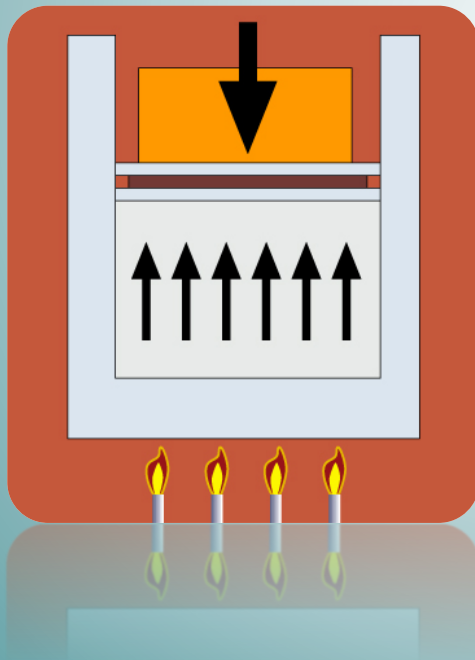


Termodinámica y Termotecnia

Tema 05. Flujo Compresible



Inmaculada Fernández Diego
Severiano F. Pérez Remesal
Carlos J. Renedo Estébanez

DPTO. DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ENERGÉTICA

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 3.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/3.0/)

T 05.- Flujo compresible

Objetivos:

En este tema se desarrollan las relaciones generales asociadas con los flujos compresibles unidimensionales para un gas ideal con calores específicos constantes. También se estudian los efectos de los cambios de área en los flujos unidimensionales isentrópicos subsónicos y supersónicos.

- 1.- Procesos de derrame**
- 2.- Velocidad del sonido en un gas**
- 3.- Procesos de derrame adiabático**
- 4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores**
- 5.- Onda de choque**

1.- Procesos de derrame (I)

Sistemas abiertos: turbinas, motores de combustión, compresores, intercambiadores de calor, conducciones, toberas, difusores....

corriente fluida los atraviesa de forma continua o intermitente

{
régimen estacionario
transformación cíclica

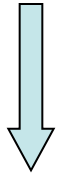
1.- Procesos de derrame (II)

Los procesos estacionarios se pueden dividir en:

- **Procesos de derrame:** procesos termodinámicos estacionarios en sistemas abiertos, en los que el trabajo técnico es nulo. Se llevan a cabo en instalaciones que no han sido proyectadas para producir trabajo (conducciones, intercambiadores de calor, toberas, difusores...).
- **Procesos de trabajo:** procesos termodinámicos estacionarios en sistemas abiertos, en los que el trabajo técnico no es nulo. Se llevan a cabo en instalaciones que han sido proyectadas para producir trabajo, como es el caso de las máquinas térmicas.

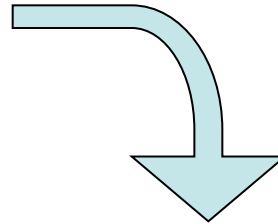
1.- Procesos de derrame (III)

Procesos de derrame



derrame adiabático

- **Toberas**
- **Difusores...**



derrame no adiabático

- **Calderas de vapor**
- **Calentadores**
- **Intercambiadores de calor...**

$$q = (h_2 - h_1) + \frac{1}{2} * (C_2^2 - C_1^2)$$

Posibilidad de transformar la entalpía de un fluido en energía cinética o viceversa. Para conseguir estas transformaciones, se utilizan tubos de sección variable denominados toberas cuando se usan para transformar la entalpía en energía cinética y difusores para el caso contrario.

2.- Velocidad del sonido en un gas (I)

Compresibilidad de un fluido

- Módulo de compresibilidad

$$K = - \frac{\Delta p}{\Delta V / V}$$

$$K_T = \rho^* \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_T$$

$$K_S = \rho^* \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S$$

- Velocidad sónica

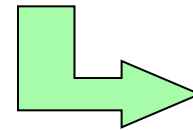
Es la velocidad de propagación
de la onda sonora

$$a = \sqrt{\left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_S} = \sqrt{\frac{K_S}{\rho}}$$

Proceso adiabático
(gas ideal)

