

5.1. Principios generales, definiciones

5.1.1. Granulometría de los productos

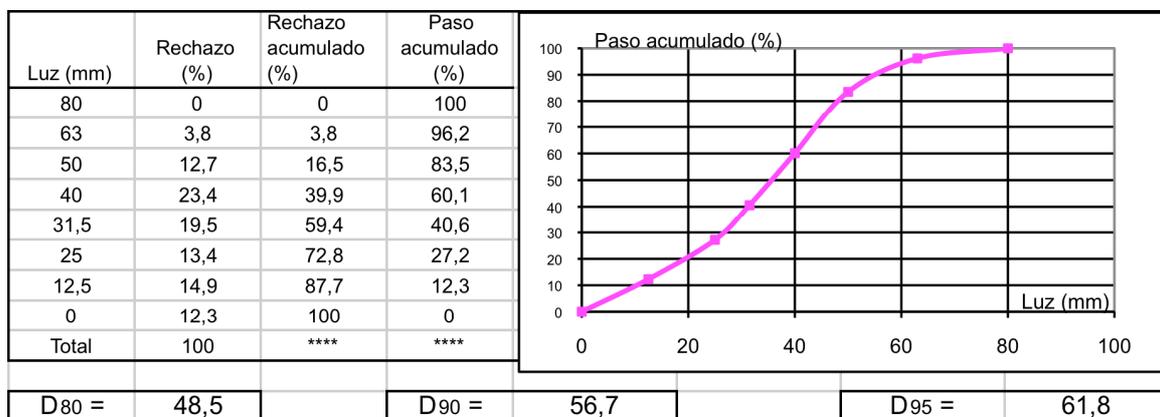
La fragmentación modifica el tamaño de los productos minerales desde aquel correspondiente al producto final del arranque, (D_{80} , D_{90} , D_{95}) hasta aquel otro tamaño que tiene utilidad para su uso en las etapas posteriores del proceso mineralúrgico (d_{80} , d_{90} , d_{95}).

Para la operación de fragmentación se utilizan las máquinas denominadas trituradoras y molinos que se caracterizan por su diseño especializado para diferentes tamaños y productos. Normalmente los sistemas de fragmentación mediante trituradoras trabajan en los tamaños grandes y los molinos en los tamaños menores.

En la mayoría de los procesos no se utiliza una sola máquina o equipo, la capacidad de reducción de tamaño (*razón de reducción*¹) es limitada para una máquina dada, sino que se emplea una combinación con equipos de cribado o clasificación dando lugar a *circuitos de trituración* o *circuitos de molienda* cuyo cálculo y diseño tiene gran importancia en el rendimiento del proceso.

Normalmente la reducción de tamaño se realiza en varias etapas, dependiendo de la razón de reducción de cada máquina y de los requerimientos finales del producto.

Los materiales, alimentación y productos, se caracterizan por el tamaño de las partículas que lo componen y este valor se representa por una curva granulométrica, y de forma resumida por un valor característico dentro de esta curva granulométrica (p.e.: D_{90} , d_{90}). La curva granulométrica representa en abscisas los tamaños en unidades adecuadas (cm, mm ó μm), y en el eje de ordenadas el porcentaje del total que pasa por la malla para un tamaño dado. Su representación es del tipo indicado a continuación, usando para el eje de abscisas, normalmente, una escala logarítmica (en el ejemplo que se adjunta², escala lineal).



Ejercicio práctico. Calcular el d_{40} y d_{30} , comentar su utilidad.

Figura 5.1. Análisis granulométrico.

La denominación mediante un número representativo como el D_{80} expresa el tamaño de la malla cuadrada teórica que produce un corte de tal forma que el 80% del producto es pasante, menor que el tamaño de malla, y el otro 20% es el rechazo o tamaño de los productos mayor que la malla.

Para determinadas aplicaciones se utilizan definiciones adecuadas al uso y así para la fabricación de hormigones se define el "tamaño máximo de un árido", según la norma UNE 7.050, como la mínima abertura de tamiz por el que pasa el 90% en peso y que además el 100% pasa por el tamiz de abertura doble. Igualmente se define el "tamaño mínimo" como la máxima abertura del tamiz por el que pasa un máximo del 10% en peso.

¹ Se define la razón de reducción como la relación entre el tamaño de las partículas de entrada y el tamaño de las partículas de salida de la máquina, medido normalmente con el mismo procedimiento.

² Manual de áridos, 1994. ETSI de Minas de Madrid y LOEMCO.

En general para los procesos mineralúrgicos se definen los tamaños máximos, mínimos y los definidos con los subíndices 50, 80, 90 y 95. Según los usos, cribado, clasificación, trituración o molienda es más corriente utilizar un índice u otro que se indicará en la descripción del equipo o durante el estudio de sus propiedades.

5.1.1.1. Etapas en la reducción de tamaños

Una sola máquina o un determinado tipo de equipo no puede, normalmente, realizar la reducción requerida desde el tamaño de la alimentación hasta el tamaño requerido en los productos, razón por la que se definen etapas de fragmentación que suelen estar referidas a los equipos que la producen o a los tamaños requeridos en el uso de los productos.

En ocasiones la granulometría requerida obliga a disponer de materiales estocados de diferentes grupos granulométricos y mediante mezcla en las proporciones adecuadas obtener el producto final. Este es el caso particular de los áridos para la fabricación de hormigones que deben tener una granulometría sometida a norma para obtener las características del hormigón necesarias al uso.

En una primera etapa, la fragmentación se dividen en “trituración” y “molienda” y cada una de ellas se subdivide a su vez en trituración primaria, secundaria y terciaria, y la molienda en gruesa, media, fina y ultrafina o micronización, normalmente. Con un deseo de normalizar criterios en minería, los tamaños y sus denominaciones, Hükki propone normalizar a un criterio decimal los tamaños y con las denominaciones que se dan en la tabla siguiente.

Concepto	Propuesta de Hukki Rango de tamaño (mm)	Según el tamaño de los productos - triturados / molidos (descargas o salidas de máquina)		
		Tamaño (orientación)	Denominación	Equipos utilizados
Arranque	De infinito a 1.000	Técnicas de arranque		
Trituración Primaria	De 1.000 a 100	de 150 a 100	Muy grueso	Trituradoras de mandíbulas, giratorias, de choque, impacto o percusión.
Trituración Secundaria	De 100 a 10	de 40 a 30	Grueso	Conos trituradores, Trituradoras de mandíbulas AF, Giratorias, Impacto, choque o percusión, molinos de cilindros.
Trituración Terciaria		de 15 a 5	Medianos	Conos de cabeza corta, hidroconos, molinos de martillos, o de impactos, molinos de cilindros.
Molienda Gruesa	De 10 a 1	de 5 a 2	Finos	Molinos de impacto, choque o percusión. Molinos SAG ³ .
Molienda Media		de 2 a 1		Molinos de barras, Molinos SAG, molinos de bolas.
Molienda Fina	De 1 a 0,1	de 1 a 0,1		Molinos de bolas.
Molienda Ultrafina	De 0,1 a 0,01	< 0,1	Ultrafinos	Molinos de bolas.
Micronización	De 0,01 a 0,001			Molinos de bolas.

Tabla 5.1. Definición de tamaños para fragmentación.

³ Molinos SAG: Molinos semiautónomos (Semi Autonomo Grinding) ó molinos que utilizan una mezcla de hierro y el propio material a moler de tamaño grande. Se caracterizan por tener un diámetro muy superior al de los molinos de bolas normales. Cuando se utilizan guijarros o elementos de sílice como elementos molturadores el molino se denomina “molino de guijarros”.

5.1.1.2. Tamaño de las partículas

La determinación del tamaño de las partículas se realiza, preferentemente, por dos procedimientos industriales y de laboratorio

- Cribado.
- Clasificación.

En el *cribado* se utiliza un *obstáculo físico, mallas cuadradas calibradas*, para realizar el proceso de clasificación de tal forma que los granos menores de un cierto tamaño pueden pasar y los mayores son retenidos.

Para la determinación del tamaño mediante *clasificación* se utiliza la *acción de arrastre por un fluido, agua o aire*, que tiene un movimiento relativo con respecto a las partículas. Este efecto se denomina clasificación por equivalencia o clasificación isodrómica, donde interviene, además del tamaño, la densidad y la forma de las partículas. Se separan juntos granos finos densos con gruesos ligeros, o finos y redondeados junto a gruesos y laminados.

Un sistema complejo para la determinación de un amplio espectro del tamaño de los granos se da en la tabla siguiente, donde se indica una referencia de tamaños comparativos.

