cilindro Con cilindro	1500/1000/600 1500/1000/600 1500/1000 1500/1000	380	50-200	0-150
2000	2000 2000C 2000A 2000CA	Sin cilindro Con cilindro Sin cilindro Con cilindro	2000/1500/1000/600 2000/1500/1000/600 2000/1500/1000 2000/1500/1000	500	90-350	0-200
2600	2600 2600A 2600B	Sin cilindro Sin cilindro Sin cilindro	2600/2000/1500/1000/600 2600/2000/1500/1000 2600/2000/1500	660	150-675	0-250
3000	3000 3000A 3000B	Sin cilindro Sin cilindro Sin cilindro	3000/2000/1500/1000/600 3000/2000/1500/1000 3000/2000/1500	760	290-900	0-250

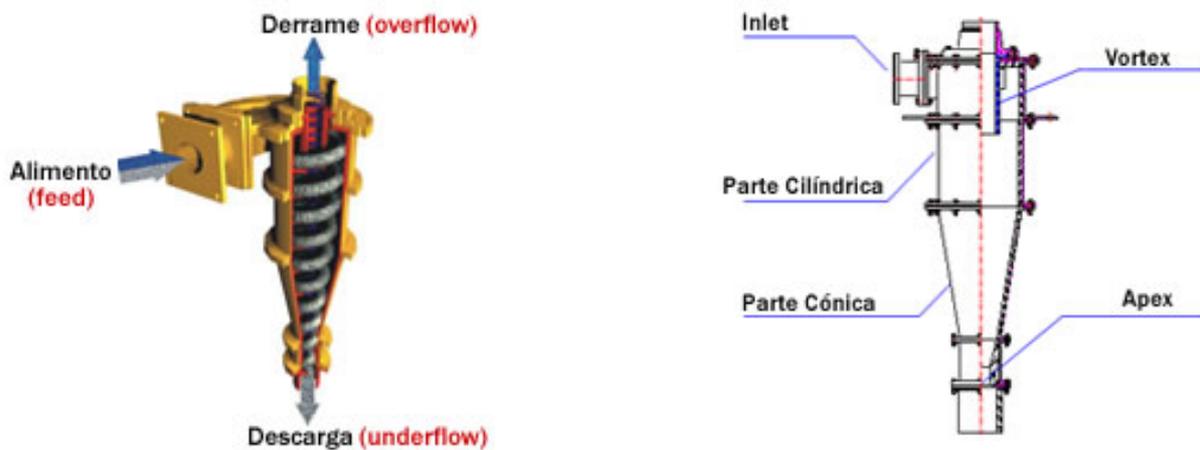
series de menores diámetros construidos en poliuretano.

Guía para la selección de hidrociclones

Los hidrociclones¹³ o ciclones, forma una clase importante de equipos en minería destinados principalmente a la separación de suspensiones sólido-líquido. La primera patente del ciclón data de 1891, sin embargo, su utilización industrial generalizada fue después de la segunda guerra mundial en la industria de procesamiento de minerales. Desde entonces, vienen siendo usados industrialmente, de manera diversificada en la industria química, metalúrgica, petroquímica, textil, y otros.

Los ciclones fueron originalmente diseñados para promover la separación sólido-líquido, sin embargo, actualmente son también utilizados para separación de sólido-sólido, líquido-líquido y gas-líquido, en general para separar elementos sólidos y líquidos donde el criterio es el tamaño de la partícula o la diferencia de densidad. La industria minera es extensiva en el uso de ciclones, y se aplica en clasificación de líquidos, espesamiento, clasificación de partículas por densidad ó tamaño y lavado de sólidos.

El ciclón, tal como se ha descrito anteriormente, consiste en una parte cónica seguida por una cámara cilíndrica, en la cual existen una entrada tangencial para la suspensión de la alimentación (Feed). La parte superior del hidrociclón presenta un tubo para la salida de la suspensión diluida (overflow) y en la parte inferior existe un orificio de salida de la suspensión concentrada (underflow). El conducto de alimentación se denomina boca de entrada, admisión o "inlet"; El tubo de salida de la suspensión diluida, parte superior del equipo, se denomina "vortex", y el orificio de salida del concentrado se denomina "apex", tal como se puede observar en el siguiente esquema de las partes del ciclón:



Las partículas en el seno del fluido, pulpa normalmente en minería, se ven afectadas en el sentido radial por dos fuerzas opuestas: una hacia la periferia del equipo debido a la aceleración centrífuga de valor $(m \cdot v^2/r)$ que la impulsa contra la pared, y otra opuesta, hacia el interior del equipo debido al efecto de arrastre de las corrientes que se producen dentro del ciclón.

Consecuencia de lo anterior, la mayor parte de las partículas finas abandonarán el equipo a través del vortex o parte superior y el resto de las partículas, mayoritariamente los gruesos, saldrán a través del apex o parte inferior. En la figura se puede observar la trayectoria de flujos dentro del ciclón. Cuando en el diseño de la operación se pretende obtener agua limpia o bien eliminar las lamas su diseño geométrico cambia en el sentido de alargar la parte cónica.

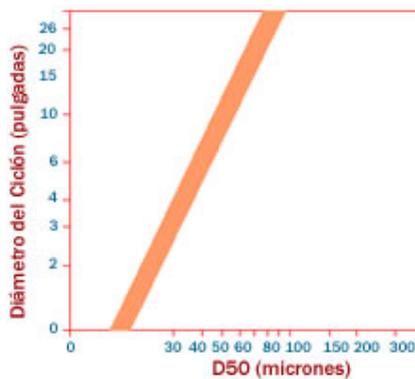
Básicamente los cuatro parámetros independientes que permiten variar las condiciones de operación son:

¹³ La denominación de hidrociclón corresponde al funcionamiento de un ciclón cuando el fluido portante es agua. En minería por la generalización del uso de tratamientos en húmedo, ambas denominaciones son de uso común para el mismo equipo siendo lo formalmente correcto la denominación de ciclón al equipo y la de hidro-ciclón cuando trabaja con agua y aero-ciclón cuando el fluido portante es el aire.

- a) *La densidad de la pulpa*, la mayor o menor dilución del sólido hace que se clasifique más fino o más grueso.
- b) *La caída de presión* en la alimentación, (la pérdida de presión en el equipo), que equivale a una velocidad de entrada mayor o menor según sea este valor y consecuentemente a un efecto centrífugo mas o menos elevado a igualdad de otros parámetros. Mayor efecto centrífugo hace que se clasifique más fino.
- c) *Consideraciones geométricas de diseño*, familias de equipos que mantienen las proporciones donde la referencia es el diámetro del ciclón (D) de la parte cilíndrica.
- d) Dentro de una familia y para un diámetro de ciclón determinado, adquieren importancia el diámetro del vortex, la longitud del tubo interior del vortex y el diámetro del apex.

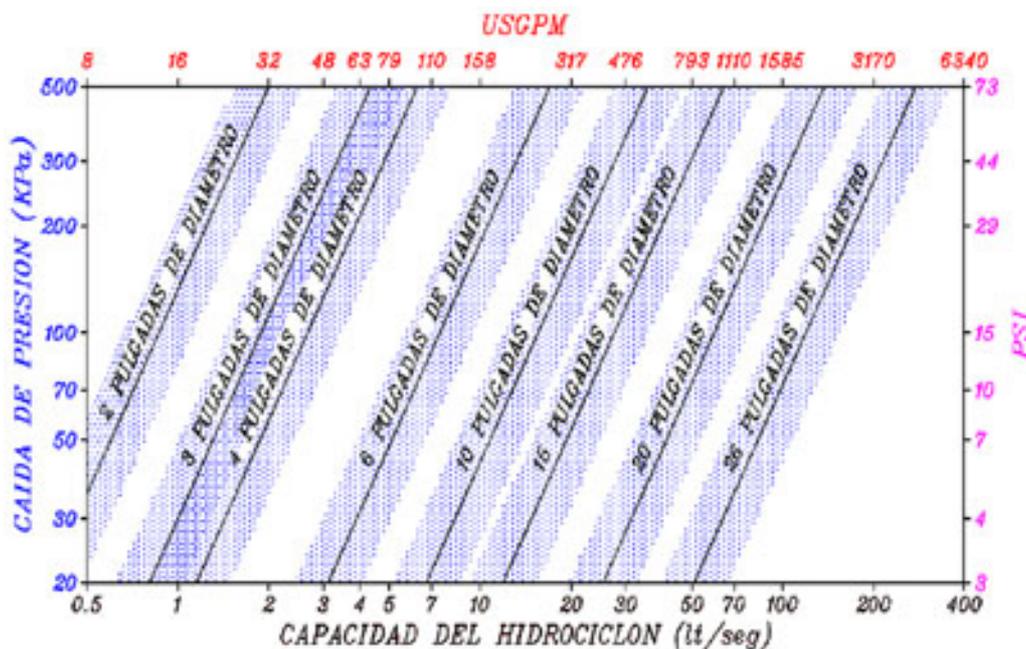
El tamaño de corte y la eficiencia de la separación es controlado mediante el ajuste de estos parámetros. Existen formulaciones más o menos complejas y guías de fabricantes basados en la experiencia que ayudan a la selección del equipo necesario para un determinado proceso mineralúrgico.

