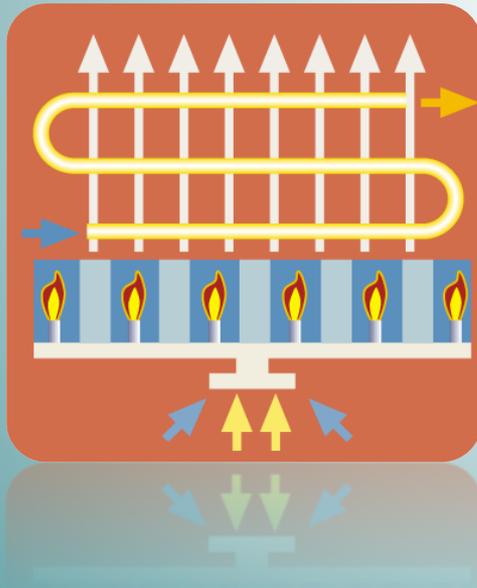


Termodinámica y Máquinas Térmicas

Tema 02. Primer Principio de la Termodinámica



Inmaculada Fernández Diego
Severiano F. Pérez Remesal
Carlos J. Renedo Estébanez

DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

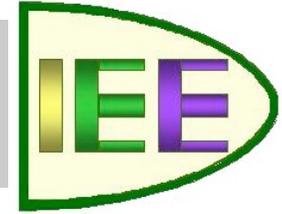
Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

T 02.- Primer Principio de la Termodinámica

Objetivos:

En este tema se exponen las relaciones termodinámicas existentes entre las propiedades de un sistema, así como los diagramas característicos que se utilizan para su representación

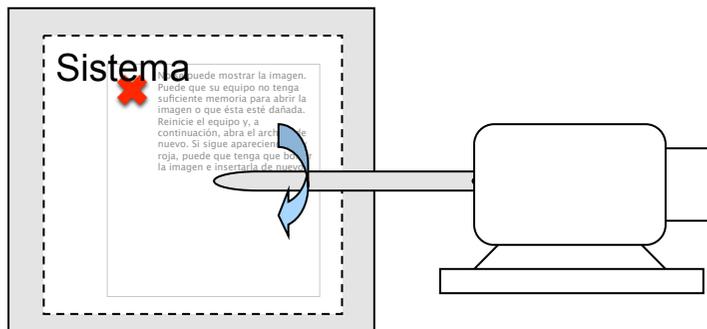


- 1.- Energía interna y calor
- 2.- Trabajo
- 3.- Expresión del Primer Principio
- 4.- Trabajo en sistemas cerrados
- 5.- Primer Principio en sistemas abiertos
- 6.- Irreversibilidad mecánica. Procesos equivalentes
- 7.- Signo del calor y el trabajo
- 8.- Ley de Joule
- 9.- Capacidades Caloríficas

1.- Energía Interna y Calor (I)

La **Energía Interna, U** , es una propiedad extensiva (J), lo habitual es referirla a su valor específico, u , ($u = U / M$ [J/kg])

$$U = E_{\text{Enlaces Químicos}} + E_{\text{Cinética Molecular (traslación y rotación)}} \left\{ \begin{array}{l} E \text{ microscópica, de las moléculas} \end{array} \right.$$



Si se agita el aire y se espera al equilibrio, no cambian ni la E_c ni la E_p del sistema (el sistema, macroscópico, está en el mismo sitio)

Pero el sistema incrementa su E , en forma de U (microscópico)

U se puede expresar en función de otras dos propiedades

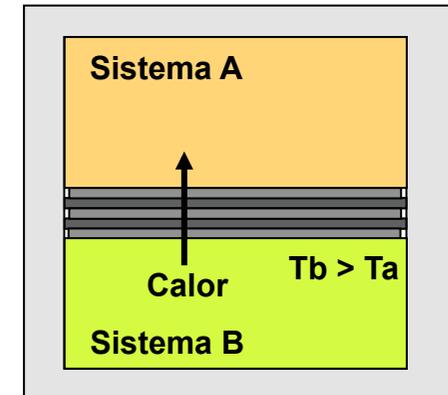
$$u = f(p, v); u = f(p, T); u = f(v, T)$$

1.- Energía Interna y Calor (II)

El **Calor** es una forma de energía. Se transfiere por la diferencia de T^a

El calor introducido en un sistema pasa a ser energía interna (aumenta la actividad molecular)

Es positivo cuando es recibido, y negativo cuando es cedido



El Calor proviene del efecto microscópico de los sistemas

Cuando las moléculas más activas (mayor T) chocan con las menos activas (menor T) y las transmiten energía en forma de calor

El calor se puede expresar por unidad de masa

$$q = \frac{Q}{M}$$

Intensiva

Extensiva

[1 Cal = 4,187 J]

[1 J = 0,2388 Cal]

1.- Energía Interna y Calor (III)

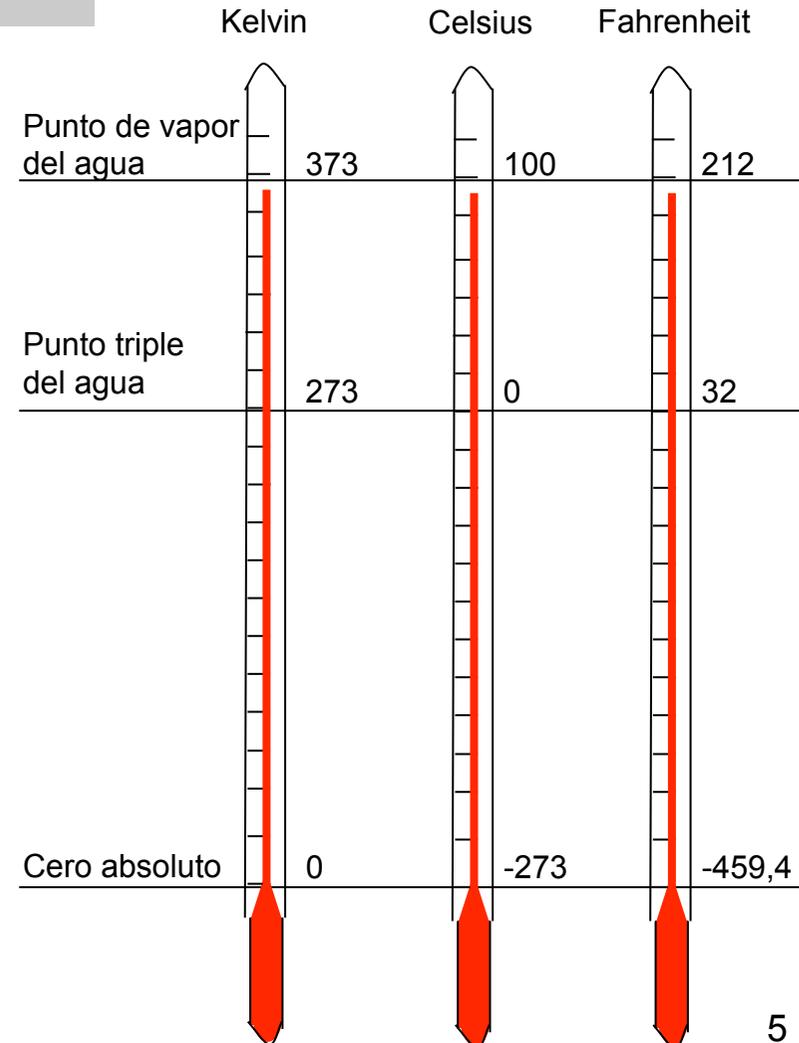
Existen diferentes escalas de T

En Termodinámica la Kelvin

$$K = ^\circ C + 273$$

$$K = (F - 32) \frac{5}{9} + 273$$

$$\left\{ \begin{array}{l} F = 32 + \frac{9}{5} ^\circ C \\ ^\circ C = (F - 32) \frac{5}{9} \end{array} \right.$$