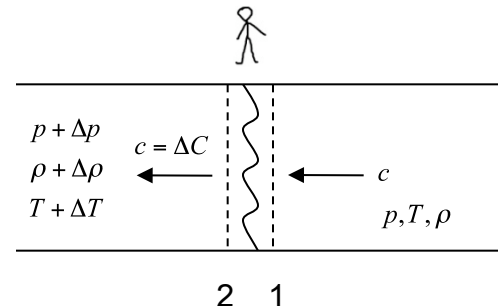
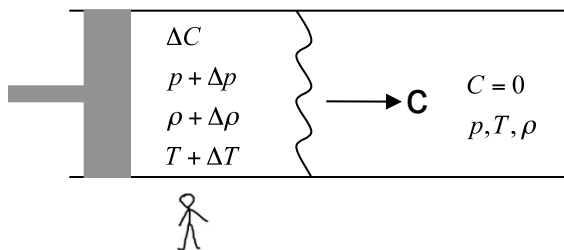
$$p^* v^\gamma = cte \rightarrow \frac{p}{\rho^\gamma} = cte$$

$$p^* v = R^* T$$



$$a = \sqrt{\gamma \frac{p}{\rho}} = \sqrt{\gamma^* R_i^* T}$$

Una onda sonora es una pequeña perturbación de la presión que se propaga a través de gases, líquidos o sólidos a una velocidad que depende de las propiedades del medio



2.- Velocidad del sonido en un gas (II)

La velocidad sónica, no sólo evalúa la compresibilidad de un fluido, sino que permite clasificar los flujos, a través de la adimensionalización de la velocidad del flujo con la velocidad sónica. La relación de la velocidad de una corriente de fluido (**C**), en un estado cualquiera respecto a la velocidad sónica (**a**) en el mismo estado, juega un papel importante. Esta relación se recibe el nombre de Número de Mach.

Número de Mach

$$Ma = \frac{C}{a} = \frac{C}{\sqrt{K_s/\rho}}$$

Flujo subsónico ($Ma < 1$)

Flujo transónico ($Ma \approx 1$)

Flujo sónico ($Ma = 1$)

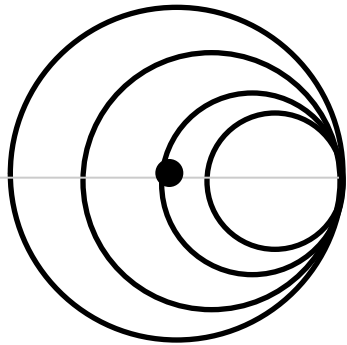
Flujo transónico ($Ma \approx 1$)

Flujo supersónico ($Ma > 1$)

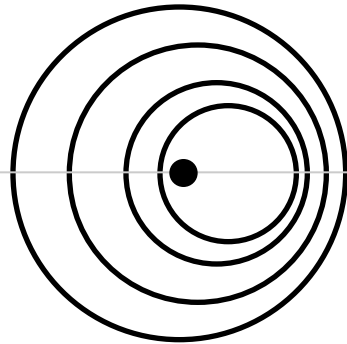
Flujo hipersónico ($Ma \gg 1$)

2.- Velocidad del sonido en un gas (III)

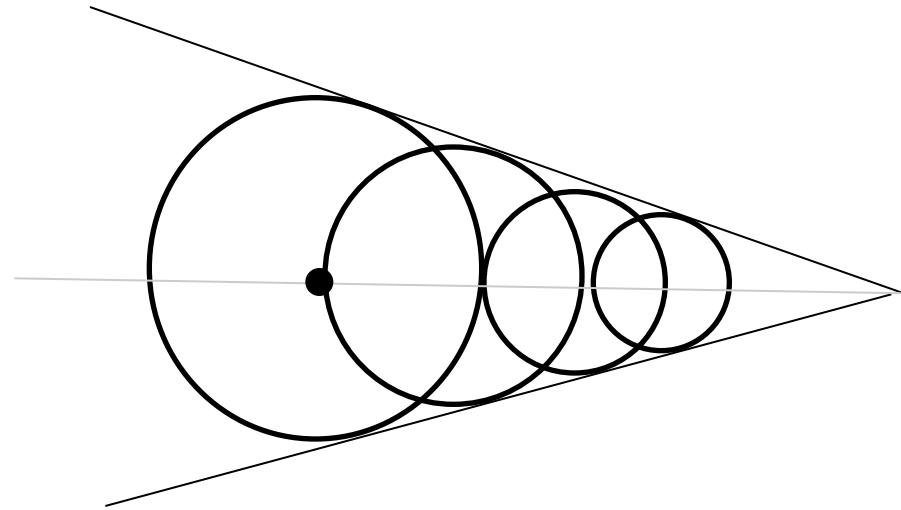
Propagación de la onda producida por una pequeña perturbación