El diámetro del ciclón, que define la familia o grupo, puede variar desde una pulgada (25,4 mm) hasta dimensiones que pueden alcanzar las 70 pulgadas (1.778 mm) en fabricaciones estandar. Los ciclones de mayor diámetro, normalmente, producen separaciones gruesas y los ciclones de menor diámetro producen separaciones finas. Las figuras siguientes orientan sobre el tamaño de corte producido por los ciclones típicos y las capacidades que estos hidrociclones ofrecen.



La figura indica, orienta, sobre la probabilidad de que una partícula de un tamaño dado vaya al apex o al vortex. Por ejemplo, para parámetros normalizados de funcionamiento, un ciclón de 6 pulgadas, (152,4 mm), tiene un D₅₀ de unas 40 μm.

La siguiente figura muestra las capacidades de los ciclones de clasificación típicos, en función de la caída de presión en la alimentación:



El área de abertura de la alimentación, inlet, del ciclón afecta la capacidad del equipo y el tamaño de corte de clasificación (D_{50}). A mayor abertura del inlet se consigue mayor capacidad del ciclón y se clasifica con un D_{50} más grueso. La abertura del vortex puede variar en un rango amplio y la capacidad del ciclón se eleva con el incremento del diámetro del vortex, pero se obtiene un tamaño de corte más grueso.

El tamaño de corte también es ve afectado por el diámetro del apex, a mayor diámetro de apex se consiguen menor D_{50} . El tamaño de corte no deberá ser muy pequeño como para que produzca el efecto “ensogado”, que consiste de un chorro de descarga del mismo diámetro que el del apex; pero tampoco no deberá ser tan grande como para que produzca el efecto “paraguas”, que consiste de una descarga de cono muy amplio.

A modo de referencia se da una relación de tamaños, capacidades y tamaño de separación publicados por la firma ICBA,SA en la tabla siguiente. La capacidad de los hidrociclones y los tamaños de separación son válidos, según dicha firma, para presión de alimentación de 7 a 20 PSI, (0,5 a 1,4 kg/cm²) o su equivalente en el S.I.¹⁴ (4,8 a 13,8 kP/m²), una densidad específica del mineral 2,5 a 3,5 t/m³ y un porcentaje de sólidos en peso menor de 32% ($Sp < 0,32$).

Hidrociclones fabricados por ICBA S.A.					ϕ pulgadas	ϕ mm	Capacidad m ³ /h (*)
ϕ int.	Modelo	Descripción	Capacidad (GPM)	Tamaño de separación (μ m)			
2"	D2B	Ciclón estándar de 2"Ø	7-18	15-45			
2"	D2BB	Ciclón doble cuerpo cilíndrico de 2"Ø	8-20	15-40	2	50,8	1,6-4,1
3"	D3B	Ciclón estándar de 3"Ø	17-34	20-45	2	50,8	1,8-4,5
3"	D3BB	Ciclón doble cuerpo cilíndrico de 3"Ø	19-37	20-50	3	76,2	3,9-7,7
4"	D4B12°	Ciclón estándar de 4"Ø	25-50	25-65	3	76,2	4,3-8,4
4"	D4BB12°	Ciclón doble cuerpo cilíndrico de 4"Ø	28-56	20-60	4	101,6	5,7-11,4
6"	D6B12°	Ciclón estándar de 6"Ø	50-155	35-75	4	101,6	6,4-12,7
6"	D6BB12°	Ciclón doble cuerpo cilíndrico de 6"Ø	55-170	30-70	6	152,4	11,4-35,2
10"	D10B	Ciclón estándar de 10"Ø	65-250	40-100	6	152,5	12,5-38,6
10"	D10LB	Ciclón de 10"Ø con cabezal de mayor capacidad	140-350	45-110	10	254	14,8-56,8
12"	D12B	Ciclón estándar de 12"Ø	170-400	50-110	10	254	31,8-79,5
15"	D15B	Ciclón estándar de 15"Ø	320-700	55-115	12	304,8	38,6-90,8
20"	D20B	Ciclón estándar de 20"Ø	450-1150	60-120	15	381	72,7-159
20"	D20LB	Ciclón de 20"Ø con cabezal de mayor capacidad	680-1300	65-140	20	508	102-261
20"	DS20B	Súper ciclón de 20"Ø	480-1250	60-120	20	508	154-295
20"	DS20LB	Súper ciclón de 20"Ø con cabezal de mayor capacidad	800-1650	65-140	20	508	109-284
26"	D26B	Ciclón estándar de 26"Ø	1100-2700	70-150	20	508	182-375
					26	660,4	250-613

(*) Se utiliza la conversión: 3,7854 litros/galón (americano).

¹⁴ Se han utilizado las equivalencias de 1 psi = 0,070307 kg/cm² = 0,689475 kP/m².

Cálculo de la capacidad de un ciclón¹⁵

No existe un método teórico sencillo que permita el cálculo de la eficiencia (definido como el porcentaje de la masa de partículas entrante que es separado en el ciclón) de forma exacta. Esto es en parte debido a que, en la práctica, partículas pequeñas que teóricamente deberían salir con el gas, debido a la aglomeración y al barrido y choque con partículas mayores, serán capturadas; Mientras, partículas grandes que deberían ser retenidas rebotarán contra las paredes o serán capturadas por turbulencias, escapándose del ciclón.

Existen numerosas teorías sobre el cálculo de la eficiencia teórica de los ciclones, las cuales relacionan la eficiencia de colección y el tamaño de las partículas.

La Figura 10.15 presenta una comparación gráfica de los resultados experimentales con las predicciones teóricas de eficiencia de colección en función del tamaño de las partículas.

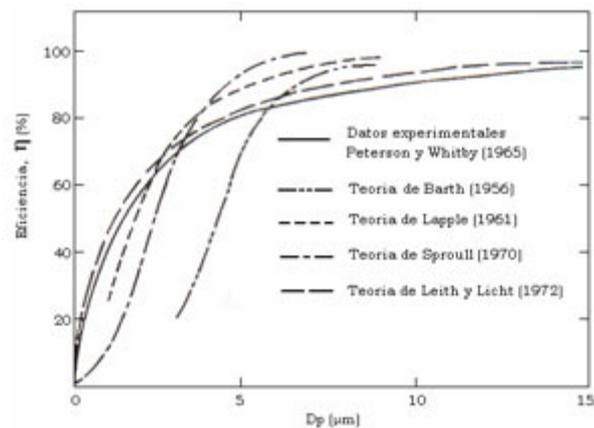


Figura 10.15. Eficiencia de colección del ciclón.

La teoría de Leith y Licht es la que mejor se adapta al comportamiento experimental. Esta teoría predice las eficiencias de colección de material particulado, basándose en las propiedades físicas del material particulado y el gas de arrastre, y en las relaciones entre proporciones del ciclón.

La eficiencia fraccional por tamaño de partículas se calcula con la ecuación 10.1.

$$\eta_i = 1 - e \left[-2 \times \left(\frac{G \times T_i \times Q \times (n+1)}{D_c^3} \right)^{\frac{0.5}{(n+1)}} \right] \quad (10.1)$$

En la cual:

hi = Eficiencia fraccional por intervalos de tamaño.

G = Factor de configuración del ciclón.

Ti = Tiempo de relajación para cada partícula, s.

Q = Caudal de gas, m³/s.

Dc = Diámetro del ciclón, m.

n = Exponente del vórtice del ciclón.

El parámetro G esta relacionado con las proporciones del ciclón y Ti agrupa características del material particulado y del gas de arrastre.

¹⁵ Utilización, con ligeras modificaciones, de la publicación: Revista de Ingenierías, Universidad de Medellín, Colombia; 2006: Diseño optimo de ciclones; Autor: *Carlos Alberto Echeverri Londoño*.

La eficiencia total se calcula realizando la sumatoria del producto de las eficiencias fraccionales por la masa fraccional.

$$\eta_T = \sum \eta_i \times m_i \quad (10.2)$$

En la cual:

η_T = Eficiencia total.

η_i = Eficiencia fraccional.

m_i = Porcentaje másico, %.

Para utilizar las ecuaciones 10.1 y 10.2 se debe estar seguro que el ciclón no presenta re-suspensión, ya que el valor real de la eficiencia sería mucho menor al estimado por estas ecuaciones. La ecuación 10.1 es la eficiencia "al vacío" o sin carga de partículas y se debe corregir con la ecuación 10.24 cuando la concentración de partículas es mayor de 2 g/m^3 a condiciones de referencia.

Factor de configuración "G"

El factor de configuración resulta de relacionar algunas proporciones normalizadas por el diámetro del ciclón, la ecuación 10.3 nos presenta el factor de configuración.

$$G = \frac{8K_c}{(K_a \times K_b)^2} \quad (10.3)$$

En la cual:

K_c = Factor dimensional de las proporciones volumétricas del ciclón.

K_a = Relación entre la altura de la entrada y el diámetro del ciclón (a/D_c).

