

# Topografía Aplicada a la Ingeniería

## Unidad Didáctica 3. Auscultaciones geodésicas



**Julio Manuel de Luis Ruiz**  
**Raúl Pereda García**

Departamento de Ingeniería Geográfica y  
Técnicas de Expresión Gráfica

Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)

# ESTRUCTURA

## Auscultaciones Geodésicas Planimétricas

### 1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. ENCUADRE REFERENCIAL.
- 1.2. CONTROL DE MOVIMIENTOS.
- 1.3. DEFINICIÓN DE ESCENARIOS.

### 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

- 2.1. PILARES DE AUSCULTACIÓN.
- 2.2. DIANAS DE PUNTERÍA.
- 2.3. PUNTOS DE SEGURIDAD.
- 2.4. POLARES.

### 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

- 3.1. CARACTERIZACIÓN DE LOS MOVIMIENTOS.
- 3.2. EL OBSERVABLE ANGULAR.
- 3.3. LA OBSERVACIÓN DE ÁNGULOS EN CAMPO.

# ESTRUCTURA

## Auscultaciones Geodésicas Planimétricas

### 4. RESOLUCIÓN DE LA AUSCULTACIÓN MEDIANTE LA OBSERVACIÓN DE ÁNGULOS

4.1. INTRODUCCIÓN.

4.2. MÉTODO NUMÉRICO.

4.3. MÉTODO GRÁFICO.

4.4. MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS EN LAS INTERSECCIONES DIRECTAS.

4.5. MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS EN LAS INTERSECCIONES INVERSAS.

4.6. INTERSECCIONES INVERSAS GRÁFICAS O NUMÉRICAS A TRAVÉS DE LAS PROPIEDADES DEL ARCO CAPAZ.

4.7. DISEÑO DE LAS REDES IMPLICADAS.

# ESTRUCTURA

## Auscultaciones Geodésicas Planimétricas

### 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

5.1. INTRODUCCIÓN.

5.2. INSTRUMENTAL TOPOGRÁFICO.

5.3. MÉTODO DE OBSERVACIÓN.

### 6. RESOLUCIÓN DE LA AUSCULTACIÓN MEDIANTE LA OBSERVACIÓN DE DISTANCIAS

6.1. INTRODUCCIÓN.

6.2. MÉTODO NUMÉRICO.

6.3. MÉTODO GRÁFICO.

6.4. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS A INTERSECCIONES DIRECTAS.

6.5. APLICACIÓN DEL MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS A INTERSECCIONES INVERSAS.

# ESTRUCTURA

## Auscultaciones Geodésicas Altimétricas

### 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

7.1. INTRODUCCIÓN GENERAL.

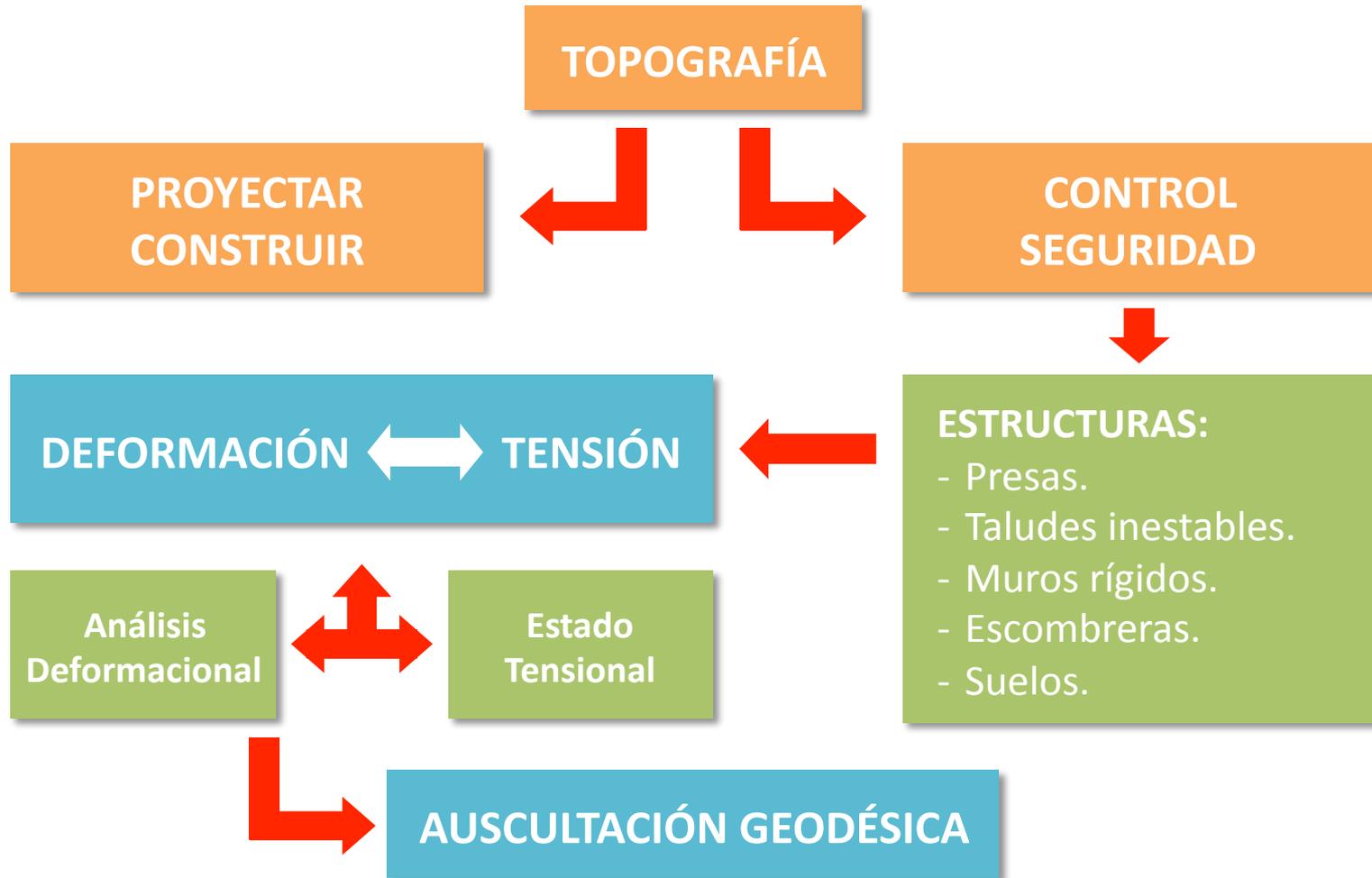
7.2. INSTRUMENTAL BÁSICO.

7.3. MÉTODO OPERATIVO.

7.4. APLICACIÓN A LAS PRUEBAS DE CARGA.

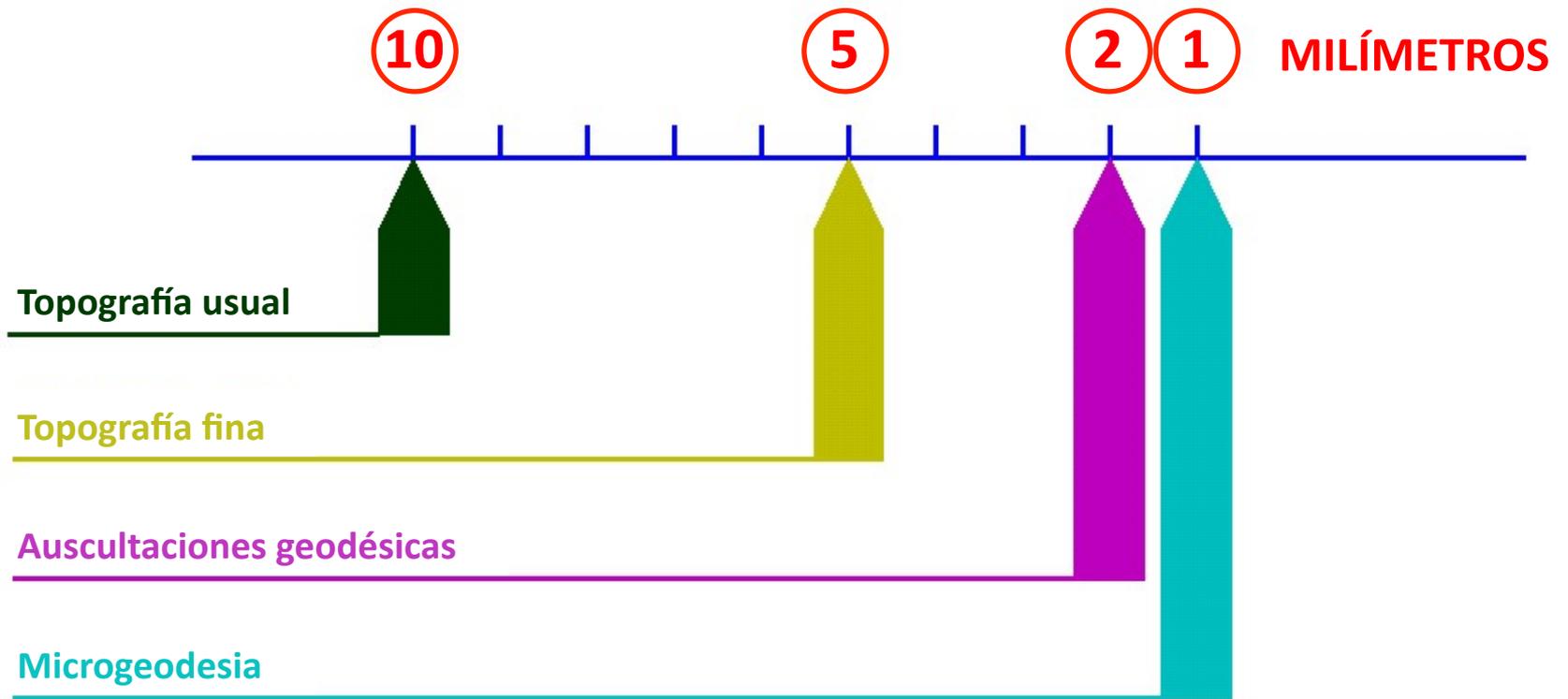
# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.1. Encuadre referencial



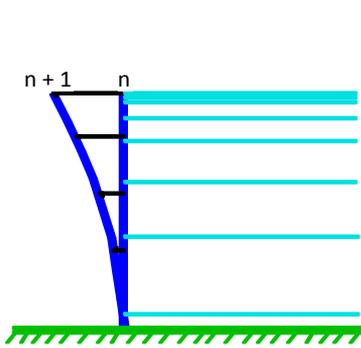
# 1. INTRODUCCIÓN

## 1.2. Control de movimientos

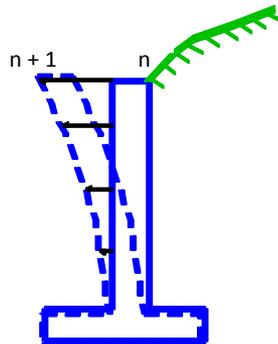


# 1. INTRODUCCIÓN

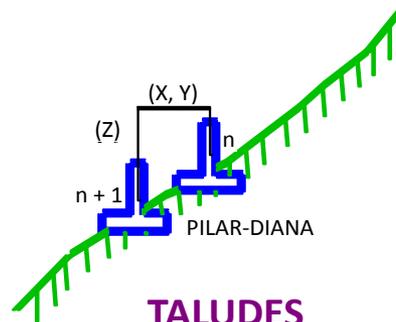
## 1.3. Definición de escenarios



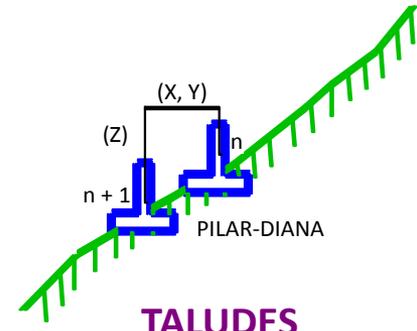
**PRESAS**



**MUROS**



**TALUDES  
INEXTABLES**



**TALUDES  
ESCOMBRERAS**

SITUACION INICIAL



CAMPAÑA (n)

SITUACION FINAL



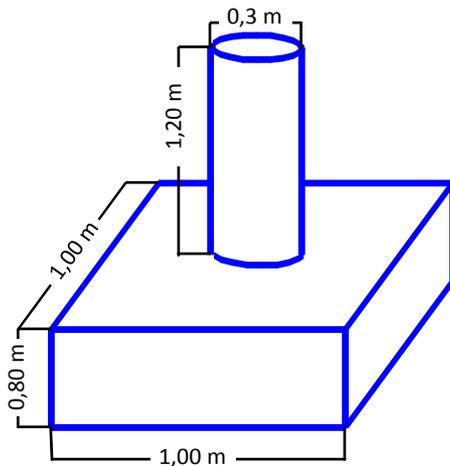
CAMPAÑA (n+1)

## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.1. Pilares de auscultación

#### PILARES DE AUSCULTACIÓN.-

- Ubicación.
- Construcción sólida.
- Fuera del área de influencia.
- Dos pilares mínimo (ideal cuatro).



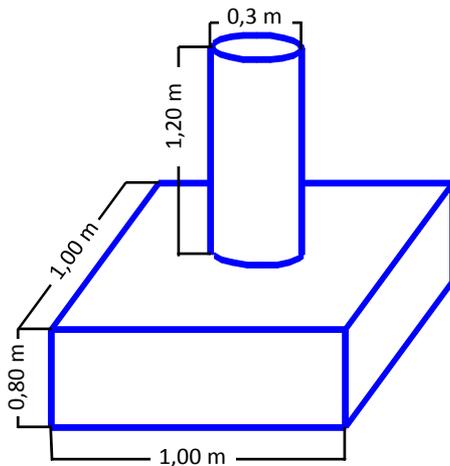
## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.1. Pilares de auscultación

**PILARES DE AUSCULTACIÓN.-**

**FUNDAMENTAL.-**

- Centrado Forzoso.



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.1. Pilares de auscultación

#### PILARES DE AUSCULTACIÓN.-



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.1. Pilares de auscultación

**PILARES DE AUSCULTACIÓN.-**



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.2. Dianas de puntería

#### DIANAS DE PUNTERÍA O PRISMAS REFLECTORES.-

- Solidaria al elemento.
- Distribución uniforme.
- Ángulos.
- Distancias.

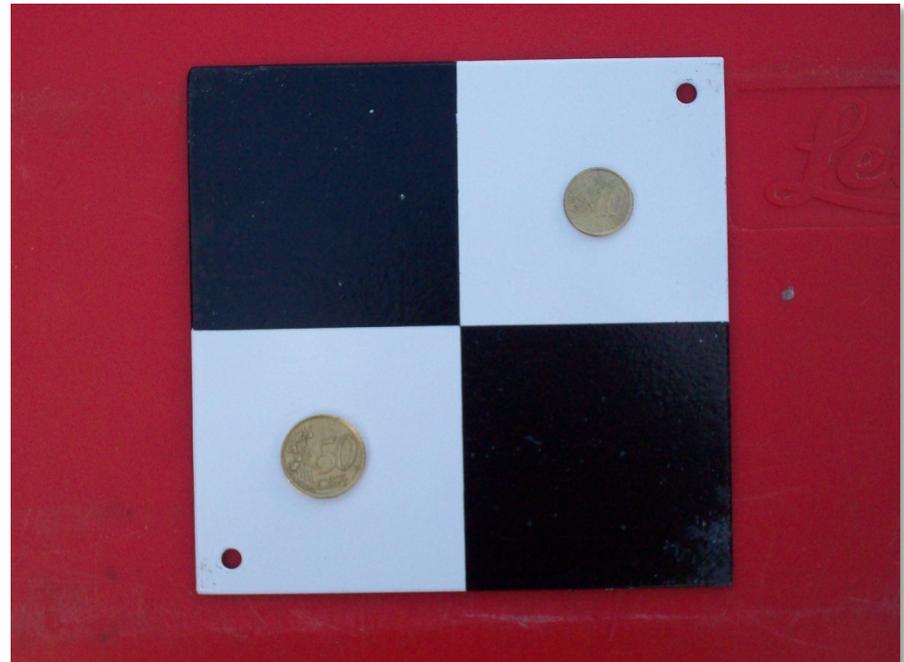


## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.2. Dianas de puntería

#### DIANAS DE PUNTERÍA O PRISMAS REFLECTORES.-

- Solidaria al elemento.
- Distribución uniforme.
- Ángulos.
- Distancias.



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.2. Dianas de puntería

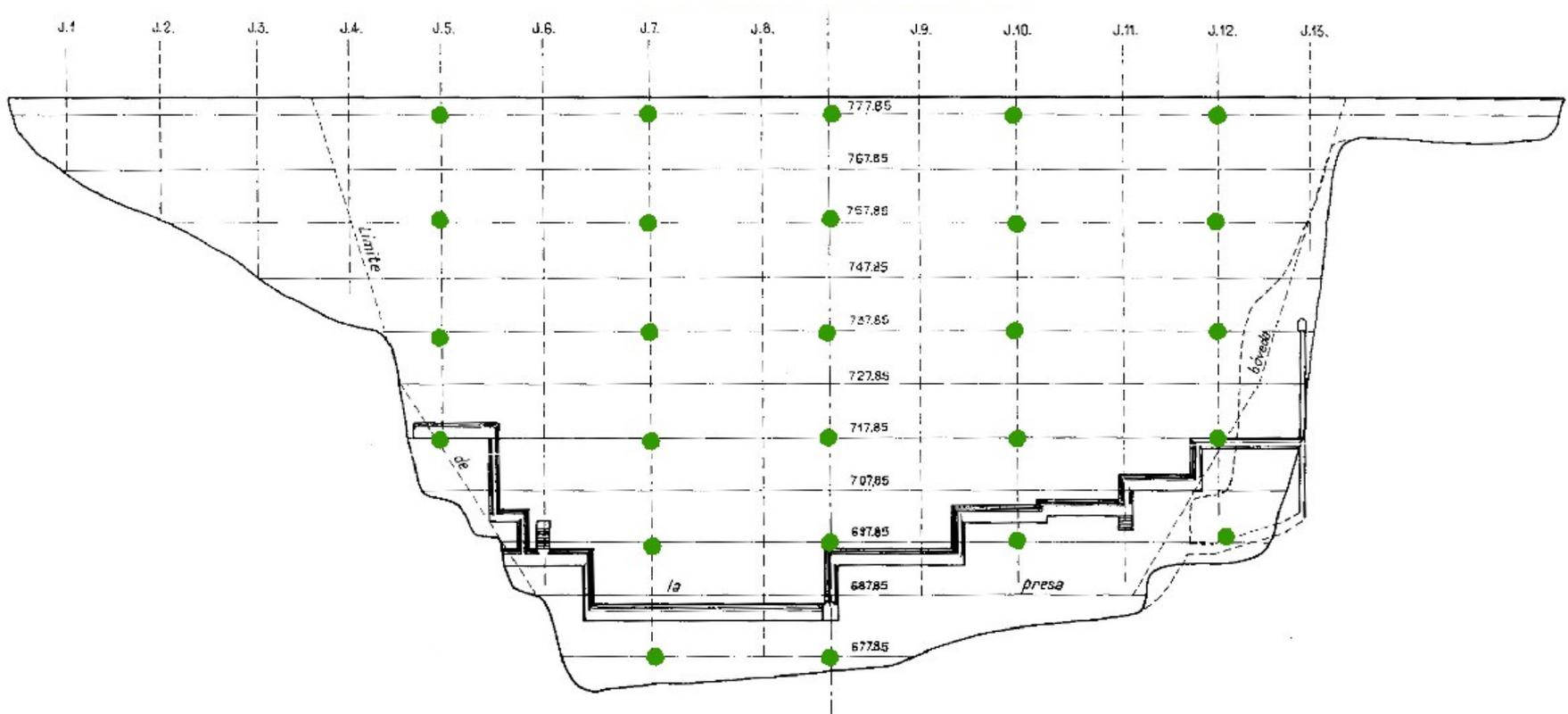
DIANAS DE PUNTERÍA.-



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.2. Dianas de puntería

DIANAS DE PUNTERÍA.-

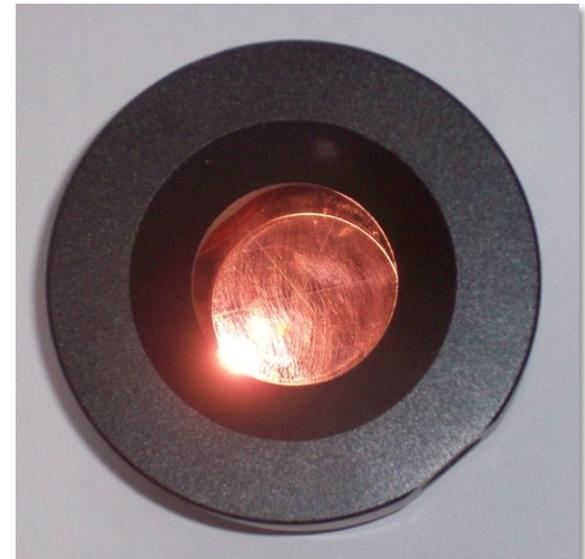


## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.3. Puntos de seguridad

#### PUNTOS DE SEGURIDAD.-

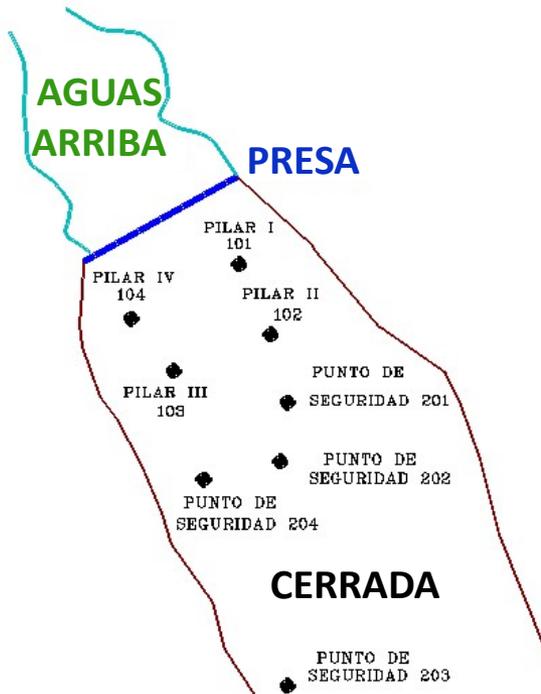
- Construcción Sólida.
- Área de influencia.
- Número Mínimo 3.



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.3. Puntos de seguridad

**PUNTOS DE SEGURIDAD.-**



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.4. Polares

#### **POLARES.-**

- Permiten la inicialización de los ángulos, si la auscultación es angular.



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.5. Instrumental topográfico

#### INSTRUMENTAL TOPOGRÁFICO.-

- Precisión Medida.
- Ángulos Hz, V      0,5'' (0,15 mgon).
- Precisión Medida.
- Distancias            1 mm + 1 ppm.
- Aumentos Anteojo    x30.