Método de determinación	Ud	Rango	Observación	Comentario
Cribado, malla calibrada	mm	De 100 a 10	Método industrial y laboratorio	Series de tamices
Elutriación (corrientes ascendentes)	µm	De 40 a 5	Tamaño de Células eucariotas	de 200 µm a 10 µm
Microscopía (óptica)	µm	De 50 a 0,2	Bacterias	de 5 µm a 1 µm
Sedimentación (gravedad)	µm	De 40 a 1	Método industrial y laboratorio	
Sedimentación (centrífuga)	µm	De 5 a 0,05	Método industrial y laboratorio	Tamaño moléculas
Microscopía electrónica	µm	De 1 a 0,005	Laboratorio	Ángstron

Tabla 5.2. Métodos para la determinación de tamaños.

5.1.1.2.1. Tamaño de una partícula

El tamaño exacto de una partícula irregular no se puede conocer ya que depende del método de medida e incluso en determinaciones diferentes puede dar diferentes valores. Incluso en partículas de tamaño medio grande, donde el tamaño se mide mediante criterios físicos de determinación de longitud, diámetro de la malla cuadrada de paso, interviene el factor de probabilidad de paso y esto dependiendo de que el tamaño de la partícula sea más o menos próximo al tamaño de corte.

Se denomina tamaño de una partícula a aquel valor que es determinado mediante un procedimiento industrial o de laboratorio y que es útil para un fin industrial o de mercado.

Se denomina "*diámetro equivalente*" al tamaño de una partícula que se comporta como una esfera de diámetro (D ó d), esta definición es útil en el estudio del comportamiento de las partículas dentro de un fluido. La expresión "*que se comporta*" nos indica que la forma en que se mide el diámetro o el medio que se utilice, nos condiciona el valor del diámetro equivalente.

En ingeniería se debe utilizar, siempre que sea posible, un método de medida que sea similar al proceso industrial que se va a desarrollar. Esto significa, como hemos indicado, que se puede obtener más de un diámetro equivalente para cada partícula, p.e.:

- Diámetro isodrómico (desplazamiento dentro de un fluido, Stokes / Newton).
- Diámetro de abertura de malla cuadrada (cribado).
- Diámetro proyectado (microscopio).
- Diámetro equivalente.
- Etc.

Cuando se trata de determinar el valor significativo de un conjunto de partículas, una masa de mineral finamente fragmentada, la dificultad aumenta ya que a la variación en la determinación del diámetro de una partícula se suma la identificación razonable y útil de una masa de partículas en diversos tamaños.

Se utiliza, de forma generalizada, una curva granulométrica en forma de (S) para los porcentajes de paso acumulados y, valores de corte puntuales (porcentajes de paso) que son útiles según el proceso en estudio, (energía consumida, toneladas pasantes, etc.).

5.1.1.3. Formas y denominación de las partículas

El tamaño y la forma de las partículas determina el comportamiento de la masa de partículas dentro de los procesos industriales, o participan de forma diferente dentro de las características estructurales y de resistencia de los materiales de los que forman parte.

La determinación de la forma de las partículas se realiza mediante imágenes o formas comparativas y se utilizan tarjetas de siluetas o los números de la matriz en que se representan y coeficientes o factores de forma que relacionan la longitud mayor (L), la intermedia (A) y la menor o espesor (E).

El factor de forma que relaciona la elongación (A/L) y la delgadez (E/A), cuando es mayor de uno representa formas alargadas y cuando es menor representa formas aplanadas.

En minería y para procesos de isodromía (comportamiento de las partículas dentro del agua) se utiliza el factor que compara los granos con la esfera como referencia o patrón, y se define el concepto de redondez⁴.

Como ejemplo se incluyen las tarjetas de las categorías de las formas de Zingg, y la tarjeta de siluetas para identificar la forma de las partículas y determinar la esfericidad y redondez.

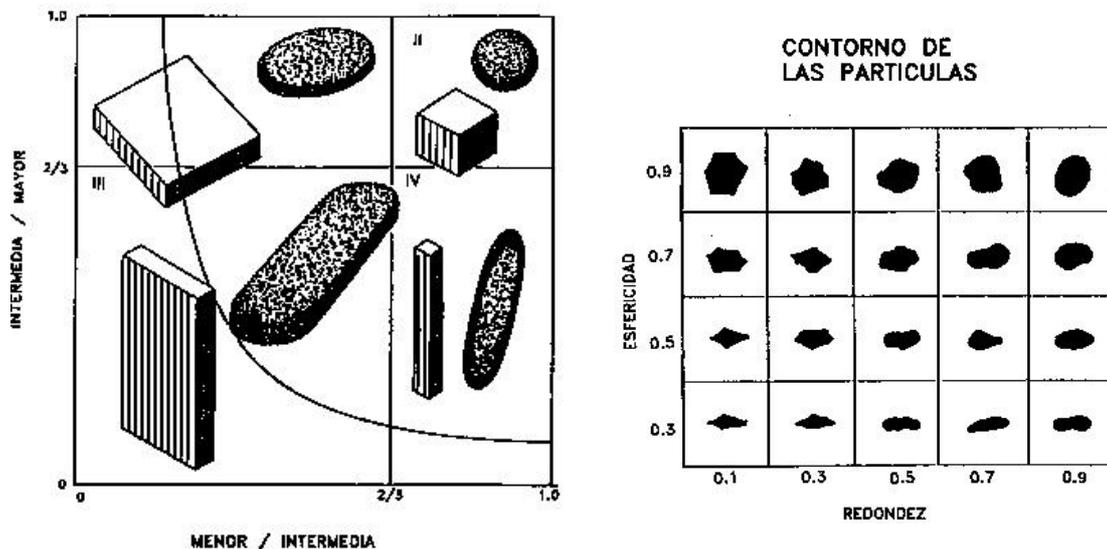


Figura 5.2. Categorías de las formas de Zingg.

⁴ Redondez, o su inversa la angularidad, se definen como la relación entre el radio medio de curvatura de los bordes y ángulos de la partícula y el radio de la esfera inscrita de mayor volumen.

Se da a continuación un ejemplo⁵ de determinación para arenas. Se utiliza la carta de Russel y Taylor y la denominación granulométrica incluida en el Código Técnico de la Edificación y que se corresponde con la norma DIN 4022 para tamaños de partículas.

Es importante determinar la forma de las partículas (redondeadas, irregulares, angulares) y la textura (rugosa, suave, pulida)

De acuerdo a la granulometría las arenas pueden clasificarse como:

- Arenas gruesas: 2 - 0,6 mm
- Arenas medianas: 0,6 - 0,2 mm
- Arenas finas: 0,2 - 0,06 mm

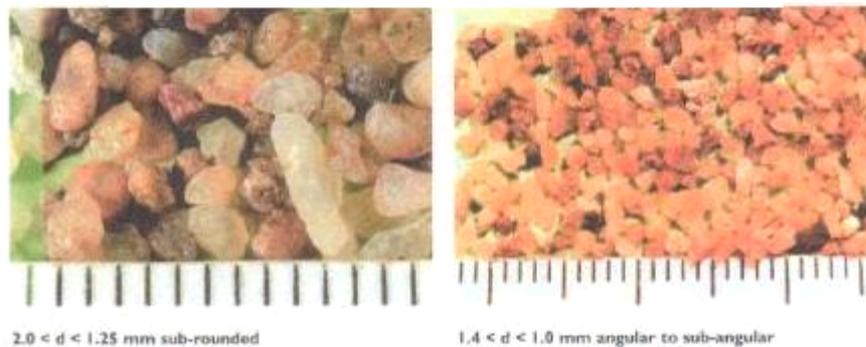
La forma de las partículas se puede determinar utilizando el método de clasificación de Russel y Taylor que se muestra en la **Figura 5.3**.

Figura 5.3. Forma de las partículas.

5 4 3 2 1	Names of classes	Degree of roundness	Description
	E Angular	0 - 0.15	Sharp corners sharply defined. Large embayments with numerous equally sharply defined embayments
	D sub-angular	0.15 - 0.25	Incipient rounding of corners. Large embayments preserved, small embayments smoother and less numerous.
	C sub-rounded	0.25 - 0.40	Corners well rounded, large embayments weakly defined, small embayments few in number and gently rounded
	B rounded	0.40 - 0.60	Original corners are gently rounded, large embayments are only suggested, small embayments absent
	A well-rounded	0.60 - 1.00	Original corners and large embayments are no longer recognizable. Uniformly convex outline (subordinate planar sections possible)

En la **Figura 5.4** se puede apreciar un ejemplo que muestra dos tipos de arena con diferente forma

Figura 5.4. Ejemplos de formas de granos de arena.



⁵ Ejemplo del Prof. Ing. Raúl S. Escalante; Ingeniería de Dragados.