K_b = Relación entre el ancho de la entrada y el diámetro del ciclón (b/D_c).

El factor de configuración G es común para cada familia de ciclones; las Tablas 10.6 a 10.8 presentan el valor de G para las principales familias.

El factor dimensional de las proporciones volumétricas del ciclón (K_c) se calcula con la ecuación 10.4.

$$K_c = \frac{\left(V_{sc} + \frac{V_R}{2} \right)}{D_c^3} \quad (10.4)$$

En la cual:

V_{sc} = Volumen evaluado sobre la salida del ciclón, m^3 .

V_R = Volumen evaluado sobre la longitud natural del ciclón (m^3), siempre que se cumpla la siguiente condición:

$$L < H - S \quad (10.5)$$

En la cual:

L = Longitud natural del ciclón, m.

H = Altura total del ciclón, m.

s = Altura de la salida, m.

La longitud natural del ciclón corresponde a longitud necesaria para iniciar el vórtice ascendente tomada desde la altura superior del ciclón, se puede calcular con la ecuación 10.6. La longitud natural del ciclón L es común para cada familia de ciclones.

$$L = 2.3 \times D_s \times \sqrt[3]{\frac{D_c^2}{a \times b}} \quad (10.6)$$

El volumen evaluado sobre la salida del ciclón (V_{SC}) se evalúa con la ecuación 10.7.

$$V_{SC} = \frac{\pi}{4} \times \left(S - \frac{a}{2} \right) \times (D_c^2 - D_s^2) \quad (10.7)$$

El volumen del ciclón evaluado sobre la longitud natural (VR) se calcula con la ecuación 10.8.

$$V_R = \frac{\pi}{4} \times D_c^2 \times (h - S) + \frac{\pi}{12} \times D_c^2 \times (L + S - h) \times \left[1 + \frac{K_L}{D_c} + \left(\frac{K_L}{D_c} \right)^2 \right] - \frac{\pi}{4} \times D_s^2 \times L \quad (10.8)$$

En la cual K_L se denomina el factor de dimensiones lineales y se calcula con la ecuación 10.9.

$$K_L = D_c - (D_c - B) \times \left[\frac{S + L - h}{z} \right] \quad (10.9)$$

Tiempo de relajación "T"

El tiempo de relajación es el tiempo necesario para que una partícula alcance la velocidad terminal de caída, se evalúa con la ecuación 10.10.

$$T_i = \frac{\rho_p \times D_p^2}{18\mu} \quad (10.10)$$

En la cual:

ρ_p = Densidad de la partícula, kg/m^3 .

D_p = Diámetro de la partícula, m.

μ = Viscosidad del gas, kg/ms .

Exponente del vértice "n"

El exponente del vórtice resulta de relacionar la velocidad tangencial y el radio de giro de un movimiento en forma de vórtice. Los análisis teóricos revelan que n debe ser igual a 1,0 en ausencia de fricción de pared (vórtice libre). No obstante, las mediciones reales señalan que n puede variar de 0,5 a 0,7 de acuerdo con el tamaño del ciclón y la temperatura; una ecuación empírica muy utilizada es la ecuación 10.11.

$$n = 1 - \left(1 - 0.67 \times D_c^{0.14} \right) \times \left[\frac{T}{283} \right]^{0.3} \quad (10.11)$$

En la cual:

n = Exponente del vórtice (valor adimensional).

D_c = Diámetro del ciclón, m.

T = Temperatura del gas, K.

Número de giros

Otro modelo para estimar la eficiencia de remoción de partículas en los ciclones, es la que se basa en el número de giros o vórtices externos que presenta la corriente gaseosa en el interior del ciclón. El número de giros o vórtices puede ser estimado de las dimensiones del ciclón, debido a que estos dependen de la altura de cada uno de los vórtices y la longitud del ciclón:

$$N = \frac{1}{a} \times \left[h + \frac{z}{2} \right] \quad (10.12)$$

El número de vórtices es común para cada familia de ciclones. Las Tablas 10.6 a 10.8 presentan los valores de N para las principales familias de ciclones.

Asumiendo un flujo mezclado, la expresión que relaciona la eficiencia de remoción con los parámetros del ciclón y las condiciones de operación es:

$$\eta_i = 1 - e \left[\frac{-\pi \times N \times \rho_p \times D_p^2 \times V_i}{9 \times \mu \times b} \right] \quad (10.13)$$

En la cual:

η_i = Eficiencia fraccional por intervalos de tamaño.

Este modelo indica la fuerte dependencia que tiene la eficiencia con el diámetro de las partículas, el número de giros o vórtices y la velocidad de entrada.

Sin embargo, el modelo predice un valor finito para el diámetro de la partícula arriba del cual la eficiencia de colección es 100% (tamaño crítico), mientras la evidencia experimental muestra que la eficiencia se aproxima asintóticamente con el incremento del diámetro de la partícula. El diámetro crítico de la partícula está dado por:

$$D_{p\text{crítico}} = \sqrt{\frac{9 \times \mu \times b}{\pi \times N \times \rho_p \times V_i}} \quad (10.14)$$

La eficiencia obtenida por cualquiera de estos métodos (ecuaciones 10.1 y 10.13) es la eficiencia "al vacío", es decir, la que se obtendría separando partículas aisladas. En la práctica, la interacción entre partículas hace que la eficiencia aumente con la concentración de partículas. Por lo tanto, las ecuaciones 10.1 y 10.13 son válidas solamente para concentraciones de partículas que se encuentran por debajo de 2,0 g/m³, medidos a condiciones de referencia. La eficiencia "corregida" puede obtenerse de la ecuación 10.22.

La eficiencia de colección de los ciclones varía en función del tamaño de la partícula y del diseño del ciclón. La eficiencia de ciclones generalmente, aumenta con:

- a) El tamaño de partícula y/o la densidad.
- b) La velocidad en el conducto de entrada.
- c) La longitud del cuerpo del ciclón.
- d) El número de revoluciones del gas en el ciclón.
- e) La proporción del diámetro del cuerpo del ciclón al diámetro del conducto de salida del gas.
- f) La concentración de las partículas.
- g) El pulimento de la superficie de la pared interior del ciclón.

La eficiencia del ciclón disminuirá con los aumentos en:

- a) La viscosidad del gas.
- b) El diámetro del cuerpo.
- c) El diámetro de la salida del gas.
- d) El área del conducto de entrada del gas.
- e) La densidad del gas.

Un factor común que contribuye a la disminución de eficiencias de control en los ciclones es el escape de aire en el conducto de salida del polvo.

Velocidad de saltación

En los ciclones, la velocidad de entrada es un parámetro fundamental, velocidades muy bajas permiten la sedimentación de partículas y neutralizan el efecto de la fuerza centrífuga generando disminución en la eficiencia de colección; velocidades muy altas pueden resuspender partículas previamente colectadas, disminuyendo también la eficiencia. La experiencia indica que la velocidad de entrada al ciclón debe situarse en el intervalo de 15,2 a 27,4 m/s.

Kalen y Zenz (1974) propusieron la existencia de una "velocidad de saltación" en el ciclón para explicar porque la eficiencia de colección algunas veces descendía con incrementos en la velocidad de entrada. De lo anterior se puede observar que lo ideal es trabajar con velocidades de entrada lo suficientemente altas para aprovechar el efecto de la aceleración centrífuga, sin sobrepasar la velocidad que implica resuspensión del material ya colectado. La correlación semiempírica para la velocidad de saltación es:

$$V_s = \frac{4.913 \times W \times K_b^{0.4} \times D_c^{0.067} \times \sqrt[3]{V_i^2}}{\sqrt[3]{1 - K_b}} \quad (10.15)$$

En la cual:

V_s = Velocidad de saltación, m/s.

V_i = Velocidad de entrada del gas en el ciclón, m/s.

W = Velocidad equivalente, m/s.

La velocidad equivalente se evalúa a través de la siguiente ecuación.

$$W = \sqrt[3]{\frac{4 \times g \times \mu \times (\rho_p - \rho)}{3 \times \rho^2}} \quad (10.16)$$

En la cual:

ρ_p = Densidad de la partícula, kg/m³.

ρ = Densidad del gas portador, kg/m³.

μ = Viscosidad del gas portador, kg/ms.

Por lo tanto la velocidad de saltación es función de las propiedades de las partículas y del fluido, así como de las dimensiones del ciclón.

Numerosos investigadores han explorado experimentalmente la velocidad óptima de entrada al ciclón; Kalen y Zenz desarrollaron correlaciones experimentales entre la relación velocidad de entrada/velocidad de saltación y la eficiencia del ciclón, encontrando lo siguiente:

- La máxima eficiencia de colección ocurre cuando la velocidad de entrada es 1,25 veces la velocidad de saltación.
- Cuando la velocidad de entrada es mayor a 1,35 veces la velocidad de saltación se produce resuspensión del material ya capturado.

Estimativa de la caída de presión

La caída de presión es un parámetro importante debido a que relaciona directamente los costos de operación. La caída de presión en un ciclón puede deberse a las pérdidas a la entrada y salida, y pérdidas de energía cinética y fricción en el ciclón.