## 2. ELEMENTOS PARTICIPANTES

### 2.5. Instrumental topográfico

#### INSTRUMENTAL TOPOGRÁFICO.-



# 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

## 3.1. Caracterización de los movimientos

**METODOLOGÍAS INTERVINIENTES.-**

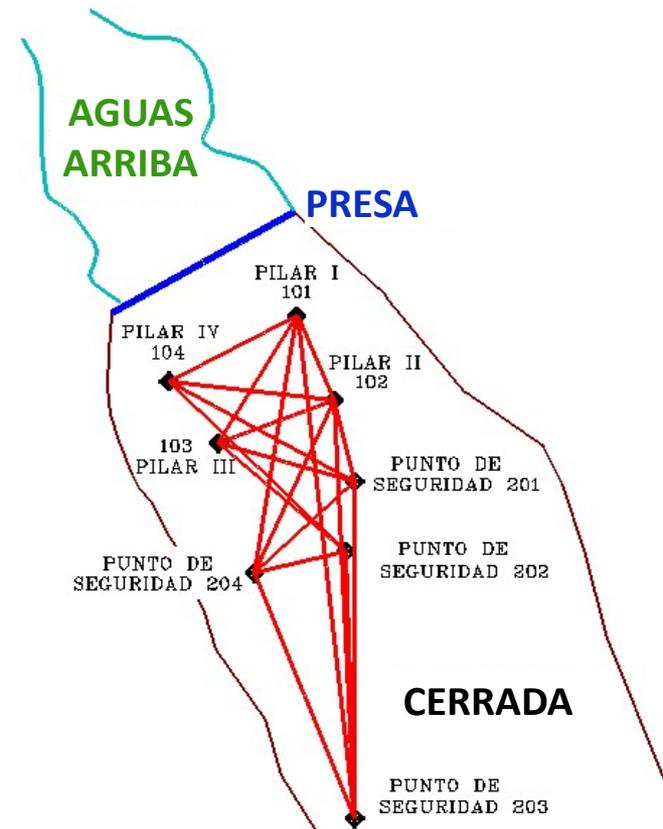


## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.2. El observable angular

#### ESTABLECIMIENTO RED DE PILARES.-

- **Se consideran dentro de la Red de Pilares:**
  - Pilares de Auscultación.
  - Puntos de Seguridad.
- **Ajuste por Mínimos Cuadrados:**
  - Observación Conjunta.
  - Método Vuelta de Horizonte.
  - Control en las observaciones.



## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.2. El observable angular

#### AJUSTE DE LA RED POR MMCC.-

- **Ecuaciones de Dirección:**

$$V_{ij} = \frac{r''}{D_{calc}^2} \left[ (y_j - y_i) dx_j - (y_j - y_i) dx_i - (x_j - x_i) dy_j + (x_j - x_i) dy_i \right] + Az_{casl} - Az_{obs}$$

- **Ecuaciones de Distancia:**

$$V_{ij} = \frac{1}{D_{calc}} \left[ (x_j - x_i) dx_j - (x_j - x_i) dx_i - (y_j - y_i) dy_j + (y_j - y_i) dy_i \right] + D_{casl} - D_{obs}$$

- **Sistema Matricial:**  $P \cdot V = P \cdot A \cdot X - P \cdot T$

- **V** es la matriz de los residuos.
- **A** es la matriz de los coeficientes.
- **X** es la matriz de las incógnitas.
- **T** es la matriz de los términos independientes.
- **P** es la matriz de los pesos.

## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.2. El observable angular

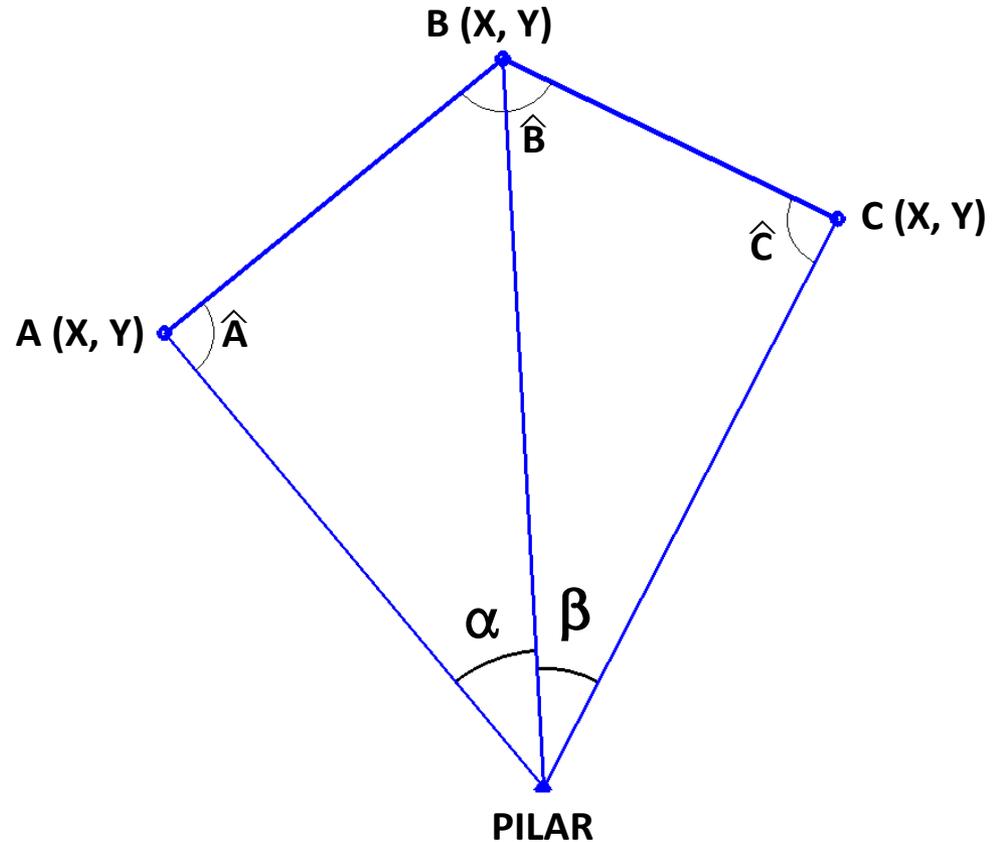
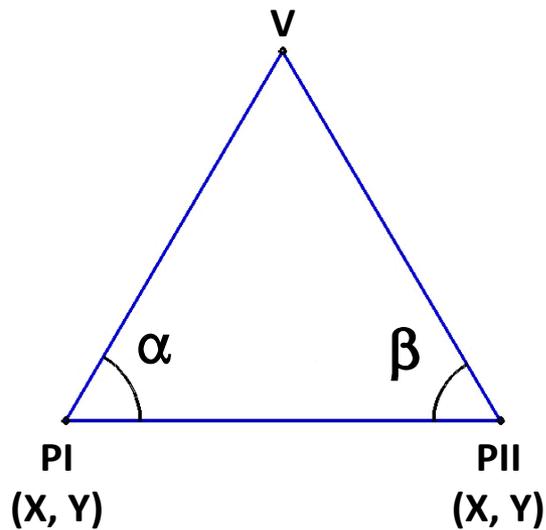
#### METODOLOGÍAS INTERVINIENTES EN LA RESOLUCIÓN.-

- Observación angular a las dianas.
- Coordenadas aproximadas.
- Métodos de Resolución:
  - Intersecciones **INVERSAS**  Movimiento de PILARES.
  - Intersecciones **DIRECTAS**  Movimiento de DIANAS.

## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.2. El observable angular

METODOLOGÍAS INTERVINIENTES EN LA RESOLUCIÓN.-



## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.3. La observación de ángulos en campo

#### MÉTODO DE OBSERVACIÓN.-

- Establecer para cada pilar una referencia bien determinada y visible, habitualmente denominada Polar, en la que se inicializarán los ángulos.
- Desde cada pilar, y después de haber inicializado los ángulos horizontales en la referencia, se observan los ángulos horizontales en **CD** de todos los puntos que conforman la red, haciéndose el orden de lectura de los vértices en el sentido de las agujas del reloj.

## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.3. La observación de ángulos en campo

#### MÉTODO DE OBSERVACIÓN.-

- Después de haber observado todos los vértices de la red, se vuelve a cerrar en la referencia inicial, de forma que el error de cierre debe estar por debajo de una precisión marcada previamente por el operador.
- Una vez cerrada la lectura de ángulos en la referencia y comprobado que el error de cierre está por debajo de la tolerancia, se procede de forma idéntica, pero leyendo los ángulos en **CI** y orden decreciente de los ángulos, obteniendo así lo que se denomina una serie de medición.

# 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

## 3.3. La observación de ángulos en campo

### MÉTODO DE OBSERVACIÓN.-

- En esta metodología de observación no se recomienda pasar de cuatro series de medición, recomendándose emplear un teodolito más preciso, si se hace necesaria más precisión.

## 3. LA OBSERVACIÓN ANGULAR

### 3.3. La observación de ángulos en campo

#### CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

- Antes de iniciar las observaciones se debe comprobar que el instrumento topográfico se encuentra en buen estado, por lo que es ideal que el instrumento esté recién calibrado por el fabricante.
- Además, existen una serie de controles que permiten establecer si el instrumento tiene algún defecto grosero, y que se caracterizan por tener una capacidad de detección de errores muy básica.
- Durante la observación, el control pasa por comprobar en todo momento que los cierres que va cometiendo están por debajo de las tolerancias establecidas.

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.1. Introducción

#### ASPECTOS GENERALES DE LA RESOLUCIÓN.-

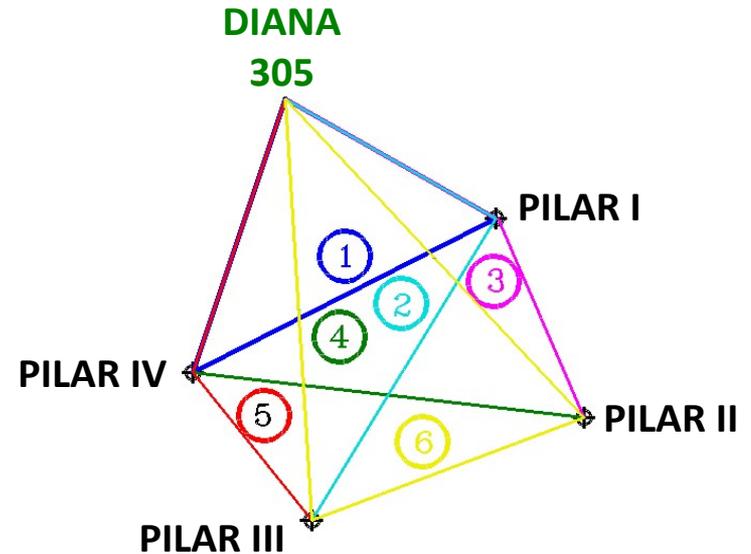
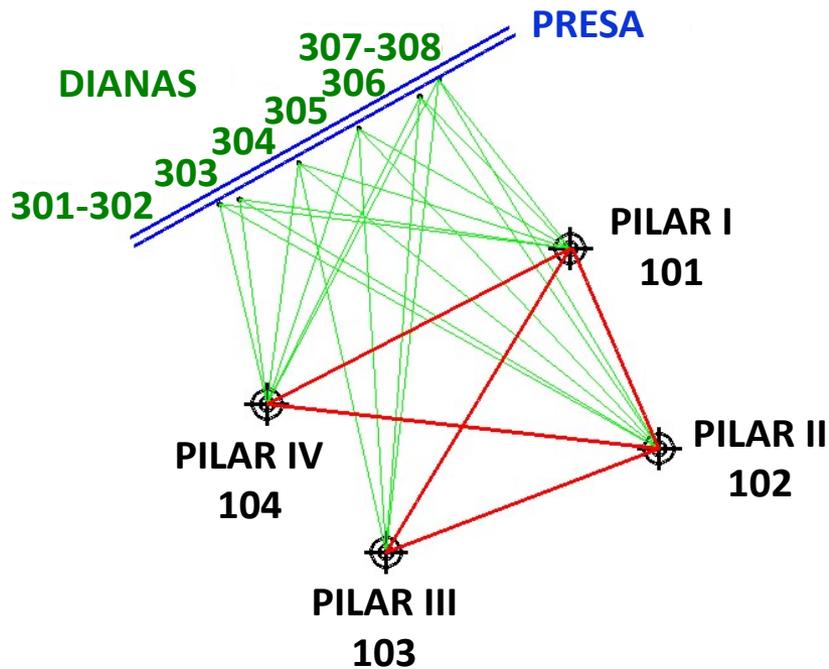
- **Importancia de la geometría de las redes implicadas.**
- **Coordenadas aproximadas de las diversas redes.**
- **Métodos de Observación:**
  - Intersecciones INVERSAS  Movimiento de PILARES.
  - Intersecciones DIRECTAS  Movimiento de DIANAS.
- **Métodos de Resolución:**
  - Método NUMÉRICO.
  - Método GRÁFICO.
  - Método de VARIACIÓN DE COORDENADAS.

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO NUMÉRICO.-



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

CAMPAÑA "N":

- Resolución 6 Intersecciones.
- Media Ponderada.

$$Peso = \frac{\text{Sen}^2 \frac{\gamma}{2}}{L^2}$$

CAMPAÑA "N + 1":

- Resolución 6 Intersecciones.
- Media Ponderada.

$$Peso = \frac{\text{Sen}^2 \frac{\gamma}{2}}{L^2}$$

**DESPLAZAMIENTO = CAMPAÑA (N) – CAMPAÑA (N + 1)**

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

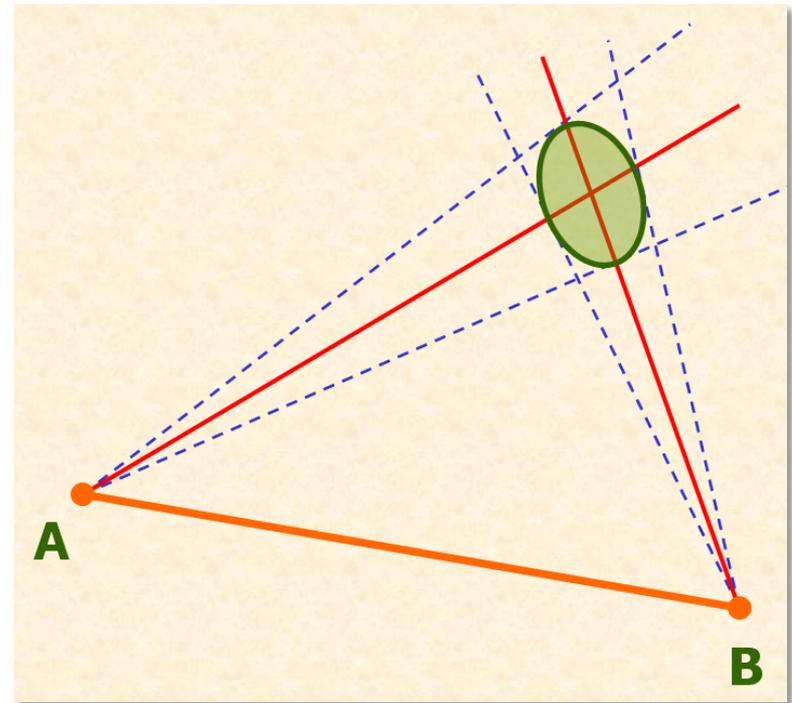
MÉTODO NUMÉRICO.-

ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-

$$e_a = \frac{D \cdot \varepsilon_T^H}{636.620 \cdot \text{Sen} \frac{\gamma}{2}}$$

• Precauciones:

- D = distancia más larga.
- Lecturas en **CD** y **CI**.
- $E_e + E_p = 1 \text{ cm.}$
- $\gamma$  = ángulo Intersección.



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO NUMÉRICO.-

ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-

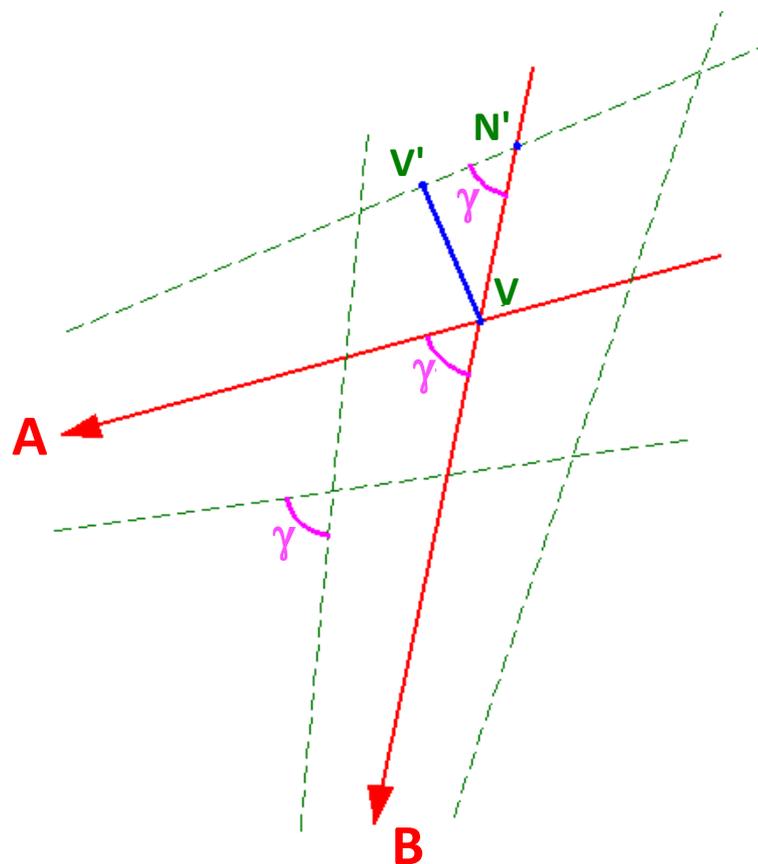
$$\text{Arco} = \text{Ángulo} \cdot \text{Radio}$$

$$VV' = L \cdot \varepsilon_T^H \cdot \sqrt{2}$$

$$\text{Sen} \gamma = \frac{VV'}{VN'} \Rightarrow VN' = \frac{VV'}{\text{Sen} \gamma}$$

$$VV' = L \cdot \varepsilon_T^H \cdot \sqrt{2}$$

$$VN' = \frac{VV'}{\text{Sen} \gamma} = \frac{L \cdot \varepsilon_T^H \cdot \sqrt{2}}{\text{Sen} \gamma}$$



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

#### MÉTODO NUMÉRICO.-

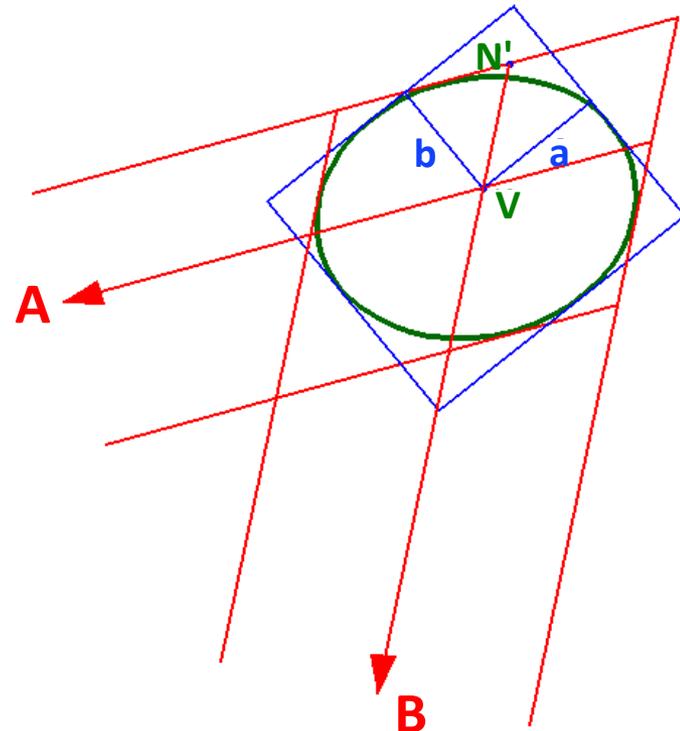
#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-

- Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

– La teoría de los diámetros conjugados de la elipse demuestra las siguientes expresiones:

$$(1) \quad a^2 + b^2 = 2 \cdot VN^2$$

$$(2) \quad 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot VN^2 \cdot \text{Sen} \gamma$$



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

**ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-**

- Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

$$(1) \quad a^2 + b^2 = 2 \cdot VN'^2$$

$$(2) \quad 2ab = 2VN'^2 \cdot \text{Sen}\gamma$$

$$(1+2) = (3) \Rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 2VN'^2 (1 + \text{Sen}\gamma)$$

$$(1-2) = (4) \Rightarrow a^2 + b^2 - 2ab = 2VN'^2 (1 - \text{Sen}\gamma)$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

**ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-**

- Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

$$(3) \quad a + b = VN' \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 + Sen\gamma}$$

$$(4) \quad a - b = VN' \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt{1 - Sen\gamma}$$

$$(3 + 4) = (5) \Rightarrow 2a = VN' \cdot \sqrt{2} \cdot [\sqrt{1 + Sen\gamma} + \sqrt{1 - Sen\gamma}]$$

$$(5) \quad a = \frac{VN' \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot [\sqrt{1 + Sen\gamma} + \sqrt{1 - Sen\gamma}]$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

**ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-**

• Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

$$(5) \quad a = \frac{VN' \cdot \sqrt{2}}{2} \cdot [\sqrt{1 + \text{Sen}\gamma} + \sqrt{1 - \text{Sen}\gamma}]$$

$$\frac{1}{2} [\sqrt{1 + \text{Sen}\gamma} + \sqrt{1 - \text{Sen}\gamma}] = \text{Cos} \frac{\gamma}{2}$$

$$(5) \quad a = VN' \cdot \sqrt{2} \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

**ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-**

- Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

$$(5) \quad a = VN' \cdot \sqrt{2} \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2}$$

$$VN' = \frac{L \cdot \varepsilon_T^H \cdot \sqrt{2}}{\text{Sen} \gamma}$$

$$a = \frac{L \cdot \varepsilon_T^H \cdot \sqrt{2}}{\text{Sen} \gamma} \cdot \sqrt{2} \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

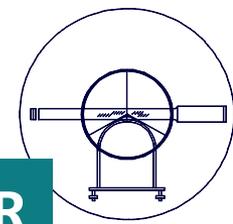
**ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-**

• Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

$$a = \frac{L \cdot \varepsilon_T^H \cdot \sqrt{2}}{\text{Sen} \gamma} \cdot \sqrt{2} \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2}$$

$$\text{Sen} \gamma = 2 \cdot \text{Sen} \frac{\gamma}{2} \cdot \text{Cos} \frac{\gamma}{2}$$


$$a = \frac{L \cdot \varepsilon_T^H}{\text{Sen} \frac{\gamma}{2}}$$



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

**ERROR EN LA INTERSECCIÓN.-**

- Teoría de los diámetros conjugados de la elipse:

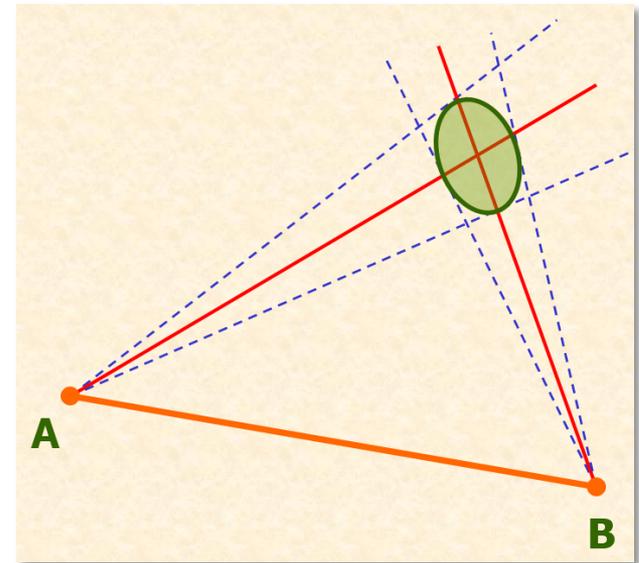
$$ERROR = \frac{D \cdot \varepsilon_T^H}{r^{CC} \cdot \text{Sen} \frac{\gamma}{2}}$$

– **D** = lado mayor del triángulo.