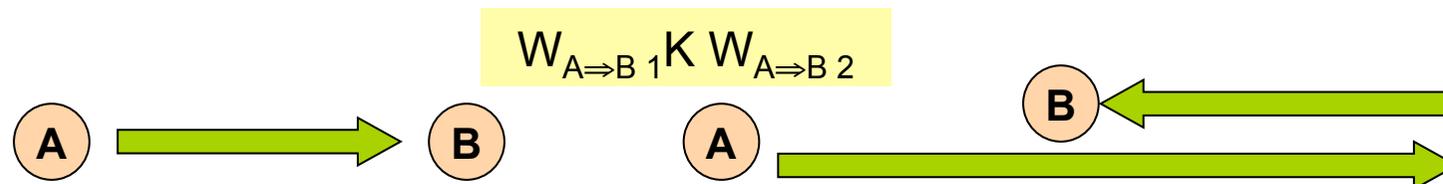
2.- Trabajo (I)

El **Trabajo, W** , desde el punto de vista mecánico es el producto de una fuerza por la distancia recorrida en la dirección de la fuerza

$$W = F L \quad [N m = \text{Julio}]$$

En Termodinámica un sistema realiza Trabajo si se expande o comprime la frontera del sistema, podría haber desplazado una masa

No es una propiedad, el W realizado no depende de las propiedades el pto, sino del camino recorrido entre dos ptos



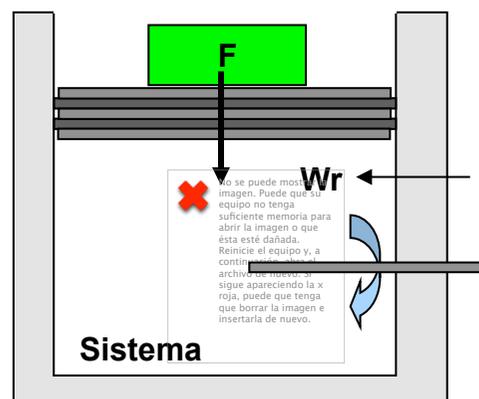
La **Potencia** es la velocidad con la que se transfiere energía mediante W

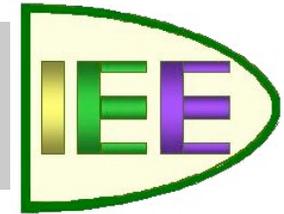
$$\text{Pot} = \frac{W}{t} \quad \left[\frac{J}{s} = \text{watio} \right]$$

2.- Trabajo (II)

El **Trabajo de Rozamiento**, o rozamiento interno, W_r (rozamiento entre las partículas del propio sistema), sólo produce calentamiento al ser aplicado a un sistema

A diferencia del calor, W_r siempre es aportado al sistema, no puede ser extraído





3.- Expresión del Primer Principio (I)

El *PPT* es la *Ley de la Conservación de la Energía*

Originariamente se formuló para ciclos Termodinámicos como:

El calor recibido por un ciclo es igual al trabajo desarrollado en él

$$\text{En un ciclo: } \sum W = \sum Q$$

Aplicado a un Proceso: $\Delta E = (E_2 - E_1) = Q_{1-2} - W_{1-2}$

Siendo E la energía del sistema, propiedad extensiva

$$E = E_{\text{cinética}} + E_{\text{potencial}} + U$$

Macroscópico

Microscópico

Aplicado a un Sistema Aislado ($Q = W = 0$):

$$E_2 = E_1$$

3.- Expresión del Primer Principio (II)

El PPT es la *Ley de la Conservación de la Energía*

La energía interna final de un sistema, U_2 , es igual a la inicial, U_1 , más el calor aportado Q_{1-2} , menos el trabajo realizado contra la presión externa, W_{ext}

$$\Delta E = (E_2 - E_1) = Q_{1-2} - W_{1-2}$$

$$E = E_{cinética} + E_{potencial} + U$$

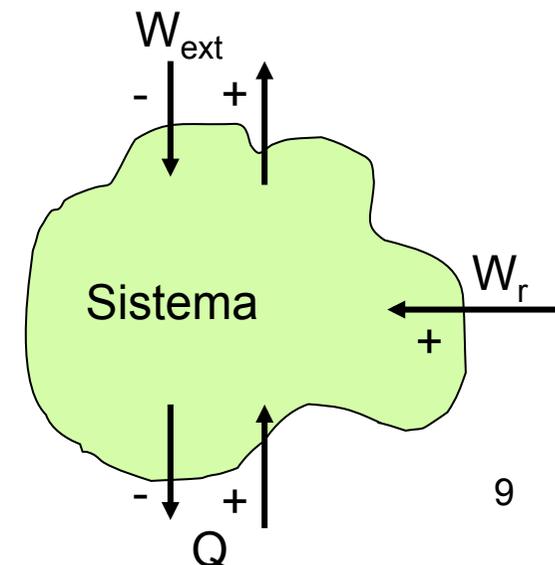
$$\Delta E = \Delta E_{cinética} + \Delta E_{potencial} + \Delta U = \Delta Q - \Delta W$$

$$U_2 = U_1 + Q - W_{ext}$$

$$u_2 = u_1 + q - w_{ext}$$

Despreciando las variaciones de E_c y E_p

- Tanto Q como W_{ext} modifican la U de un sistema
- Q es positivo cuando es recibido (negativo cuando es extraído)
- W_{ext} es positivo cuando es de expansión (cedido) (negativo cuando es de compresión)



4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (I)

El equilibrio o régimen permanente se logra cuando las propiedades de toda la masa del sistema tienen el mismo valor