Las eficiencias de remoción en un ciclón se pueden aumentar al incrementar las velocidades de entrada, pero esto también incrementa las caídas de presión. A mayor pérdida de presión aumentan los requerimientos de potencia en el ventilador y por lo tanto mayor consumo de energía. Existen diferentes ecuaciones para calcular la pérdida de presión en un ciclón.

Las pérdidas de presión menores a 2.488,16 pascales (10 mm H₂O) son generalmente aceptadas.

Una de las ecuaciones para calcular la pérdida de presión en un ciclón es la desarrollada por Shepherd y Lapple.

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times \rho \times V_i^2 \times N_H \quad (10.17)$$

En la cual:

DP = Caída de presión en el ciclón, Pa.

r = Densidad del gas portador, kg/m³.

V_i = Velocidad de entrada del gas en el ciclón, m/s.

NH = Número de cabezas de velocidad a la entrada del ciclón.

El número de cabezas de velocidad a la entrada del ciclón se puede hallar con la siguiente ecuación:

$$N_H = K \times \frac{a \times b}{D_s^2} \quad (10.18)$$

En la cual:

K = Constante, toma el valor de 16 para entrada tangencial.

El valor de NH es común para cada familia de ciclones, las Tablas 10.6 a 10.8 presentan los valores para cada familia de ciclones.

La pérdida de presión en un ciclón depende del cuadrado de la velocidad de entrada, por lo tanto a mayor velocidad de entrada mayor pérdida de presión; lo anterior implica en la práctica el sacrificar un poco de eficiencia para disminuir los requerimientos de energía.

Aunque otras ecuaciones han sido formuladas a partir de consideraciones teóricas, se ha encontrado que generalmente no son tan precisas como la ecuación de Shepherd y Lapple, la cual es considerada como la más útil para calcular la caída de presión.

VARIACIÓN DE LAS CONDICIONES DE TRABAJO

A menudo es necesario evaluar el funcionamiento de los ciclones cuando operan en condiciones fuera de diseño. La eficiencia de un determinado ciclón varía con las condiciones de trabajo. A continuación se presentan algunas expresiones que permiten predecir de forma aproximada dicha variación.

Variación del caudal

Implica evidentemente un cambio en la velocidad de entrada al ciclón. Si no se dispone de datos experimentales, para variaciones poco importantes del caudal la nueva eficiencia puede calcularse mediante la siguiente ecuación:

$$\frac{100 - \eta_1}{100 - \eta_2} = \left[\frac{Q_2}{Q_1} \right]^{0.5} \quad (10.19)$$

Variación de la viscosidad del gas

El cambio en la eficiencia debido a cambios en la viscosidad del gas puede estimarse mediante la expresión:

$$\frac{100 - \eta_1}{100 - \eta_2} = \left[\frac{\mu_1}{\mu_2} \right]^{0.5} \quad (10.20)$$

Las variaciones en la viscosidad se deben principalmente a cambios de temperatura, ya que los cambios de presión no afectan de manera significativa la viscosidad.

Un incremento en la temperatura del gas tiene dos efectos principales: se incrementa tanto el caudal de gas como su viscosidad. Por lo tanto, el efecto total, es el producto de los efectos individuales.

Variación de la concentración de partículas

Sí aumenta la concentración de partículas crecerá la eficiencia de captación; de forma aproximada:

$$\frac{100 - \eta_1}{100 - \eta_2} = \left[\frac{C_2}{C_1} \right]^{0.182} \quad (10.23)$$

Esta ecuación es necesaria para corregir la eficiencia estimada con las ecuaciones 10.1 y 10.13 cuando la concentración de partículas sea superior a 2,0 g/m³ medido a condiciones de referencia. En este caso η_1 será la eficiencia hallada con las ecuaciones 10.1 ó 10.13 y C_1 toma el valor de 2,0 g/m³ y η_2 será la nueva eficiencia para una concentración de partículas C_2 a condiciones de referencia mayor de 2,0 g/m³.

Diseño I

Los ciclones se diseñan habitualmente de tal modo que se satisfagan ciertas limitaciones bien definidas de caída de presión. Para instalaciones ordinarias que operan más o menos a la presión atmosférica, las limitaciones del ventilador dictaminan, casi siempre, una caída de presión máxima permisible correspondiente a una velocidad de entrada al ciclón dentro del intervalo de 15,2 a 27,4 m/s. Por consiguiente, los ciclones se suelen diseñar para una velocidad de entrada de 22 m/s, aunque no es necesario apegarse estrictamente a este valor.

En la separación de partículas, la eficiencia de recolección puede cambiar sólo en una cantidad relativamente pequeña mediante una variación en las condiciones operacionales. El factor de diseño primario que se utiliza para controlar la eficiencia de recolección es el diámetro del ciclón. Un ciclón de diámetro más pequeño que funciona a una caída de presión fija alcanza la eficiencia más alta. Sin embargo, los ciclones de diámetro pequeño requieren varias unidades en paralelo, para lograr una capacidad especificada. En tales casos, los ciclones individuales descargan el polvo en una tolva receptora común. El diseño final implica llegar a un término medio entre la eficiencia de recolección y la complejidad del equipo. Se acostumbra diseñar un solo ciclón para una capacidad particular, recurriendo a varias unidades en paralelo sólo cuando la eficiencia de recolección prevista es inadecuada para una sola unidad.

Los ciclones en serie se justifican en aquellos casos en que el polvo tiene gran importancia y sus valores deben reducirse al máximo.

Diseño II

Cuando se reduce el diámetro del ducto de salida del gas se incrementa tanto la eficiencia de recolección como la caída de presión. Al aumentar la longitud del ciclón, casi siempre se observa un incremento en la eficiencia de recolección.

Un ciclón operará bien, si el receptor de polvo es hermético. Es probable que la causa individual más importante para un funcionamiento deficiente del ciclón sea la fuga de aire hacia la salida de polvo del mismo. Una fuga ligera de aire en este punto provocará una reducción muy notable en la eficiencia de recolección, sobre todo cuando se trata de polvos finos.

En la parte inferior del cono se coloca generalmente una tolva para recibir el material particulado colectado, la tolva debe tener el volumen suficiente que evite la apertura frecuente del dispositivo de descarga, ya que la entrada de aire por la parte inferior del ciclón puede generar resuspensión de material colectado.

Para la extracción continua del polvo recolectado se acostumbra usar una válvula rotatoria de estrella, una válvula de doble cierre, compuertas deslizantes manuales, tornillos sin fin y válvulas de contrapeso. En la Figura 10.16 se observan algunos de estos dispositivos.

En cualquier caso, es esencial proporcionar la suficiente capacidad de descarga y recepción para evitar que el material recogido se acumule dentro del ciclón.

Las siguientes son algunas de las características que debe cumplir la corriente de emisión para utilizar ciclones:

- a) Caudal de aire. Los caudales típicos de gas para unidades de un solo ciclón son de 0,5 a 12 m³/s a condiciones de referencia. Los caudales en la parte alta de este intervalo y mayores (hasta aproximadamente 50 m³/s), utilizan multiciclones. Hay ciclones que se emplean en aplicaciones especializadas, las cuales tienen flujos desde 0,0005 hasta 30 m³/s.

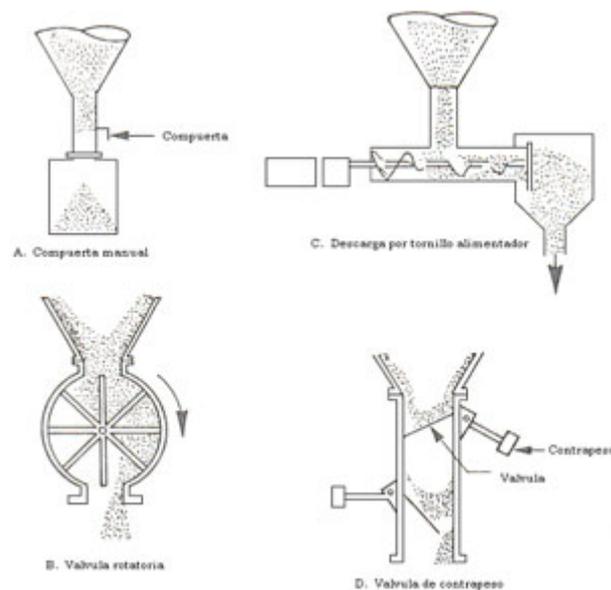


Figura 10.16. Sistemas de descarga en un ciclón.

- b) Temperatura. Las temperaturas del gas de entrada, están limitadas únicamente por los materiales de construcción de los ciclones y han sido operados a temperaturas tan altas como 540°C.
- c) Concentración de partículas. Las concentraciones típicas de partículas en el gas van de 2,0 a 230 g/m³ a condiciones de referencia. En aplicaciones especializadas, estas cargas pueden ser tan altas como 16.000 g/m³ y tan bajas como 1,0 g/m³.