$C = a$



$C < a$

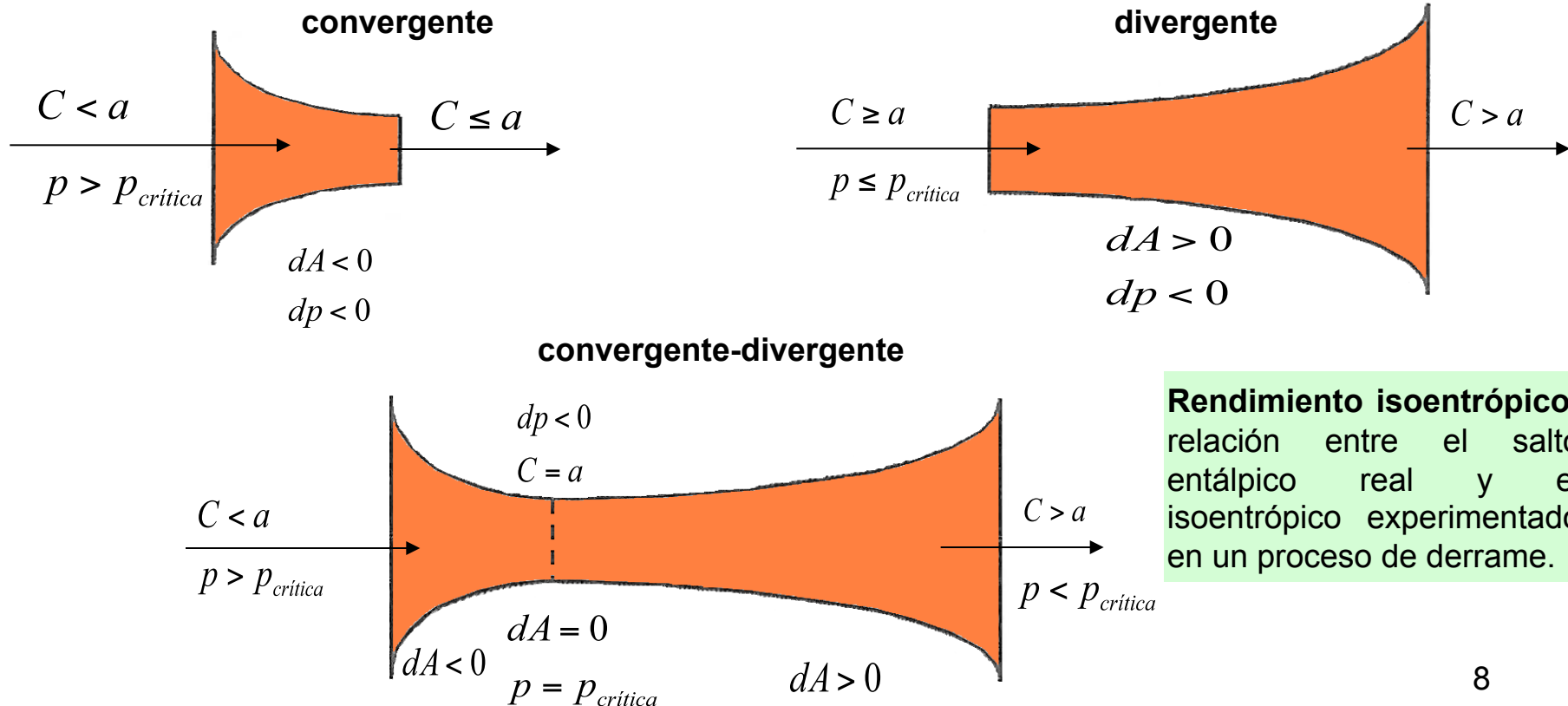


$C > a$

$$Ma = \frac{C}{a}$$

3.- Procesos de derrame adiabáticos (I)