El *Trabajo Exterior*, W_{ext} , es el que el exterior recibe/cede al sistema

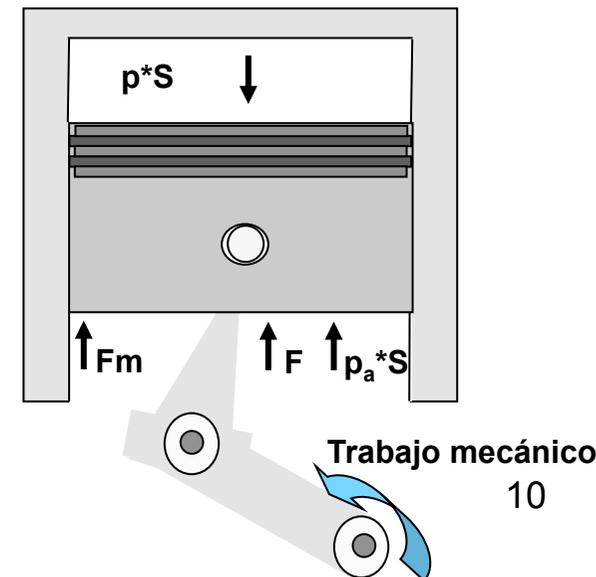
El *Trabajo Interior*, W_{int} , es el que el sistema recibe/cede
(igual signo que W_{ext} , + cedido por el sistema, - absorbido por el sistema)

En expansiones o compresiones resistidas los dos W son "iguales", pero aparece un trabajo de rozamiento interno, W_r

$$W_{ext} = W_{int} - |W_r|$$

$$W_{Cedido} \Rightarrow (W_{int} > W_{ext}) \quad 9 = 10 - |1|$$

$$W_{Absorbido} \Rightarrow (W_{int} < W_{ext}) \quad -10 = -9 - |1|$$



4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (II)

W_r siempre es positivo

W_{int} y W_{ext} son positivos cuando son de expansión
y negativos cuando son de compresión

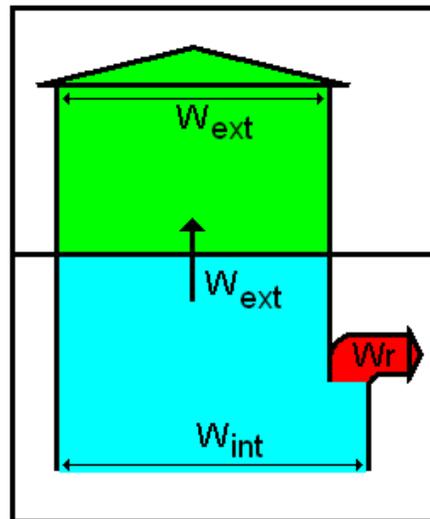
Expansión

$$W_{ext} = W_{int} - |W_r|$$

$$[+] = [+] - [+]$$

$$W_{ext} = 10 - 2$$

$$|W_{ext}| < |W_{int}|$$



$$\left. \begin{aligned} U_2 &= U_1 + Q - W_{ext} \\ W_{ext} &= W_{int} - |W_r| \end{aligned} \right\}$$

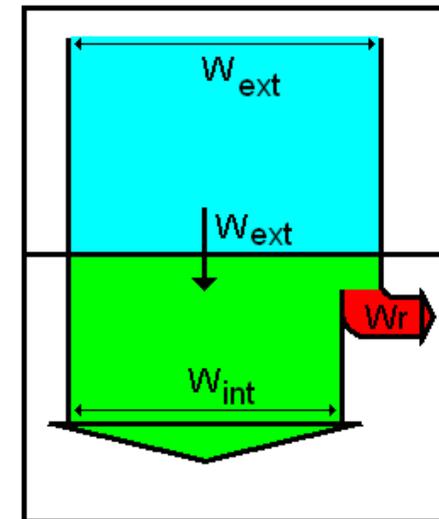
Compresión

$$W_{ext} = W_{int} - |W_r|$$

$$[-] = [-] - [+]$$

$$-W_{ext} = -10 - 2$$

$$|W_{ext}| > |W_{int}|$$



$$Q + |W_r| = U_2 - U_1 + W_{int}$$

$$q + |w_r| = u_2 - u_1 + w_{int}$$

$$\text{P.P.T } f(W_{int})$$

4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (III)

$$\left. \begin{array}{l} W_{\text{int}} = F l \\ F = p S \end{array} \right\} dW_{\text{int}} = (pS) dl = p dV$$

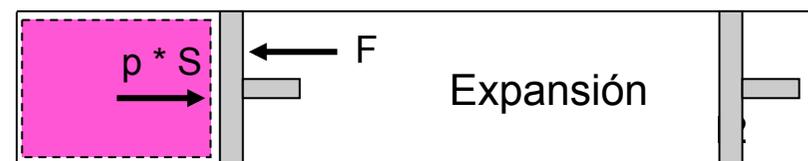
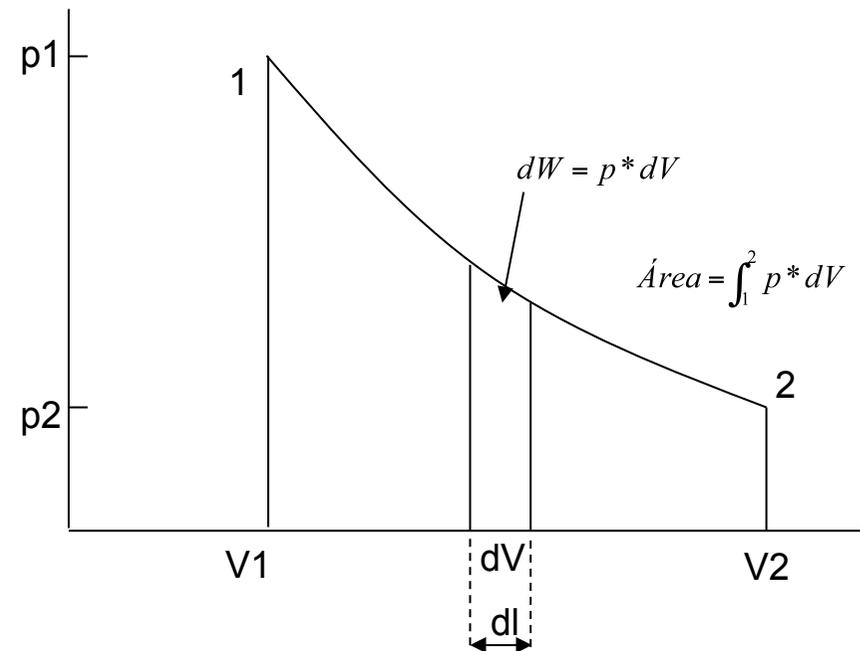
$$W_{\text{int}} = \int_1^2 p dV \quad \left[\times \frac{1}{M} \right]$$

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p dv$$

- **El Trabajo de una Expansión (I → II):**
dv es positivo ⇒ $W > 0$
- **El Trabajo de una Compresión (II → I):**
dv es negativo ⇒ $W < 0$

En un **diagrama p-v**, está limitado por el área bajo la curva

(⇒ importa la transformación realizada)