Diseño III

El procedimiento general de diseño es el siguiente:

- Seleccionar el tipo de ciclón, dependiendo del funcionamiento o necesidades requeridas.
- Obtener un estimativo de la distribución de tamaño de las partículas en la corriente gaseosa a ser tratada.
- Calcular el diámetro del ciclón para una velocidad de entrada de 22 m/s (opcional), y determinar las otras dimensiones del ciclón con las relaciones establecidas para las familias de ciclones con base en el diámetro (Tablas 10.6 a 10.8).
- Estimar el número de ciclones necesarios para trabajar en paralelo.
- Calcular la eficiencia del ciclón y si se requiere, seleccionar otro tipo de ciclón.
- Calcular la caída de presión del ciclón y si se requiere, seleccionar otro tipo de ciclón.
- Calcular el costo del sistema y optimizar para hacer el mejor uso de la caída de presión disponible, o si se requiere, para dar el más bajo costo de operación.

Los ciclones generalmente tienen como parámetros de diseño el diámetro del ciclón, la caída de presión y la velocidad de entrada y velocidad de saltación (Tabla 10.9):

Parámetro	Valor
Diámetro del ciclón (DC)	< 1.0 m
Caída de presión	< 2488.16 Pa
Relación de velocidades (V_i/V_s)	< 1.35
Velocidad de entrada	15.2 - 27.4 m/s

Tabla 10.9. Parámetros de diseño para los ciclones de entrada tangencial.

Ejemplo 1

Diseñar un ciclón para separar sólidos de una corriente de gaseosa. La densidad de la partículas es de 1.500 kg/m^3 y el gas es aire a 450°C . El caudal de la corriente es $3,2 \text{ m}^3/\text{s}$, y la operación es a una presión de $85,3 \text{ kPa}$. La concentración de las partículas es de $2,0 \text{ g/m}^3$ y, según las normas de emisión, se requiere una eficiencia de separación del 80%. La distribución de tamaño de las partículas en la corriente gaseosa es la siguiente (Tabla 10.10):

Tamaño (μm)	% másico
5 - 10	45
10 - 30	25
30 - 50	15
50 - 70	10
70 - 100	5

Tabla 10.10. Distribución de tamaño de las partículas.

Desarrollo

El procedimiento general de diseño es el siguiente:

- Selección del tipo de ciclón:
Como el 45% de las partículas esta por debajo de $10 \mu\text{m}$, se requiere un ciclón de alta eficiencia. Por lo tanto seleccionamos un ciclón de la familia de ciclones de alta eficiencia (Tabla 10.10). Seleccionamos un ciclón Stairmand.
- Cálculo del diámetro del ciclón:
Para calcular el diámetro del ciclón se selecciona una velocidad de entrada que está en el intervalo de $15,2$ a $27,4 \text{ m/s}$. Para este caso seleccionamos una velocidad de entrada de 22 m/s . Con este valor se puede determinar el diámetro del ciclón y las otras dimensiones con base en las relaciones establecidas para las familias de ciclones (Tabla 10.10).

Área del conducto de entrada:

$$\text{Área} = \frac{Q}{V_i} = \frac{3.2}{22} = 0.145 \text{ m}^2$$

Área del conducto de entrada = a ´ b.

Para un ciclón Stairmand (Tabla 10.10):

Altura de entrada al ciclón (a): a = 0,5 Dc.

Ancho de entrada al ciclón (b): b = 0,2 Dc.

$$a ´ b = 0,5 Dc ´ 0,2 Dc = 0,145 \text{ m}^2$$

$$\text{Entonces: } Dc = \sqrt[2]{\frac{0.145}{0.5 \times 0.2}} = 1.21 \text{ m}$$

Las otras dimensiones se hallan con base en las proporciones propuestas:

Altura de entrada al ciclón (a): a = 0,5 Dc.
a = 0,5 ´ 1,21 = 0,60 m.

Ancho de entrada al ciclón (b): b = 0,2 Dc.
b = 0,2 ´ 1,21 = 0,24 m.

Altura de salida del ciclón (S): S = 0,5 Dc.
S = 0,5 ´ 1,21 = 0,60 m.

Diámetro de salida del ciclón (Ds): Ds = 0,5 Dc.
Ds = 0,5 ´ 1,21 = 0,60 m.

Altura parte cilíndrica del ciclón (h): h = 1,5 Dc.
h = 1,5 ´ 1,21 = 1,81 m.

Altura total del ciclón (h): h = 4,0 Dc.
H = 4,0 ´ 1,21 = 4,84 m.

Altura parte cónica del ciclón (z): z = 2,5 Dc.
z = 2,5 ´ 1,21 = 3,02 m.

Diámetro salida del polvo (B): B = 0,375 Dc.
B = 0,375 ´ 1,21 = 0,45 m.

* Estimación del número de ciclones necesarios para trabajar en paralelo:

Aunque Dc > 1,0 m, solo se requiere un ciclón simple, ya que el valor del diámetro del ciclón está relativamente cercano a 1,0 m. Este parámetro de diseño es una recomendación, más no una imposición en el momento de diseñar.

Por otro lado, algunos autores recomiendan que para caudales entre 0,5 y 12 m³/s a condiciones de referencia se utilice un solo ciclón.

Desarrollo II

- Cálculo la eficiencia del ciclón:

Para calcular la eficiencia del ciclón se requiere calcular primero si hay o no resuspensión, ya que de presentarse resuspensión en el ciclón, la ecuación de Leith y Licht estaría sobrestimando la eficiencia del ciclón.

Para hallar la relación de velocidades se requiere primero estimar la velocidad equivalente y luego la velocidad de saltación.

- Velocidad equivalente (Ecuación 10.16):

$$W = \sqrt[3]{\frac{4 \times g \times \mu \times (\rho_p - \rho)}{3 \times \rho^2}}$$

Desarrollo III (<http://www.mailxmail.com/curso-ciclones/desarrollo-3>)

- Calcular la caída de presión del ciclón y si se requiere, seleccionar otro tipo de ciclón.
 - Número de cabezas de velocidad (ecuación 10.18):

$$N_H = K \times \frac{a \times b}{D_s^2}$$

$$N_H = 16 \times \frac{0.6 \times 0.24}{0.6^2} = 6.4$$

- Caída de presión (ecuación 10.17):

$$\Delta P = \frac{1}{5} \times \rho \times V_i^2 \times N_H$$

$$\Delta P = \frac{1}{2} \times 0.411 \times 22^2 \times 6.4 = 635.8$$

Pa

Ejemplo 2

Calcular la eficiencia, la caída de presión y la relación de velocidades para un ciclón Swift de alta eficiencia con los datos del ejemplo 1 y comparar con los obtenidos para un ciclón Stairmand.

Desarrollo I

El procedimiento es el mismo que el utilizado en el ejemplo 1. La Tabla 10.11 consigna los resultados para ambos ciclones.

Parámetro	Stairmand	Swift
Eficiencia (%)	83.6	84.5
Caída de presión (Pa)	635.8	918.0
Relación de velocidades (V_i/V_s)	0.619	0.603

Tabla 10.11. Parámetros para los ciclones Stairmand y Swift.

Para los datos de material particulado, a una velocidad de entrada de 22 m/s para el gas, las diferencias en la eficiencia son mínimas puesto que el Swift alcanza un 84,5% y el Stairmand un 83,6%, pero la caída de presión en el Swift es mucho mayor que en el Stairmand.

Por esto, el Swift no sería una buena alternativa para este ejemplo, puesto que los costos por requerimientos de potencia y energía son mayores y no justifican la diferencia de eficiencia con el Stairmand.

Ejemplo 3

Graficar los valores de la eficiencia, la caída de presión y la relación de velocidades como función de la velocidad de entrada para un ciclón Stairmand y Swift de alta eficiencia con los datos del ejemplo 1 y comparar con los obtenidos para un ciclón Stairmand.

Desarrollo II

El procedimiento es el mismo que el utilizado en el ejemplo 1. La Tabla 10.12 y las Figuras 10.17 a 10.19 consignan los resultados para ambos ciclones.

Velocidad (m/s)	Eficiencia (%)		Caída de presión (Pa)		Relación V_1/V_2	
	Stairmand	Swift	Stairmand	Swift	Stairmand	Swift
15	79.2	80.2	295.6	426.7	0.538	0.524
16	80.0	81.0	336.3	485.5	0.551	0.536
17	80.7	81.7	379.7	548.1	0.563	0.548
18	81.3	82.3	425.6	614.5	0.575	0.560
19	81.9	82.9	474.2	684.7	0.586	0.571
20	82.5	83.5	525.5	758.6	0.598	0.582
21	83.1	84.0	579.3	836.4	0.608	0.593
22	83.6	84.5	635.8	918.0	0.619	0.603
23	84.1	85.0	694.9	1003.3	0.629	0.613
24	84.5	85.4	756.7	1092.5	0.639	0.622
25	84.9	85.8	821.0	1185.4	0.649	0.632
26	85.4	86.2	888.0	1282.1	0.658	0.641
27	85.7	86.6	957.7	1382.6	0.667	0.650
28	86.1	87.0	1029.9	1487.0	0.676	0.659
29	86.5	87.3	1104.8	1595.1	0.685	0.667
30	86.8	87.6	1182.3	1707.0	0.693	0.675
31	87.1	88.0	1262.4	1822.7	0.702	0.684
32	87.4	88.3	1345.2	1942.0	0.710	0.692
33	87.7	88.5	1430.6	2065.4	0.718	0.699
34	88.0	88.8	1518.6	2192.5	0.726	0.707
35	88.3	89.1	1609.3	2323.4	0.734	0.715
36	88.6	89.3	1702.5	2458.0	0.741	0.722
37	88.8	89.6	1798.4	2596.5	0.749	0.729
38	89.1	89.8	1897.0	2738.7	0.756	0.737
39	89.3	90.0	1998.1	2884.8	0.764	0.744
40	89.5	90.3	2101.9	3034.6	0.771	0.751

Tabla 10.12. Variación de algunos parámetros con la velocidad de entrada para los ciclones Stairmand y Swift.