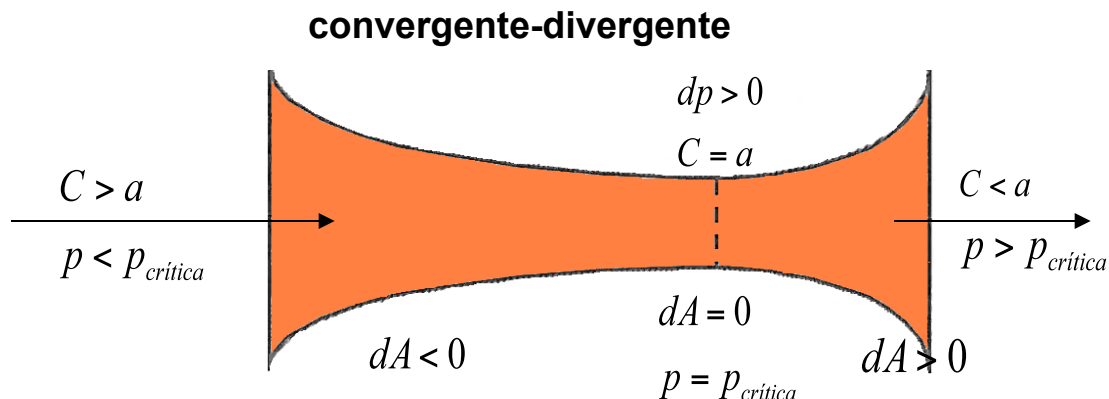
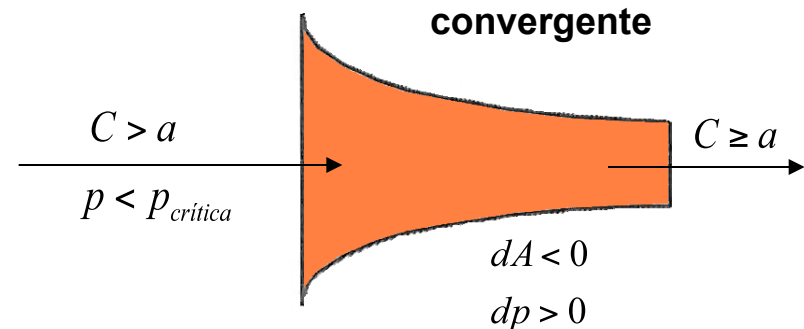
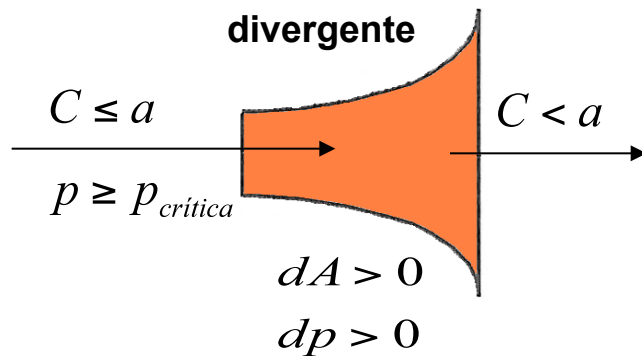
Tobera: conducción de sección variable en la que el fluido que circula por ella aumenta su velocidad ($dC > 0$) y disminuye su presión.



Rendimiento isoentrópico: relación entre el salto entálpico real y el isoentrópico experimentado en un proceso de derrame.

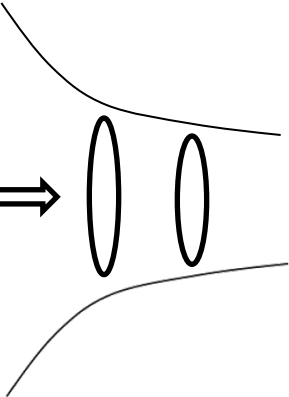
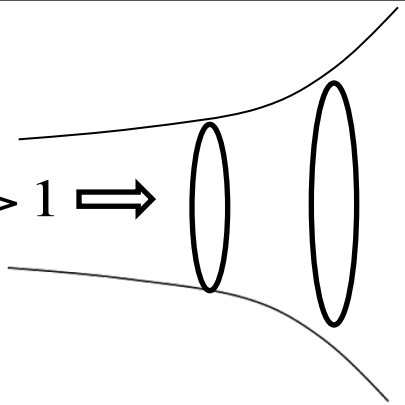
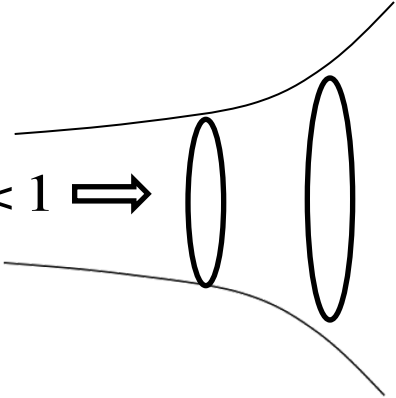
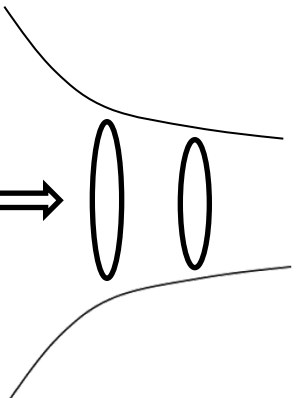
3.- Procesos de derrame adiabáticos (II)

Difusor: conducción de sección variable en la que el fluido que circula por ella, disminuye su velocidad y aumenta su presión ($dp > 0$).



Rendimiento isoentrópico:
relación entre el salto
entálpico real y el
isoentrópico experimentado
en un proceso de derrame.