Según la forma se utilizan diversas denominaciones entre las que se puede indicar la denominación que se adjunta para definir los tipos de grano:

Denominación del grano	Forma preferente de las partículas
Acicular	Forma de aguja
Angular	Forma puntiaguda o forma burdamente poliédrica
Cristalina	Forma geométrica libremente desarrollada en un medio fluido
Dentrítico	Ramificaciones en forma cristalina
Fibroso	Regular o irregularmente filamentosos
Escamoso	En forma de hojas o láminas
Granular	Tiene aproximadamente una misma forma irregular equidistante
Irregular	Carece de cualquier simetría
Modular	Tiene forma redonda irregular
Esférica	Forma globular

Tabla 5.3. Denominación del grano según su forma.

Identificado un número representativo (D) del tamaño de una partícula, las distintas propiedades dimensionales y geométricas quedan definidas basándose en este número y a una serie de constantes adimensionales que son características de la forma de la partícula⁶.

Se da a continuación la denominación general utilizada en los productos de cantera para obras y construcción, establecida por la norma DIN 4022, de uso generalizado, y se adjunta la denominación conforme al Código Técnico de la Edificación, marzo del 2006⁷.

Denominación	Tamaño (mm) DIN 4022	Denominación	Tamaño (mm) CTE
Bolos y bloques	> 60	Roca	Tamaños grandes
Grava gruesa	60 - 20	Grava gruesa	> 20
Grava media	20 - 6	Grava media	20 - 6
Grava fina	6 - 2	Grava fina	6 - 2
Arena gruesa	2 - 0,6	Arena gruesa	2 - 0,6
Arena media	0,6 - 0,2	Arena media	0,6 - 0,2
Arena fina	0,2 - 0,06	Arena fina	0,2 - 0,06
Limo grueso	0,06 - 0,02	Limo	< 0,06
Limo medio	0,02 - 0,006	Limo	0,06 - 0,002
Limo fino	0,006 - 0,002	Limo	> 0,002
Arcilla	< 0,002 (2µm)		< 0,002 (2µm)

Tabla 5.4. Clasificación y denominación de los áridos.

⁶ Ver teoría de Rittinger, demostración, para detalles.

⁷ Aprobado por Ley 38/1999, de 5 de noviembre, de Ordenación de la Edificación. Esta ley habilita a las titulaciones de arquitecto, arquitecto técnico, ingeniero o ingeniero técnico para su aplicación.

5.2. Teoría sobre el trabajo de fragmentación

5.2.1. Introducción, modelos de sistema y equipos industriales

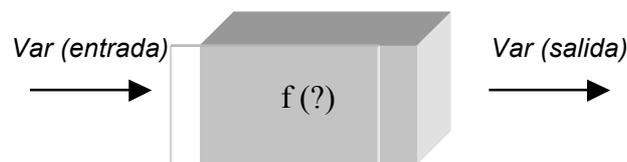
El estudio de un modelo, como un conjunto de ecuaciones que gobiernan o describen el funcionamiento de un sistema, debe adaptarse a las necesidades, facilitar los resultados y ayudar a la comprensión del mismo indicando las variables preferentes.

En general, el modelado de un determinado proceso o sistema es la obtención de un conjunto de funciones matemáticas que permiten representar, con la precisión y aproximación suficiente el comportamiento de las variables de mayor interés del sistema sometido a estudio.

La complejidad del sistema debe estar en concordancia con lo que de él se espera, un aumento de la complejidad de las ecuaciones da resultados más finos en teoría, pero puede ser de difícil verificación práctica, aunque siempre nos dará una indicación de la tendencia del proceso. Hay que indicar que la dificultad de verificación práctica puede dar lugar a errores de criterio por un planteamiento incorrecto.

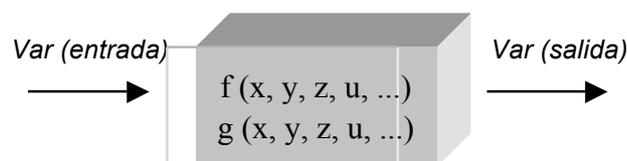
Existen diferentes técnicas para el modelado de sistemas dinámicos, variables en el tiempo, pero de una forma muy esquematizada se pueden dividir en dos grandes grupos que están relacionados con el modelado experimental y con el modelado analítico.

El *modelado experimental (empírico)*⁸ hace uso de la respuesta del sistema ante determinadas entradas, para obtener una función matemática que relaciona las variables de salida del sistema con las variables de entrada del mismo. Se puede considerar que esta metodología ve el sistema como una caja negra en la que no se analiza de ninguna forma el tipo de componente o reacciones que se producen en su interior. Este tipo de modelado se puede utilizar para analizar la respuesta transitoria a las demandas del equipo, o simplemente la respuesta a determinadas sollicitaciones para un equipo dado y definido en el que no vamos a introducir cambios internos.



Esta metodología es poco útil o no sirve para diseñar los equipos, pero si para estudiar su comportamiento ante sollicitaciones y par ensayar determinadas soluciones o variaciones sobre un modelo, ya que simplifica su manipulación.

El *modelado analítico (teórico-empírico)* intenta obtener el conjunto de funciones que representan el comportamiento del sistema, sobre la base de un conocimiento profundo y detallado de cada uno de los componentes o reacciones que lo integran y de las interacciones entre ellos. Esta metodología proporciona un mayor volumen de información acerca del funcionamiento del sistema, del comportamiento de las variables y de la interrelación entre ellas.



Este segundo procedimiento, más complejo y de mayor volumen de trabajo, es muy útil, e incluso necesario cuando se intenta definir o modificar los componentes de un sistema, ya que el conocimiento de las relaciones facilita los diseños y modificaciones dentro de un sistema.

⁸ DRAE. Relativo a la experiencia o fundado en ella.

Desde un punto de vista formal, el compromiso entre ambos sistemas es técnicamente deseable, y este es el procedimiento utilizado en el estudio del comportamiento de estos equipos mineros, equipos de fragmentación, donde se utiliza el diseño analítico cuando se interesan diseños eficientes de los componentes (circuito de molienda, equipos de fragmentación), y el diseño experimental cuando se persiguen tipos de respuesta ante sollicitaciones externas para un equipo dado funcionando con una demanda externa.

En un molino, por ejemplo, existen interacciones de procesos hidráulicos (movimiento de fluidos), térmicos (transferencia de calor), eléctricos (suministro de energía y consumos), electromecánicos (alimentación a máquinas, motores, convertidores, acoplamientos), material a tratar, etc., que pueden dotar al modelo analítico de una complejidad elevada.

En los estudios de fragmentación se utilizan ambos sistemas de modelación y así se emplea el modelo empírico para determinar las necesidades energéticas de la fragmentación, indicando aquí que en la determinación se considera tanto la energía propia de la fragmentación (reducción de tamaño) como aquella necesaria para el accionamiento de los equipos y los efectos no deseados pero inherentes al proceso tecnológico (ruidos, calor, accionamientos, etc.).

La energía consumida en la fragmentación se distribuye entre todos los procesos de tal forma que en la molienda se utiliza entre un 3% y un 5% de la energía realmente involucrada en el proceso para el efecto teórica de moler o disminuir de tamaño.

Por otro lado para la determinación de las características de los productos se utiliza el modelado analítico que permite determinar a partir del diseño y de la forma de trabajar de una trituradora, el tamaño y forma de los granos según la tecnología utilizada y las características del material. Se deduce de su diseño, forma de la mandíbula, velocidad de rotación etc., cual serán los resultados.

Por comparación de ambos métodos se diseñan las instalaciones o se afinan parámetros y valores de la misma.

5.2.2. Energía necesaria para la fragmentación

Dentro de los procesos de la tecnología mineralúrgica, la fragmentación, es la operación de mayor consumo energético, y normalmente la de mayor coste dentro del conjunto por lo que su determinación adquiere una gran importancia.

Cuando se aplica una fuerza de intensidad creciente a una partícula que se quiere fragmentar, esta se deforma en un primer momento y aumenta esta deformación hasta que se rebasa el límite de resistencia y se rompe, creando superficies nuevas a partir de una partícula inicial.

El estudio de este proceso en lo referente a la energía consumida se aborda en minería considerando el total de la energía necesaria y dentro de este proceso se considera la energía total necesaria para actuar las máquinas que lo producen y los procesos no deseados que se desarrollan asociados al proceso principal si deseado y que es la fragmentación.

Así, en un proceso de fragmentación la energía total consumida, además de en el propio proceso de fragmentación, se transforma en calor, ruido, energía cinética, energía de rotación, desgaste de equipos, rendimientos, mantener masas en movimiento, etc.

En un estudio realizado en Canadá para un proceso de concentración de Cu se determinó la distribución energética que se da en la tabla siguiente.

Fase del proceso	Energía (kWh/t)	Porcentaje (%)
Trituración	2,2	13,4
Molienda	11,6	70,7
Flotación	2,6	15,9
Total	16,4	100,0

Tabla 5.5. Ejemplo de concentración de Cu. Mina en Canadá.