La Figura 10.16 y la Tabla 10.12 muestran que la eficiencia del ciclón Swift es ligeramente superior a la del ciclón Stairmand y que un aumento en la velocidad de entrada de 15 m/s a 20 m/s resulta en un aumento de la eficiencia del 4,2% y el 4,1% para los ciclones Stairmand y Swift, respectivamente; mientras que un aumento de la misma magnitud, pero en el intervalo de 35 a 40 m/s, resulta en un aumento del 1,4% y el 1,3% para estos ciclones.

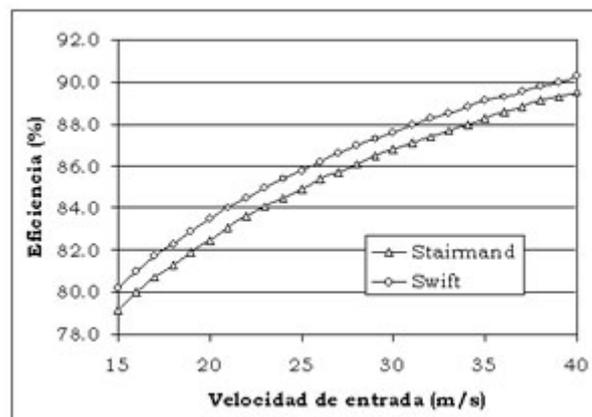


Figura 10.17. Variación de la eficiencia con la velocidad de entrada al ciclón.

La Figura 10.17 y la Tabla 10.12. muestran que a medida que aumenta la velocidad de entrada aumentan las caídas de presión, especialmente en el ciclón Swift. Además, se observa que el valor límite para la velocidad de entrada para el ciclón Swift, con el fin de mantener una caída de presión por debajo de 2.488,16 Pa (10 in H₂O), es de 36 m/s, mientras que el ciclón Stairmand no presenta problemas con el intervalo de velocidades escogidas en la Tabla 10.12.

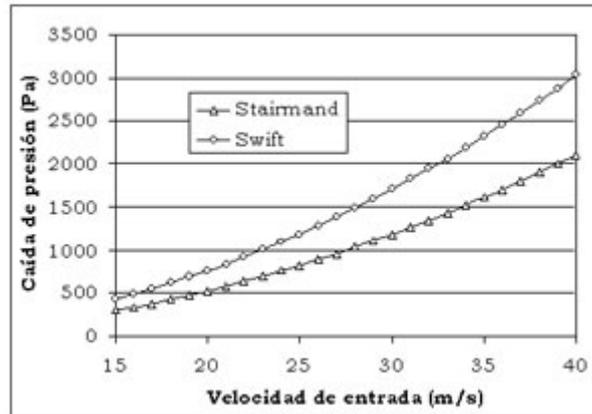


Figura 10.18. Variación de la caída de presión con la velocidad de entrada al ciclón.

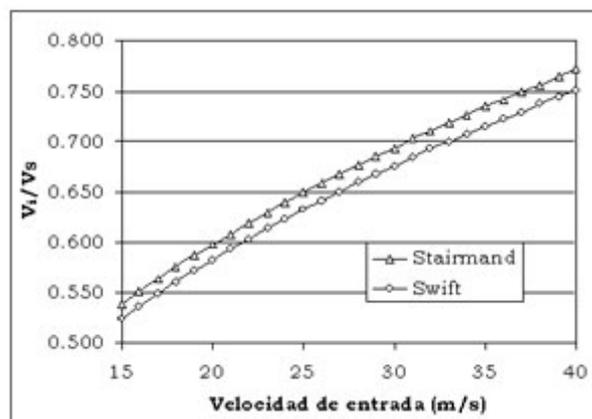


Figura 10.19. Variación de la caída de presión con la velocidad de entrada al ciclón.

La Figura 10.19 y la Tabla 10.12 muestran que a medida que aumenta la velocidad de entrada aumentan la relación de velocidades, sin embargo, el intervalo de velocidades escogidas, no sobrepasan el valor de 1,35 para el cual se presenta resuspensión de las partículas ya removidas.

Ejemplo 4

Calcular la eficiencia de remoción para el ciclón Stairmand del ejemplo 1 con la ecuación 10.13 y comparar con los obtenidos con la ecuación 10.1.

Desarrollo III

La Tabla 10.13 consigna los resultados obtenidos para el ejercicio 4. El valor del número de vórtices (N) se obtiene de la Tabla 10.5.

Tamaño (µm)	m_i	D_p (µm)	D_p (m)	n_i	$n_i \times m_i$	
5	10	45	7.5×10^{-6}	0.339	15.2	
10	30	25	2.0×10^{-5}	0.947	23.7	
30	50	15	4.0×10^{-5}	1.000	15.0	
50	70	10	6.0×10^{-5}	1.000	10.0	
70	100	5	8.5×10^{-5}	1.000	5.0	
Eficiencia total						68.9

Tabla 10.13. Cálculo de la eficiencia para el ejemplo 4.

Como puede observarse en la Tabla 10.10, la eficiencia calculada a través de la ecuación 10.1 es mucho mayor que la estimada por la ecuación 10.13.

Recirculación del gas

La recirculación del gas de una parte de los gases de salida permite incrementar la eficiencia de captación de un ciclón; sin embargo, el aumento de caudal del gas en el interior del aparato implica un mayor tamaño del mismo y una mayor pérdida de presión. La recirculación puede ser, por lo tanto, interesante en determinados casos en los que sea importante aumentar la eficiencia (para prescindir de una segunda etapa de captación, por ejemplo) o bien cuando quiere mantenerse una determinada velocidad de operación pese a una variación del caudal a tratar (mayor flexibilidad).

El efecto de la recirculación puede calcularse con algunas de las ecuaciones anteriores (10.1, 10.19 y con la 10.22), así como con la ecuación 10.25:

$$Q_e = (1+r) \times Q \quad (10.25)$$

La eficiencia global de la corriente puede calcularse, para cada intervalo de tamaño, a partir de hi:

$$\frac{E_i}{\eta_i} = \frac{1+r}{1+r \times \eta_i} \quad (10.26)$$

En la cual:

E_i = Eficiencia fraccional global del ciclón por intervalos de tamaños.

La eficiencia total sería:

$$E = \sum E_i \times m_i \quad (10.27)$$

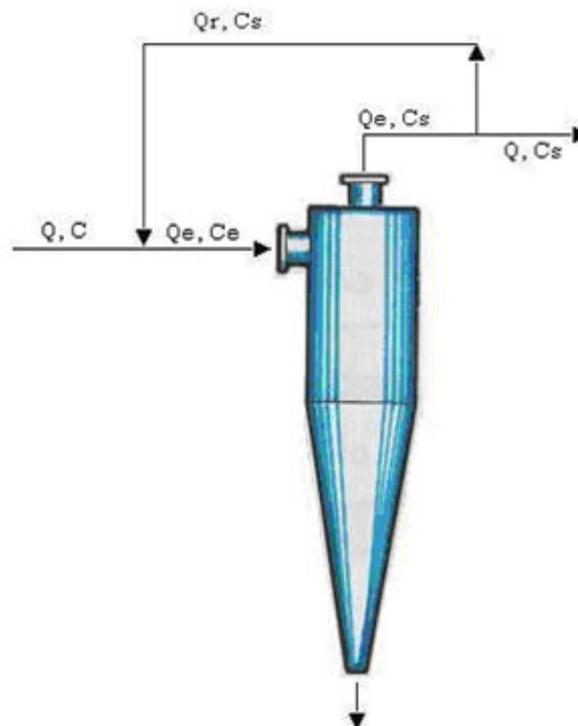


Figura 10.20. Recirculación del gas.

VENTAJAS DE LOS CICLONES

Las ventajas de los ciclones incluyen las siguientes:

- a) Bajos costos de capital.
- b) Falta de partes móviles, por lo tanto, pocos requerimientos de mantenimiento y bajos costos de operación.
- c) Caída de presión relativamente baja, comparada con la cantidad de partículas removidas.
- d) Las limitaciones de temperatura y presión dependen únicamente de los materiales de construcción.
- e) Colección y disposición en seco.
- f) Requisitos espaciales relativamente pequeños.

