Universidad de Cantabria
ETSII Telecomunicación
2º Curso de Ingeniería e Ingeniería Técnica de Telecomunicación
Teoría de la Comunicación

SOLUCIONES HOJA DE PROBLEMAS 4

1. a) c=1/210

b) $F_X(x)=\begin{cases}0 & x<2\\ c(5x^2+12.5x-45) & 2<x<6\\ 1 & x>6\end{cases}$ $F_Y(y)=\begin{cases}0 & y<0\\ c(2y^2+32y) & 0<y<5\\ 1 & y>5\end{cases}$

c) $f_X(x)=\begin{cases}c(10x+12.5) & 2<x<6\\ 0 & \text{resto}\end{cases}$ $f_Y(y)=\begin{cases}c(4y+32) & 0<y<5\\ 0 & \text{resto}\end{cases}$

d) P(3<**X**<4,**Y**>2)=3/20

e) P(**X**>3)=23/28

f) P(**X**+**Y**>4)=33/35

g) $F_{XY}(x,y)=\begin{cases}0 & x<2 \text{ ó } y<0\\ c(x^2y+0.5y^2x-4y-y^2) & 2<x<6,0<y<5\\ c(5x^2+12.5x-45) & 2<x<6,y>5\\ c(2y^2+32y) & x>6,0<y<5\\ 1 & x>6,y>5\end{cases}$

h) No son independientes

2. b) $C_{XY}=pq(q-p)$

c) $C_{XY}=0 \Rightarrow \begin{cases}p=0,q=1\\ q=0,p=1\\ p=q=1/2\end{cases} \Rightarrow$ **X**, **Z** son independientes

3.

$$F_{XY}(x,y)=\begin{cases}0 & x<0 \text{ ó } y<0\\ 2xy & (x,y)\in R\\ 2x-x^2 & 0<x<1,y>1\\ 2x-x^2+2y-y^2-1 & 0<x<1,1-x<y<1\\ 2y-y^2 & x>1,0<y<1\\ 1 & x>1,y>1\end{cases}$$

$$F_X(x)=F_{XY}(x,\infty)=\begin{cases}0 & x<0\\ 2x-x^2 & 0<x<1\\ 1 & x>1\end{cases}$$

$$F_Y(x)=F_{XY}(\infty,y)=\begin{cases}0 & y<0\\ 2y-y^2 & 0<y<1\\ 1 & y>1\end{cases}$$

4. a) **X** v.a. uniforme en [0,T] $\Rightarrow f_X(x)=1/T$ para $0<x<T$

$f_Y(y|x)$ uniforme en [0,T-x] $\Rightarrow f_Y(y|x)=1/(T-x)$ para $0<y<T-x$

$f_{XY}(x,y)=f_X(x)f_Y(y|x)$

b) $E[\mathbf{XY}]=T^2/12$

$E[\mathbf{X}]=T/2$

$F_Y(y)=\ln(T/y)/T$ para $0<y<T \Rightarrow E[\mathbf{Y}]=T/4$

$E[\mathbf{XY}]\neq E[\mathbf{X}]E[\mathbf{Y}] \Rightarrow$ **X** e **Y** están correladas

c) $P(\mathbf{Y}<x)=\ln(2)$

5. a) $f_Y(y \mid x) = \begin{cases} \frac{1}{2x} \text{ para } -x < y < x \\ 0 \quad \text{resto} \end{cases}$ $f_{XY}(x, y) = f_X(x)f_Y(y \mid x) = \begin{cases} \frac{1}{2x} \text{ en R} = \begin{cases} 0 < x < 1 \\ -x < y < x \end{cases} \\ 0 \quad \text{resto} \end{cases}$

b) $E[\mathbf{XY}]=0$

c) $f_Y(y) = \begin{cases} -\frac{1}{2}\ln(|y|) & \text{para } -1 < y < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

$E[\mathbf{X}]=1/2$, $E[\mathbf{Y}]=0$, $E[\mathbf{XY}]=0 \Rightarrow E[\mathbf{XY}]=E[\mathbf{X}]E[\mathbf{Y}] \Rightarrow$ **X**, **Y** incorreladas

6. a) $k=2/\pi$

b) $f_X(x) = \begin{cases} \frac{2}{\pi}\sqrt{1-x^2} & |x|<1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$ $f_Y(y) = \begin{cases} \frac{4}{\pi}\sqrt{1-y^2} & 0 < y < 1 \\ 0 & \text{resto} \end{cases}$

$f_{XY}(xy)\neq f_X(x)f_Y(y) \Rightarrow$ **X**, **Y** no son independientes

c) $E[XY]=0$

$P(0.5<x^2+y^2<1)=1/2$