–  $\varepsilon_T^H = \mathbf{e}_e + \mathbf{e}_p = 0 \text{ cm/Bessel}$ .

–  $\gamma$  = ángulo intersección.

–  $r^{CC} = 636620$  ó  $206265$ .

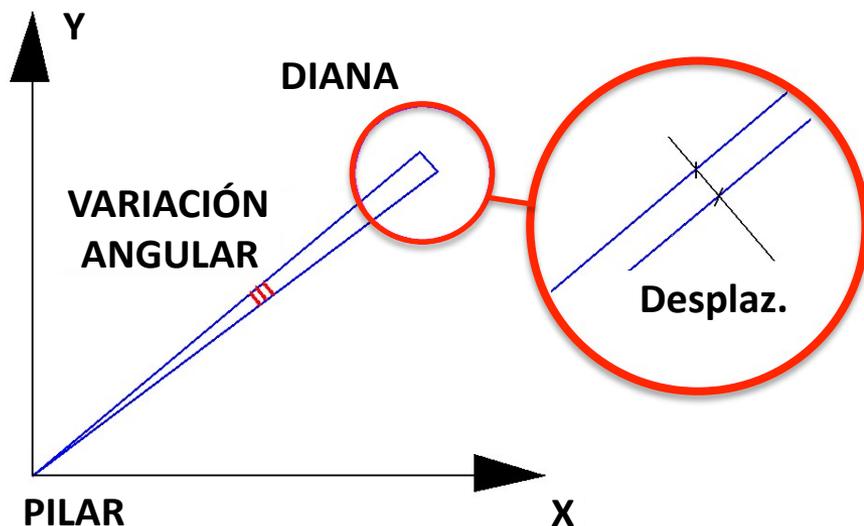


## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.3. Método gráfico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO GRÁFICO.-



$$\text{Desplazamiento} = \frac{D \cdot \Delta\alpha}{r''}$$

$$\text{Distancia} = \sqrt{(\Delta X_{PILAR}^{DIANA})^2 + (\Delta Y_{PILAR}^{DIANA})^2}$$

$$\Delta\alpha_{PD} = L_{PILAR}^{DIANA}(n) - L_{PILAR}^{REF}(n) - L_{PILAR}^{DIANA}(n+1) + L_{PILAR}^{REF}(n+1)$$

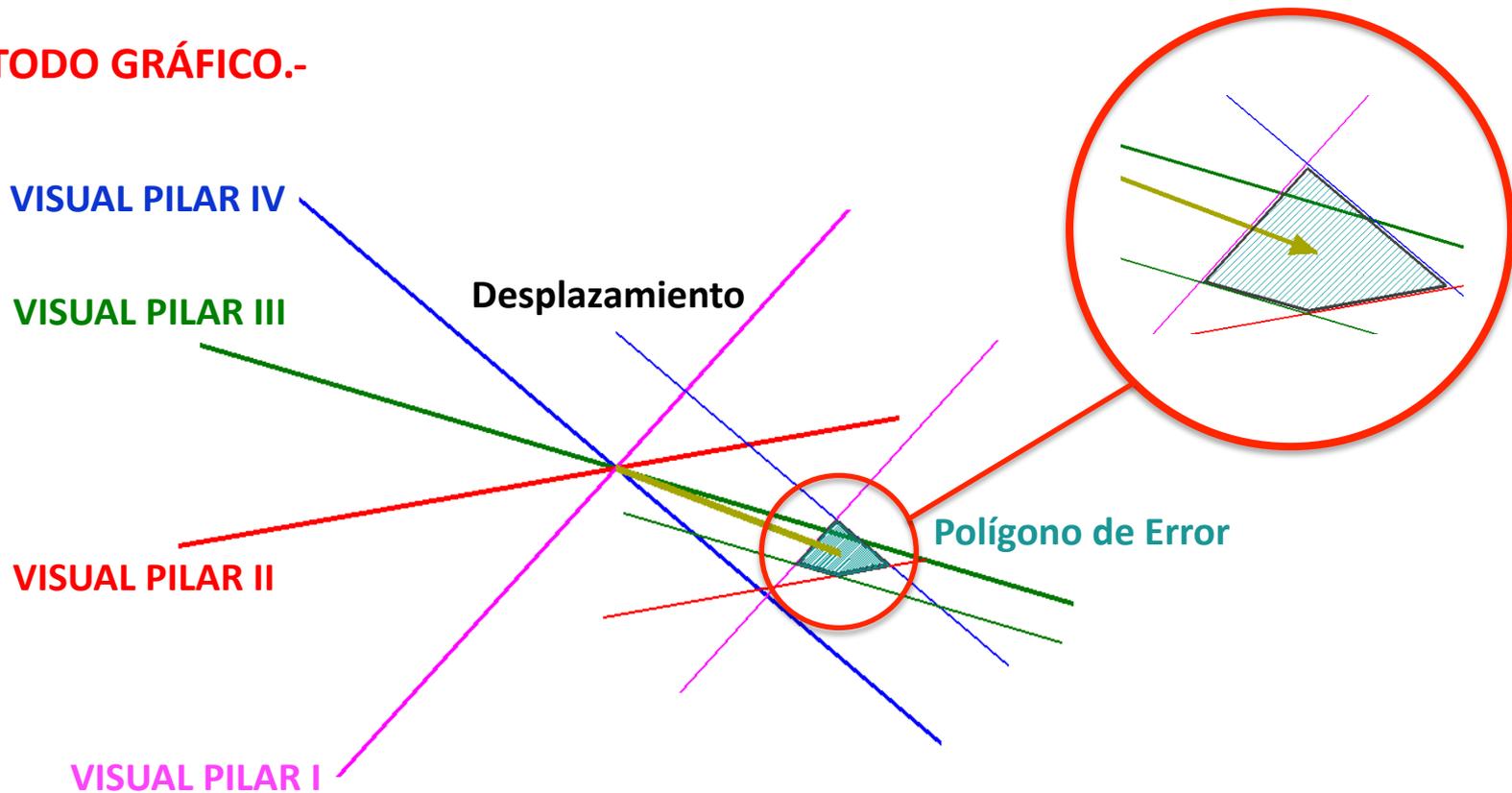
$$\Delta\alpha_{PD} = \theta_{PILAR}^{DIANA}(n) - \theta_{PILAR}^{DIANA}(n+1)$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.3. Método gráfico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO GRÁFICO.-**

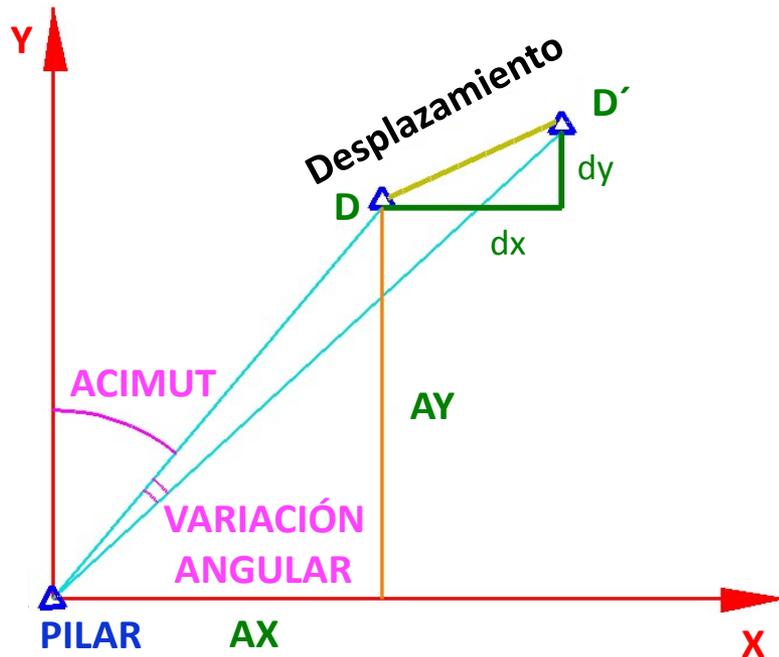


## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-



$$\operatorname{tg} \theta_i^j = \frac{X_i - X_j}{Y_i - Y_j}$$

$$\frac{1}{\operatorname{Cos}^2 \theta_i^j} d\theta_i^j = \frac{Y_i - Y_j}{(Y_i - Y_j)^2} dx - \frac{X_i - X_j}{(Y_i - Y_j)^2} dy$$

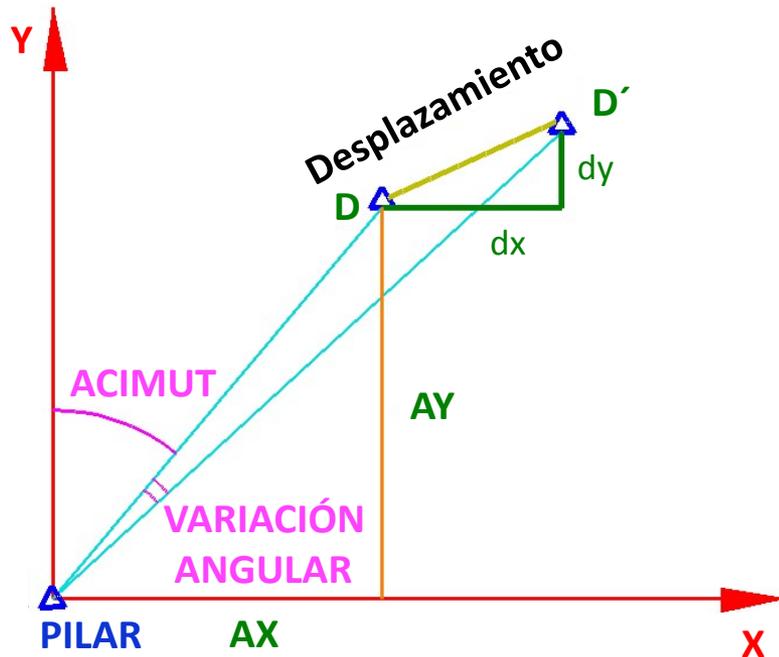
$$\operatorname{Cos}^2 \theta_i^j = \frac{(Y_i - Y_j)^2}{(D_i^j)^2}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-



$$\cos^2 \theta_i^j = \frac{(Y_i - Y_j)^2}{(D_i^j)^2}$$

$$\frac{(D_i^j)^2}{(Y_i - Y_j)^2} d\theta_i^j = \frac{Y_i - Y_j}{(Y_i - Y_j)^2} dx - \frac{X_i - X_j}{(Y_i - Y_j)^2} dy$$

$$d\theta_i^j = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] + r$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**

$$\Delta\theta_I = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$

$$\Delta\theta_{II} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$

$$\Delta\theta_{III} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$

$$\Delta\theta_{IV} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$



$$[\Delta\theta] = [A] \cdot [X] + [R]$$

$$\Delta\theta = A \cdot X$$

$$A^t \cdot \Delta\theta = A^t \cdot A \cdot X$$

$$\left. \begin{array}{l} A^t \cdot \Delta\theta = P \\ A^t \cdot A = N \end{array} \right\} P = N \cdot X \Rightarrow X = P \cdot N^{-1}$$

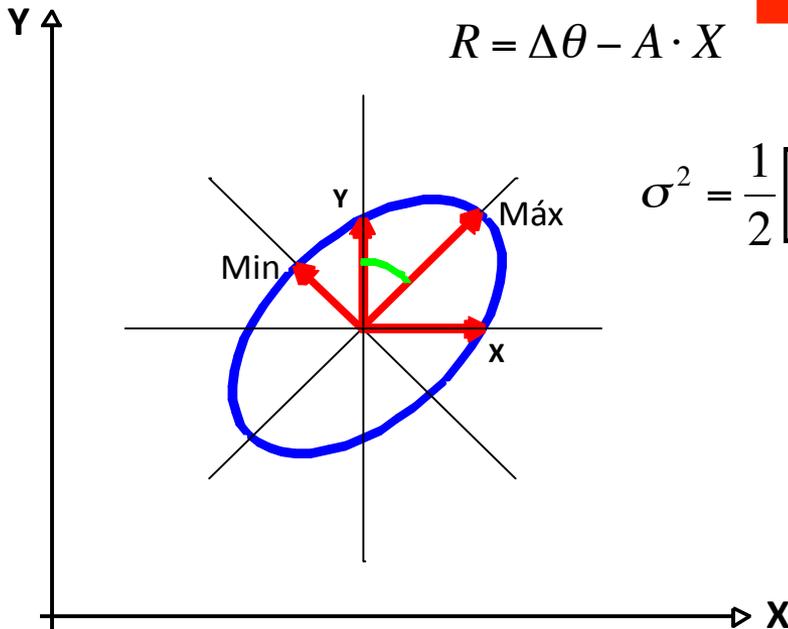
## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= A \cdot X + R \\ R &= \Delta\theta - A \cdot X \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad S^2 = \frac{R^t R}{m - n} \quad \longrightarrow \quad C = S^2 N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2} \right] \Rightarrow \sigma \begin{cases} \sigma_{\max.} \\ \sigma_{\min.} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

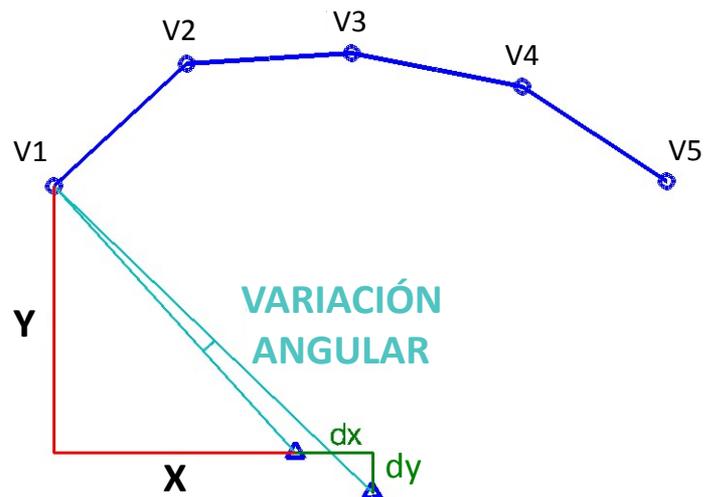
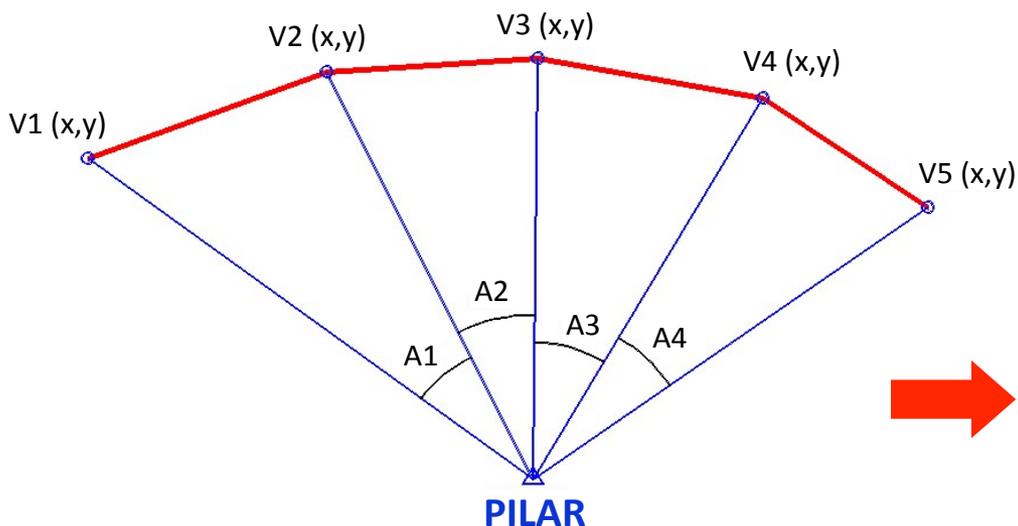
#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-

- Establecen movimiento de las Pilares.
- Métodos de Resolución:
  - Método NUMÉRICO.
  - Método GRÁFICO.
  - Método de VARIACIÓN DE COORDENADAS.
- Estabilidad determinada por comparación de datos.

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

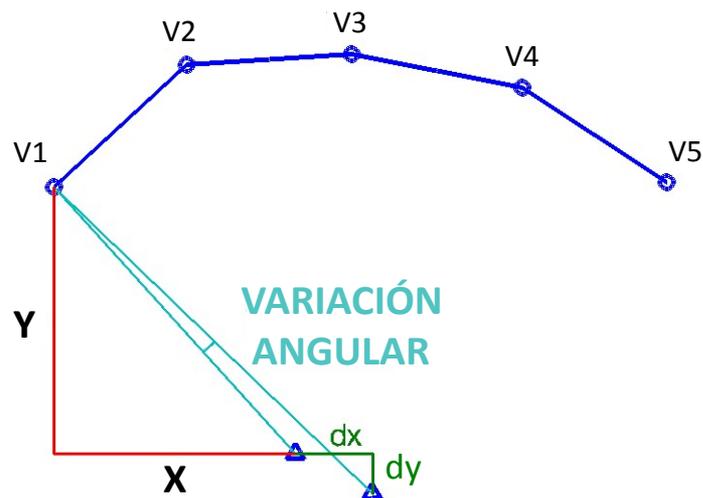
### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-

$$\left[ \begin{array}{l} \Delta\theta = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \\ \Delta\theta = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \\ \Delta\theta = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \\ \dots \end{array} \right]$$

$$[\Delta\theta] = [A] \cdot [X] + [R] \Rightarrow \Delta\theta = A \cdot X \Rightarrow A^t \cdot \Delta\theta = A^t \cdot A \cdot X$$

$$\left. \begin{array}{l} A^t \cdot \Delta\theta = P \\ A^t \cdot A = N \end{array} \right\} P = N \cdot X \Rightarrow X = P \cdot N^{-1}$$

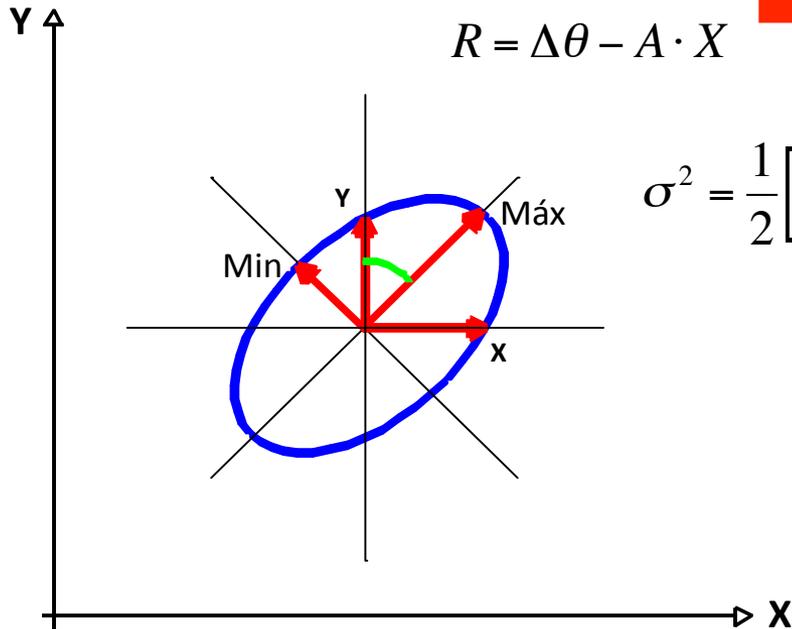


## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= A \cdot X + R \\ R &= \Delta\theta - A \cdot X \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad S^2 = \frac{R^t R}{m - n} \quad \longrightarrow \quad C = S^2 N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2} \right] \Rightarrow \sigma \begin{cases} \sigma_{\max.} \\ \sigma_{\min.} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

- Dados los datos de campo adjuntos, obtenidos en la observación de una auscultación geodésica, así como las coordenadas de los pilares de auscultación y las coordenadas aproximadas de las dianas de puntería, obtener el desplazamiento de la diana 304 tanto por el método gráfico como por el método de variación de coordenadas.