DESVENTAJAS DE LOS CICLONES

Las desventajas de los ciclones incluyen las siguientes:

- a) Eficiencias de recolección de partículas suspendidas totales relativamente bajas, particularmente para partículas menores de 10 μm .
- b) No pueden manejar materiales pegajosos o aglomerantes.
- c) Las unidades de alta eficiencia pueden tener altas caídas de presión.

Análisis de costos para ciclones

Los ciclones son muy económicos, los costos de capital son inferiores a los de otros equipos de control tales como filtros de mangas y precipitadores electrostáticos. Debido a su simplicidad, el único gasto de operación más significativo es el costo de electricidad para vencer la caída de presión a través del dispositivo.

Vatavuk desarrolló una correlación para estimar los costos de un ciclón completo para un intervalo de áreas de entradas al ciclón. Los costos incluyen un ciclón en acero al carbón, ventilador, motor y una tolva para recoger las partículas capturadas. La correlación es:

$$CE = 57800 \times [a \times b]^{0.903} \quad (10.28)$$

En la cual:

CE = Costos del ciclón completo, US\$ (1995).

a, b = Alto y ancho de la entrada al ciclón, siempre y cuando $0,02 < a \times b < 0,4 \text{ m}^2$.

Los trabajos de instalación y conexiones (conductos) son a menudo más costosos que el ciclón mismo. La inversión total de capital es alrededor de dos veces los costos de adquisición del equipo completo.

La siguiente es la correlación propuesta por Peters y Timmerhaus para los costos de un multiciclón completo:

$$CE = (7000 \times a \times b + 72) NC \quad (10.29)$$

En la cual:

CE = Costos del multiciclón completo, US\$ (1995).

NC = Número de multiciclones.

a, b = Alto y ancho de la entrada al ciclón, siempre y cuando $1,0 < a \times b \times NC < 6,0 \text{ m}^2$.

Hidroseparatoros

Son clasificadores hidráulicos con mecanismo, en los que se emplea la fuerza de la gravedad. Su funcionamiento es similar al cono clasificador, similar principio de actuación, y se diferencia de este en que el hidroseparatorador posee en el fondo un mecanismo que mueve unos rastrojos y agrupa en una salida central los productos gruesos depositados, y por el reboso, como los conos, elimina los finos o clarifica el agua según la regulación y el funcionamiento impuesto o deseado en el equipo.

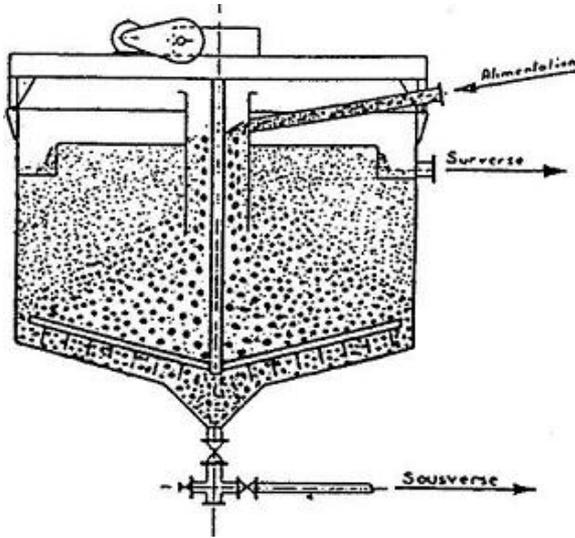


Figura 10.21. Hidroseparatorador.

Noria decantadora

Utiliza el principio de decantación por gravedad y el sistema de extracción de las arenas de fondo es mediante una rueda de cangilones que en su movimiento carga la arena del fondo y durante el recorrido circular permite recuperar el agua para el baño.

Es una de los primeros equipos de funcionamiento continuo, utilizado también en sus orígenes como elemento de elevación (sistema de transporte).

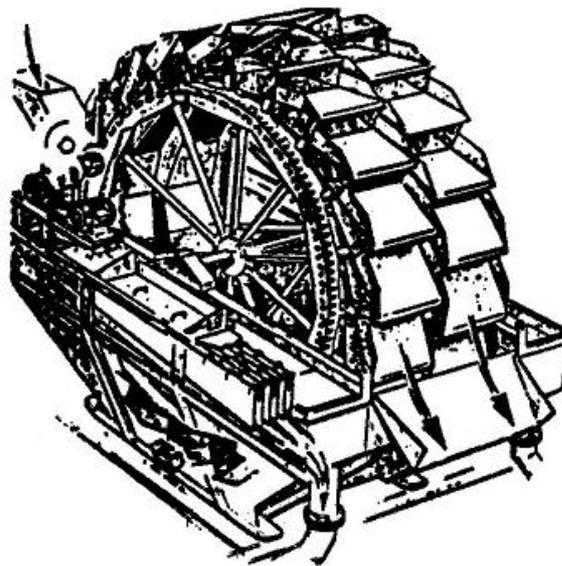


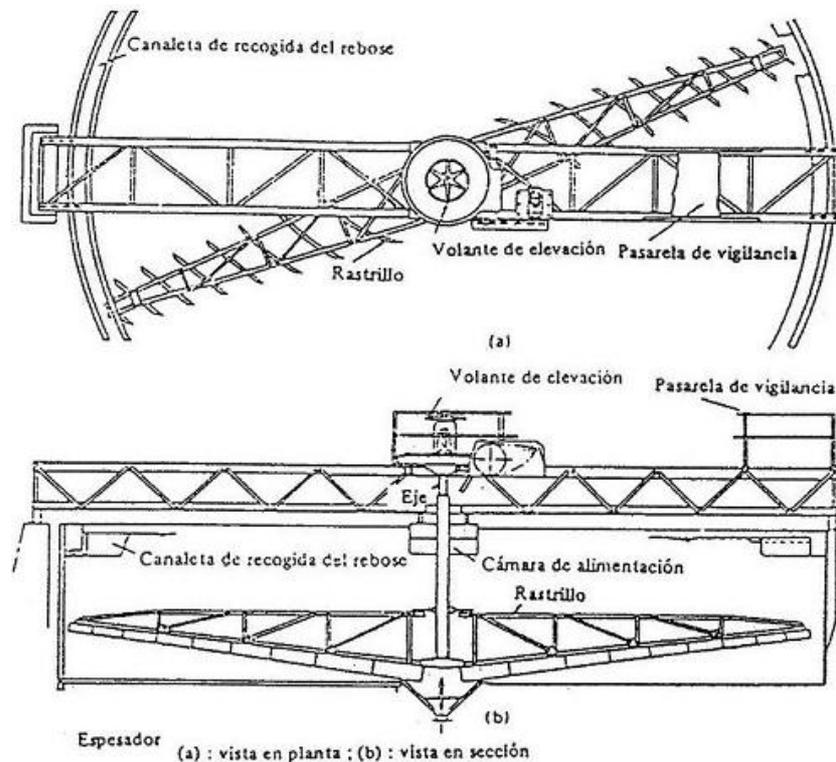
Figura 10.22. Noria decantadora.

Hidroclasificador tubular de espiral (Sistema Hardinge)

Consta de un cilindro, en posición inclinada, en cuyo interior tiene una espiral. En su funcionamiento es una mezcla del hidroclasificador y del clasificador de tornillos. Puede tener una hélice o dos hélices interiores.

Tanque espesador

Es un equipo en el que se pretende obtener un producto muy fino (ultrafino, de 1 ó 2 micras) por el rebose junto con el agua y en el fondo quedan los sólidos. El sistema funciona de forma similar al hidroseparador pero con mayor número de rastrillos en el fondo. Se utiliza para la clarificación de aguas y para el espesamiento de sólidos. El desplazamiento de los rastrillos es un movimiento lento para limitar las turbulencias en el baño. El sistema trabaja en el tramo del régimen de Stokes.



Según Coe y Clevenger, la relación que da la “superficie / tonelada /24 horas” en función de las diluciones y de las velocidades de sedimentación¹⁶ es:

$$A = \frac{1,33 \cdot (F - D)}{R \cdot \delta}$$

A: Superficie en pies cuadrados / tonelada de sólido en 24 horas.

F: Dilución de la alimentación.

D: Dilución de la salida inferior.

R: Velocidad de sedimentación en pies / hora.

δ : Densidad de la pulpa de alimentación (t/pie³).

¹⁶ Se conserva la notación y unidades del original del texto.

Su equivalente en el S.I. de unidades y utilizando la notación de los apuntes es:

S_A : Superficie necesaria de sedimentación en $m^2/t/h$.

D_a : Dilución de la alimentación, (fracción de líquido respecto al sólido disuelto P_l/P_s).

D_s : Dilución de la salida inferior.

V_{lim} : Velocidad de sedimentación en cm/s , en el régimen de Stokes, y con unidades en el S.I.

$$V_{lim} \left(\frac{cm}{s} \right) = \frac{d^2 \cdot g}{\mu \cdot 18} \cdot (\rho_s - \rho_f) \cdot 100$$

ρ : Densidad de la pulpa de alimentación t/m^3 (s : sólido, f : fluido).

μ : Viscosidad; d : tamaño medio de la partícula; g : aceleración debida a la gravedad.