3.- Procesos de derrame adiabáticos (III)

	Flujo de entrada SUBSÓNICO	Flujo de entrada SUPERSÓNICO
TOBERA $dv > 0$	$dc > 0$ $dp < 0$ $dA < 0$ $Ma < 1 \Rightarrow$ 	$dc > 0$ $dp < 0$ $dA > 0$ $Ma > 1 \Rightarrow$ 
	TOBERA CONVERGENTE	TOBERA DIVERGENTE
DIFUSOR $dp > 0$	$dc < 0$ $dp > 0$ $dA > 0$ $Ma < 1 \Rightarrow$ 	$dc < 0$ $dp > 0$ $dA < 0$ $Ma > 1 \Rightarrow$ 
	DIFUSOR DIVERGENTE	DIFUSOR CONVERGENTE

4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (I)

En un volumen de control en funcionamiento estacionario que incluye una tobera o difusor se tiene:

$$p = \rho * R * T$$

$$s = s_0 + C_p \ln \frac{T}{T_0} - R * \ln \frac{p}{p_0}$$

$$h = C_p * T$$

$$h + \frac{C^2}{2} = cte$$

$$a = \sqrt{\gamma * R_i * T}$$

$$\rho * A * C = \text{constante}$$

$$\dot{Q}_{vc} = \dot{W}_{vc} = 0$$

$$h_2 + \frac{C_2^2}{2} = h_1 + \frac{C_1^2}{2} \longrightarrow dh = -C * dC$$

$$T * ds = dh - \frac{dp}{\rho} \longrightarrow dh = \frac{1}{\rho} * dp$$

$$dp = \left(\frac{\partial p}{\partial \rho} \right)_s * d\rho + \left(\frac{\partial p}{\partial s} \right)_\rho * ds$$

$$\frac{1}{\rho} * dp = -C * dC$$

4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (II)

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dC}{C} * \left[1 - \left(\frac{C}{a} \right)^2 \right]$$

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dC}{C} * (1 - Ma^2)$$

Variación del área con la velocidad

Caso 1: Tobera subsónica, $dC > 0$, $Ma < 1 \rightarrow dA < 0$.

El conducto converge en la dirección del flujo

Caso 2: Tobera supersónica, $dC > 0$, $Ma > 1 \rightarrow dA > 0$.

El conducto diverge en la dirección del flujo

Caso 3: Difusor supersónico, $dC < 0$, $Ma > 1 \rightarrow dA < 0$.

El conducto converge en la dirección del flujo

Caso 4: Difusor subsónico, $dC < 0$, $Ma < 1 \rightarrow dA > 0$.

El conducto diverge en la dirección del flujo

4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (III)

$$\frac{dA}{A} = -\frac{dC}{C} * (1 - Ma^2)$$

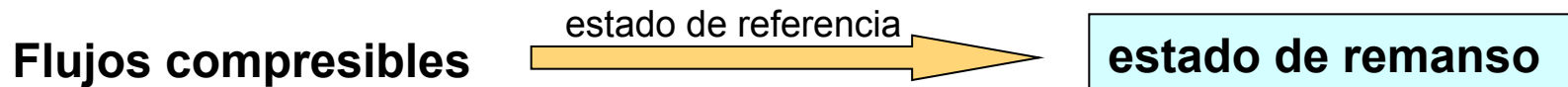


❑ Para acelerar un fluido que fluye subsónicamente → tobera convergente, pero una vez que $Ma=1$ sólo se consigue más aceleración con una tobera divergente.

❑ Para decelerar un fluido que fluye supersónicamente → difusor convergente, pero una vez alcanzado $Ma=1$, si se quiere seguir decelerando un fluido, sólo se consigue con un difusor divergente.

$Ma=1$ aparece localizado en una tobera o difusor en la garganta (donde el área es un mínimo).

4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (IV)



Es el estado que se obtiene si el fluido es decelerado isoentrópicamente hasta velocidad cero.

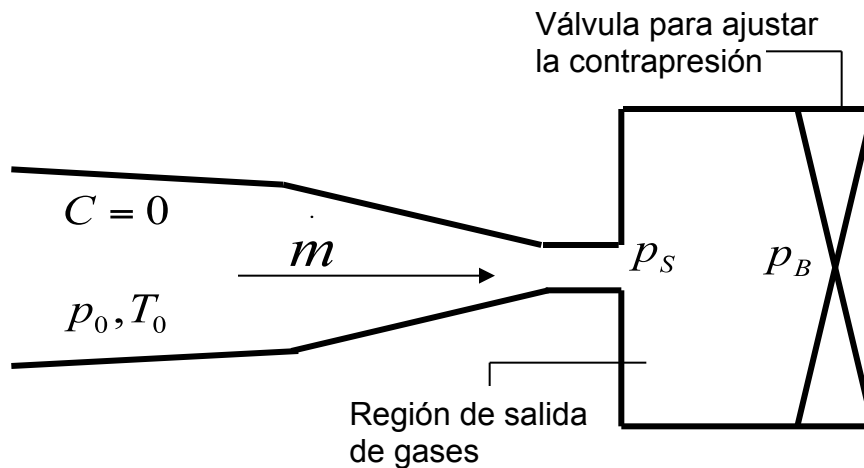
$$h_0 = h + \frac{C^2}{2}$$

4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (V)