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### CAMPAÑA DE OBSERVACION Número 1 (31 de agosto de 2.001).-

PUNTO	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV	
REF	40,9	11,9	31,2	18,6	
301	1152061,3	1357539,3	-----	2361252,5	
302	1154084,9	1358438,0	-----	2359931,1	
303	1166619,6	1376365,3	-----	2425401,0	
304	1269193,1	1462668,1	2408623,8	2590724,6	
305	1405248,8	1556590,1	2506924,4	2710457,0	
306	1578975,0	1655173,3	2593272,9	2798255,9	
307	1657649,3	1693388,9	2615491,9	2811680,5	
308	1657315,8	1693503,1	2616817,3	2814035,4	
REF	44,4	8,4	34,8	22,0	

# 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

## 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

### CAMPAÑA DE OBSERVACION Número 2 (4 de marzo de 2.002).-

PUNTO	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV	
REF	20,9	35,1		20,1	3,4
301	1152038,9	1357549,2		-----	2361243,4
302	1154062,7	1358453,9		-----	2359918,1
303	1166596,1	1376386,4		-----	2425383,0
304	1269161,8	1462681,1		2408597,7	2590714,2
305	1405220,0	1556615,4		2506897,2	2710444,3
306	1578946,2	1655190,4		2593255,7	2798248,7
307	1657629,8	1693401,3		2615468,9	2811670,3
308	1657281,2	1693507,1		2616793,9	2814028,2
REF	18,9	32,4		18,9	4,4

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### COORDENADAS DEFINITIVAS DE LA RED.-

NÚMERO	X	Y	Z
101	9976.110	10209.596	100.000
203	10000.000	10000.000	94.273
102	9991.464	10174.451	102.195
103	9944.204	10156.298	89.441
104	9923.623	10182.313	96.406
201	9999.996	10140.552	99.690
202	9996.345	10111.243	88.157
204	9958.917	10102.272	94.822

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### COORDENADAS DEFINITIVAS DE LA RED.-

NÚMERO	X	Y	Z
301	9915.456	10217.236	93.989
302	9915.330	10217.448	94.956
303	9918.980	10218.124	96.821
304	9929.185	10224.591	96.845
305	9939.583	10230.655	96.801
306	9950.092	10236.165	96.836
307	9953.273	10239.552	94.966
308	9953.423	10239.323	93.966

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

PUNTO	PILAR I	PILAR I
REF	40,9	20,9
301	1152061,3	1152038,9
302	1154084,9	1154062,7
303	1166619,6	1166596,1
304	1269193,1	1269161,8
305	1405248,8	1405220,0
306	1578975,0	1578946,2
307	1657649,3	1657629,8
308	1657315,8	1657281,2
REF	44,4	18,9

#### VARIACIONES ANGULARES:

$$\Delta\alpha_{PI}^{304} = L_{PILAR}^{DIANA}(n) - L_{PILAR}^{REF}(n) - L_{PILAR}^{DIANA}(n+1) + L_{PILAR}^{REF}(n+1)$$

$$\Delta\alpha_{PI}^{304} = 1.269.193,10 - 42,65 - 1.269.161,80 + 19,90$$

$$\Delta\alpha_{PI}^{304} = 8,55^{cc}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

PUNTO	PILAR II	PILAR II
REF	11,9	35,1
301	1357539,3	1357549,2
302	1358438,0	1358453,9
303	1376365,3	1376386,4
304	1462668,1	1462681,1
305	1556590,1	1556615,4
306	1655173,3	1655190,4
307	1693388,9	1693401,3
308	1693503,1	1693507,1
REF	8,4	32,4

#### VARIACIONES ANGULARES:

$$\Delta\alpha_{PII}^{304} = L_{PILAR}^{DIANA}(n) - L_{PILAR}^{REF}(n) - L_{PILAR}^{DIANA}(n+1) + L_{PILAR}^{REF}(n+1)$$

$$\Delta\alpha_{PII}^{304} = 1.462.668,10 - 10,15 - 1.462.681,10 + 33,75$$

$$\Delta\alpha_{PII}^{304} = 10,60^{cc}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

PUNTO	PILAR III	PILAR III
REF	31,2	20,1
301	-----	-----
302	-----	-----
303	-----	-----
304	2408623,8	2408597,7
305	2506924,4	2506897,2
306	2593272,9	2593255,7
307	2615491,9	2615468,9
308	2616817,3	2616793,9
REF	34,8	18,9

#### VARIACIONES ANGULARES:

$$\Delta\alpha_{PIII}^{304} = L_{PILAR}^{DIANA}(n) - L_{PILAR}^{REF}(n) - L_{PILAR}^{DIANA}(n+1) + L_{PILAR}^{REF}(n+1)$$

$$\Delta\alpha_{PIII}^{304} = 2.408.623,80 - 33,00 - 2.408.597,70 + 19,50$$

$$\Delta\alpha_{PIII}^{304} = 12,60^{cc}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

PUNTO	PILAR IV	PILAR IV
REF	18,6	3,4
301	2361252,5	2361243,4
302	2359931,1	2359918,1
303	2425401,0	2425383,0
304	2590724,6	2590714,2
305	2710457,0	2710444,3
306	2798255,9	2798248,7
307	2811680,5	2811670,3
308	2814035,4	2814028,2
REF	22,0	4,4

#### VARIACIONES ANGULARES:

$$\Delta\alpha_{PIV}^{304} = L_{PIVAR}^{DIANA}(n) - L_{PIVAR}^{REF}(n) - L_{PIVAR}^{DIANA}(n+1) + L_{PIVAR}^{REF}(n+1)$$

$$\Delta\alpha_{PIV}^{304} = 2.590.724,60 - 20,30 - 2.590.714,20 + 3,90$$

$$\Delta\alpha_{PIV}^{304} = -6,00^{cc}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### VARIACIONES ANGULARES:

<u>DIANA</u>	<u>PILAR I</u>	<u>PILAR II</u>	<u>PILAR III</u>	<u>PILAR IV</u>
301	-00,3	13,7		-07,3
302	-00,6	07,7		-03,5
303	00,7	02,5		01,6
304	08,6	10,6	12,6	-06,0
305	06,0	-01,7	13,6	-03,7
306	06,0	06,5	03,7	-09,2
307	-03,2	11,2	09,5	-06,3
308	11,8	19,6	09,9	-09,2

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO GRÁFICO:

$$\theta_I^{304} = \text{Arctg} \frac{\Delta X_I^{304}}{\Delta Y_I^{304}} = 319,6905^g$$

$$\theta_{II}^{304} = \text{Arctg} \frac{\Delta X_{II}^{304}}{\Delta Y_{II}^{304}} = 343,1523^g$$

$$\theta_{III}^{304} = \text{Arctg} \frac{\Delta X_{III}^{304}}{\Delta Y_{III}^{304}} = 386,2188^g$$

$$\theta_{IV}^{304} = \text{Arctg} \frac{\Delta X_{IV}^{304}}{\Delta Y_{IV}^{304}} = 8,3274^g$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO GRÁFICO:

$$Despl_I^{304} = \frac{\Delta\theta_I^{304} \cdot D_I^{304}}{\beta^{cc}} = \frac{8,55 \cdot 49,262}{636.620} = 0,00066 m$$

$$Despl_{II}^{304} = \frac{\Delta\theta_{II}^{304} \cdot D_{II}^{304}}{\beta^{cc}} = \frac{10,60 \cdot 79,954}{636.620} = 0,00133 m$$

$$Despl_{III}^{304} = \frac{\Delta\theta_{III}^{304} \cdot D_{III}^{304}}{\beta^{cc}} = \frac{12,60 \cdot 69,925}{636.620} = 0,00138 m$$

$$Despl_{IV}^{304} = \frac{\Delta\theta_{IV}^{304} \cdot D_{IV}^{304}}{\beta^{cc}} = \frac{6,00 \cdot 42,642}{636.620} = 0,00040 m$$

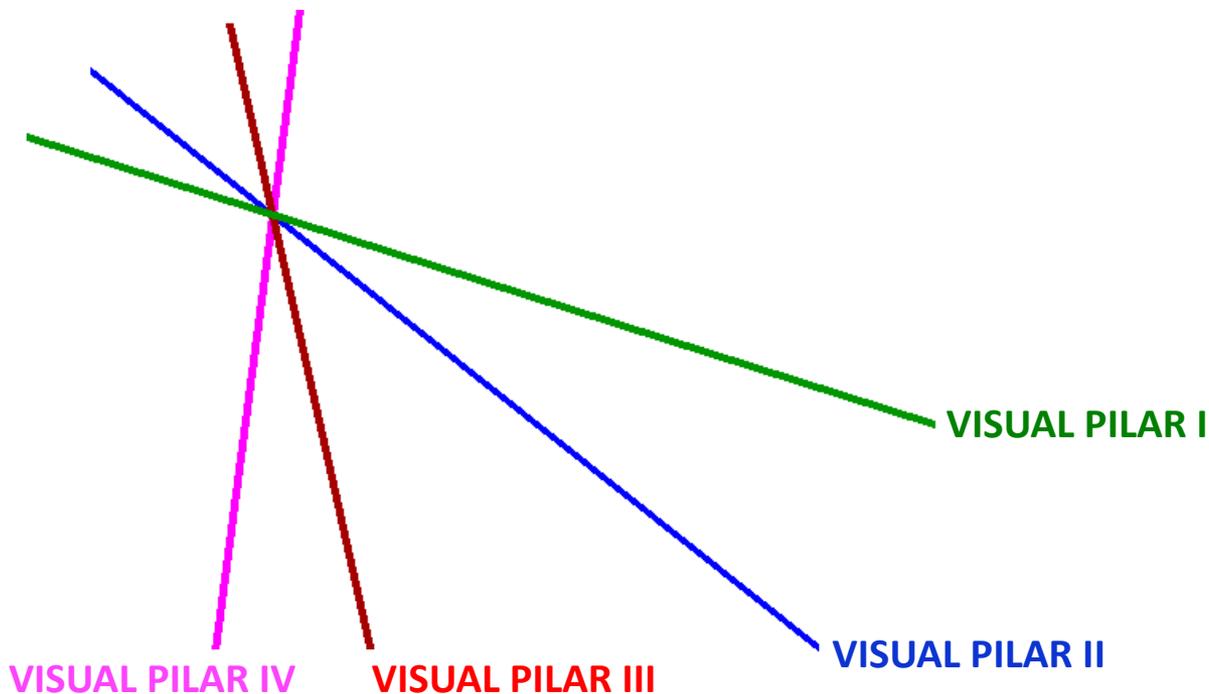
## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

**RESOLUCIÓN.-**

**MÉTODO GRÁFICO:**



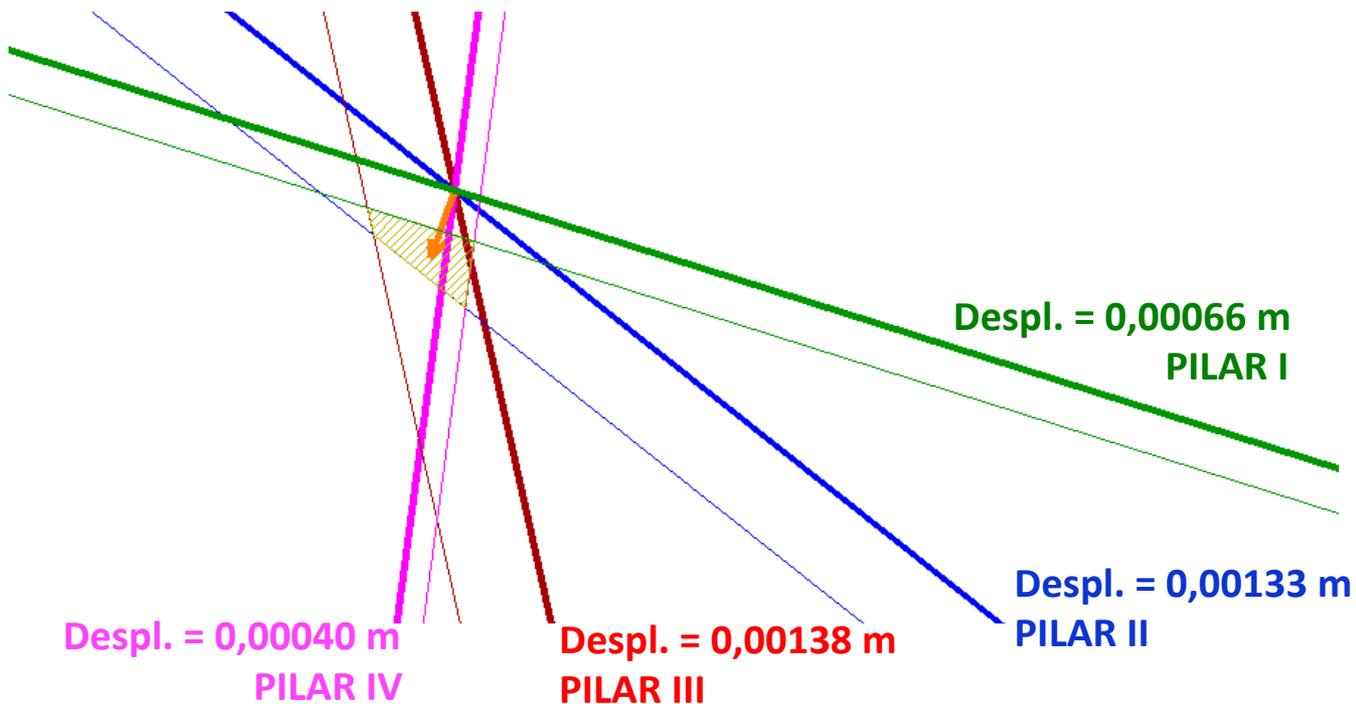
## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

**RESOLUCIÓN.-**

**MÉTODO GRÁFICO:**



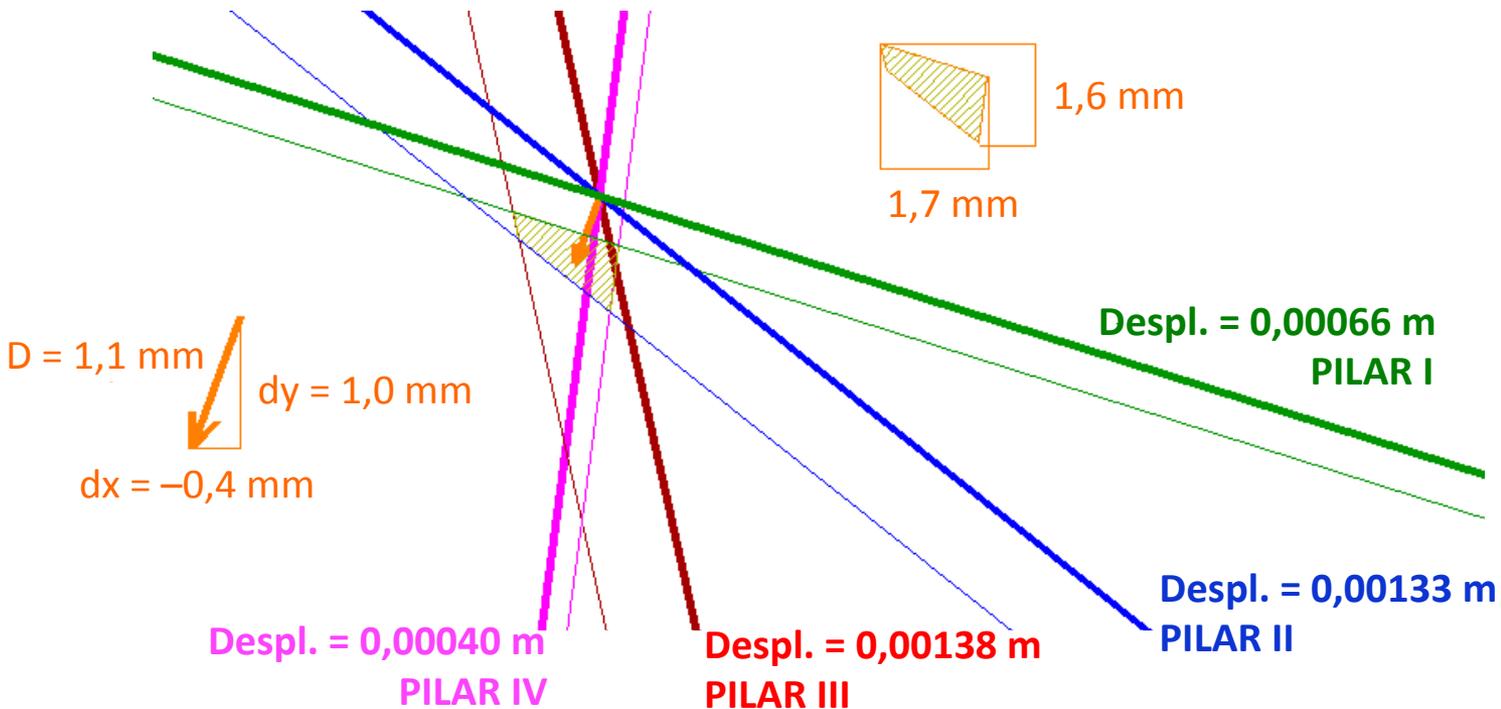
## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

RESOLUCIÓN.-

MÉTODO GRÁFICO:



## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

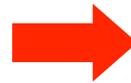
#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\Delta\theta_I = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$

$$\Delta\theta_{II} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$

$$\Delta\theta_{III} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$

$$\Delta\theta_{IV} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy]$$



$$[\Delta\theta] = [A] \cdot [X] + [R]$$

$$\Delta\theta = A \cdot X$$

$$A^t \cdot \Delta\theta = A^t \cdot A \cdot X$$

$$\left. \begin{array}{l} A^t \cdot \Delta\theta = P \\ A^t \cdot A = N \end{array} \right\} P = N \cdot X \Rightarrow X = P \cdot N^{-1}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

	COORDENADAS				
	DIANA	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
<b>X</b>	9929,185	9976,110	9991,464	9944,204	9923,623
<b>Y</b>	10224,591	10209,596	10174,451	10156,298	10182,313
<b>dX</b>		-46,925	-62,279	-15,019	5,562
<b>dY</b>		14,995	50,140	68,293	42,278
<b>D<sup>2</sup></b>		2426,806	6392,693	4889,504	1818,365

$$\Delta\theta_I = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \Leftrightarrow \frac{8,55}{636.620} = \frac{1}{2.426,806} [14,995 \cdot dx + 46,925 \cdot dy]$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

	COORDENADAS				
	DIANA	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
<b>X</b>	9929,185	9976,110	9991,464	9944,204	9923,623
<b>Y</b>	10224,591	10209,596	10174,451	10156,298	10182,313
<b>dX</b>		-46,925	-62,279	-15,019	5,562
<b>dY</b>		14,995	50,140	68,293	42,278
<b>D<sup>2</sup></b>		2426,806	6392,693	4889,504	1818,365

$$\Delta\theta_{II} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \Leftrightarrow \frac{10,60}{636.620} = \frac{1}{6.392,693} [50,140 \cdot dx + 62,279 \cdot dy]$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

	COORDENADAS				
	DIANA	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
<b>X</b>	9929,185	9976,110	9991,464	9944,204	9923,623
<b>Y</b>	10224,591	10209,596	10174,451	10156,298	10182,313
<b>dX</b>		-46,925	-62,279	-15,019	5,562
<b>dY</b>		14,995	50,140	68,293	42,278
<b>D<sup>2</sup></b>		2426,806	6392,693	4889,504	1818,365

$$\Delta\theta_{III} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \Leftrightarrow \frac{12,60}{636.620} = \frac{1}{4.889,504} [68,293 \cdot dx + 15,019 \cdot dy]$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

	COORDENADAS				
	DIANA	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
<b>X</b>	9929,185	9976,110	9991,464	9944,204	9923,623
<b>Y</b>	10224,591	10209,596	10174,451	10156,298	10182,313
<b>dX</b>		-46,925	-62,279	-15,019	5,562
<b>dY</b>		14,995	50,140	68,293	42,278
<b>D<sup>2</sup></b>		2426,806	6392,693	4889,504	1818,365

$$\Delta\theta_{IV} = \frac{1}{(D_i^j)^2} [\Delta Y_i^j \cdot dx - \Delta X_i^j \cdot dy] \Leftrightarrow \frac{-6,0}{636.620} = \frac{1}{1.818,365} [42,278 \cdot dx - 5,562 \cdot dy]$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\frac{8,55}{636.620} = \frac{1}{2.426,806} [14,995 \cdot dx + 46,925 \cdot dy]$$

$$\frac{10,60}{636.620} = \frac{1}{6.392,693} [50,140 \cdot dx + 62,279 \cdot dy]$$

$$\frac{12,60}{636.620} = \frac{1}{4.889,504} [68,293 \cdot dx + 15,019 \cdot dy]$$

$$\frac{-6,0}{636.620} = \frac{1}{1.818,365} [42,278 \cdot dx - 5,562 \cdot dy]$$

$$1,343 \cdot 10^{-5} = [6,179 \cdot 10^{-3} \cdot dx + 1,934 \cdot 10^{-2} \cdot dy]$$

$$1,665 \cdot 10^{-5} = [7,843 \cdot 10^{-3} \cdot dx + 9,742 \cdot 10^{-3} \cdot dy]$$

$$1,979 \cdot 10^{-5} = [1,397 \cdot 10^{-2} \cdot dx + 3,070 \cdot 10^{-3} \cdot dy]$$

$$-9,425 \cdot 10^{-6} = [2,325 \cdot 10^{-2} \cdot dx - 3,063 \cdot 10^{-3} \cdot dy]$$

$$[\Delta\theta] = [A] \cdot [X]$$

#### MATRICES DE CALCULO

##### DIFERENCIAS ANGULARES

(MATRIZ  $\theta$ )

$$\begin{bmatrix} 1,343E-05 \\ 1,665E-05 \\ 1,979E-05 \\ -9,425E-06 \end{bmatrix}$$

##### MATRIZ DE DISEÑO (MATRIZ A)

$$\begin{bmatrix} 6,179E-03 & 1,934E-02 \\ 7,843E-03 & 9,742E-03 \\ 1,397E-02 & 3,070E-03 \\ 2,325E-02 & -3,063E-03 \end{bmatrix}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

##### MATRIZ DE DISEÑO TRASPUESTA (MATRIZ A<sup>t</sup>)

$$\begin{bmatrix} 6,179E-03 & 7,843E-03 & 1,397E-02 & 2,325E-02 \\ 1,934E-02 & 9,742E-03 & 3,070E-03 & -3,063E-03 \end{bmatrix}$$

##### MATRIZ A<sup>t</sup>\*A (MATRIZ N)

$$\begin{bmatrix} 8,353E-04 & 1,676E-04 \\ 1,676E-04 & 4,876E-04 \end{bmatrix}$$

##### MATRIZ A<sup>t</sup>\*θ (MATRIZ P)

$$\begin{bmatrix} -3,913E-07 \\ -5,399E-07 \end{bmatrix}$$

##### MATRIZ N INVERTIDA (MATRIZ N<sup>-1</sup>)

$$\begin{bmatrix} 1,286E+03 & -4,419E+02 \\ -4,419E+02 & 2,203E+03 \end{bmatrix}$$

##### RESULTADOS

$$\begin{aligned} dx &= -0,265 & dy &= -1,016 \\ D &= 1,050 & \theta &= 2837868,06 \end{aligned}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

#### RESULTADOS: CAMPAÑAS 1 y 2

DIANA	dx (mm.)	dy (mm.)	acimut	D (mm.)
301	0,46	-0,63	3402275,5	0,78
302	0,21	-0,31	3382941,9	0,38
303	-0,13	-0,14	2518302,1	0,19
304	-0,26	-1,02	2837868,1	1,05
305	-0,43	-0,25	2339468,4	0,50
306	-0,03	-0,73	2975895,4	0,73
307	-0,27	0,01	1966445,0	0,27
308	-0,53	-1,16	2728571,0	1,27

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\begin{aligned} \Delta\theta &= A \cdot X + R \\ R &= \Delta\theta - A \cdot X \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad S^2 = \frac{R^t R}{m - n} \quad \longrightarrow \quad C = S^2 N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2} \right] \Rightarrow \sigma \begin{cases} \sigma_{\max.} \\ \sigma_{\min.} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\begin{matrix} \text{MATRIZ } A*X \\ \left[ \begin{array}{c} -2,129E-05 \\ -1,198E-05 \\ -6,816E-06 \\ -3,039E-06 \end{array} \right] \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} \text{MATRIZ } R=-AX+\theta \\ \left[ \begin{array}{c} 7,778E-06 \\ -4,683E-06 \\ -2,164E-05 \\ 1,252E-05 \end{array} \right] \end{matrix}$$

#### ESTIMACION DE VARIANZA DE PESO UNIDAD

$$s^2 = 3,538E-10$$

$$\begin{matrix} \text{MATRIZ DE COVARIANZAS} \\ \left[ \begin{array}{cc} 4,549E-07 & -1,563E-07 \\ -1,563E-07 & 7,792E-07 \end{array} \right] \end{matrix}$$

#### EJES MAYOR Y MENOR DE LA ELIPSE DE ERROR

$$\sigma_{\max}^2 = 9,178E-01$$

$$\sigma_{\min}^2 = 6,260E-01$$

#### ACIMUT DEL EJE MAYOR

$$\alpha = 24,41561905$$

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.- MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

#### ELIPSES DE ERROR EN LAS CAMPAÑAS 1 y 2

DIANA	$s_{\max}$ (mm)	$s_{\min}$ (mm)	Acimut eje mayor
301	1,26	0,68	30,42429
302	0,72	0,39	30,73606
303	0,14	0,08	25,37386
304	0,92	0,63	24,41562
305	1,01	0,67	35,49118
306	0,78	0,41	32,11720
307	1,44	0,67	26,51987
308	1,48	0,68	26,67636

## 4. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE ANGULAR

### 4.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 1.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### COMPARACIÓN DE RESULTADOS:

MÉTODO	dX	dY	Error máx.	Error mín.
Variación de coordenadas	-0,26 mm.	-1,02 mm.	0,92 mm.	0,63 mm.
Gráfico	-0,40 mm.	-1,00 mm.	0,85 mm.	0,80 mm.