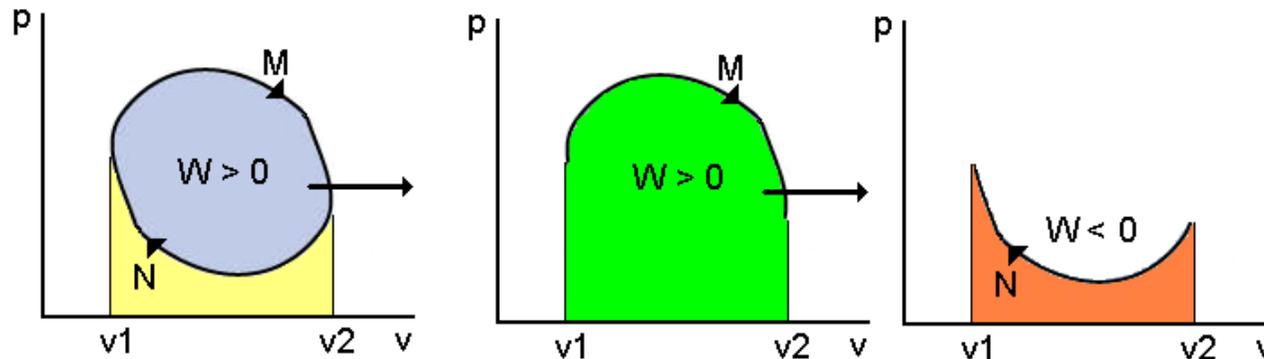
4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (IV)

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv$$

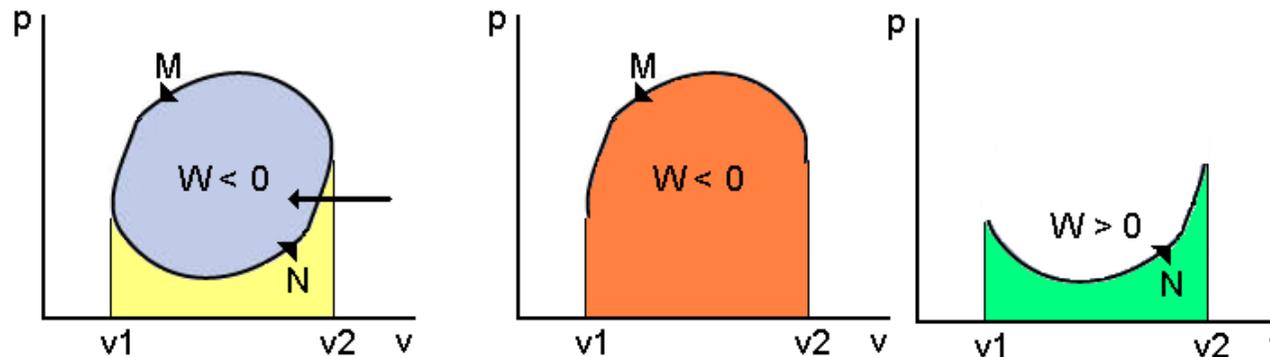
En un ciclo el trabajo es el área encerrado

- + si el sentido es horario (*expansión*)
- si es antihorario (*compresión*)

Ciclos de potencia



Ciclos de refrigeración



4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (V)

$$\left. \begin{aligned} w_{\text{int}} &= \int_1^2 p \, dv \\ q + |w_r| &= u_2 - u_1 + w_{\text{int}} \end{aligned} \right\}$$

$$q + |w_r| = u_2 - u_1 + \int_1^2 p \, dv$$

$$dq + |dw_r| = du + p \, dv$$

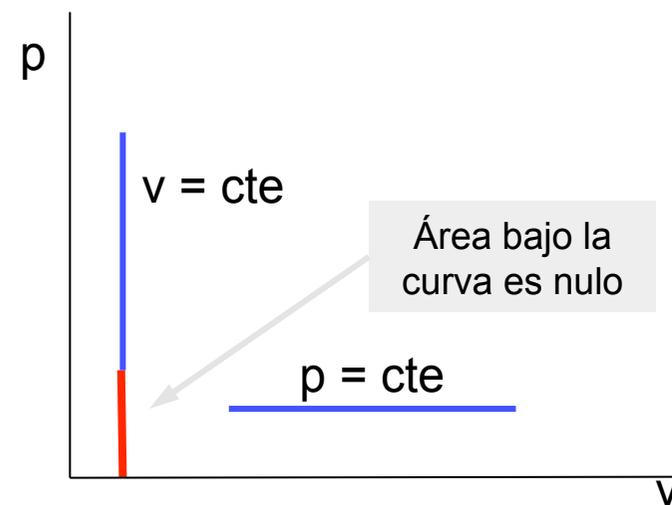
Adiabática: ($Q = W_r = 0$)

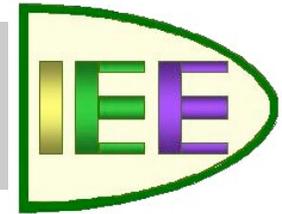
$$u_2 - u_1 + \int_{p_1}^{p_2} p \, dv = 0$$

$$du + p \, dv = 0$$

–Si la expansión es isócora, ($v = \text{cte}$):

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv = 0 \quad w_{\text{int}} = 0$$



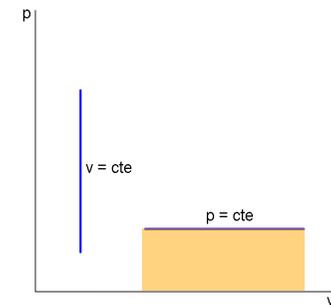


4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (VI)

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv$$

–Si la **expansión es isobara** ($p = \text{cte}$): $w_{\text{int}} = p (v_2 - v_1)$

En un **gas perfecto**: $w_{\text{int}} = R (T_2 - T_1)$
 $p v = R T$

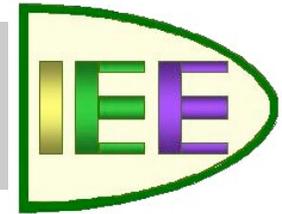


–Si la **expansión, para un gas perfecto es isotermia** ($T^a = \text{cte}$, $p v = \text{cte}$):

$$w_{\text{int}} = R T \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

Expresado en función de p :
 $p v = R T$

$$w_{\text{int}} = R T \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$



4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (VII)

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv$$

–Si la **expansión es adiabática** se tiene que: $p v^\gamma = \text{cte}$

$$w_{\text{int}} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\gamma - 1}$$

* γ es el exponente adiabático, [T1] $\left\{ \begin{array}{l} 1,66 \text{ en gases monoatómicos} \\ 1,40 \text{ en gases biatómicos} \\ 1,33 \text{ en gases triatómicos} \end{array} \right.$

En un **gas perfecto**:

$$p v^\gamma = \text{cte}$$

$$p v = R T$$

$$w_{\text{int}} = \frac{R (T_1 - T_2)}{\gamma - 1}$$

4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (VIII)

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv$$

–Si la **expansión es politrópica** $p v^n = \text{cte}$

* n es el exponente politrópico

sirven las mismas expresiones que en la adiabática sustituyendo γ por n

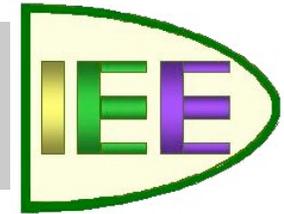
$$w_{\text{int}} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{\gamma - 1}$$



$$w_{\text{int}} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1}$$

En un **gas perfecto**:

$$w_{\text{int}} = \frac{R (T_1 - T_2)}{\gamma - 1} \longrightarrow w_{\text{int}} = \frac{R (T_1 - T_2)}{n - 1}$$