Con las unidades anteriores la fórmula queda:

$$S_A \left(\frac{m^2}{t \cdot h} \right) = \frac{0,02 \cdot (D_a - D_s)}{V_{lim} \cdot \rho_{pulpa}}$$

Tipo de aparato	Conos y cajas estáticas	Clasificador de corriente ascendente	Clasificador mecánico simple	Clasificador mecánico de tornillo	Ciclones (*)
Dimensión máxima tratada (mm)	3 - 5	10 - 12	25	12	1 a 2
% Normal de sólidos					
- Alimentación	Indiferente	Indiferente	Indiferente	10 - 75	1 a 30
- Rebose	5 - 30	5 - 20	5 - 65	5 - 25	5 a 30
- Salida inferior	35 - 60	40 - 60	80 - 83	75 - 83	55 - 70
Agua de aporte (m^3/t -sólido)	Facultativo	5 a 10	Facultativo	Facultativo	Facultativo
Dimensión de corte (μm)	200 - 600	10 - 500	150 - 800	40 - 200	5 - 150
Eficacia relativa	Débil	Elevada	Media	Media	Media
Imperfección	0,25 - 0,50	0,20	0,55	0,55	0,35 - 0,40

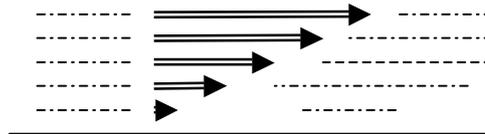
(*) Función del diseño y de su adaptación a la operación

Tabla 10.14. Tabla comparativa de equipos clasificadores.

Clasificador/concentrador: mesas de concentración o mesas de sacudidas

Este proceso es aplicable de forma general a la concentración pero también clasifica por tamaños. Su principio de actuación corresponde al ámbito del régimen de corrientes de Stokes (régimen laminar) y para partículas menores de 1 mm donde la velocidad límite se tarda en adquirir fracciones de segundo.

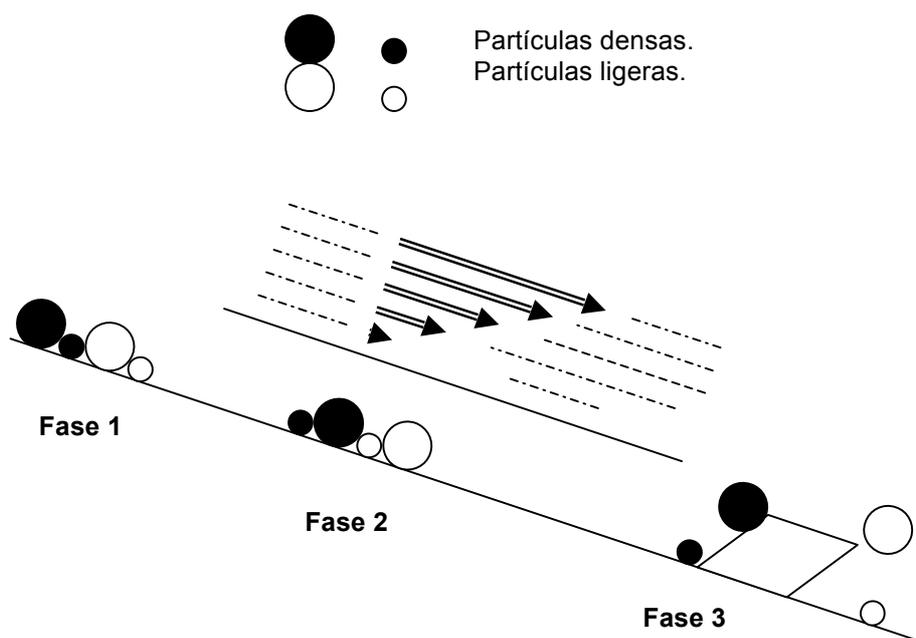
Los equipos que se utilizan constan de un tablero o plano inclinado con fondo rugoso ya que el fenómeno de adherencia (rozamiento) es importante e influye en la velocidad del agua, la cual aumenta a medida que nos separamos del fondo del tablero y disminuye a medida que nos acercamos al fondo.



Principio de actuación. Cuando echamos cuatro partículas en una corriente de agua, dos gruesas y dos finas que a su vez son una pesada y una ligera, que se desplazan paralelas al tablero, por combinación de la fuerza de arrastre y de la resistencia por rozamiento en el fondo, las partículas más ligeras llegarán más lejos que las pesadas.

Debido a que las partículas avanzan por la corriente de agua, rozan con el fondo rugoso y que la adherencia es mayor en las finas que en las gruesas del mismo material, las gruesas avanzarán más que las finas de igual densidad. Si además intercalamos resaltes, denominados rifles, como una barrera que deben superar las partículas, por combinación de todos los efectos anteriores se produce la clasificación siguiente:

- En una primera fase, por efecto del reparto de velocidades, avanzan más las partículas ligeras que las pesadas
- En una segunda fase, por efecto de la rugosidad del tablero, las partículas gruesas de un mismo material avanzan más que las finas del mismo materia.
- En una tercera fase, las partículas menos densas superan los rifles con más facilidad.
- En una cuarta fase, para las partículas más densas, mayor rozamiento, las gruesas superan los rifles y las más finas quedan atrapadas.



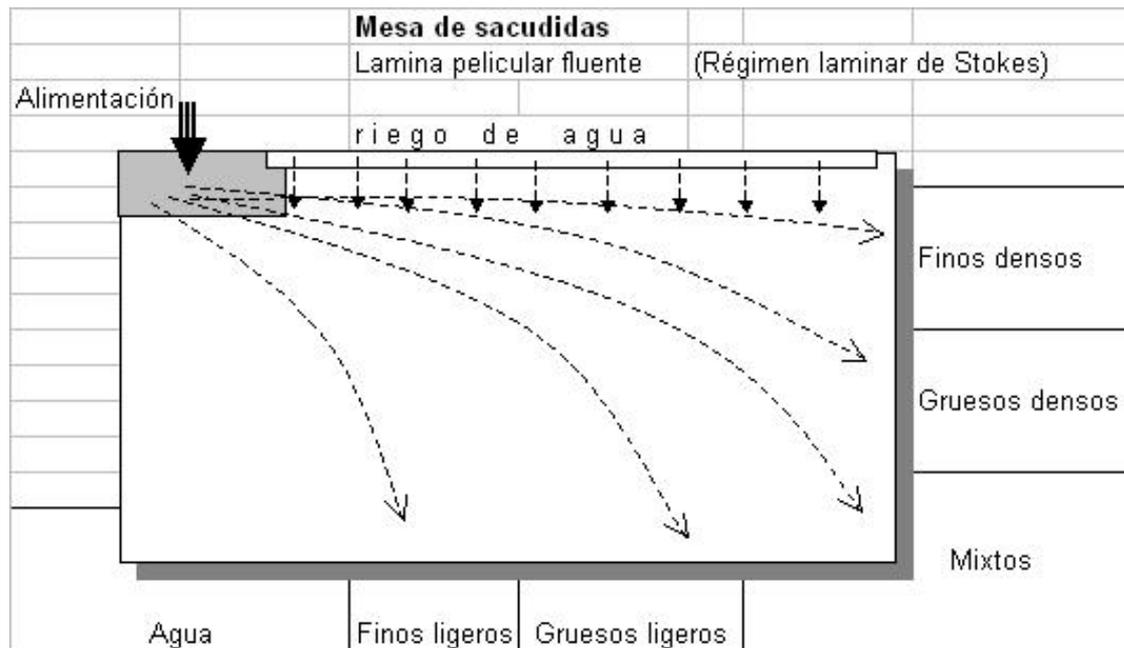
La mesa está dotada de un movimiento de sacudidas, normalmente mayor en el avance que en el retroceso, que facilita el desplazamiento del material. Las variables que influyen en la regulación de una mesa de sacudidas son:

- Inclinación del tablero.
- Forma y disposición de los rifles.
- Carrera del movimiento.
- Cantidad de agua de aporte.

En la figura siguiente se da un ejemplo gráfico real del funcionamiento de un equipo y en la tabla siguiente se identifica el tipo de concentración (clasificación de las partículas) realizada para una mena metálica (la mena se considera que es más densa que la ganga).



La combinación de los efectos que se producen en las mesas de sacudidas da una clasificación tal como se indica en el esquema siguiente. Si se considera la clasificación para una mena metálica donde, normalmente, la mena es más densa que la ganga, la distribución de mena y ganga corresponde al esquema y a lo indicado en la tabla que se adjunta:



Sector	Material recogido
Finos densos	Granos finos de mena o concentrado de finos.
Gruesos densos	Granos gruesos de mena o concentrado grueso.
Mixtos	Mixtos, granos muy gruesos de mena y granos finos de ganga normalmente. Estos mixtos, por la diferencia notable en tamaño son fácilmente separables por otros medios.
Gruesos ligeros	Granos gruesos de ganga, estéril grueso.
Finos ligeros	Granos finos de ganga, estéril fino.
Agua	Sector de recogida de agua limpia normalmente.

Tabla 10.15. Distribución del todo-uno, alimentación, en una mesa de sacudidas para mena de mayor densidad que la ganga.