Efectos de la contrapresión

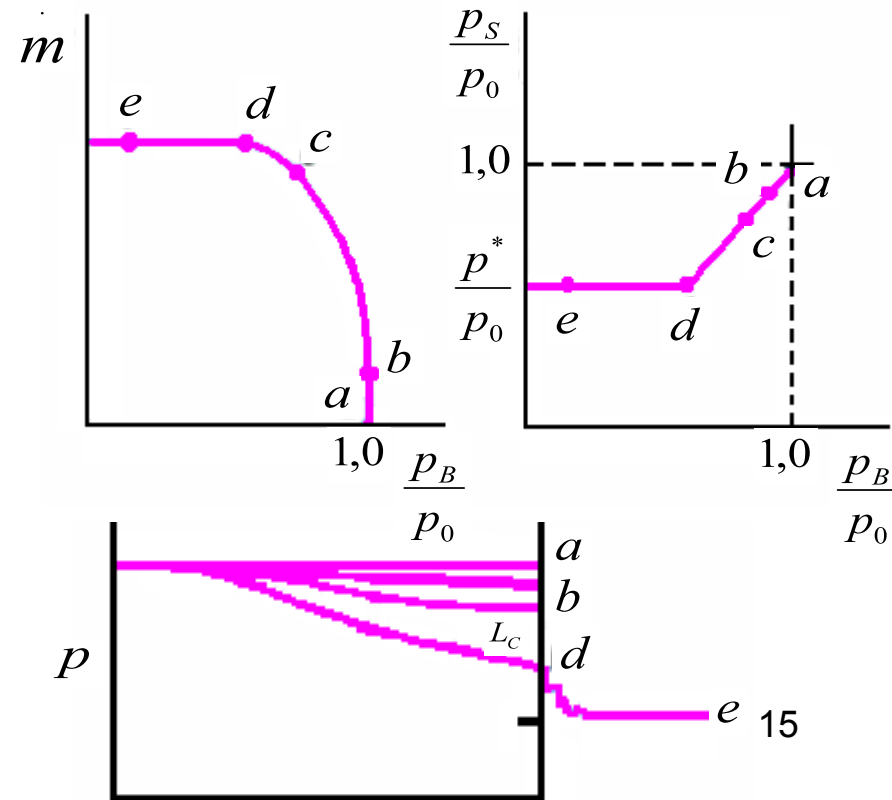
Contrapresión: presión en la región de escape fuera de la salida de la tobera.

Toberas convergentes: con condiciones de remanso a la entrada, descargando en una región en la que la contrapresión p_B puede variar.