4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (VIII)

$$w_{int} = \int_1^2 p \, dv$$

–Si la **expansión es politrópica**

$$w_{int} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1}$$

En un **gas perfecto**: $w_{int} = \frac{R (T_1 - T_2)}{n - 1}$

• Isócara, $n = \pm \infty$ $w_{int} = 0$

• Isóbaras, $n = 0$ $w_{int} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1} = p \frac{v_1 - v_2}{-1} = p (v_2 - v_1)$

$p v = R T$ $w_{int} = R (T_2 - T_1)$

• Isoterma, $n = 1$ $w_{int} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{n - 1} = \frac{p_1 v_1 - p_2 v_2}{1 - 1} =$

$p v = cte$

$$w_{int} = \int_1^2 p \, dv = \int_1^2 \frac{R T}{v} \, dv = R T \left[\ln v \right]_{v_1}^{v_2}$$

$$w_{int} = R T \ln \left(\frac{v_2}{v_1} \right)$$

$$w_{int} = R T \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (IX)

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv$$

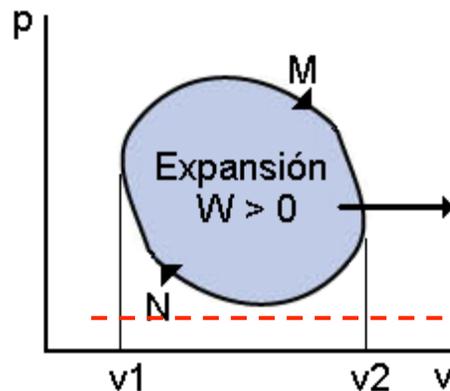
La p_{atm} , p_a , es capaz de desarrollar un trabajo W_a
En un ciclo queda anulado

$$w_a = p_a (v_2 - v_1)$$

En un sistema cerrado el *Trabajo Externo Neto* o *Trabajo Util*, W_u , es el que se produce por las *presiones relativas*, ya que la p_{atm} siempre está presente en el exterior

$$w_u = \left[\int_1^2 (p - p_a) \, dv \right] - |w_r|$$

$$W_u = W_{\text{ext}} - W_a$$



- *Desplazar el eje de presión no varía el área encerrada en un ciclo*
 W_a en la expansión (>0) contrarresta W_a en la compresión (<0)

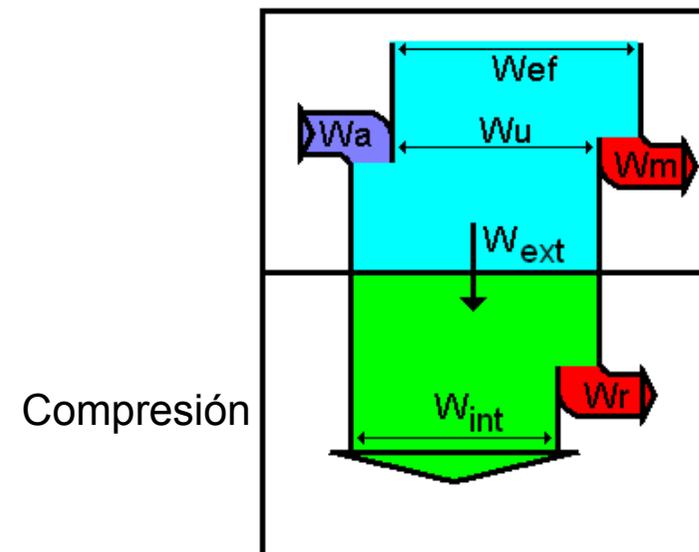
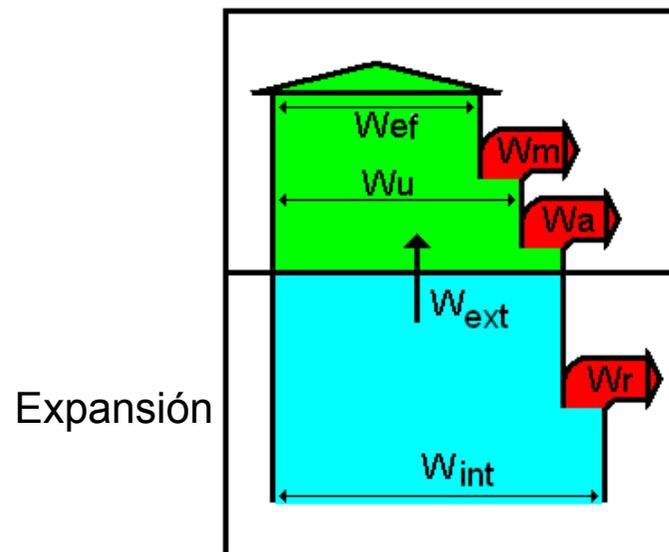
4.- Trabajo en Sistemas Cerrados (X)

Parte del trabajo útil se destruye en **Rozamientos Mecánicos**, W_m , dando lugar al **Trabajo Efectivo**, W_{ef} .

$$W_{ef} = W_{ext} - W_a - W_m$$

$$W_u = W_{ext} - W_a$$

$$W_{ef} = W_u - W_m$$



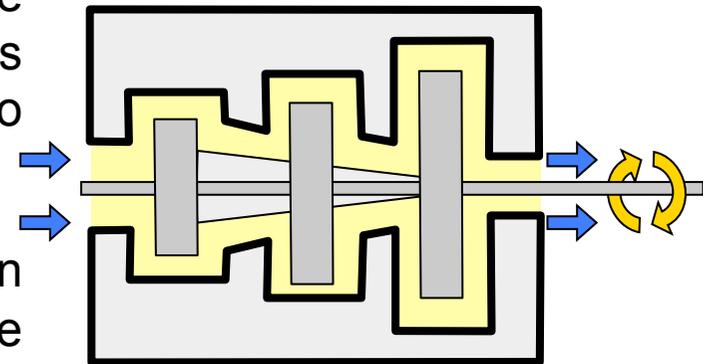
5.- Primer Principio en Sistemas Abiertos (I)

El estado de equilibrio o régimen permanente en un sistema abierto, se logra cuando las propiedades en cada sección tienen el mismo valor a lo largo del tiempo

La **Energía de un Flujo**, E , en una sección transversal es la suma de sus energías, que expresado por unidad de masa, ε , resulta:

$$\varepsilon = u + \frac{c^2}{2} + p v + g z$$

{ Energía interna, u
 Energía cinética: $c^2/2$, c es la velocidad
 Energía de presión: $p v$
 Energía potencial: $g z$, z es la altura (sistema real ≈ 0)



La **Entalpía**, H [J], es la magnitud de un cuerpo que suma la energía interna y el producto del volumen por la presión, es la cantidad de energía que un sistema puede intercambiar con su entorno

$$h = u + p v \quad \left[\frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right]$$

Es una propiedad extensiva, depende de la masa $h = \frac{H [\text{kJ}]}{M [\text{kg}]}$

5.- Primer Principio en Sistemas Abiertos (II)