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.1. Introducción

**METODOLOGÍAS INTERVINIENTES.-**



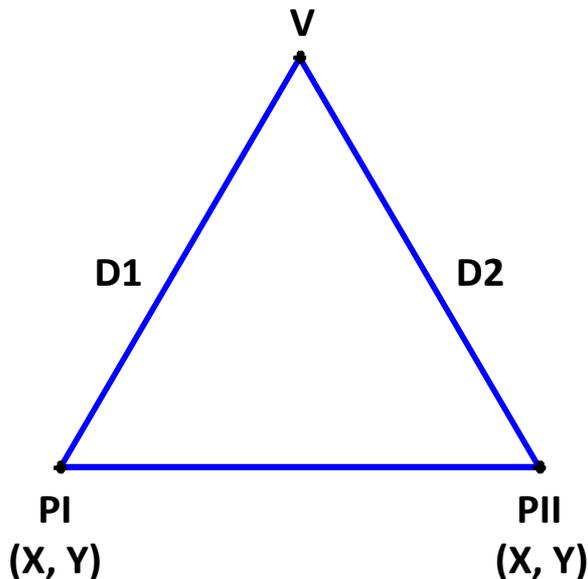
## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.1. Introducción

**METODOLOGÍAS INTERVINIENTES.-**

**OBSERVABLE DISTANCIA.-**

**INTERSECCIÓN DIRECTA DE DISTANCIAS SIMPLE.-**

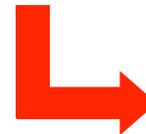


$$\left. \begin{aligned} (x_V - x_I)^2 + (y_V - y_I)^2 &= (D_I^V)^2 \\ (x_V - x_{II})^2 + (y_V - y_{II})^2 &= (D_{II}^V)^2 \end{aligned} \right\}$$



**OBSERVABLE ANGULAR.-**

**TEOREMA DEL COSENO.-**



$$D_I^H = \sqrt{(x_{II} - x_I)^2 + (y_{II} - y_I)^2}$$

$$\theta_I^H = \text{arc tg} \frac{x_{II} - x_I}{y_{II} - y_I}$$

$$(D_{II}^V)^2 = (D_I^H)^2 + (D_I^V)^2 - 2D_I^H D_I^V \cos \alpha$$

$$\alpha = \text{arc cos} \left( \frac{(D_{II}^V)^2 - (D_I^H)^2 - (D_I^V)^2}{2D_I^H D_I^V} \right)$$

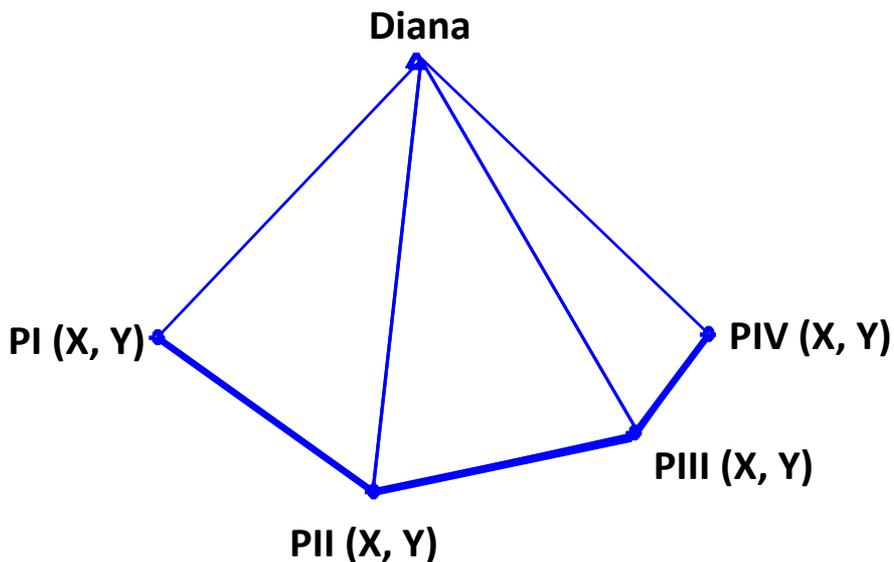
# 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

## 5.1. Introducción

**METODOLOGÍAS INTERVINIENTES.-**

**OBSERVABLE DISTANCIA.-**

**INTERSECCIÓN DIRECTA DE DISTANCIAS MÚLTIPLE.-**



$$\begin{aligned} (X_{PI} - X_D)^2 + (Y_P - Y_D)^2 &= (D_{PI}^D)^2 \\ (X_{PII} - X_D)^2 + (Y_{PII} - Y_D)^2 &= (D_{PII}^D)^2 \\ (X_{PIII} - X_D)^2 + (Y_{PIII} - Y_D)^2 &= (D_{PIII}^D)^2 \\ \dots\dots\dots \\ \dots\dots\dots \\ (X_P - X_D)^2 + (Y_P - Y_D)^2 &= (D_P^D)^2 \end{aligned}$$

**REDUNDANCIA DE DATOS.-**

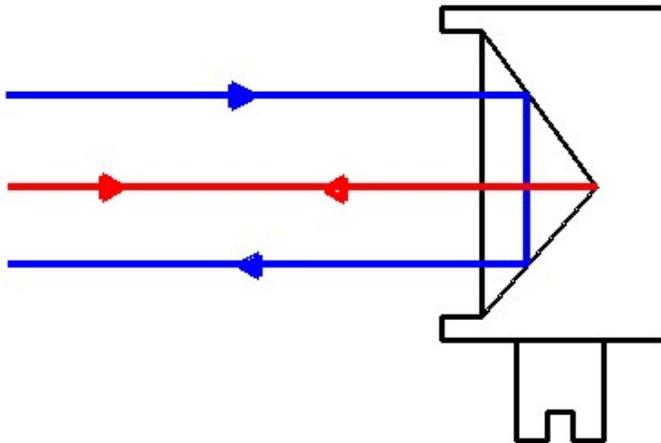
## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.1. Introducción

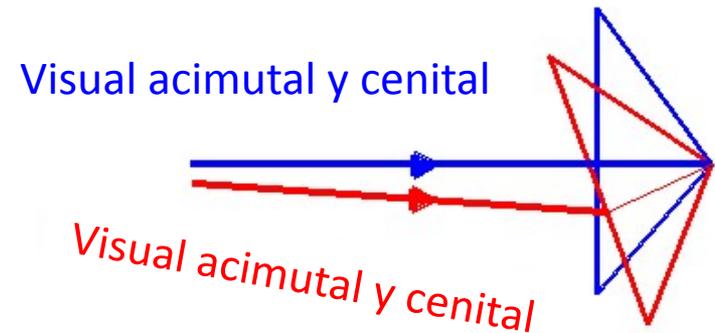
**METODOLOGÍAS INTERVINIENTES.-**

**PROBLEMÁTICA DE LA OBSERVACIÓN.-**

**ERROR EN DISTANCIAS.-**



**ERROR EN ÁNGULOS.-**



## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.2. Instrumental topográfico

#### ESTACIÓN TOPOGRÁFICA.-

- Precisión Medida.
- Ángulos Hz, V      0,5'' (0,15 mgon).
- Precisión Medida.
- Distancias            1 mm + 1 ppm.
- Aumentos Anteojo    x30.

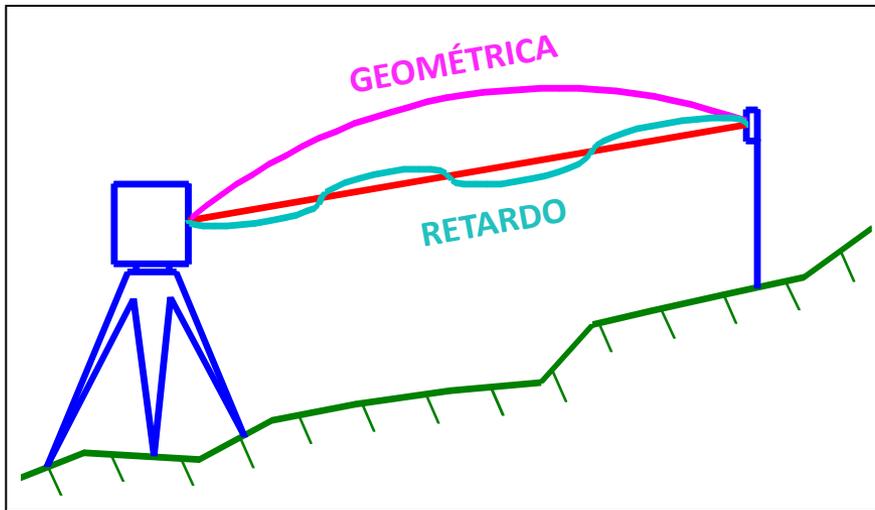


## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**



**FUNDAMENTO:**

$$Velocidad = \frac{Espacio}{Tiempo}$$

$$Espacio = Velocidad \cdot Tiempo$$

$$D = V \cdot t$$

**ÍNDICE REFRACCIÓN:**

$$n = \frac{C_0}{V} \Rightarrow D = \frac{C_0}{n} \cdot t$$

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

**FABRICANTES:** 
$$D = \frac{C_o \cdot t}{n_s}$$

$n_s$  = Índice Estándar (Presión y Temperatura)

**ORIENTAL**            1013 mb            15,0°C

**EUROPEO**            1013 mb            12,5°C

$$D_R = \textit{distancia real} = \frac{C_o t}{n_R} \qquad D_m = \textit{distancia medida} = \frac{C_o t}{n_s}$$

$$\textit{Corrección} = D_R - D_m = \frac{C_o t}{n_R} - \frac{C_o t}{n_s} = \frac{C_o t}{n_s} \left( \frac{n_s}{n_R} - 1 \right) = D_m \left( \frac{n_s}{n_R} - 1 \right)$$

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

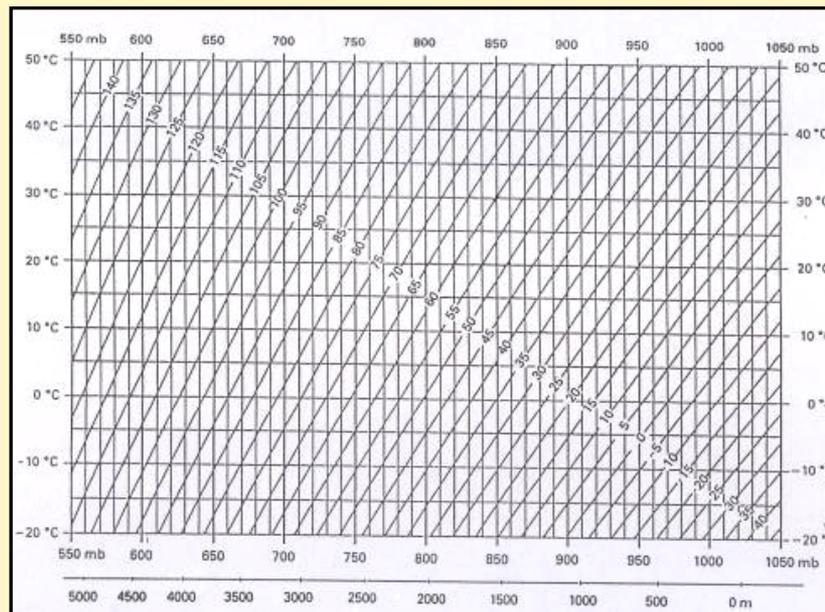
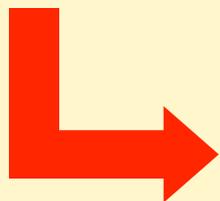
**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

**FABRICANTES HABITUALES:**

$$C = 282,2 - \frac{0,2908}{1 + 0,00366 \cdot T} \cdot P$$

$C = \text{corrección}$

$T = ^\circ C // P = mb$



## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

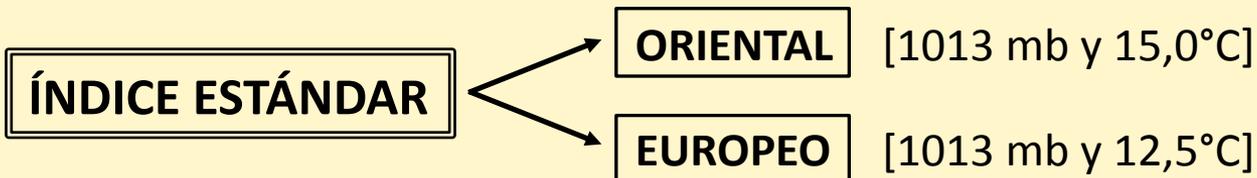
CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

#### BARREL Y SEARS:

• Índice del Tren de Ondas: 
$$n_g = 1 + \left[ 2876,04 + \frac{48,864}{\lambda_0^2} + \frac{0,680}{\lambda_0^4} \right] \cdot 10^{-7}$$

• Índice de Refracción Teórico: 
$$n = 1 + \frac{n_g - 1}{1 + \alpha \cdot T} \cdot \frac{P}{760} - \frac{0,55 \cdot e \cdot 10^{-7}}{1 + \alpha \cdot T}$$



## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

**BARREL Y SEARS:**

**ÍNDICE REAL**

**Presión // Temperatura // Humedad**

Temperatura seca  $t_s$   
Temperatura húmeda  $t_h$

**PSICÓMETRO**

$$e = E - 0,00066 \cdot (1 + 0,0115 \cdot t_h) \cdot P \cdot (t_s - t_h)$$

$$\log E = 26,1262 - \frac{3049,50}{273,2 + t_h} - 5,8697 \cdot \log(273,2 + t_h)$$

$$t_h \cong t_s$$

**HUMEDAD**

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

**BARREL Y SEARS:**

**ÍNDICE REAL**

Presión // Temperatura // Humedad

Humedad relativa H%

**HIGRÓMETRO**

$$e = \frac{H\%}{100} E$$

Tensión del Vapor de Agua

**HUMEDAD**

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

**BARREL Y SEARS:**

**ÍNDICE REAL**

**Presión // Temperatura // Humedad**

**HUMEDAD**



Temperatura (°C)	Presión de Vapor Agua (mmHg)
0	4,58
5	6,54
10	9,21
15	12,79
20	17,54
25	23,76
30	31,82
35	42,18
40	55,32
45	71,88
50	92,51

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

**CORRECCIÓN ATMOSFÉRICA.-**

**BARREL Y SEARS:**

$$\text{Corrección} = D_{\text{medida}} \left( \frac{n_s}{n_R} - 1 \right)$$

$$n_S = 1 + \frac{n_{TREN} - 1}{1 + \alpha \cdot T} \frac{P}{760} \left\{ \begin{array}{l} 1013mb \\ 12,5^\circ C \end{array} \right.$$

$$n_R = 1 + \frac{n_{TREN} - 1}{1 + \alpha \cdot T} \frac{P}{760} - \frac{5,5 \cdot e \cdot 10^{-8}}{1 + \alpha \cdot T} \left\{ \begin{array}{l} \text{Presión} \\ \text{Humedad} \\ \text{Temperatura} \end{array} \right.$$

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 2.-

- En una campaña de observaciones tomadas con una Estación Total, marca Leica, modelo TC2000, se capturan distancias con las siguientes condiciones meteorológicas:
  - Presión: 760 mmHg.
  - Temperatura: 35°C.
  - Humedad relativa: 95%.
- Sabiendo que dicho instrumento se caracteriza por tener una  $\lambda = 0,85$  mm y en condiciones estándar aplica una humedad relativa del 60%, determinar las correcciones meteorológicas que se pueden aplicar en las diferentes hipótesis que el alumno/a pueda plantear.

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 2.-

#### RESOLUCIÓN.-

• Índice del Tren de Ondas: 
$$n_{GRUPO} = 1 + \left[ 2876,04 + \frac{48,864}{0,85^2} + \frac{0,680}{0,85^4} \right] \cdot 10^{-7} =$$

$$n_{GRUPO} = 1,000294497$$

• Índice Estándar:  $12,5^{\circ}C \Leftrightarrow 760mmHg \Leftrightarrow 60\%Humedad$

$$\log E = 26,1262 - \frac{3049,50}{273,2 + 12,5} - 5,8697 \cdot \log(273,2 + 12,5)$$

$$E = 10,888297 \Leftrightarrow e = \frac{60}{100} \cdot 10,888297$$

$$e = 6,533mmHg$$

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 2.-

#### RESOLUCIÓN.-

- **Índice Estándar:**  $12,5^{\circ}C \Leftrightarrow 760mmHg \Leftrightarrow 60\%Humedad$

$$n_s = 1 + \frac{1,000294497 - 1}{1 + \frac{12,5}{273,2}} \cdot \frac{760}{760} - \frac{5,5 \cdot 6,533 \cdot 10^{-8}}{1 + \frac{12,5}{273,2}} =$$

$$n_s = 1,000281269$$

- **Hipótesis a plantear, sobre el Índice Real:**

- Teniendo en cuenta la humedad.
- Sin tener en cuenta la humedad.

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 2.-

#### RESOLUCIÓN.-

A. Índice Real con Humedad:  $35^{\circ}C \Leftrightarrow 760mmHg \Leftrightarrow 95\%Humedad$

$$\log E = 26,1262 - \frac{3049,50}{273,2 + 35} - 5,8697 \cdot \log(273,2 + 35)$$

$$E = 41,971 \Leftrightarrow e = \frac{95}{100} \cdot 41,971$$

$$e = 39,87mmHg$$

$$n_R = 1 + \frac{1,000294497 - 1}{1 + \frac{35}{273,2}} \cdot \frac{760}{760} - \frac{5,5 \cdot 39,87 \cdot 10^{-8}}{1 + \frac{35}{273,2}} = 1,000259109$$

$$Corrección = \left( \frac{1,000281269}{1,000259109} - 1 \right) = 0,000022154 \Rightarrow 22,15 ppm$$

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 2.-

#### RESOLUCIÓN.-

B. Índice Real sin Humedad:  $35^{\circ}C \Leftrightarrow 760mmHg$

$$n_R = 1 + \frac{1,000294497 - 1}{1 + \frac{35}{273,2}} \cdot \frac{760}{760} =$$

$$n_R = 1,000261053$$

$$Corrección = \left( \frac{1,000281269}{1,000261053} - 1 \right) = 0,000020211 \Rightarrow 20,21 ppm$$

$$DIFERENCIA = 22,15 - 20,21 \cong 2 ppm$$

## 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

### 5.3. Método de observación

CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

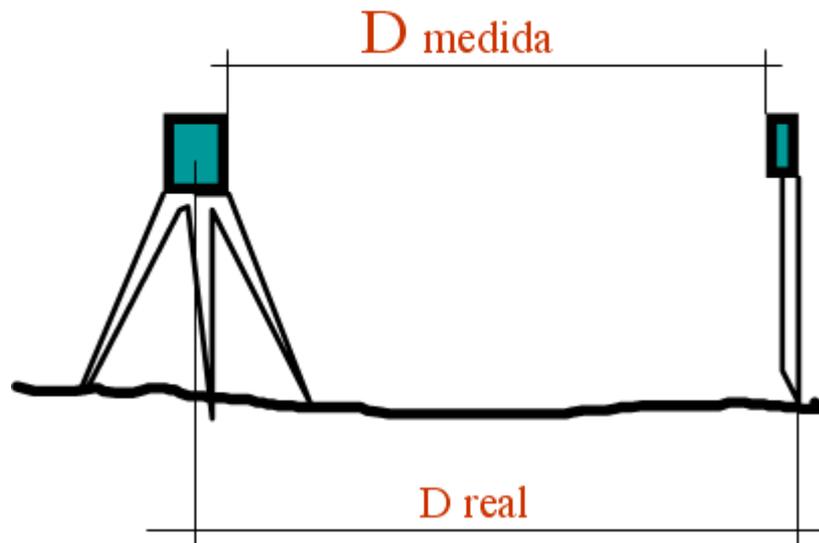
CONSTANTE DE EQUIPO.-

COSTANTE = C-D  
C = Distancia real.  
D = Distancia medida.



DATO DEL FABRICANTE

*Constante = D real - D medida*



# 5. LA OBSERVACIÓN DISTANCIOMÉTRICA

## 5.3. Método de observación

### CONTROL DE LAS OBSERVACIONES.-

### CONSTANTE DE EQUIPO.-

LEICA Prisms	Constants [mm]	
Circular prism GPR121/111	0.0	
Miniprism GMP101/102	+17.5	
Miniprism GMP111	+17.5	
360° prism GRZ4	+23.1	
Reflective tape	+34.4	

712323-1.1.0

LEICA Prisms - Professional Series	
Circular prism GPR121  Constant: 0.0 mm	Miniprism GMP101/102  Constant: +17.5 mm

712323-1.1.0

LEICA Prisms - Basic Series	
Circular prism GPR111  Constant: 0.0 mm	Miniprism GMP111  Constant: +17.5 mm

712323-1.1.0

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.1. Introducción

**METODOLOGÍAS INTERVINIENTES.-**



## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.1. Introducción

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

- Métodos de Resolución:

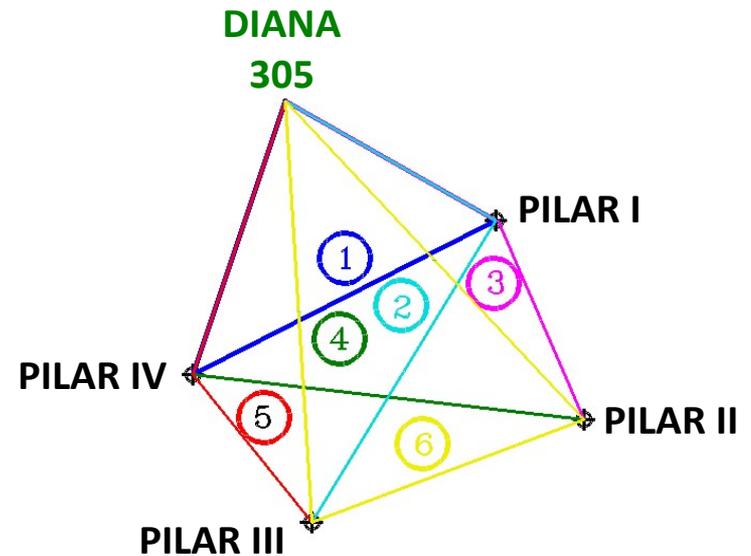
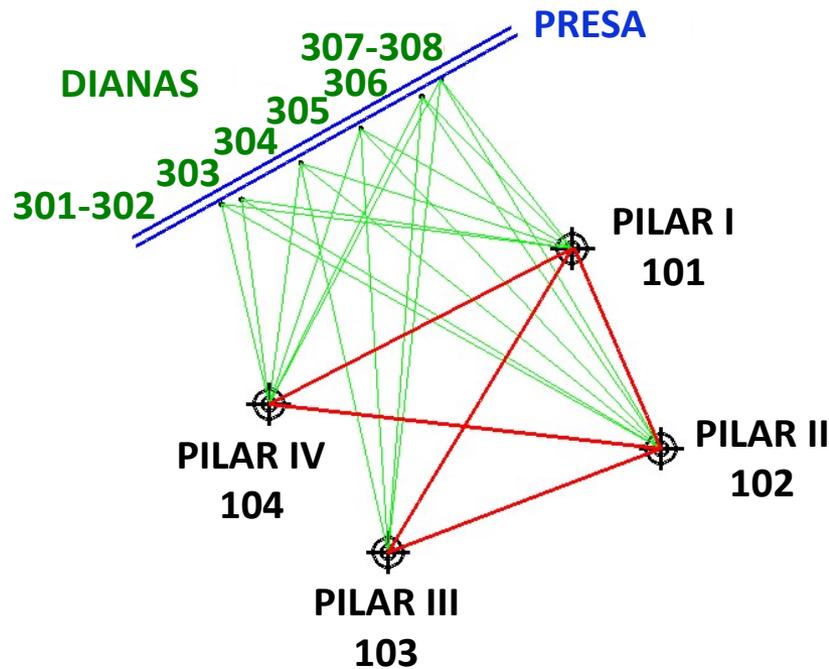
- Método NUMÉRICO.
- Método GRÁFICO.
- Método de VARIACIÓN DE COORDENADAS.