Se han formulado diferentes teorías en relación con el gasto de energía en trituración y molienda entre las que podemos indicar las siguientes

5.2.3. Teoría de Rittinger (1867)

Rittinger consideró que el trabajo necesario será proporcional a la nueva superficie creada *“La energía necesaria para fragmentar una partícula, producir una cierta reducción de tamaño, es proporcional a la nueva superficie creada”*. Las fuerzas de unión son proporcionales a las superficies de fractura.

La formulación correspondiente a esta hipótesis se formula, dependiendo que se calcule el incremento de superficie sobre el volumen o sobre la masa, tal como se indica:

$$W_R = K_R \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right) \quad W_R = K_R \frac{1}{\rho} \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$$

Donde W_R es el trabajo en kWh/t, K_R es una onstante del proceso, D el tamaño de las partículas de la alimentación, d el tamaño correspondiente a los productos y ρ la densidad media del mineral. La justificación abreviada, conforme al principio de Rittinger, se da a continuación.

Dado un cuerpo genérico en el espacio, caracterizado por una dimensión principal tal como se representa en minería, sus tres dimensiones serán:



Dimensiones	Superficie	Volumen
$a = D$ $b = k_1 \cdot a = k_1 \cdot D$ $c = k_2 \cdot a = k_2 \cdot D$	$S =$ $2 \cdot (k_1 + k_2 + k_1 \cdot k_2) \cdot D^2$ $= k_s \cdot D^2$	$V =$ $k_1 \cdot k_2 \cdot D^3$ $= k_v \cdot D^3$

Se fragmenta en “n” bloques homotéticos, se mantiene la proporcionalidad formal en las dimensiones, y se tiene, mediante operaciones aritméticas:

nº de partículas	Dimensiones	Superficie	Volumen
$n = D^3 / d^3$	$a = d$ $b = k_1 \cdot a = k_1 \cdot d$ $c = k_2 \cdot a = k_2 \cdot d$	$s =$ $2 \cdot (k_1 + k_2 + k_1 \cdot k_2) \cdot d^2$ $= k_s \cdot d^2$	$v =$ $k_1 \cdot k_2 \cdot d^3$ $= k_v \cdot d^3$

El incremento de superficie, la nueva superficie creada, por unidad de volumen viene dado por la expresión:

$$\frac{\Delta S}{V} = \frac{n \cdot s - S}{V} = 2 \cdot \left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + 1 \right) \cdot \frac{1}{D} \left(\frac{D}{d} - 1 \right)$$

Que reordenada da la expresión indicada anteriormente: $W_R = K_R \left(\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right)$

La constante toma diferentes valores según la forma preferente del grano y así se tienen las curvas que se representan a continuación y que dan la variación del incremento de *superficie* en función de la relación de reducción y de la forma característica de los granos.

Variación de la superficie creada en función de la forma y de la relación de reducción.

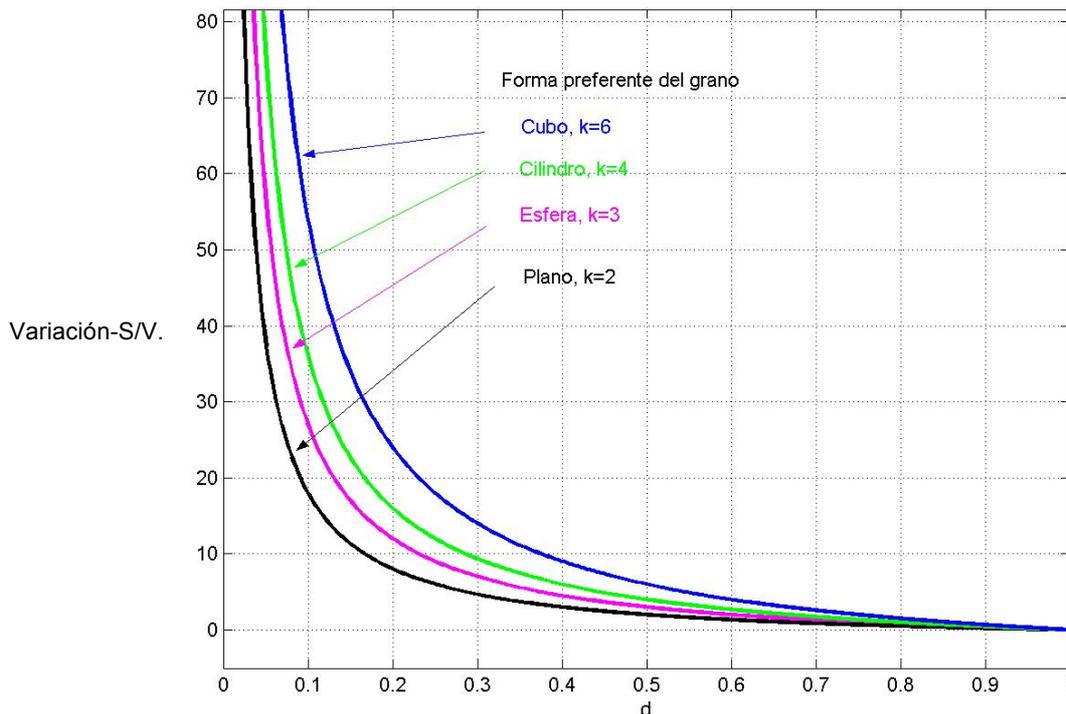


Figura 5.5. Variación de la superficie según la forma del grano.

La variación de la superficie creada, para una reducción de un tamaño de 1Ud a 0,1Ud, relación de reducción de $R_r = 10$, varía de 18 a 54 dependiendo que la forma de la partícula sea plana preferentemente o cúbica sin considerar la rotura preferente por ningún lado. Se observa que no sólo la superficie creada, sino la forma de las partículas adquiere también relevancia en esta formulación.

Este principio de la forma de las partículas no es descartable de forma general en la fragmentación, influye en la forma de fracturación y afecta a la energía consumida, si bien su influencia no está determinada con precisión. Diferentes granos y distintas formas, a igualdad de grado de reducción, necesitan energías diferentes.

El principio que subyace en esta teoría es que las fuerzas de cohesión actúan en la superficie de rotura oponiéndose a dicha fragmentación y que esta se produce cuando se rebasa dicho límite.

Expresado en función de la relación de reducción, $R_r = D/d$, se obtiene:

$$W_R = K_R \frac{1}{D} (R_r - 1)$$

Se indica aquí que la fórmula de Rittinger expresa la energía necesaria pero la calcula por exceso. Este exceso es tanto mayor a medida que aumenta la relación de reducción.

De forma general, y por la simplicidad de la formulación, se pueden deducir algunos principios relacionados con la fragmentación y con la consistencia de las formulaciones que se obtienen para cuantificar la energía necesaria.

- a) Para reducción de tamaño nula, no hay fragmentación, la energía necesaria es cero conforme a la expresión. Esto es correcto formalmente (matemáticamente) pero falso en la práctica ya que el mantenimiento de los equipos en movimiento, incluso a carga nula, además, de no ser deseable por desgastes y averías, consume mucha energía.
- b) Como ampliación del concepto anterior, se puede indicar que para reducciones de tamaño, con valor $R_r \approx 0$, valores muy pequeños, las expresiones no trabajan bien.
- c) Los bloques más grandes se rompen con menos energía por unidad de volumen que las partículas pequeñas y esto es congruente con el factor $(1/D)$. A igualdad de relación de reducción, una partícula menor necesita más energía que otra de mayor tamaño y esto se cumple así en la práctica (si $D_1 > D_2$, entonces $1/D_1 < 1/D_2$).
- d) Al aumentar la relación de reducción se necesita más energía y esto es congruente con la realidad de las instalaciones. Se indica que la proporción indicada por la fórmula de Rittinger es mayor de la necesaria realmente.
- e) El factor $(1/\rho)$ indica que los cuerpos más densos necesitarían menos energía para la fragmentación que otro similar pero más ligero, y esto se ha demostrado falso en la práctica. De hecho no se conoce una relación cierta o probada del índice de Bond y algún factor como la densidad o propiedad del material ligada a su constitución.
- f) La energía teórica necesaria para una reducción de tamaños de D a d es igual a la suma de las energías de los escalones en que se divida. $W_{D-d} = W_{D-x} + W_{x-d} = W_{D-x} + W_{x-y} + W_{y-d}$

5.2.4. Teoría de Kick (1885)

Esta teoría se enuncia como: *“La energía necesaria para una cierta reducción de tamaño es proporcional a la reducción de volumen de las partículas”*. También se puede formular como *“El trabajo necesario para producir cambios análogos en la configuración de los cuerpos geoméricamente semejantes y del mismo estado tecnológico, es proporcional a los volúmenes o a las masas de esos cuerpos”*.