Si la energía potencial es despreciable

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon &= u + \frac{c^2}{2} + p v + g z \\ h &= u + p v \end{aligned} \right\}$$

$$\varepsilon = h + \frac{c^2}{2}$$

Entalpía / M E_{Cinética} / M

El Primer Principio se puede expresar en función de la Entalpía como:

$$\begin{aligned} h &= u + p v \\ dh &= du + (dp v + p dv) \\ du + p dv &= dh - v dp \end{aligned}$$

PPT $u_2 = u_1 + q - w_{\text{ext}}$

$q + |w_r| = u_2 - u_1 + \int_1^2 p dv$

$dq + |dw_r| = du + p dv$

$$dq + |dw_r| = dh - v dp$$

$$q + |w_r| = h_2 - h_1 - \int_1^2 v dp$$

P.P.T f(h)

5.- Primer Principio en Sistemas Abiertos (III)

El trabajo que atraviesa un sistema abierto se le llama **Trabajo Técnico**, W_t , o Trabajo cedido en el Eje

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_1 + q - w_t = \varepsilon_2 &\rightarrow q = \varepsilon_2 - \varepsilon_1 + w_t \\ \varepsilon = h + \frac{c^2}{2} \end{aligned} \right\}$$

$$q = \left(h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} \right) + w_t$$

P.P.T Sist. Ab.

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{x^2}{2} \right) = \frac{2x}{2} = x$$

$$dq = dh + c dc + dw_t$$

Para calcular el W_t :

$$q = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + w_t$$

$$q + |w_r| = h_2 - h_1 - \int_1^2 v dp$$

$$\left. \begin{aligned} q - (h_2 - h_1) &= \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + w_t \\ q - (h_2 - h_1) &= -|w_r| - \int_1^2 v dp \end{aligned} \right\}$$

$$w_t + \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} = -\int_1^2 v dp - |w_r|$$

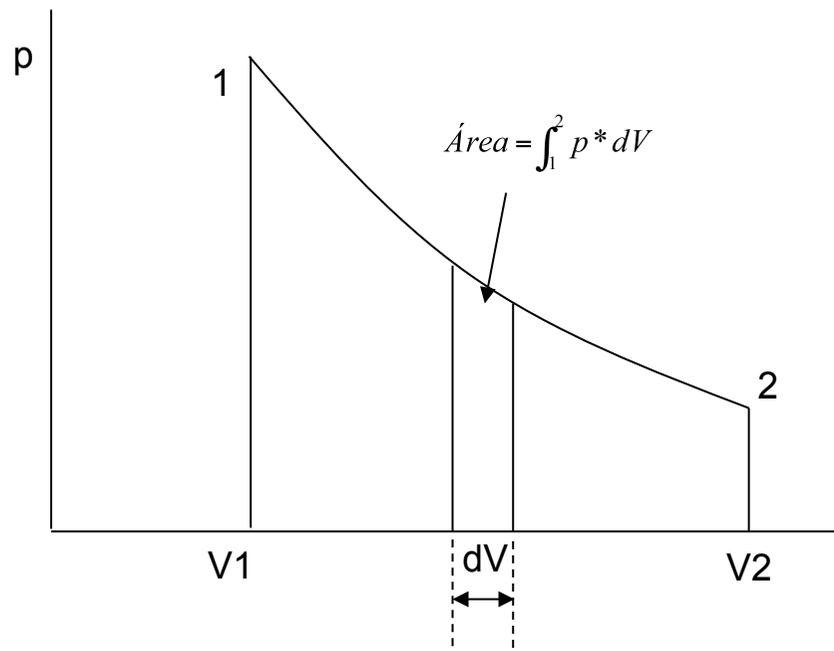
$$w_t = -\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \int_1^2 v dp - |w_r|$$

$$dw_t = -c dc - v dp - |dw_r|$$

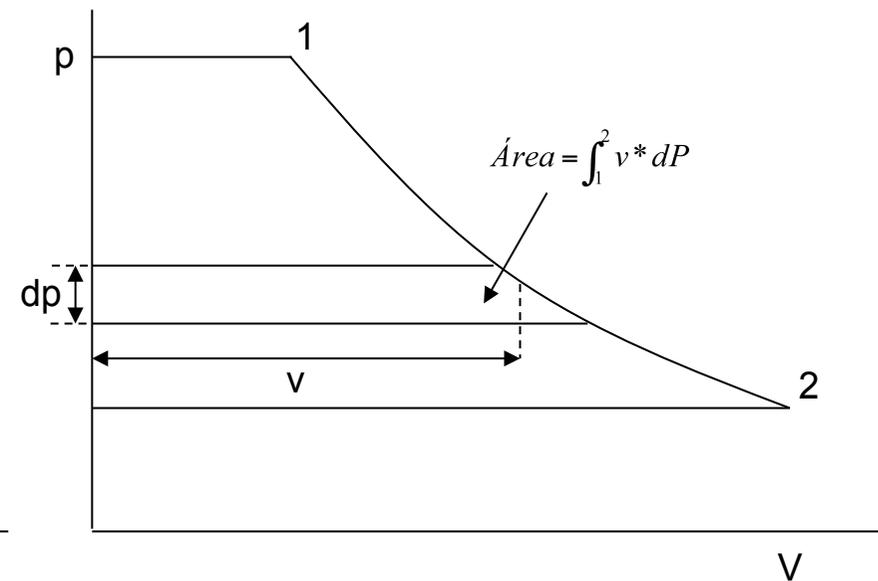
Considerar entrada y salida del **volumen de control** del sistema abierto

5.- Primer Principio en Sistemas Abiertos (IV)

Sistemas cerrados



Sistemas abiertos



Para obtener trabajo en los sistemas abiertos la p tiene que disminuir

$$w_t = -\frac{c_2^2 - c_1^2}{2} - \int_1^2 v dp - |w_r|$$

5.- Primer Principio en Sistemas Abiertos (V)

En los sistemas abiertos la presión es cambiante según el tipo de transformación la expresión $\int_1^2 v dp$ toma el valor:

– Si es isobara ($p = \text{cte}$): $\int_1^2 v dp = 0$

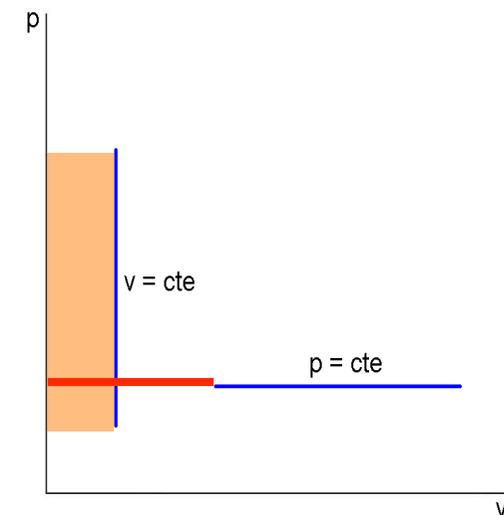
– Si es isócora ($v = \text{cte}$): $\int_1^2 v dp = v (p_2 - p_1)$