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**



## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO NUMÉRICO.-**

CAMPAÑA "N":

- Resolución 6 Intersecciones.
- Media Ponderada.

$$Peso = \frac{\text{Sen}^2 \frac{\gamma}{2}}{L^2}$$

CAMPAÑA "N + 1":

- Resolución 6 Intersecciones.
- Media Ponderada.

$$Peso = \frac{\text{Sen}^2 \frac{\gamma}{2}}{L^2}$$

**DESPLAZAMIENTO = CAMPAÑA (N) – CAMPAÑA (N + 1)**

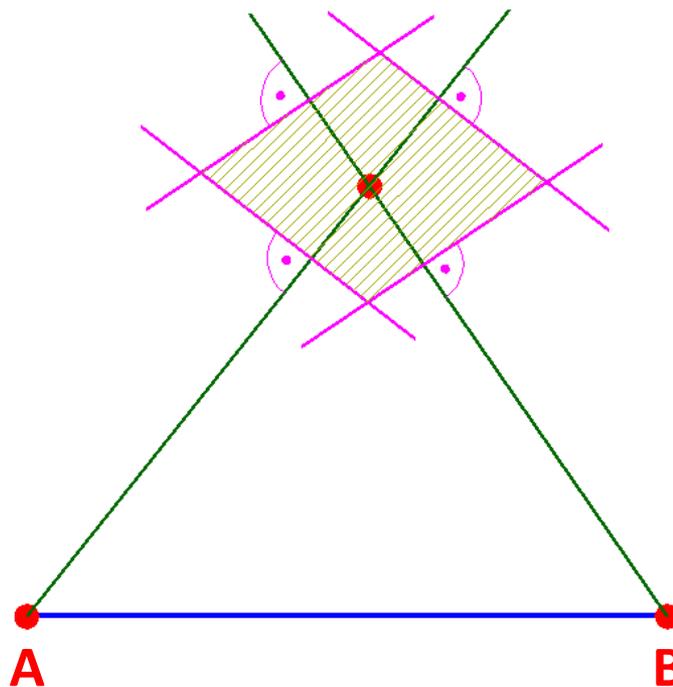
## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

$$Error = \frac{D \cdot \varepsilon}{\sqrt{2} \cdot \text{Sen} \frac{\gamma}{2}}$$

- **D** = distancia mayor de las observadas.
- **ε** = error relativo medida de distancias.
- **γ** = ángulo Intersección.

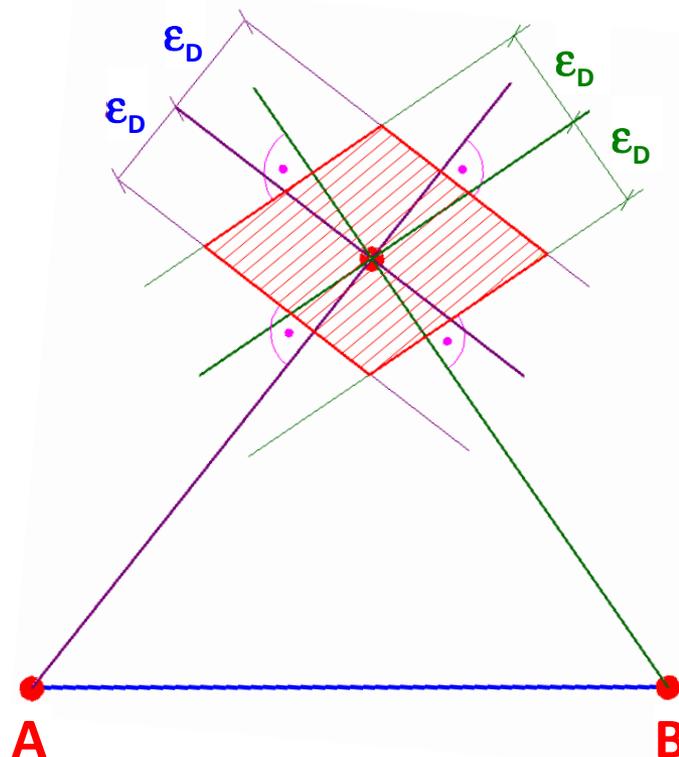


## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Considerando que al realizar las dos observaciones distanciométricas necesarias en toda intersección directa se comete un error en la medida de la distancia  $\epsilon_D$ , se genera una zona de incertidumbre en la que es previsible que se encuentre realmente la posición del punto objeto de determinación, tal y como se puede apreciar en la siguiente figura:

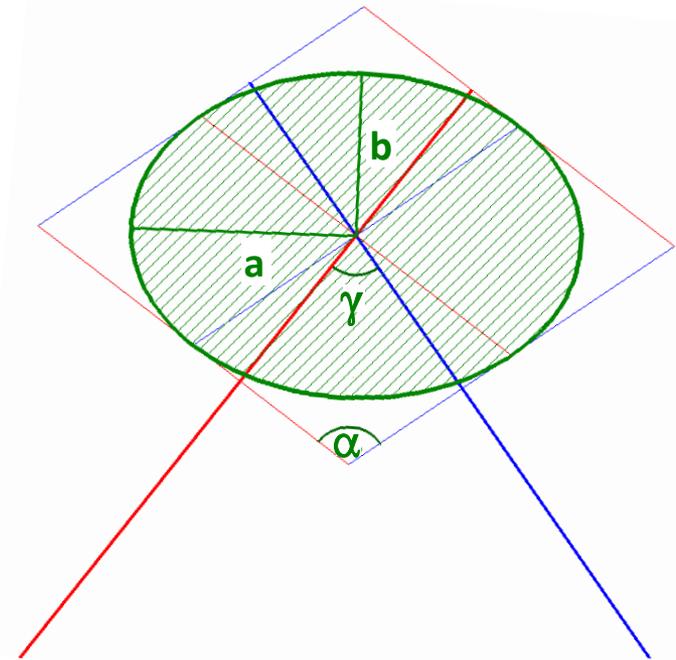


## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Considerando que en el entorno de la intersección de visuales, las desviaciones distanciométricas se pueden considerar perpendiculares, y que la probabilidad de que se produzcan las máximas desviaciones en ambas visuales es mínima, se encaja en el interior del polígono una elipse cuyo semieje mayor se considera la tolerancia de las intersecciones distanciométricas

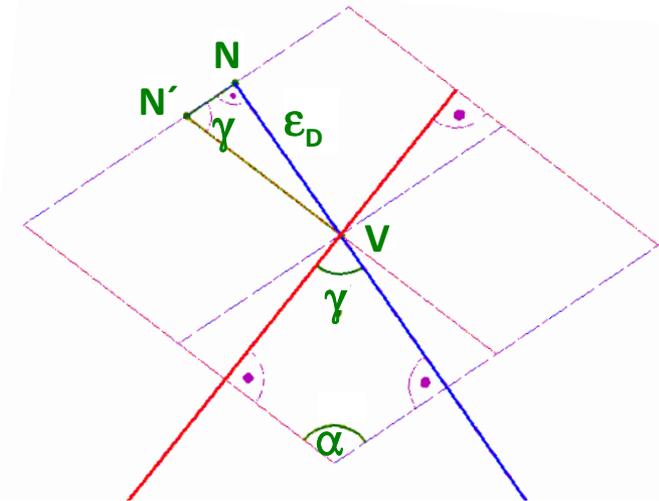


## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Para el establecimiento del semieje mayor de la elipse de error es necesario apoyarse en la teoría de los diámetros conjugados de una elipse formulada por Apolonio.
- En el triángulo **VNN'**, **VN'** es el diámetro conjugado, cuyo valor es de fácil obtención partiendo de que al valor **VN** coincide con el valor del error absoluto en la medición de las distancias:



$$VN = \varepsilon_D$$

$$\text{sen } \gamma = \frac{VN}{VN'} \Rightarrow VN' = \frac{VN}{\text{sen } \gamma}$$

$$VN' = \frac{\varepsilon_D}{\text{sen } \gamma}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Aplicando la teoría de los diámetros conjugados se puede obtener el semieje mayor de la elipse de error mediante las siguientes expresiones:

$$a^2 + b^2 = 2 \cdot VN'^2$$

$$2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot VN'^2 \cdot \text{sen } \gamma$$

- Sumando las dos expresiones anteriores, resulta:

$$a^2 + b^2 + 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot VN'^2 \cdot (1 + \text{sen } \gamma)$$

$$(a + b)^2 = 2 \cdot VN'^2 \cdot (1 + \text{sen } \gamma)$$

$$(a + b) = \sqrt{2} \cdot VN' \cdot \sqrt{1 + \text{sen } \gamma}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Sumando ahora las dos expresiones deducidas anteriormente, se obtiene:

$$a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b = 2 \cdot VN'^2 \cdot (1 - \text{sen } \gamma)$$

$$(a - b)^2 = 2 \cdot VN'^2 \cdot (1 - \text{sen } \gamma)$$

$$(a - b) = \sqrt{2} \cdot VN' \cdot \sqrt{1 - \text{sen } \gamma}$$

- Restando esas mismas expresiones:

$$2 \cdot a = \sqrt{2} \cdot VN' \left[ \sqrt{1 + \text{sen } \gamma} + \sqrt{1 - \text{sen } \gamma} \right]$$

$$a = \frac{\sqrt{2} \cdot VN'}{2} \left[ \sqrt{1 + \text{sen } \gamma} + \sqrt{1 - \text{sen } \gamma} \right]$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Dada la siguiente igualdad trigonométrica:

$$\frac{1}{2} \cdot \left[ \sqrt{1 + \operatorname{sen} \gamma} + \sqrt{1 - \operatorname{sen} \gamma} \right] = \cos \frac{\gamma}{2}$$

- Se puede sustituir, obteniendo una expresión mucho más reducida del semieje mayor de la elipse:

$$a = \sqrt{2} \cdot VN' \cdot \cos \frac{\gamma}{2}$$

- Sustituyendo el valor de **VN'** ya determinando y la igualdad trigonométrica:

$$\left\{ \begin{array}{l} VN' = \frac{\varepsilon_D}{\operatorname{sen} \gamma} \\ \operatorname{Sen} \gamma = 2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2} \end{array} \right\} \rightarrow a = \frac{\sqrt{2} \cdot \varepsilon_D \cdot \cos \frac{\gamma}{2}}{2 \cdot \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2} \cdot \cos \frac{\gamma}{2}}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.2. Método numérico

#### ERROR EN LA INTERSECCIÓN DE DISTANCIAS.-

- Conformando definitivamente dicho semieje de la elipse de error la tolerancia o error esperado al realizar una intersección directa angular.

$$a = \frac{\varepsilon_D}{\sqrt{2} \cdot \operatorname{sen} \frac{\gamma}{2}}$$

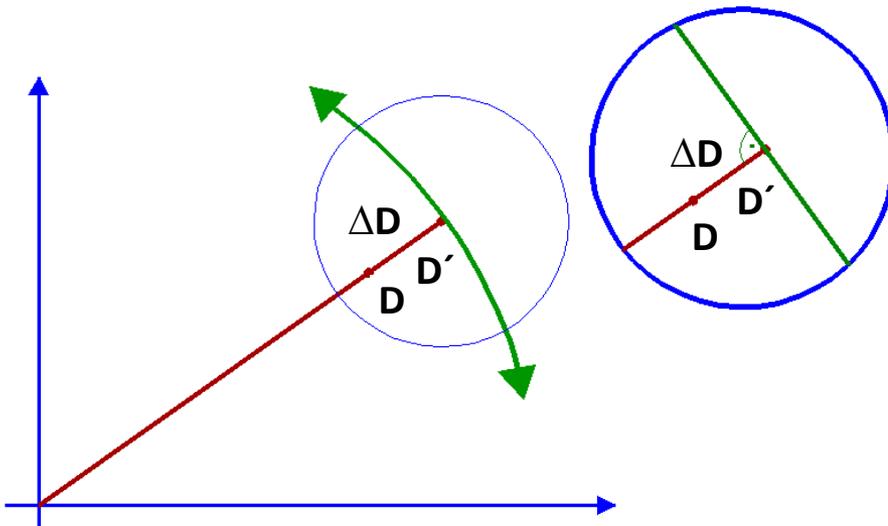
- Siendo:
  - $\varepsilon_D$  = error absoluto en la medida de las distancias.
  - $\gamma$  = ángulo intersección.

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.3. Método gráfico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO GRÁFICO.-**



$$\Delta D = D(n) - D(n+1)$$

$$Distancia = \sqrt{(\Delta X_{PILAR}^{DIANA})^2 + (\Delta Y_{PILAR}^{DIANA})^2}$$

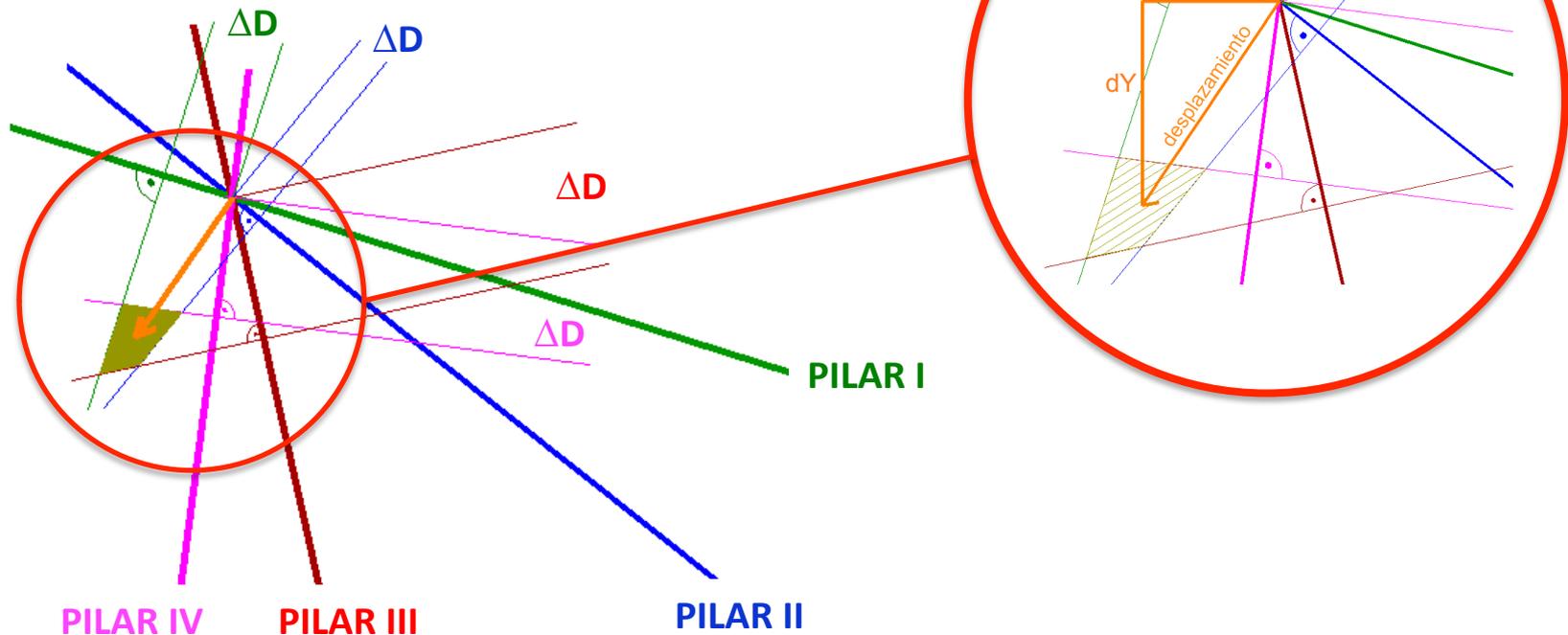
$$Acimut = Arctg\left(\frac{\Delta X_{PILAR}^{DIANA}}{\Delta Y_{PILAR}^{DIANA}}\right)$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.3. Método gráfico

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO GRÁFICO.-

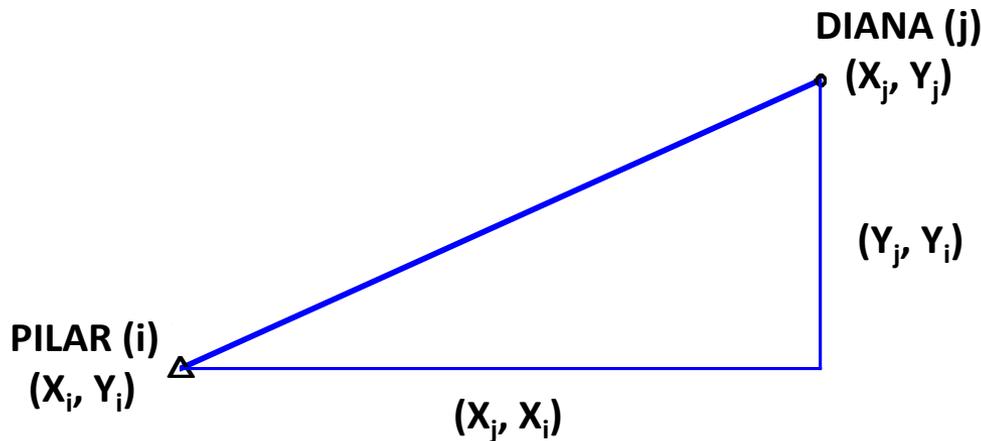


## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**



$$D_i^j = \left[ (X_j - X_i)^2 + (Y_j - Y_i)^2 \right]^{1/2}$$

$$F = (f(X)^2 + g(Y)^2)^{1/2}$$

$$dF = \left[ \frac{2f(X)dx}{2\sqrt{\quad}} + \frac{2g(Y)dy}{2\sqrt{\quad}} \right]$$

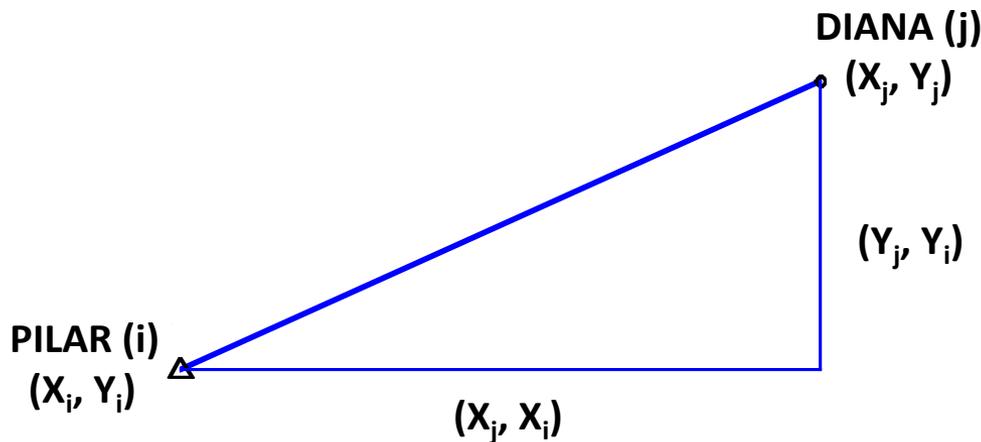
$$dD_i^j = \frac{X_j - X_i}{D^j} dx + \frac{Y_j - Y_i}{D_i^j} dy$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-



$$dD_i^j = \frac{X_j - X_i}{D^j} dx + \frac{Y_j - Y_i}{D_i^j} dy$$



$dx, dy$

$$m = 2 \rightarrow dD = \frac{\Delta X}{D} dx + \frac{\Delta Y}{D} dy$$

$$m > 2 \rightarrow dD = \frac{\Delta X}{D} dx + \frac{\Delta Y}{D} dy + R$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**

$$dD = D_{PILAR(n)}^{DIANA} - D_{PILAR(n+1)}^{DIANA} = \Delta$$

$$\Delta = \frac{\Delta X}{D} dx + \frac{\Delta y}{D} dy$$

#### AUSCULTACIÓN ESTRUCTURA RÍGIDA:

DX, DY: geometría primitiva.  
D: geometría primitiva.  
dx, dy: desplazamiento diana.

#### AUSCULTACIÓN SUELOS:

DX, DY: geometría anterior.  
D: geometría anterior.  
dx, dy: desplazamiento diana.

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

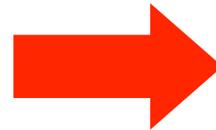
**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**

$$\Delta_{PI} = \frac{1}{D_{PI}^D} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

$$\Delta_{PII} = \frac{1}{D_{PII}^D} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

$$\Delta_{PIII} = \frac{1}{D_{PIII}^D} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

$$\Delta_{PIV} = \frac{1}{D_{PIV}^D} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$



$$\begin{bmatrix} \Delta_{PI} \\ \Delta_{PII} \\ \Delta_{PIII} \\ \Delta_{PIV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_{PI}^D}{D_{PI}^D} & \frac{\Delta Y_{PI}^D}{D_{PI}^D} \\ \frac{\Delta X_{PII}^D}{D_{PII}^D} & \frac{\Delta Y_{PII}^D}{D_{PII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} & \frac{\Delta Y_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} & \frac{\Delta Y_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**

$$\begin{bmatrix} \Delta_{PI} \\ \Delta_{PII} \\ \Delta_{PIII} \\ \Delta_{PIV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_{PI}^D}{D_{PI}^D} & \frac{\Delta Y_{PI}^D}{D_{PI}^D} \\ \frac{\Delta X_{PII}^D}{D_{PII}^D} & \frac{\Delta Y_{PII}^D}{D_{PII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} & \frac{\Delta Y_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} & \frac{\Delta Y_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix} \quad \rightarrow \quad \left. \begin{array}{l} \Delta = A \cdot X \Rightarrow A^t \cdot \Delta = A^t \cdot A \cdot X \\ A^t \cdot \Delta = P \\ A^t \cdot A = N \end{array} \right\} P = N \cdot X \Rightarrow X = P \cdot N^{-1}$$

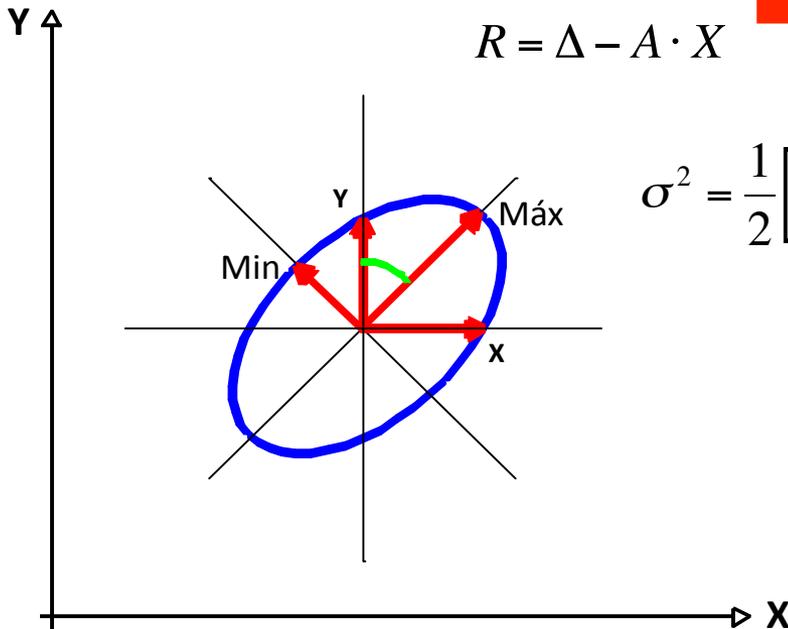
## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.4. Método de variación de coordenadas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES DIRECTAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**

$$\begin{aligned} \Delta &= A \cdot X + R \\ R &= \Delta - A \cdot X \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad S^2 = \frac{R^t R}{m - n} \quad \longrightarrow \quad C = S^2 N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2} \right] \Rightarrow \sigma \begin{cases} \sigma_{\max.} \\ \sigma_{\min.} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

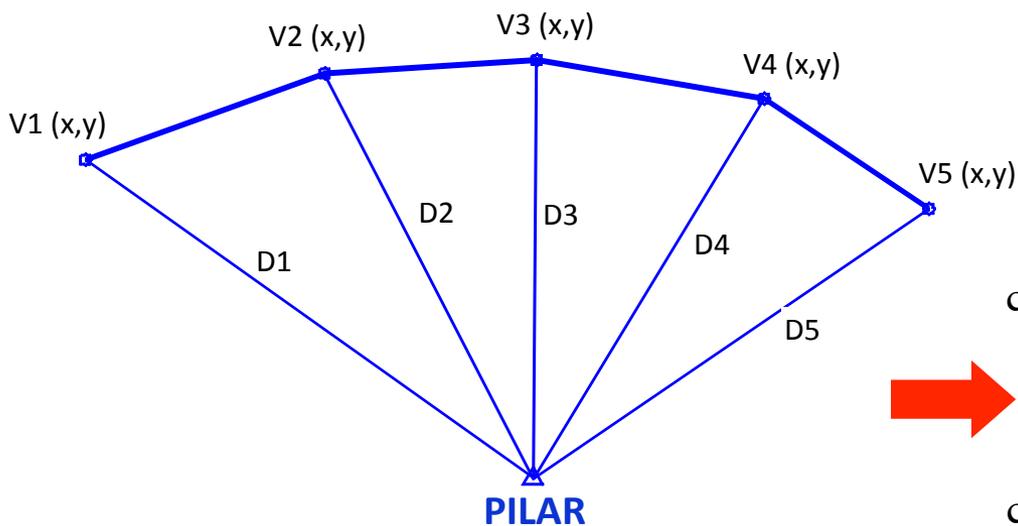
#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-

- Establecen movimiento de las Pilares.
- Métodos de Resolución:
  - Método NUMÉRICO.
  - Método GRÁFICO.
  - Método de VARIACIÓN DE COORDENADAS.
- Estabilidad determinada por comparación de datos.