La formulación correspondiente a esta hipótesis es la expresión que se indica a continuación, siendo las variables las definidas anteriormente pero referenciadas a Kick:

$$W_K = K_K \log\left(\frac{D}{d}\right) \quad W_K = K_K \log(R_r)$$

Esta teoría no se adapta bien a las observaciones, dando valores por defecto, inferiores a los necesarios en la práctica. En general las teorías con formulaciones sencillas para explicar procesos sumamente complejos no pueden interpretar el campo de actuación global de la tecnología utilizada de forma satisfactoria.

Justificación teórica

Se utilizan los principios dimensionales indicados en la teoría de Rittinger, y se supone un bloque que en una primera fragmentación en N bloques de dimensiones característica d_1 , semejantes al de partida, Se tiene:

$$N = \frac{D^3}{d^3} \quad \text{o también:} \quad d = \frac{D}{\sqrt[3]{N}}$$

Fragmentamos de nuevo uno de los bloques formados, como resultado de la primera fragmentación, en N bloques de dimensión característica d_2 , es decir una fragmentación de análogas características a la primera.

Demostramos que el trabajo de la primera y segunda fragmentación es el mismo:

Sean W : El trabajo de la primera fragmentación, al partir de un bloque.

w : El trabajo de la segunda fragmentación para un bloque y $N \cdot w$ el correspondiente al conjunto de la segunda fragmentación.

Al tener la relación correspondiente al número de bloques formados por:

$$N = D^3 / d_1^3 \quad \text{y también la relación } n = d_1^3 / d_2^3, \text{ se cumple que } D / d_1 = d_1 / d_2$$

La hipótesis de Kick hace que la relación entre W y w , sea igual a aquella de sus volúmenes o sus masas, es decir:

$w / W = v / V = d_1^3 / D^3 = 1 / N$; de donde $W = N \cdot w$; los trabajos de ambas fragmentaciones deben ser iguales.

De esta manera el trabajo total necesarios para pasar de la situación inicial a la final a través de una doble fragmentación, y para todos los bloques formados, será:

W (para la 1º) + $N \cdot w$ (= W para la 2º) = $2 \cdot W$; y así en general si se consideran (p) fragmentaciones sucesivas, en lugar de las dos consideradas, el trabajo total empleado será:

$$W_t = p \cdot W$$

Considerando ahora que mediante p teóricas fragmentaciones sucesivas, de relación de reducción (n) cada una, llegamos, produciendo cambios análogos y partiendo de un bloque inicial de dimensión característica D , a obtener n_1 bloques de dimensión característica d_1 . Siendo n_1 la relación de reducción final, se deduce:

$$n_1 = n^p = (D / d_1)^p \quad \text{y como se tiene que} \quad d_1 = \frac{D}{\sqrt[3]{N_1}} \quad \text{se deduce:}$$

$$\log(n_1) = p \cdot \log(n); \quad p = \log(n_1) / \log(n);$$

y necesitando cada fragmentación un trabajo (consumo de energía) W , ya que en las (p) operaciones se parte del mismo volumen (y también igual masa), el trabajo total, es decir, la energía consumida, será:

$$W_1 = W \cdot \{\log(n_1) / \log(n)\} \text{ o lo que es igual: } W_1 / \log(n_1) = W / \log(n) = \text{Cte}; \text{ y en general:}$$

$$W = K_k \cdot \log(n) \text{ que se puede expresar como } \rightarrow W_k = K_k \cdot \log(D / d)$$

5.2.5. Tercera teoría o teoría de F.C. Bond (EEUU 1951)

“La energía necesaria para la fragmentación, reducción de tamaño de los materiales, es proporcional a la nueva longitud de fisura creada”. Este desarrollo se fundamenta en la experiencia, los estudios y la práctica industrial realizados durante más de 25 años de Bond (Se conocía también que C.E. Inglis, en 1931, demostró que el incremento del esfuerzo en un punto en particular es proporcional a la raíz cuadrada de la longitud de la grieta perpendicular a la dirección del esfuerzo).

Bond indicó que el trabajo real es intermedio entre los calculados por las dos teorías anteriores y se considera conocido que la tensión acumulada en el extremo de una fisura está en relación con la raíz cuadrada de la longitud de la fisura.

La formulación correspondiente a esta hipótesis, en su forma más conocida, es la expresión que se indica a continuación:

$$W_B = 10 \cdot W_i \left(\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right)$$

La fórmula expresada en función de la relación de reducción se da a continuación⁹:

$$W_B = 10 \cdot W_i \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} (\sqrt{Rr} - 1)$$

Siendo:

W_B: Energía necesaria en kWh por tonelada corta tratada (1 tonelada corta = 907,2 kg).

D₈₀: Tamaño de malla por la que pasa el 80% de la alimentación, expresado en μm.

D₈₀: Tamaño de malla por la que pasa el 80% del producto, expresado en μm.

Rr: Relación de reducción dada por D₈₀/d₈₀.

W_i: Índice de Bond, índice de trabajo, work index. Magnitud que representa la resistencia que ofrece un material a ser fragmentado y que depende de su propia naturaleza. Puede haber una dependencia subsidiaria del tamaño de grano (ver comentarios a la fórmula de Rittinger). Sus unidades son kWh/tc. Su significado físico sería, el del trabajo necesario para reducir una tonelada corta desde un tamaño muy grande “infinito”, hasta 100 μm.

El índice de Bond permite comparar la eficiencia de distintas plantas de tratamiento o de diferentes equipos y así aquella instalación que trate un mineral similar y tenga un valor de este parámetro inferior esta trabajando con mayor eficiencia.

En el cálculo del índice de Bond interviene el molino, la instalación de forma general, por lo que es necesario fijar unas condiciones de referencia y así se considera:

- El molino de referencia es un molino de bolas.
- El índice de triturabilidad se fija para un diámetro interno del molino de 2,44 m. Los diámetros mayores dan un mejor rendimiento y los inferiores peor y se utiliza la expresión $(2,44/Di)^{0,2}$ como factor multiplicador.
- W_i está referido a un funcionamiento en circuito cerrado con una carga circulante del 250%. Se admite una corrección, cuando se trate de otra carga circulante, multiplicando W_i por el factor $(250/Cc)^{0,1}$.
- Estos efectos, para la molienda de forma genérica, están recogidos como factores y se indican en el apartado correspondiente.

⁹ Se observa la similitud de la expresión con la obtenida por Rittinger pero sustituyendo D por √D y Rr por su raíz cuadrada.

Los datos disponibles en la bibliografía están referenciados a tonelada corta, pero ya existen publicaciones en toneladas métricas y el cambio de unidad, adaptación al sistema métrico, es sencillo, en este supuesto, cuando se utiliza la unidad métrica, la energía que da la fórmula está también referida a la tonelada métrica. Para evitar confusión en minería, donde ambas son utilizadas regularmente, conviene indicar claramente cual se utiliza.

La tonelada¹⁰ es una unidad derivada. Está definida en el R.D. 1.317/1989, de 27 de octubre, por el que se establecen las Unidades Legales de Medida en España conforme al Sistema Internacional.	
Se representa:	t
Equivale:	1.000 kg
La norma UNE 82.104 de representación de las unidades para el tratamiento de la información admite dos formas.	
Forma I (minúscula / mayúscula)	t / T
Forma II (minúscula / mayúscula)	tne / TNE
Otras denominaciones de uso en minería.	
Tonelada corta (2.000 libras), representación:	tc / Tc
Equivale:	907,18 kg
En sudamerica, para indicar la tonelada en unidades métricas se utiliza:	tm / Tm

Tabla 5.6. Consideraciones sobre las publicaciones en minería, unidades.

Esta fórmula es la que mejor se ajusta al proceso de fragmentación, su valor es intermedio entre el obtenido mediante la fórmula de Rittinger y la de Kick, y es también la más utilizada para los procesos mineros. Por su generalización se han desarrollado diversos factores que mejoran la precisión del cálculo.

La fórmula de Bond da la energía gastada por la máquina contando todas las pérdidas¹¹ y no la teóricamente necesaria, de forma estricta, para la reducción de tamaño¹².

Por la similitud formal con la expresión de Rittinger, le es de aplicación las conclusiones y reservas allí indicadas, resaltando únicamente que la variación es más suave. En el gráfico comparativo que se adjunta posteriormente se observa, para diferentes relaciones de reducción, la diferente magnitud que adquiere la energía calculada con cada uno de los métodos.

Se puede indicar como referencia que las trituradoras de mandíbulas y las giratorias son las que más consumen por unidad tratada, luego se considera los molinos de impacto y finalmente los equipos energéticamente más eficientes son los molinos de bolas y barras. En general las máquinas que aplican un esfuerzo de compresión firme y continuo sobre el material son las que consumen menos energía¹³.