– Si es Isoterma en un gas perfecto: $\int_1^2 v dp = -w_{\text{int}}$

$$\left. \begin{array}{l} p v = \text{cte} \\ p v = R T \end{array} \right\}$$

$$\int_1^2 v dp = \int_1^2 \frac{RT}{p} dp = RT \ln \left(\frac{p_2}{p_1} \right)$$

$$\text{Exp. (Tcte)} \Rightarrow w_{\text{int}} = R T \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

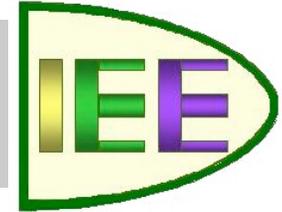


5.- Primer Principio en Sistemas Abiertos (VI)

En los sistemas abiertos la presión es cambiante
según el tipo de transformación la expresión $\int_1^2 v dp$ toma el valor:

– Si es adiabática ($p v^\gamma = cte$): $\int_1^2 v dp = -\gamma w_{int}$

– Si es politrópica cambiando γ por n



6.- Irreversibilidad Mecánica. Procesos Equivalentes (I)

Exergía, Ex , parte de la energía que se puede convertir en trabajo mecánico

Anergía, An , parte de la energía que es incapaz de transformarse en trabajo

$$\text{Energía} = \text{Exergía} + \text{Anergía}$$

p.ej: el calor a T ambiente tiene energía pero no puede calentar

Un **Proceso** es **Irreversible** cuando provoca destrucción de Exergía

- transforma Exergía en Anergía
- la Exergía destruida va a parar en forma de calor al medio ambiente

Irreversibilidades internas, asociadas rozamiento interno (W_r)

Irreversibilidades externas, asociadas rozamiento mecánico (W_m)

Un **Proceso** es **Reversible** si : $W_r = W_m = 0$

Una **Transformación** es **reversible** si: $W_r = 0$

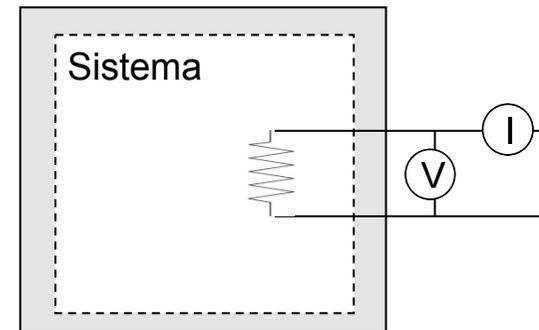
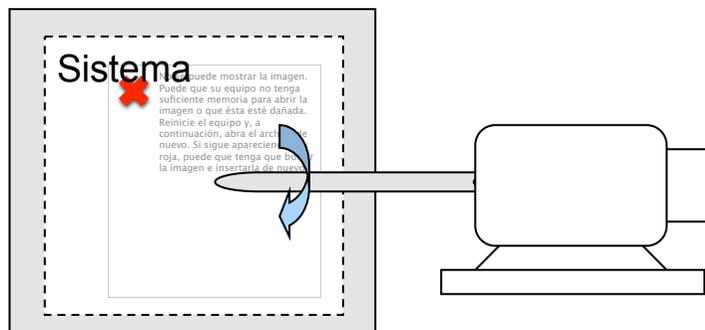
6.- Irreversibilidad Mecánica. Procesos Equivalentes (II)

Dos procesos para la misma transformación termodinámica son equivalentes cuando generan la misma Energía; tienen el mismo grado de irreversibilidad

En experiencias de laboratorio W_r se puede “sustituir” por trabajo eléctrico, que es más fácil de medir

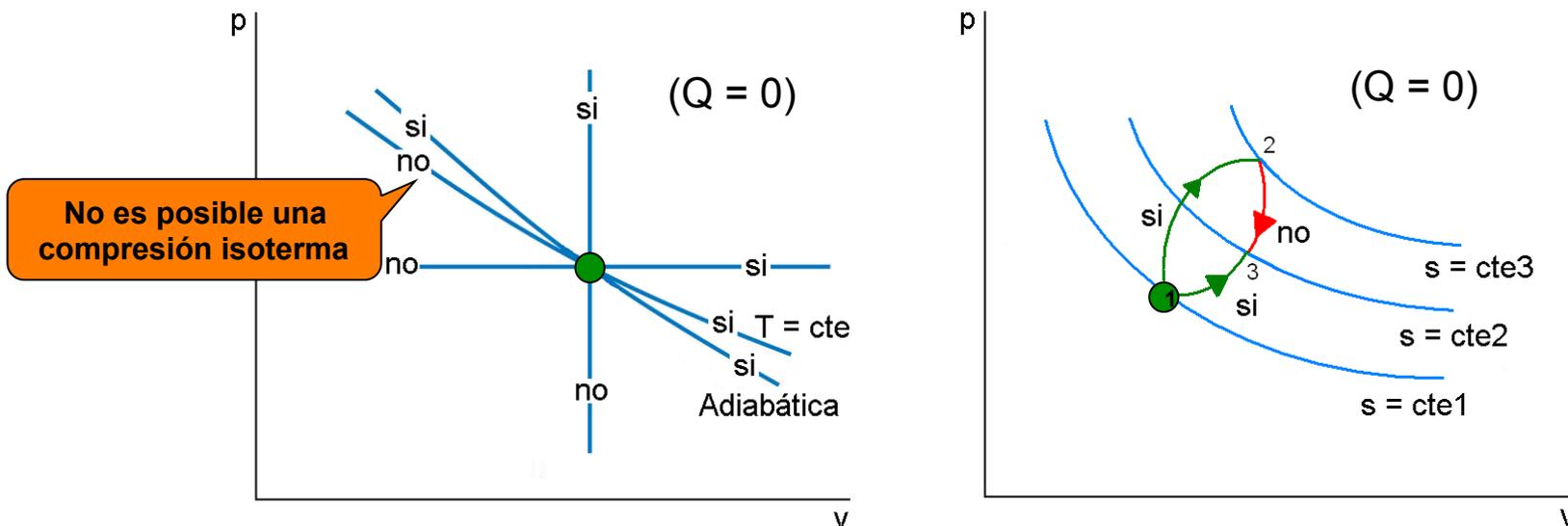
$$W_r = V I t$$

(V voltios, I amperios, t en segundos)



7.- Signo de Q y W_r

En un sistema adiabático sólo se pueden alcanzar estados por encima de su adiabática, para lo que se requiere aporte de calor mediante W_r . (recordar la posición relativa entre adiabáticas e isothermas, [T1])



El signo del calor es positivo si es recibido; y, negativo si es cedido

En una transformación reversible ($W_r = 0$) el **signo del Q** se sabe con la posición relativa respecto a la adiabática del estado inicial:

si el pto final está por encima es positivo; y si está por debajo negativo

8.- Ley de Joule

u es una propiedad del sistema y puede expresarse en función de otras dos

$$u = f(p, v); u = f(p, T); u = f(v, T)$$

En los gases perfectos u y h sólo dependen de la temperatura

$$\text{Si } T_1 = T_2 \Rightarrow u_1 = u_2 \text{ y } h_1 = h_2$$

$$T = \text{cte} \Rightarrow \begin{cases} u = \text{cte} \\ h = \text{cte} \end{cases}$$