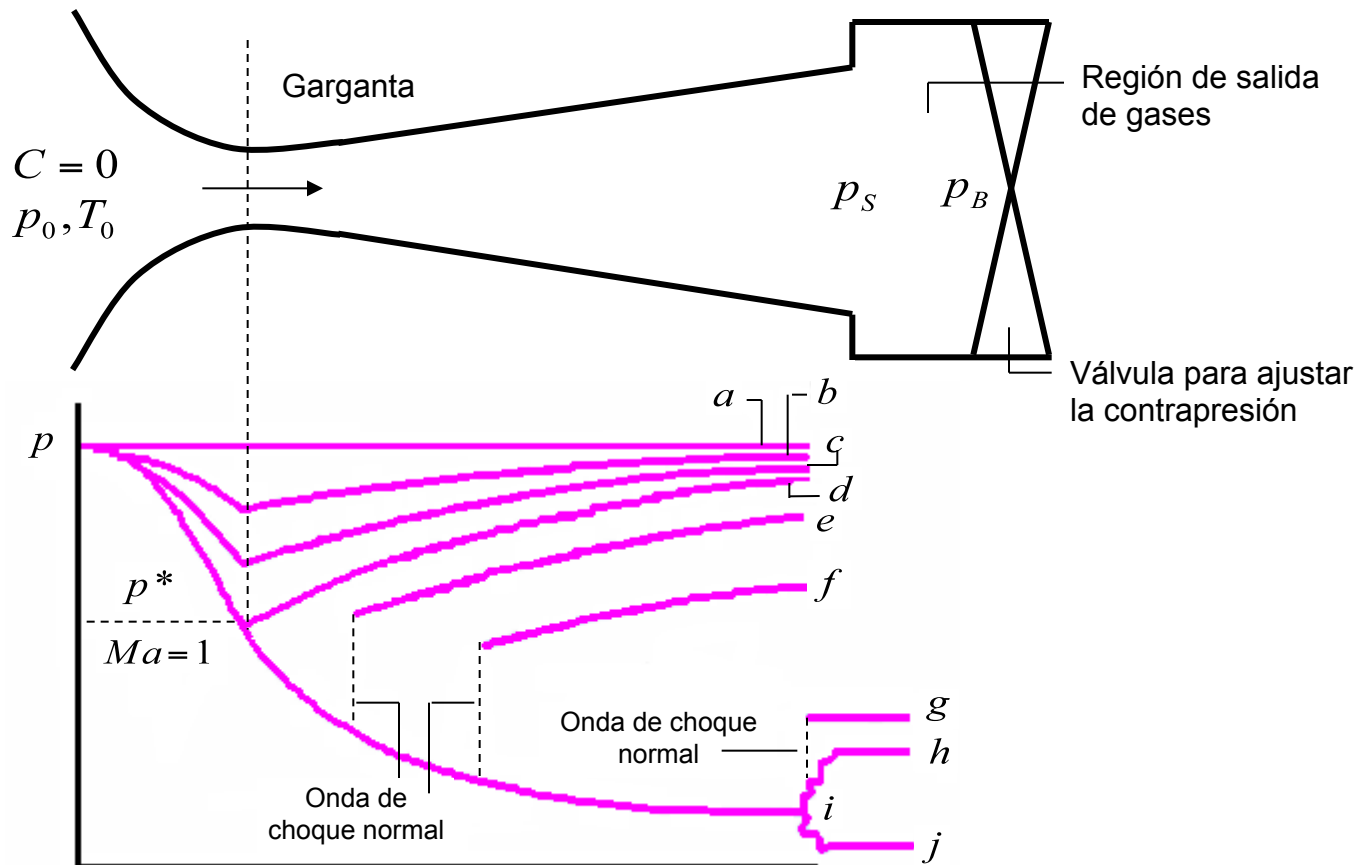
$\dot{m}$: flujo másico

p_S : presión de salida en la tobera



4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (VI)

Toberas convergentes-divergentes: con condiciones de remanso a la entrada, descargando en una región en la que la contrapresión p_B puede variar.



4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (VII)

Flujo de gases ideales con calores específicos constantes en toberas y difusores

Relaciones del estado de un fluido compresible con el estado correspondiente de remanso

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma^2$$

$$\frac{p_0}{p} = \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma^2 \right)^{\gamma/(\gamma-1)}$$

$$\frac{A}{A^*} = \frac{1}{Ma} \left[\left(\frac{2}{\gamma + 1} \right) * \left(1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma^2 \right) \right]^{\frac{(\gamma+1)}{2*(\gamma-1)}}$$

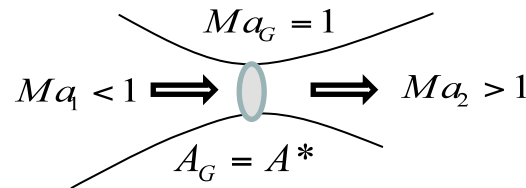
$T_0 \rightarrow$ Temperatura de remanso

$p_0 \rightarrow$ Presión de remanso

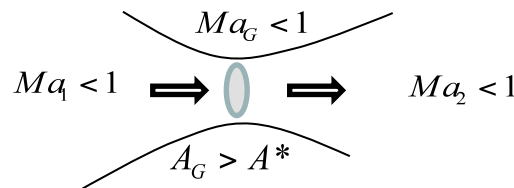
$A^* \rightarrow$ Área crítica para la que se cumple $Ma = 1$

4.- Flujo unidimensional estacionario en toberas y difusores (VIII)

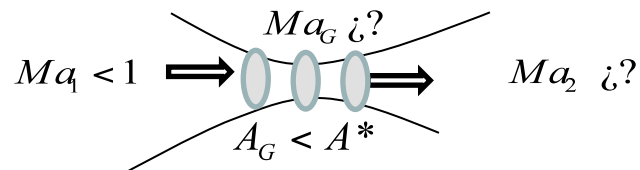
Sí el proceso es $s = \text{cte.}$ ninguna sección debe tener área menor que la crítica. Si existiese una sección menor que la crítica, el tránsito hasta alcanzar la sección crítica, no es isoentrópico. En toberas convergente-divergentes, si $Ma_{\text{entrada}} < 1$, para asegurar $Ma_{\text{salida}} > 1$, la sección de la garganta debe ser la crítica.



Si $A_G > A^*$, no se alcanza $Ma = 1$, aunque en la garganta $Ma < 1$ alcanza un máximo.