5.2.5.1. Potencia del motor de accionamiento

La fórmula de Bond se utiliza para calcular la potencia del motor necesario que ha de accionar el equipo minero. Para este cálculo se utiliza el resultado de la energía obtenida por esta procedimiento, fórmula de Bond, y se tiene en cuenta las toneladas tratadas por hora, en unidades adecuadas, y se obtiene la potencia teórica.

¹⁰ La denominación deriva de "tonel" y en su origen se utilizó por relación con el "peso" o "volumen" de los toneles para calcular el arqueo o carga de un buque.

¹¹ Un estudio realizado en una mina de Cu en Canadá asigna al trabajo teórico de fragmentación entre el 3% y el 5% del total del proceso, siendo el resto utilizado en producir calor, ruido, desgaste de equipos y elementos molturadores, pérdidas por rendimientos y mantener las masas en movimiento.

¹² Para una serie de cribas de razón raíz(2), por cada disminución de tamaño en la serie, moler a más fino, se consume un 9% más aproximadamente.

¹³ B.A. Wills, Tecnología de procesamiento de minerales.

Este valor teórico se mayor con un factor que tiene en cuenta la forma de trabajar del equipo minero, de tal forma que pueda absorber las irregularidades de la carga y los imprevistos del proceso. A medida que el proceso es más regular el factor de mayoración (por discontinuidades, desconocimiento o imprevistos) disminuye y así se utiliza normalmente, en minería, los valores que se dan a continuación:

F_s: Factor de seguridad para mejorar los resultados y que toma el valor:

2 para las machacadoras de mandíbulas.

1,6 para las trituradoras giratorias y las de impactos.

1,3 para las trituradoras secundarias tipo cono, trituradoras de cilindros, molinos de barras y molinos de bolas.

La potencia del motor necesario para un equipo minero, con la energía calculada por la expresión de Bond, y para tratar T (t/h) será:

$$P(kW) = W_B (kWh/t) \cdot T(t/h) \cdot F_s$$

El valor de la potencia calculada se considera en el piñón de ataque al molino o en general al punto de entrega de la potencia al equipo que realiza la fragmentación.

5.2.6. Fórmula de Charles (1958)

Charles unifica en una teoría el trabajo de los anteriores mediante la expresión siguiente:

$$dw = -Kc \cdot \frac{dx}{x^n}$$

Esta expresión permite el estudio discreto y continuo (y = f(x)) de la molienda, con las limitaciones indicadas anteriormente para los procesos descritos de los que toma la referencia. Se particulariza según el valor de n y así:

n = 1, Fórmula de Kick.

n = 2, Fórmula de Rittinger.

n = 1/2, Fórmula de Bond.

Ejercicio comparado sobre las teorías de fragmentación						
Calcular, para un mineral dado y por los métodos de Rittinger, Kick y Bond, el aumento de energía necesario para pasar de una relación de reducción de 2 a una relación de reducción de 4 y comentar los resultados.						
Formulación (D,d)	Formulación (D,R)	Valor para R = 2	Valor para R = 4	Incremento		
Rittinger 1867 $W_p = K \times \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right]$	$W_p = \frac{K}{D} (R - 1)$	$W_p = \frac{K}{D} \times 1$	$W_p = \frac{K}{D} \times 3$	$W_p (4)$	$W_p (2)$	= 3,0
Kick 1885 $W_p = K \times \log \left[\frac{D}{d} \right]$	$W_p = K \times \log R$	$W_p = K \times 0,301$	$W_p = K \times 0,602$	$W_p (4)$	$W_p (2)$	= 2,0
Bond 1952 $W_p = K \times \left[\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}} \right]$	$W_p = \frac{K}{\sqrt{D}} (\text{raiz}^2(R) - 1)$	$W_p = \frac{K}{\sqrt{D}} \times 0,414$	$W_p = \frac{K}{\sqrt{D}} \times 1$	$W_p (4)$	$W_p (2)$	= 2,4
Comentario: Los valores calculados por la teoría de Bond están entre los valores que se obtienen con las otras teorías.						
Relación de reducción: $R = D / d \rightarrow D = R \times d \rightarrow d = D / R$						

5.2.7. Resumen de las teorías de fragmentación, gráfico comparativo

Teoría	Formulación	Relación de reducción; $R_r = D_{80} / d_{80}$	$D = R_r \times d$	$d = D / R_r$	Observaciones
Rittinger 1867	$W_p = K \times \left[\frac{1}{d} - \frac{1}{D} \right]$		$W_p = \frac{K}{D} (R_r - 1)$		Proporcional a la nueva superficie producida
Kick 1885	$W_p = K \times \log \left[\frac{D}{d} \right]$		$W_p = K \times \log R_r$		Proporcional a los volúmenes de las masas
Bond 1952	$W_p = K \times \left[\frac{1}{\sqrt{d}} - \frac{1}{\sqrt{D}} \right]$		$W_p = \frac{K}{\sqrt{D}} (\text{raiz}^2(R_r) - 1)$		Proporcional a la longitud de la fractura producida ($1/\text{raiz}^2(D)$)
Charles 1958	$dw = -c \frac{dx}{x^n}$		$\left\{ \begin{array}{l} n=1 \text{ Kick} \\ n=1,5 \text{ Bond} \\ n=2 \text{ Rittinger} \end{array} \right.$		
<i>Bond generalizada</i>					
	$W = 10 \cdot W_i \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right] \prod F_i$				W_i : Índice de Bond en kWh/st F_i : Factores ligados al proceso

Tabla 5.7. Resumen de teorías.

Los trabajos realizados, para los diferentes ratios de reducción, son proporcionales a los coeficientes de la tabla

	Ratio de reducción														
R _r =	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Rittinger	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Kick	0	0,3	0,48	0,6	0,7	0,78	0,85	0,9	0,95	1	1,04	1,08	1,11	1,15	1,18
Bond	0	0,41	0,73	1	1,24	1,45	1,65	1,83	2	2,16	2,32	2,46	2,61	2,74	2,87

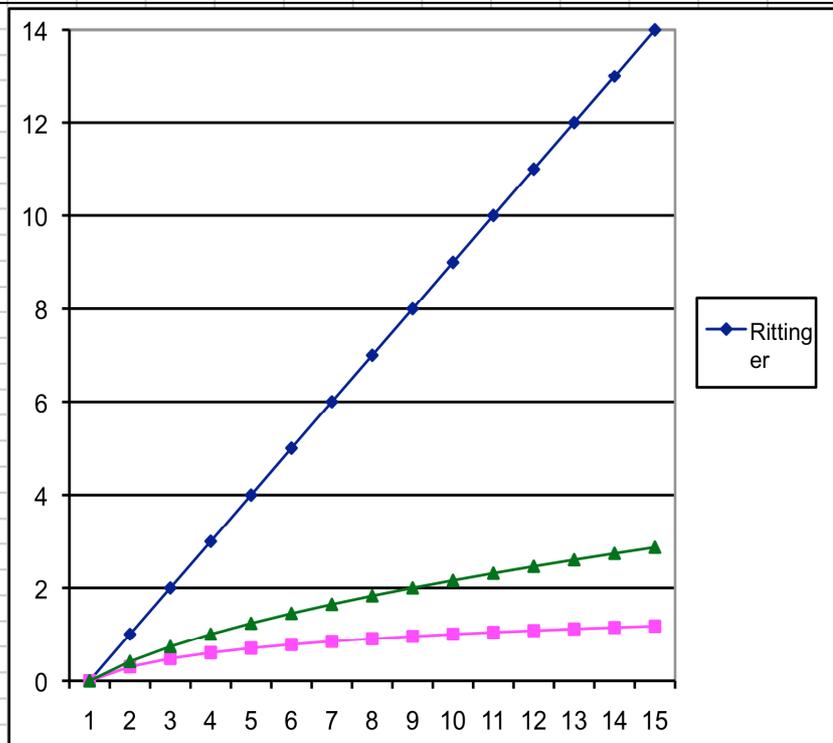


Figura 5.6. Gráfico comparativo de la energía necesaria para la fragmentación calculada por los diferentes métodos en función de la relación de reducción (R_r de 1 a 15).

5.2.8. Generalización de la fórmula de Bond

La expresión de Bond se adapta, mediante factores adecuados, a las diversas situaciones que se dan en las instalaciones y se corrigen de esta forma las anomalías de diseño consiguiendo más precisión en el cálculo.