En una isoterma reversible ($W_r = 0$), el Q es:

PPT $q + |w_r| = u_2 - u_1 + \int_1^2 p \, dv$

$$T = \text{cte} \Rightarrow u = \text{cte} \Rightarrow \Delta u = 0$$

$$\Rightarrow q = \int_1^2 p \, dv$$

$$w_{\text{int}} = \int_1^2 p \, dv = R T \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right)$$

$$q = R T \ln \left(\frac{p_1}{p_2} \right) = w_{\text{int}}$$

9.- Capacidades Caloríficas (I)

Capacidad calorífica, C [J / K], es el cociente entre la energía térmica recibida (o cedida) por un sistema y su variación de temperatura

Es extensiva. La capacidad calorífica específica, c [J / (kg K)]

$$c = \frac{dq + |dw_r|}{dT}$$

$$dq + |dw_r| = du + p dv$$

$$h = u + p v \rightarrow du + p dv = dh - v dp$$

$$dq + |dw_r| = dh - v dp$$

$$c dT = du + p dv$$

$$c dT = dh - v dp$$

La capacidad calorífica:

- en una transformación adiabática, ($Q = W_r = 0$) es nula
- en una transformación isoterma es $\pm \infty$

A presión constante, c_p
en una isóbara, $dp = 0$

$$c_p = \left[\frac{dh}{dT} \right]_p = c_p(p, T)$$

A volumen constante, c_v
en una isocora, $dv = 0$

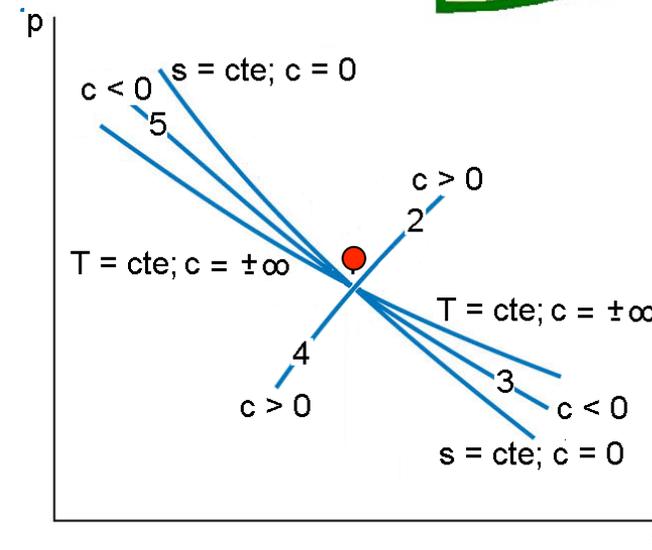
$$c_v = \left[\frac{du}{dT} \right]_v = c_v(v, T)$$

9.- Capacidades Caloríficas (II)

El signo de C depende de Q , W_r y T

- 1-2 positivo (+/+)
- 1-3 negativo (+/-)
- 1-4 positivo (-/-)
- 1-5 negativo (-/+)
- adiabáticas 0
- isothermas $\pm \infty$

$$c = \frac{dq + |w_r|}{dT}$$



En los **gases perfectos**, u y h sólo dependen de T

$$c_p = \left[\frac{dh}{dT} \right]_p = c_p(p, T) = c_p(T)$$

$$c_v = \left[\frac{du}{dT} \right]_v = c_v(v, T) = c_v(T)$$

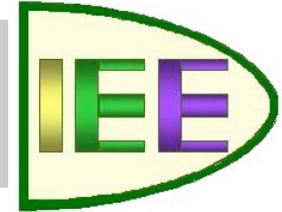
~ ctes en los gases

$$\left. \begin{array}{l} h = u + p v \\ p v = R T \end{array} \right\} \begin{array}{l} h = u + R T \\ \frac{dh}{dT} = \frac{du}{dT} + R \end{array}$$

$$[T1] R = \frac{8,3143 \text{ kJ}}{M \text{ kg K}}$$

$$c_p = c_v + R$$

	c_v	c_p
Gases monoatómicos	$(3/2) R$	$(5/2) R$
Gases biatómicos	$(5/2) R$	$(7/2) R$
Gases triatómicos	$3 R$	$4 R$



9.- Capacidades Caloríficas (III)

En las adiabáticas ($c = 0$)

$$c = \frac{dq + |w_r|}{dT}$$

$$dq + |dw_r| = du + p dv$$

$$du + p dv = dh - v dp$$

$$c dT = dh - v dp$$

$$dh = v dp$$

$$c dT = du + p dv$$

$$du = -p dv$$

$$\frac{dh}{du} = \frac{-v dp}{p dv}$$

$$c_p = \left[\frac{dh}{dT} \right]$$

$$c_v = \left[\frac{du}{dT} \right]$$

$$\frac{c_p}{c_v} = \frac{-v dp}{p dv}$$

$$\frac{c_p dv}{c_v v} + \frac{dp}{p} = 0$$

$$\frac{c_p}{c_v} \ln(v) + \ln(p) = \text{cte}$$

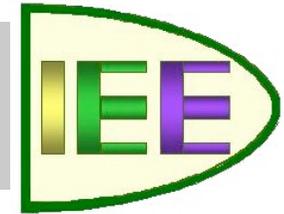
Llamando $(c_p / c_v) = \gamma$

$$\ln(v^\gamma) + \ln(p) = \ln(p v^\gamma) = \text{cte}$$

$$p v^\gamma = \text{cte}$$

es la expresión de las adiabáticas

	c_p	c_v	$\gamma (c_p/c_v)$
Gases monoatómicos	$(5/2) R$	$(3/2) R$	$5/3 = 1,66$
Gases biatómicos	$(7/2) R$	$(5/2) R$	$7/5 = 1,4$
Gases triatómicos	$4 R$	$3 R$	$4/3 = 1,33$



9.- Capacidades Caloríficas (IV)

En las adiabáticas ($c = 0$)

$$\left. \begin{aligned} c_p &= c_v + R \\ (c_p / c_v) &= \gamma \end{aligned} \right\} \begin{aligned} \gamma c_v &= c_v + R \Rightarrow (\gamma - 1) c_v = R \Rightarrow \\ c_p &= \gamma c_v \end{aligned}$$

$$c_v = R \frac{1}{\gamma - 1}$$

$$c_p = R \frac{\gamma}{\gamma - 1}$$

En los **gases perfectos**, u y h sólo dependen de T

$$c_p = \left[\frac{dh}{dT} \right]_p = c_p(T) \quad \rightarrow \quad h_2 - h_1 = c_p(T_2 - T_1)$$

$$c_v = \left[\frac{du}{dT} \right]_v = c_v(T) \quad \rightarrow \quad u_2 - u_1 = c_v(T_2 - T_1)$$

~ ctes en los gases

	c_p (kJ/kg°C)	c_v (kJ/kg°C)
Aire	1	0,717
Agua	4,18	-

Valores más exactos en tablas