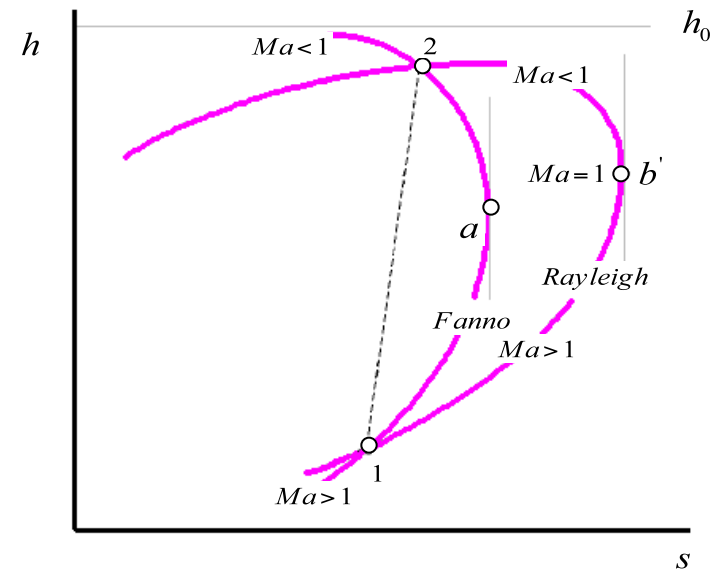
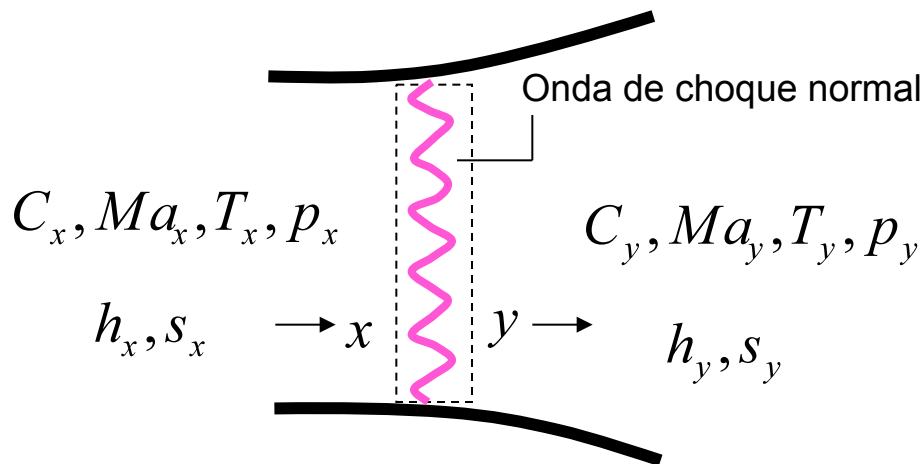
Si $A_G < A^*$, en la sección aguas arriba, se tiene $Ma = 1$, pero aguas abajo no se puede calcular las condiciones con las ecuaciones isoentrópicas, pues en el paso entre ambas el flujo es con irreversibilidades (ondas de choque).



5.- Onda de choque (I)

onda de choque → cambio de estado rápido y brusco

El espesor de la onda de choque es muy pequeño ($\approx 10^{-5}$ cm) → $A \approx \text{cte}$



Las curvas de Fanno y Rayleigh dibujadas en coordenadas h - s , muestran que los puntos de máxima entropía en cada curva, puntos a y b , corresponden a $Ma = 1$. También se observa que los tramos superior e inferior de cada una de las dos curvas corresponden, respectivamente, a velocidades subsónica y supersónica.

5.- Onda de choque (II)

El estado **y** (*aguas abajo*), debe satisfacer simultáneamente las ecuaciones de masa, energía y momento, por lo que dicho estado se fija por la intersección de las curvas de Fanno y de Rayleigh que pasan por el estado x.

$s_y > s_x \Rightarrow$ el flujo a través de la onda de choque puede pasar solamente de x a y

$$Ma_x > 1 \quad \Rightarrow \quad Ma_y < 1$$

antes de
la onda

después de
la onda

$$p \uparrow \uparrow \quad y \quad C \downarrow$$

$$h_0 \Rightarrow cte \quad y \quad p_0 \downarrow \downarrow$$

5.- Onda de choque (III)

$$\frac{T_y}{T_x} = \frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma_x^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma_y^2}$$

$$\frac{p_y}{p_x} = \frac{1 + \gamma * Ma_x^2}{1 + \gamma * Ma_y^2}$$

$$Ma_y^2 = \frac{Ma_x^2 + \frac{2}{\gamma - 1}}{\frac{2 * \gamma}{\gamma - 1} * Ma_x^2 - 1}$$

$$\frac{p_{0y}}{p_{0x}} = \frac{Ma_x}{Ma_y} * \left(\frac{1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma_y^2}{1 + \frac{\gamma - 1}{2} * Ma_x^2} \right)^{\frac{(\gamma + 1)}{2 * (\gamma - 1)}}$$

$$\frac{A_x^*}{A_y^*} = \frac{p_{0y}}{p_{0x}}$$

$$\frac{p_{0y}}{p_{0x}}$$

→ Relación de presiones de remanso al paso de la onda de choque.