Fórmula de Bond generalizada para el cálculo de la energía de fragmentación - molinos		$W = 10 \cdot W_i \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right) \cdot \prod F_i$	
$F_1 =$	1 trabajo en pulpa (húmedo) 1,3 trabajo en seco		
$F_2 =$	Circuito abierto	$F_2 \approx 1,33 \cdot \left(\frac{i}{100} \right) + 0,25$	i=índice del paso por la malla de control; $d_{95} \rightarrow i=95$
	Circuito cerrado	$F_2 = \left(\frac{250}{C_c} \right)^{0,1}$	C_c = carga circulante en %
$F_3 =$	Corrige por el diámetro interno del molino		$F_3 = \left(\frac{2,44}{D_i} \right)^{0,2}$
	$D_i = D_{\text{nominal_molino}} - 2 \cdot (\text{Espesor_Forros})$		
$F_4 =$	Corrige por la desviación del tamaño ideal de alimentación		
	$F_4 = 1 + (W_i - 7) \cdot \left(\frac{d_{80}}{D_{80}(\text{ideal})} - \frac{d_{80}}{D_{80}} \right)$	M. Bolas:	$D_{80}(\text{ideal}) = 4000 \sqrt{\frac{13}{W_i}}$
		M. barras:	$D_{80}(\text{ideal}) = 16000 \sqrt{\frac{13}{W_i}}$
$F_5 =$	Corrige por el efecto de molienda muy fina	$d_{80} < 75 \mu\text{m}$	
	$F_5 = \frac{d_{80} + 10,3}{1,145 \cdot d_{80}}$		
$F_6 =$	Corrige por relaciones de reducción pequeñas, menor de 6		
	$F_6 = 1 + \frac{0,13}{\frac{D_{80}}{d_{80}} - 1,35}$	$R_r = \frac{D_{80}}{d_{80}} < 6$	
$F_7 =$	1,30	Factor de mayoración para el cálculo de la potencia nominal del motor. Se considera en el piñón de ataque del molino.	

Tabla 5.8. Factores para generalizar la fórmula de Bond a los molinos.

5.2.9. Índices de Bond o “Índices de triturabilidad”

Fórmula de Bond generalizada para el cálculo de la energía de fragmentación

$$W = 10 \cdot W_i \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right) \cdot \prod F_i$$

Los índices varían, para una mismo mineral de un yacimientos a otro, e incluso para zonas diferentes de un mismo yacimiento. El valor real se haya mediante ensayos normalizados.

El *procedimiento de Berry y Bruce* utiliza un doble proceso, y mediante comparación de resultados se minora el efecto molino.

Fórmula	Sustancia	Peso específico		W _i (t)	Calculado W _i (t)	W _i (st)	Calculado W _i (st)
		kg/l	t/m ³	kWh / t		kWh / st	
BaSO ₄	Baritina	4,50	4,50	4,73			4,29
CaSO ₄ ·2H ₂ O	Yeso	2,69	2,32	6,73			6,10
CaF ₂	Fluorita	3,01	3,18	8,91			8,08
FeS ₂	Pirita	4,06	5,02	8,93			8,10
CuFeS ₂	Calcopirita		4,20				
SiO ₂ + Min.	Cuarcita	2,68		9,58	14,22	12,90	8,69
	Cuarzo			13,57			12,31
Fe ₃ O ₄	Magnetita	3,88	5,18	9,97			9,04
f(min):4,1-7,5	Mineral de Pb-Zn	3,54		10,57			9,59
KAlSi ₃ O ₈	Feldespato	2,59	2,57	10,80			9,80
CaMg(CO ₃) ₂	Dolomía/Dolomita	2,74	2,85	11,27			10,22
SiO ₂ + Min.	Vidrio	2,58		12,81			11,62
CaCO ₃ + Min	Caliza	2,65		12,54	12,24	11,10	11,37
f(min):4-5,8	Mineral de cobre	3,20		12,73			11,55
Fe ₂ O ₃	Mineral hematites	3,56	5,26	12,93			11,73
	Mineral de zinc			11,56			10,48
SiO ₂	Cuarzo	2,65	2,65	13,57	14,11	12,80	12,31
f(min): <19	Mineral de oro	2,81		14,93			13,54
Roca	Granito	2,66		15,05	17,31	15,70	13,65
Roca	Granito			15,13			13,72
C	Grafito	1,75	2,23	43,56			39,51
Roca	Arenisca				14,44	13,10	
Roca	Basalto				22,27	20,20	
C + Min	Carbón			13,00	13,78	12,50	11,79
Roca	Diorita				22,16	20,10	
CaMg(CO ₃) ₂	Dolomita		2,85		14,11	12,80	
Roca	Esquisto				13,78	12,50	
Roca	Gabro				17,53	15,90	
BaSO ₄	Barita		4,50	4,73			4,29
Al ₂ O ₃	Bauxita	2,00	2,55	8,78			7,96
(1)	Esmeril		3 - 5	56,70			51,43
f(min)	Ferro-silicio		3,30	10,01			9,08
KAl(Si ₃ O ₈)	Feldespato			8,91			8,08
	Vidrio			12,31			11,17
CaCO ₃ + Min	Piedra caliza			12,74			11,56

(1) Mezcla pulverulenta de: corindón (Al₂O₃ - 4,02), cuarzo (SiO₂ - 2,65), magnetita (Fe₃O₄ - 5,18) y oligisto (Fe₂O₃-5,26)

Tabla 5.9. Índices de Bond en kWh/t y kWh/st.

5.2.9.1. Determinación del índice de Bond

Este índice, W_i , se determina mediante un ensayo con una muestra comparativa, muestra patrón, de índice de Bond conocido.

Berry, T.F. y Bruce, R.W.¹⁴ proponen un método que requiere una mena de referencia con características de molienda conocidas, W_i determinado. La mena de referencia se muele, en un molino durante un cierto tiempo y se registra el consumo de energía.

Un peso idéntico de la mena de prueba a determinar se muele por un tiempo tal que la energía consumida sea idéntica a la mena de referencia (muy similar para permitir la corrección lineal simple). Con este método que utiliza el mismo molino en ambos casos, se elimina el efecto debido al molino, y si las menas de muestra y la mena patrón se muelen hasta obtener casi las mismas distribuciones de tamaño del producto, el ensayo es fiable.

El fundamento teórico es el siguiente (m: muestra y p: patrón):

$$W_p = W_m \rightarrow W_{i_p} \cdot 10 \cdot (1 / \sqrt{D_{80p}} - 1 / \sqrt{d_{80p}}) \cdot F_i = W_{i_m} \cdot 10 \cdot (1 / \sqrt{D_{80m}} - 1 / \sqrt{d_{80m}}) \cdot F_i;$$

F_i : Factores que influyen en el proceso (diámetro de alimentación, diámetro interno del molino, carga circulante, otros indicados anteriormente) y que se minoran o anulan igualando ambas determinaciones.

El valor del índice a determinar se obtiene entonces por:

$$W_{i_m} = W_{i_p} \cdot (1 / \sqrt{D_{80p}} - 1 / \sqrt{d_{80p}}) / (1 / \sqrt{D_{80m}} - 1 / \sqrt{d_{80m}})$$

Nota. La determinación de forma directa para W_i tiene un factor de indeterminación sujeto a múltiples variables del proceso y del molino tal como se indica en la expresión siguiente, con lo cual solo es posible obtener un orden de magnitud asumiendo un valor para el factor molino-proceso.

En un ensayo se puede medir el consumo de energía y los valores de D_{80m} y d_{80m} obtenidos, y se puede plantear la igualdad $W_{i_m} = \{W(\text{kWh}) / T(\text{t})\} / \{(1 / \sqrt{D_{80m}} - 1 / \sqrt{d_{80m}}) \cdot F_{(\text{molino})}\}$, que tiene una indeterminación de difícil estimación.

El factor molino depende del diámetro del molino, la velocidad de giro, el tipo de protecciones internas, la carga de material molturador, el diámetro de este y un largo etc., que imposibilita la obtención del índice de Bond de manera directa, sólo se puede obtener por comparación con una muestra patrón.

¹⁴ A simple method of determining the grindability of ores, 1966.