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-



$$\cos \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\frac{P(P - D_P^{V2})}{D_{V1}^{V2} D_P^{V1}}}$$

$$\cos \frac{\beta}{2} = \sqrt{\frac{P(P - D_P^{V1})}{D_{V1}^{V2} D_P^{V2}}}$$

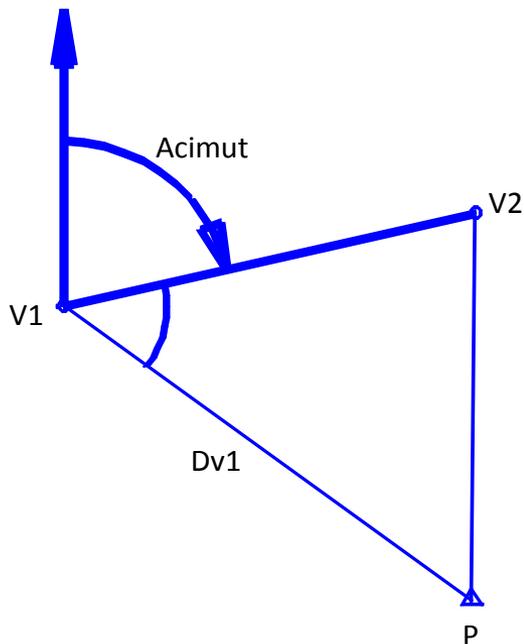
$$\cos \frac{\gamma}{2} = \sqrt{\frac{P(P - D_{V1}^{V2})}{D_P^{V1} D_P^{V2}}}$$

$$P = \frac{D_{V1}^{V2} + D_P^{V1} + D_P^{V2}}{2}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-



$$\theta_{V1}^{V2} = \arctg \frac{\Delta x}{\Delta y}$$

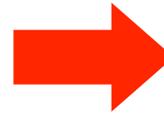
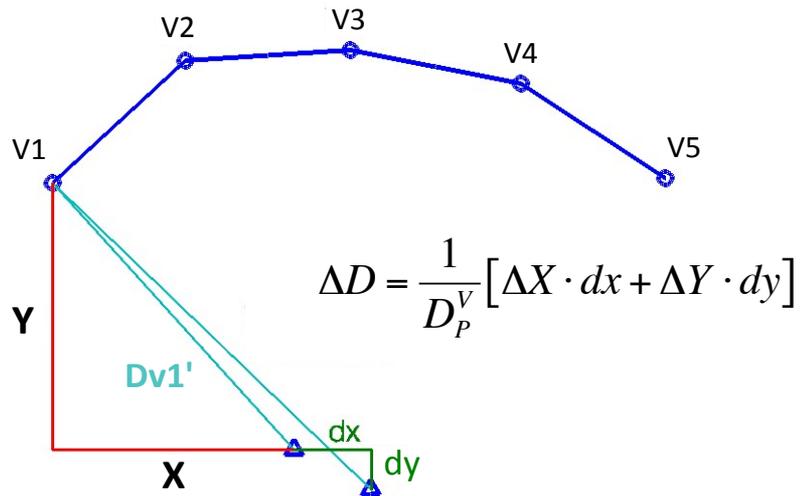
$$\theta_{V1}^P = \theta_{V1}^{V2} + \alpha$$

$$P \begin{cases} x' = x_{V1} + D_{V1}^P \text{sen} \theta_{V1}^P \\ y' = y_{V1} + D_{V1}^P \text{cos} \theta_{V1}^P \end{cases}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-



$$\Delta D_1 = \frac{1}{D_P^{V1}} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

$$\Delta D_2 = \frac{1}{D_P^{V2}} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

$$\Delta D_3 = \frac{1}{D_P^{V3}} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

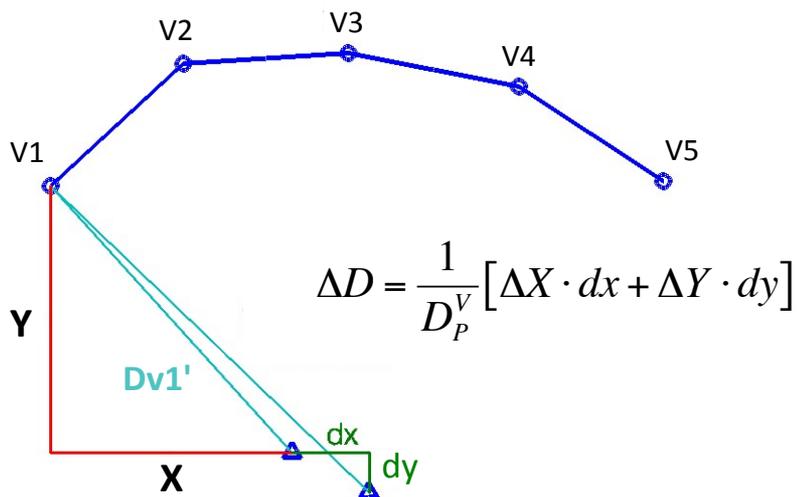
$$\Delta D_n = \frac{1}{D_P^{Vn}} [\Delta X \cdot dx + \Delta Y \cdot dy]$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-

MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-



$$\Delta D_n = D_{\text{COORDENADAS APROXIMADAS}} - D_{\text{MEDIDA}} = \Delta$$

$$\Delta X = X_v - X_{\text{PILAR APROXIMADO}}$$

$$\Delta Y = Y_v - Y_{\text{PILAR APROXIMADO}}$$



$$[\Delta] = [A][X] + [R]$$

$$\Delta = AX$$

$$A^t \cdot \Delta = A^t \cdot A \cdot X$$

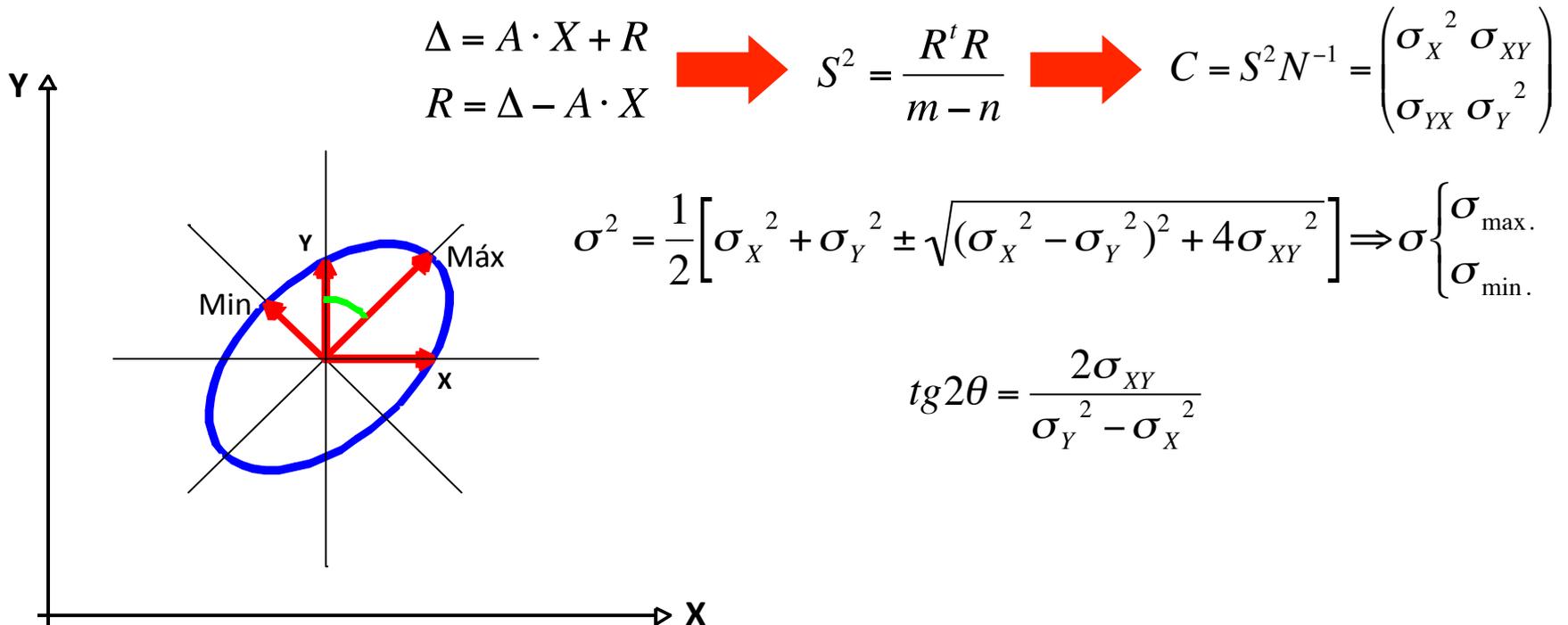
$$\left. \begin{array}{l} A^t \cdot \Delta = P \\ A^t \cdot A = N \end{array} \right\} P = N \cdot X \Rightarrow X = P \cdot N^{-1}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

RESOLUCIÓN DE INTERSECCIONES INVERSAS.-

**MÉTODO VARIACIÓN DE COORDENADAS.-**



# 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

## 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

- En la ejecución de una auscultación geodésica, se realiza una captura de observables distanciométricos tomadas con una Estación Topográfica Total, marca Leica, modelo TC2003. Obteniéndose los siguientes resultados en dos campañas consecutivas:

CAMPAÑA (N)			
	Serie 1	Serie 2	Serie 3
<b>PILAR I</b>	102,6178	102,6175	102,6173
<b>PILAR II</b>	72,8608	72,8609	72,8607
<b>PILAR III</b>	107,5866	107,5882	107,5863
<b>PILAR IV</b>	95,8571	95,8568	95,8570

CAMPAÑA (N+1)			
	Serie 1	Serie 2	Serie 3
<b>PILAR I</b>	102,6061	102,6058	102,6060
<b>PILAR II</b>	72,8535	72,8533	72,8537
<b>PILAR III</b>	107,5738	107,5732	107,5749
<b>PILAR IV</b>	95,8461	95,8463	95,8460

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

- Obtener el desplazamiento sufrido por la diana entre las dos campañas utilizando el método de Variación de Coordenadas y Método Gráfico, sabiendo que las coordenadas de los pilares y la diana objeto de estudio con las que se indican a continuación:

<b>PI</b>	<b>(1.000,000/1.000,000)</b>
<b>PII</b>	<b>(1.092,055/961,153)</b>
<b>PIII</b>	<b>(1.033,480/1.014,112)</b>
<b>PIV</b>	<b>(1.086,300/992,664)</b>
<b>Diana</b>	<b>(1.043,344/907,018)</b>

# 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

## 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

<i>CAMPAÑA (n)</i>					
PILAR I	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	102,6178	102,6175	102,6173	<b>102,61753</b>	
PILAR II	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	72,8608	72,8609	72,8607	<b>72,86080</b>	
PILAR III	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	107,5866	107,5882	107,5863	<b>107,58703</b>	
PILAR IV	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	95,8571	95,8568	95,8570	<b>95,85697</b>	

<i>CAMPAÑA (n+1)</i>					
PILAR I	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	102,6061	102,6058	102,6060	<b>102,60597</b>	
PILAR II	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	72,8535	72,8533	72,8537	<b>72,85350</b>	
PILAR III	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	107,5738	107,5732	107,5749	<b>107,57397</b>	
PILAR IV	1ª Serie	2ª Serie	3ª Serie	<b>PROM.</b>	
diana	95,8461	95,8463	95,8460	<b>95,84613</b>	

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

CAMPANA (N)				
	Serie 1	Serie 2	Serie 3	PROMEDIO
PILAR I	102,6178	102,6175	102,6173	<b>102,6175</b>
PILAR II	72,8608	72,8609	72,8607	<b>72,8608</b>
PILAR III	107,5866	107,5882	107,5863	<b>107,5870</b>
PILAR IV	95,8571	95,8568	95,8570	<b>95,8570</b>

	CAMP (N)	CAMP(N+1)	VARIACIÓN
PILAR I	102,6175	102,6060	11,5667
PILAR II	72,8608	72,8535	7,3000
PILAR III	107,5870	107,5740	13,0667
PILAR IV	95,8570	95,8461	10,8333

CAMPANA (N+1)				
	Serie 1	Serie 2	Serie 3	PROMEDIO
PILAR I	102,6061	102,6058	102,6060	<b>102,6060</b>
PILAR II	72,8535	72,8533	72,8537	<b>72,8535</b>
PILAR III	107,5738	107,5732	107,5749	<b>107,5740</b>
PILAR IV	95,8461	95,8463	95,8460	<b>95,8461</b>

D (mm.)	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
Diana	-11,57	-7,30	-13,07	-10,83

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

**PI (1.000,000/1.000,000)**

**PII (1.092,055/961,153)**

**PIII (1.033,480/1.014,112)**

**PIV (1.086,300/992,664)**

**Diana (1.043,344/907,018)**

$$Pilar (I) \quad -11,57 = \frac{-43,344}{102,588} dx + \frac{92,982}{102,588} dy$$

$$Pilar (II) \quad -7,30 = \frac{48,711}{72,824} dx + \frac{54,135}{72,824} dy$$

$$Pilar (III) \quad -13,07 = \frac{-9,864}{107,547} dx + \frac{107,094}{107,547} dy$$

$$Pilar (IV) \quad -10,83 = \frac{42,956}{95,815} dx + \frac{85,646}{95,815} dy$$

$$\Delta D = \frac{\Delta X}{D} dx + \frac{\Delta Y}{D} dy$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\text{Pilar (I)} \quad -11,57 = \frac{-43,344}{102,588} dx + \frac{92,982}{102,588} dy$$

$$\text{Pilar (II)} \quad -7,30 = \frac{48,711}{72,824} dx + \frac{54,135}{72,824} dy$$

$$\text{Pilar (III)} \quad -13,07 = \frac{-9,864}{107,547} dx + \frac{107,094}{107,547} dy$$

$$\text{Pilar (IV)} \quad -10,83 = \frac{42,956}{95,815} dx + \frac{85,646}{95,815} dy$$



$$\begin{bmatrix} \Delta_{PI} \\ \Delta_{PII} \\ \Delta_{PIII} \\ \Delta_{PIV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_{PI}^D}{D_{PI}^D} & \frac{\Delta Y_{PI}^D}{D_{PI}^D} \\ \frac{\Delta X_{PII}^D}{D_{PII}^D} & \frac{\Delta Y_{PII}^D}{D_{PII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} & \frac{\Delta Y_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} & \frac{\Delta Y_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

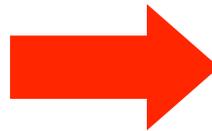
### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\begin{bmatrix} \Delta_{PI} \\ \Delta_{PII} \\ \Delta_{PIII} \\ \Delta_{PIV} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\Delta X_{PI}^D}{D_{PI}^D} & \frac{\Delta Y_{PI}^D}{D_{PI}^D} \\ \frac{\Delta X_{PII}^D}{D_{PII}^D} & \frac{\Delta Y_{PII}^D}{D_{PII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} & \frac{\Delta Y_{PIII}^D}{D_{PIII}^D} \\ \frac{\Delta X_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} & \frac{\Delta Y_{PIV}^D}{D_{PIV}^D} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} dx \\ dy \end{bmatrix}$$



$$\begin{aligned} \Delta &= A \cdot X \Rightarrow A^t \cdot \Delta = A^t \cdot A \cdot X \\ \left. \begin{aligned} A^t \cdot \Delta &= P \\ A^t \cdot A &= N \end{aligned} \right\} P &= N \cdot X \Rightarrow X = P \cdot N^{-1} \end{aligned}$$

$$\begin{pmatrix} -11,57 \\ -7,30 \\ -13,07 \\ -10,83 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -0,422504 & 0,906361 \\ 0,668885 & 0,743366 \\ -0,091718 & 0,995785 \\ 0,448324 & 0,893971 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} dx \\ dy \end{pmatrix}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$A^t = \begin{pmatrix} -0,422504 & 0,668885 & -0,091718 & 0,448324 \\ 0,906361 & 0,743366 & 0,995785 & 0,893971 \end{pmatrix}$$

$$P = A^t \Delta = \begin{pmatrix} -3,6511 \\ -38,6098 \end{pmatrix}$$

$$N = A^t A = \begin{pmatrix} 0,835323 & 0,423742 \\ 0,423742 & 3,164860 \end{pmatrix} \Rightarrow N^{-1} = \begin{pmatrix} 1,28438 & -0,171963 \\ -0,171965 & 0,338993 \end{pmatrix}$$

$$X = N^{-1} P = \left. \begin{pmatrix} 1,95 \\ -12,46 \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{matrix} dx = 1,95(mm) \\ dy = -12,46(mm) \end{matrix} \right\}$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

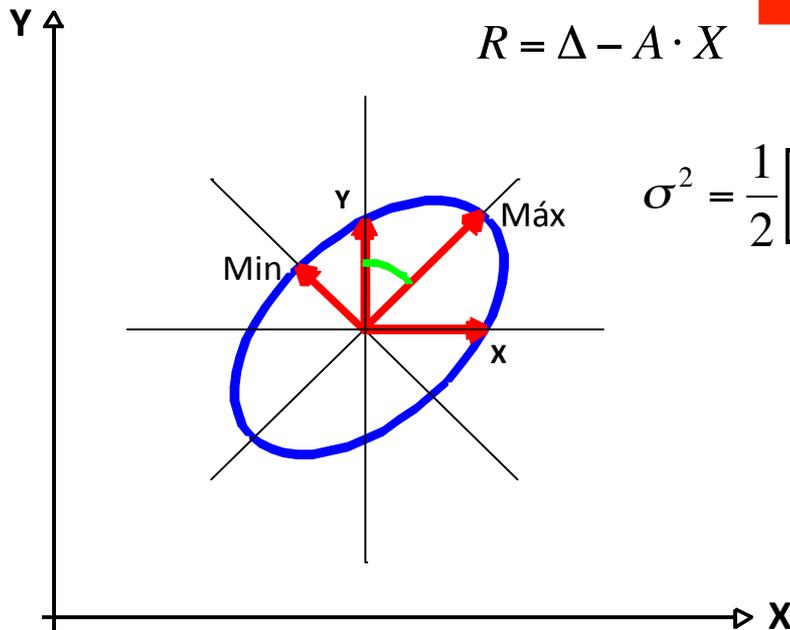
### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$\begin{aligned} \Delta &= A \cdot X + R \\ R &= \Delta - A \cdot X \end{aligned} \quad \longrightarrow \quad S^2 = \frac{R^t R}{m - n} \quad \longrightarrow \quad C = S^2 N^{-1} = \begin{pmatrix} \sigma_X^2 & \sigma_{XY} \\ \sigma_{YX} & \sigma_Y^2 \end{pmatrix}$$



$$\sigma^2 = \frac{1}{2} \left[ \sigma_X^2 + \sigma_Y^2 \pm \sqrt{(\sigma_X^2 - \sigma_Y^2)^2 + 4\sigma_{XY}^2} \right] \Rightarrow \sigma \begin{cases} \sigma_{\max.} \\ \sigma_{\min.} \end{cases}$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{2\sigma_{XY}}{\sigma_Y^2 - \sigma_X^2}$$

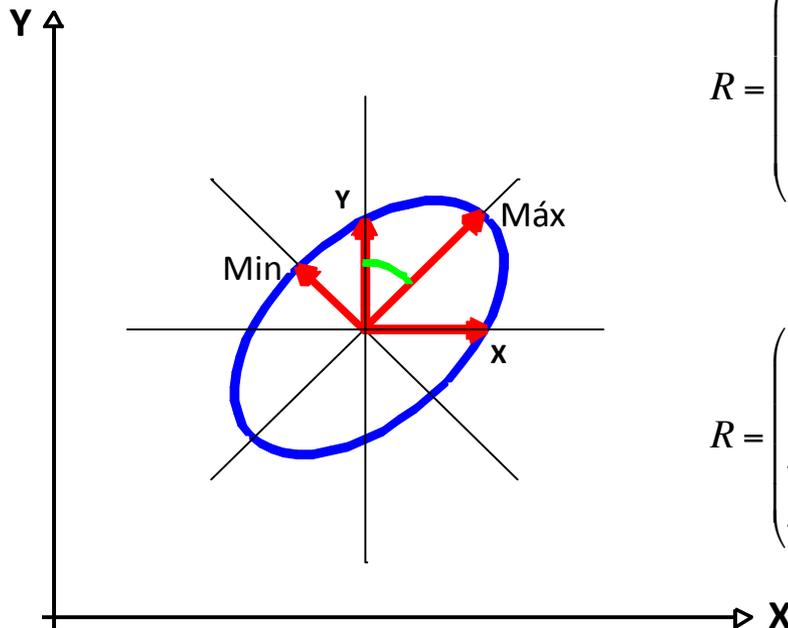
## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

**RESOLUCIÓN.-**

**MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:**



$$R = \begin{pmatrix} -11,57 \\ -7,30 \\ -13,07 \\ -10,83 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} -0,422504 & 0,906361 \\ 0,6688850 & 0,743366 \\ -0,091718 & 0,995785 \\ 0,448324 & 0,893971 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1,95 \\ -12,46 \end{pmatrix}$$

$$R = \begin{pmatrix} 0,5471 \\ 0,6580 \\ -0,4837 \\ -0,5654 \end{pmatrix} \Rightarrow R' = (0,5471 \ 0,6580 \ -0,4837 \ -0,5654)$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:

$$S^2 = \frac{R'R}{m-n} = \frac{(0,5471 \quad 0,6580 \quad -0,4837 \quad -0,5654) \begin{pmatrix} 0,5471 \\ 0,6580 \\ -0,4837 \\ -0,5654 \end{pmatrix}}{4-2} = \frac{0,5471^2 + 0,6580^2 + 0,4837^2 + 0,5654^2}{2} = 0,643$$

$$\text{Desviación Típica} = S = 0,802 \text{ mm}$$

$$C = S^2 N^{-1} = 0,643 \begin{pmatrix} 1,28438 & -0,171965 \\ -0,171965 & 0,338995 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,82585634 & -0,11057350 \\ -0,11057350 & 0,2179740 \end{pmatrix}$$