5.2.10. Capacidad de los molinos

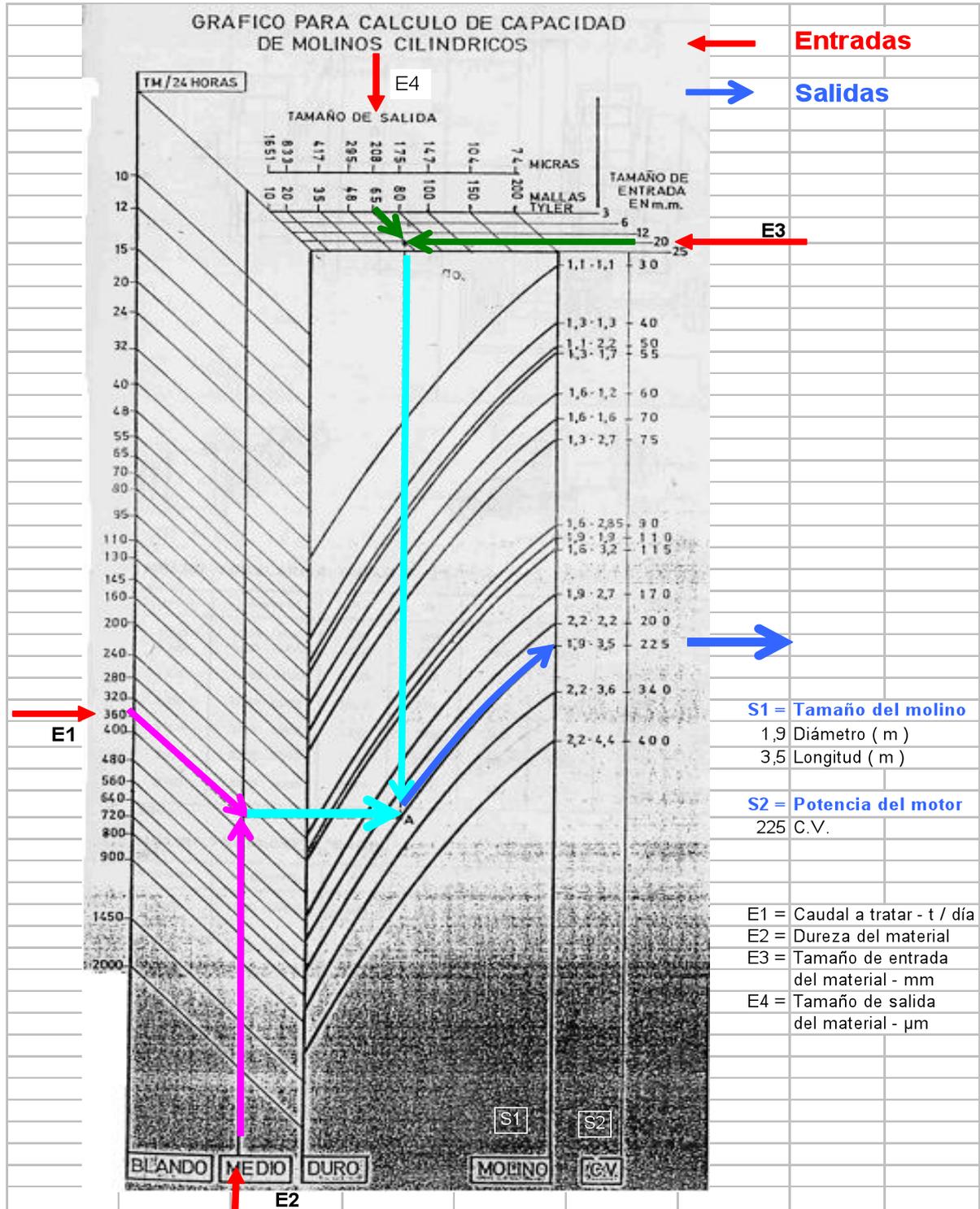


Tabla 5.10. La capacidad se puede estimar mediante gráficos orientativos como el que se adjunta a procesos de cálculo según tipo de equipo. **Referencia:** Profesor Eduardo Pardo de Santallana.

5.2.11. Ejemplo de aplicación

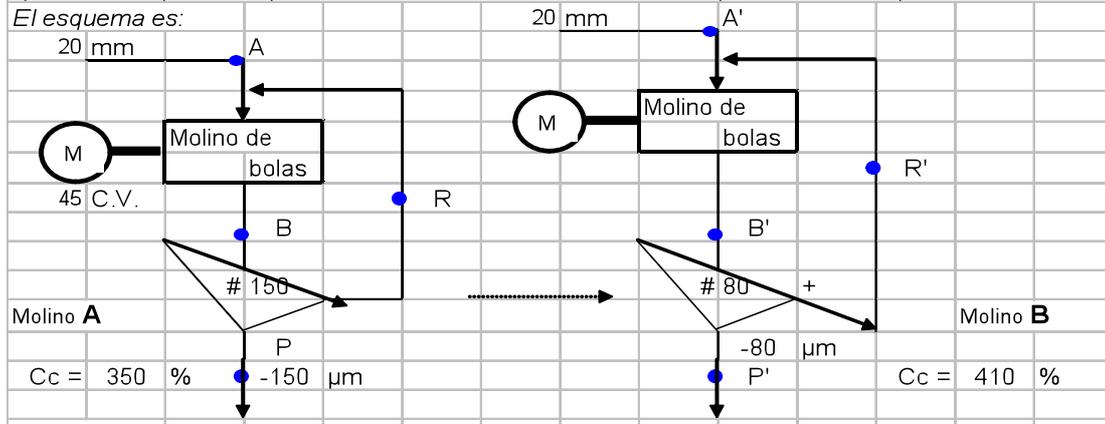
Se tiene un molino de bolas (A) trabajando en circuito cerrado con un clasificador en espiral, que tiene un consumo específico de 9,1 kWh/t molida cuando fragmenta de: $D_{80} = 20$ mm y $d_{80} = 150$ μ m; con una carga circulante de: 350 %

El molino tiene las características geométricas siguientes: Diámetro interno entre forros, ϕ (m) 1,5 Longitud útil, L (m) = 1,5 Está accionado por un motor, que se adapta a la operación realizada, con una potencia de 45 C.V. (33 kW)

Se desea aumentar la capacidad de molienda sustituyendo la unidad A por otra de mayor capacidad, para dar una producción de 540 t / día del mismo mineral, trabajando en circuito cerrado. La nueva unidad (B) considerada, tiene las características geométricas y de trabajo siguientes: Diámetro interno de la coraza $\phi = 2,9$ m; El blindaje interno, para facilitar el movimiento y proteger la coraza, tiene un espesor medio de $e = 10$ cm Longitud útil L = 3,5 m. Se trabajará con una carga circulante de 410 %, para conseguir un producto molido de $d_{80} = 80$ μ m, con la misma alimentación de mineral.

a) Calcular la potencia que debe tener el motor del nuevo molino para realizar la operación deseada.

El esquema es:



Solución

La energía necesaria para la molienda en circuito cerrado se calcula mediante la expresión de Bond generalizada. Se aproxima con los factores de carga circulante (F2) y diámetro del molino (F3) (Si no se indica expresamente se considera que trabaja en húmedo, $F1=1$)

$$W = 10 \cdot W_i \left[\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{D_{80}}} \right] \prod^{1,1} F_1, F_2, F_3 \quad F_2 = \left(\frac{250}{C_c} \right)^{0,1} \quad F_3 = \left(\frac{2,44}{Di(A)} \right)^{0,2}$$

Sustituyendo los datos para el molino A, se obtiene el valor de W_i

$$9,1 = 10 \cdot W_i \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{150}} - \frac{1}{\sqrt{20000}} \right] \cdot 1 \cdot 0,967 \cdot 1,102 \quad \text{y sustituyendo y operando:}$$

$$0,910 = W_i \cdot (0,075) \cdot 1,066 \quad \mathbf{W_i = 11,449} \rightarrow 10,38 \text{ referido a t corta (907 kg)}$$

Aplicando la expresión general a las nuevas condiciones en el molino a instalar será:

$$W = 10 \cdot W_i \cdot \left[\frac{1}{\sqrt{d_{80}}} - \frac{1}{\sqrt{20000}} \right] \cdot 1 \cdot 0,952 \cdot 0,980 \quad \begin{matrix} Di(B) = 2,7 \text{ m} \\ C_c = 410 \% \\ d_{80} = 80 \\ W_i = 11,449 \end{matrix}$$

$$\text{operando: } W = 10 \cdot 11,449 \cdot [0,1118 - 0,0071] \quad ; \quad \mathbf{W(f) = 11,991 \text{ kWh / t}} \rightarrow 10,876 \text{ ref. st}$$

(st = short ton)

La potencia del motor necesario, en (C.V.), para un molino viene dada por la expresión:

$$P(\text{C.V.}) = \frac{1}{0,907} \cdot \frac{1}{1} \cdot \frac{1}{540} \cdot T(\text{t/h}) \cdot W_p(\text{kWh/st}) \cdot 1,36 \cdot 1,3 \cdot F_s \quad \begin{matrix} F_s = 1,3 \\ (\text{ver teoría de molinos}) \end{matrix}$$

$$P(\text{C.V.}) = \frac{1}{0,907} \cdot \frac{1}{24} \cdot 10,876 \cdot 1,36 \cdot 1,3 = 477 \text{ C.V.} \quad (\text{calculando con t corta})$$

Motor a instalar =	450	500	C.V.
	350	400	KW

$$P(\text{C.V.}) = 22,5 \cdot 11,991 \cdot 1,36 \cdot 1,3 = 477 \text{ C.V.} \quad (\text{calculando con t métrica})$$