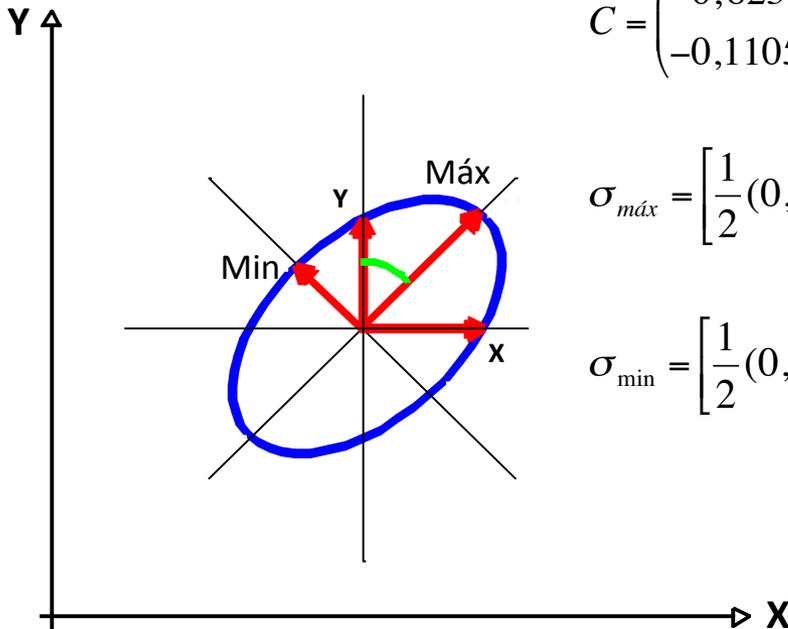
## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO DE VARIACIÓN DE COORDENADAS:



$$C = \begin{pmatrix} 0,82585634 & -0,11057350 \\ -0,11057350 & 0,2179740 \end{pmatrix} \rightarrow \sigma_x = 0,91 \quad \sigma_y = 0,47$$

$$\sigma_{\max} = \left[ \frac{1}{2} (0,8258 + 0,2179 + \sqrt{(0,8258 - 0,2179)^2 + 4 \cdot 0,11057^2}) \right]^{1/2} = 0,92$$

$$\sigma_{\min} = \left[ \frac{1}{2} (0,8258 + 0,2179 - \sqrt{(0,8258 - 0,2179)^2 + 4 \cdot 0,11057^2}) \right]^{1/2} = 0,45$$

$$\operatorname{tg} 2\theta = \frac{-(2 \cdot 0,1105735)}{0,217974 - 0,825856} \Rightarrow \theta = 44,4252^\circ$$

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO GRÁFICO:

**PI (1.000,000/1.000,000)**

**PII (1.092,055/961,153)**

**PIII (1.033,480/1.014,112)**

**PIV (1.086,300/992,664)**

**Diana (1.043,344/907,018)**

$$\theta_{PI}^D = \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{Arctg} \frac{43,344}{92,982} = 172,2302^{\circ}$$

$$\theta_{PII}^D = \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{Arctg} \frac{48,711}{54,135} = 246,6456^{\circ}$$

$$\theta_{PIII}^D = \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{Arctg} \frac{9,864}{107,094} = 194,1528^{\circ}$$

$$\theta_{PIV}^D = \text{Arctg} \frac{\Delta X}{\Delta Y} = \text{Arctg} \frac{42,956}{85,646} = 229,5958^{\circ}$$

D (mm.)	PILAR I	PILAR II	PILAR III	PILAR IV
Diana	-11,57	-7,30	-13,07	-10,83

## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

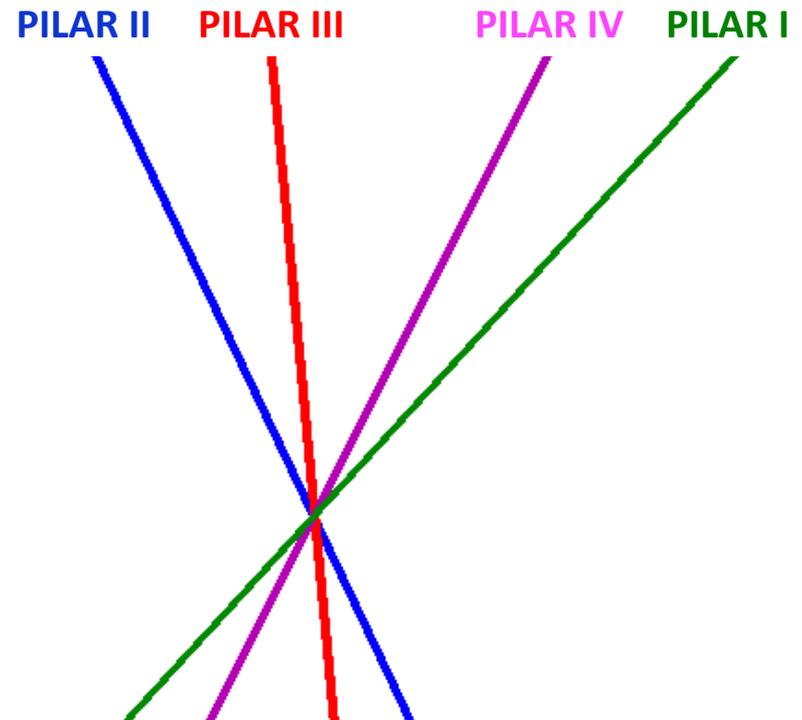
#### MÉTODO GRÁFICO:

$$\theta_{PI}^D = 172,2302^g \Rightarrow \Delta D = -11,57 \text{ mm}$$

$$\theta_{PII}^D = 246,6456^g \Rightarrow \Delta D = -7,30 \text{ mm}$$

$$\theta_{PIII}^D = 194,1528^g \Rightarrow \Delta D = -13,07 \text{ mm}$$

$$\theta_{PIV}^D = 229,5958^g \Rightarrow \Delta D = -10,83 \text{ mm}$$



## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

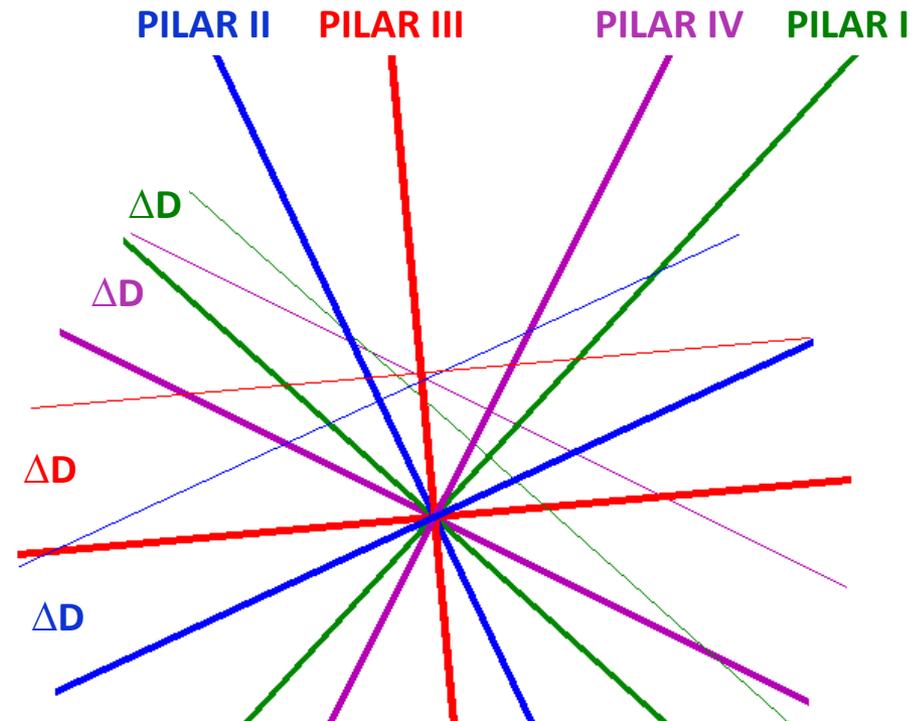
#### MÉTODO GRÁFICO:

$$\theta_{PI}^D = 172,2302^g \Rightarrow \Delta D = -11,57 \text{ mm}$$

$$\theta_{PII}^D = 246,6456^g \Rightarrow \Delta D = -7,30 \text{ mm}$$

$$\theta_{PIII}^D = 194,1528^g \Rightarrow \Delta D = -13,07 \text{ mm}$$

$$\theta_{PIV}^D = 229,5958^g \Rightarrow \Delta D = -10,83 \text{ mm}$$



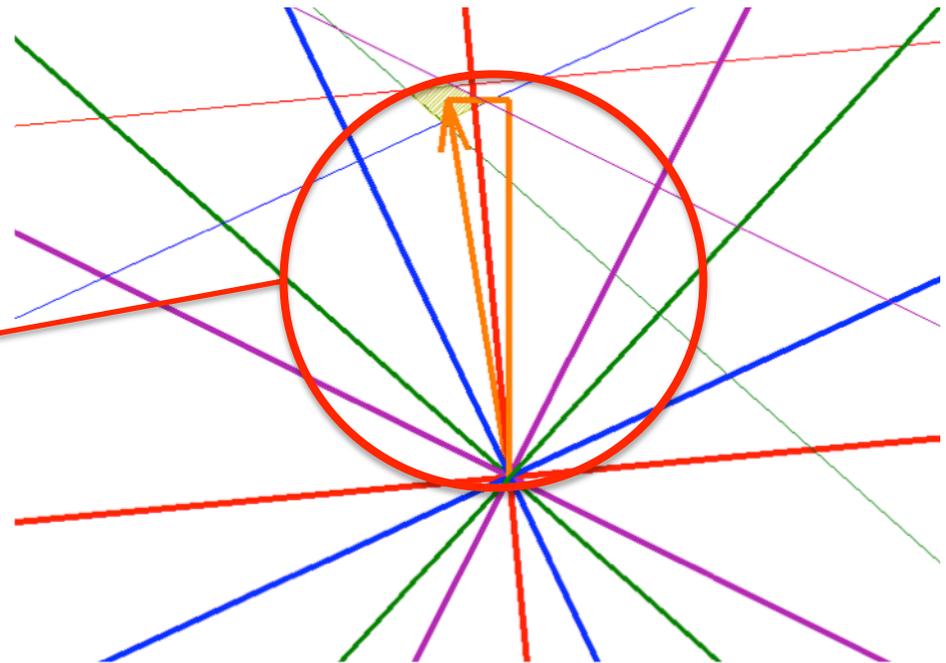
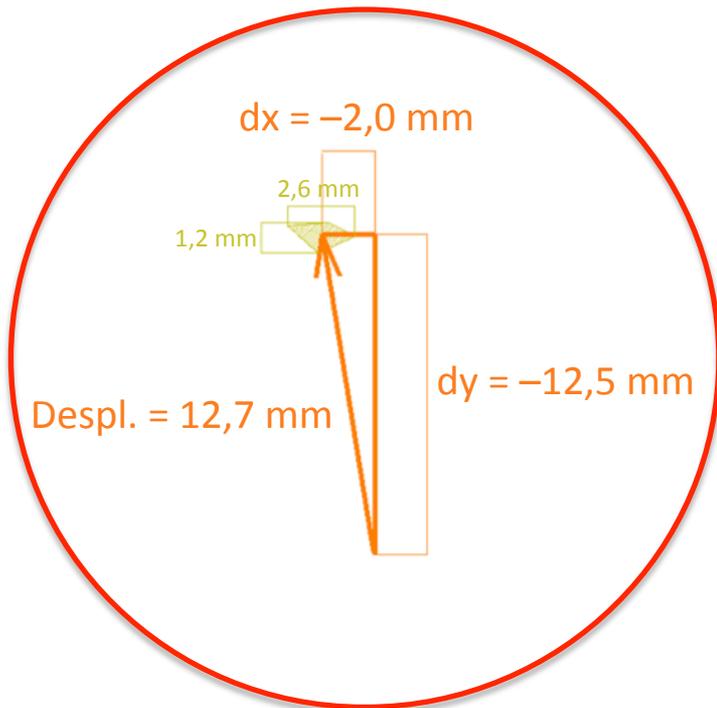
## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

#### EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

#### RESOLUCIÓN.-

#### MÉTODO GRÁFICO:



## 6. RESOLUCIÓN CON OBSERVABLE DISTANCIOMÉTRICO

### 6.5. Método de variación de coordenadas inversas

EJERCICIO PRÁCTICO NÚMERO 3.-

**RESOLUCIÓN.-**

**COMPARACIÓN DE RESULTADOS:**

MÉTODO	dX	dY	Error Máx.	Error Mín.
VARIACIÓN DE COORDENADAS	-1,95 mm	-12,46 mm	0,92 mm	0,45 mm
GRÁFICO	- 2,0 mm	-12,5 mm	1,3 mm	0,6 mm

# ESTRUCTURA

## Auscultaciones Geodésicas Altimétricas

**1. INTRODUCCIÓN GENERAL**

**2. INSTRUMENTAL NECESARIO**

**3. MÉTODO OPERATIVO**

**4. APLICACIÓN A LAS PRUEBAS DE CARGA**

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.1. Introducción general

#### DEFINICIÓN.-

- Metodología que permite el establecimiento de movimientos verticales con precisiones de orden milimétrico.

#### ÁMBITO DE APLICACIÓN.-

- Estudios de subsidencia minera análisis de hundimientos pruebas de carga.

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.1. Introducción general

#### **METODOLOGÍA GENERAL.-**

- Nivelación geométrica en la que se realizan anillos de nivelación con precisión pre-establecida.

#### **DETERMINACIÓN DEL MOVIMIENTO VERTICAL.-**

- Comparación de los resultados altimétricos obtenidos para los diversos clavos que se pueden plantear, en diferentes campañas.

# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.1. Introducción general

### INSTRUMENTAL BÁSICO.-

### EQUIPO DE NIVELACIÓN DIGITAL.-

- Nivel digital.
- Trípode.
- Estadía código de barras.
- Zócalo de nivelación.
- Señalización adecuada.

# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.2. Instrumental necesario



# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.2. Instrumental necesario



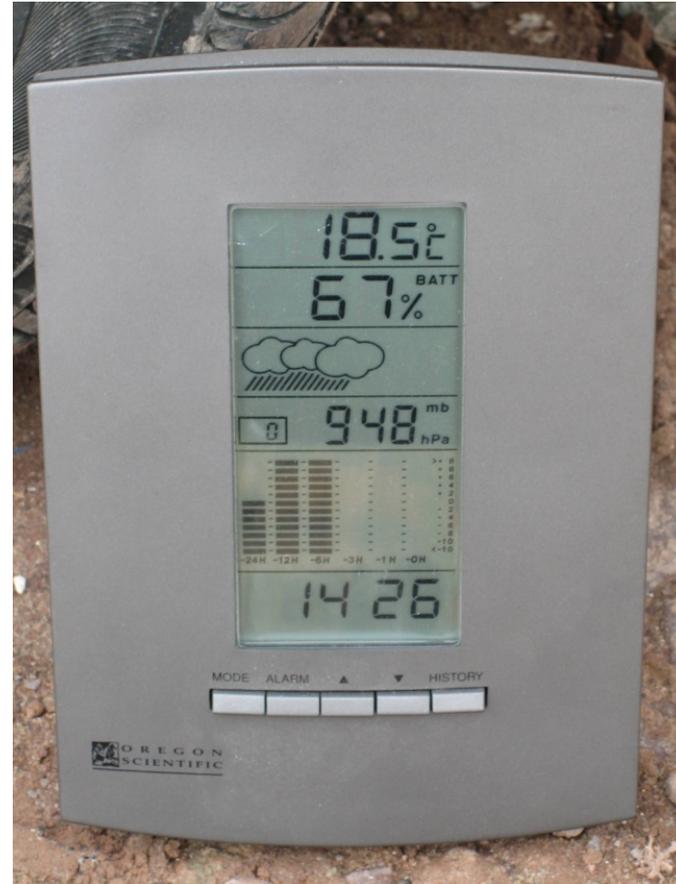
## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.2. Instrumental necesario



# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.2. Instrumental necesario



## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.2. Instrumental necesario

#### INSTRUMENTAL ADICIONAL.-

#### EQUIPO DE TOPOGRAFÍA CLÁSICA.-

- ETT (altas prestaciones).
- Pilares de Observación.
- Prismas o Dianas reflectoras.

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.2. Instrumental necesario



## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.3. Método operativo

#### NIVELACIÓN GEOMÉTRICA.-

- Resolución de los anillos de nivelación geométrica, cerrados y con la condición geométrica:

**PRECISIÓN > TOLERANCIA > CIERRE**



# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.3. Método operativo

RESULTADOS CAMPAÑA 74				
1000	1000,0000	1000,0000	1000,0000	1000,0000
100	999,5052	999,5052	999,5051	999,5052
101	999,4203	999,4206	999,4204	999,4204
200	999,4104	999,4105	999,4104	999,4105
201	999,4334	999,4337	999,4337	999,4336
202	999,4044	999,4047	999,4046	999,4046
203	999,4247	999,4249	999,4247	999,4248
204	999,3835	999,3839	999,3837	999,3837
205	999,3917	999,3920	999,3918	999,3919
206	999,3994	999,3997	999,3993	999,3995
102	999,4278	999,4280	999,4275	999,4277
103	999,5541	999,5543	999,5538	999,5541
2000	1001,1720	1001,1722	1001,1717	1001,1720
PUNTO	SERIE 1	SERIE 2	SERIE 3	COTAS DEF.



COMPARACIÓN DE RESULTADOS				
PUNTO	COTA 72	COTA 73	COTA 74	DESP. 73-74 (mm)
1000	1000	1000	1000	0,00
100	999,50400	999,50509	999,50517	0,08
101	999,41867	999,41935	999,42044	1,09
200	999,40852	999,40903	999,41046	1,43
201	999,43181	999,43279	999,43362	0,83
202	999,40363	999,40465	999,40457	-0,08
203	999,42411	999,42528	999,42479	-0,49
204	999,38298	999,38410	999,38369	-0,42
205	999,39117	999,39211	999,39186	-0,25
206	999,39878	999,39986	999,39946	-0,40
102	999,42754	999,42873	999,42774	-0,99
103	999,55405	999,55456	999,55405	-0,51
2000	1001,17239	1001,17239	1001,17197	-0,43

+	SUBE
-	BAJA

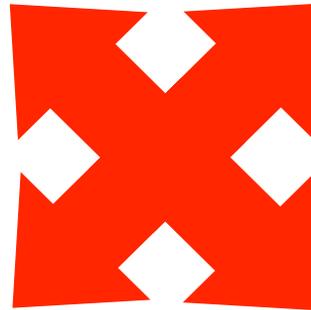
## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

#### INTERVINIENTES.-

**ADMINISTRACIÓN**  
Asistencia Técnica

**PROYECTISTA**



**CONSTRUCTOR**

**CONSULTOR  
EXTERNO**

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

#### **NORMATIVA.-**

#### **ADMINISTRACIÓN.-**

- Recomendaciones para la realización de Pruebas de Carga de recepción en puentes de carreteras. **MINISTERIO DE FOMENTO (Mayo, 2001).**

#### **PROYECTISTA.-**

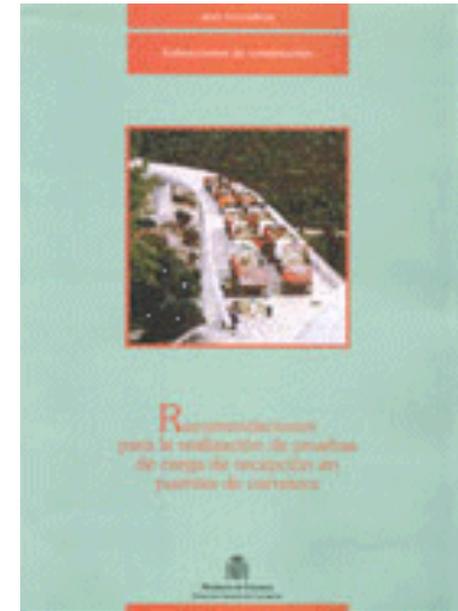
- Protocolo de la Prueba de Carga.

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

#### RECOMENDACIONES PARA LAS PRUEBAS DE CARGA.-

1. INTRODUCCIÓN
2. CAMPO DE APLICACIÓN
3. DIRECCIÓN Y REALIZACION DE LA PRUEBA
4. PLATEAMIENTO DE LA PRUEBA
5. ACTUACIONES COMPLEMENTARIAS
6. DESARROLLO DE LA PRUEBA
7. CRITERIOS DE ACEPTACIÓN
8. PRUEBA DINÁMICA
9. INFORME DE LA PRUEBA DE CARGA
10. ACTA DE LA PRUEBA DE CARGA



## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

#### PROTOCOLO DE LA PRUEBA DE CARGA.-

1. DESCRIPCIÓN DE LA ESTRUCTURA
2. DESCRIPCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA
  - 2.1. DIRECCIÓN Y REALIZACIÓN DE LA PRUEBA.
  - 2.2. PLATEAMIENTO DE LA PRUEBA.
  - 2.3. ACTUACIONES COMPLEMENTARIAS.
3. SISTEMA DE MEDIDA

**ANEJO N° 1. PLANOS DE LA PRUEBA DE CARGA.**

**ANEJO N° 2. ESFUERZOS.**

**ANEJO N° 3. FLECHAS PREVISTAS.**

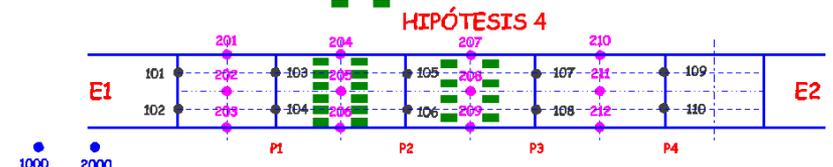
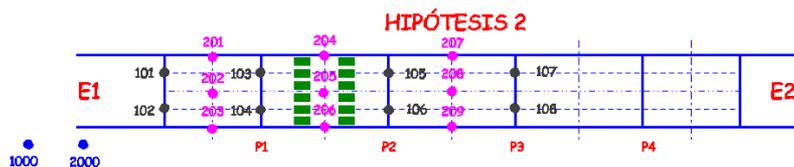
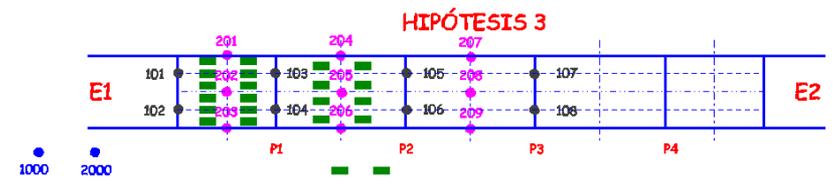
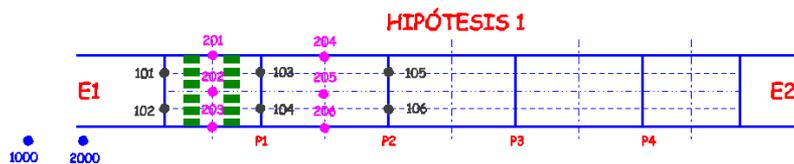
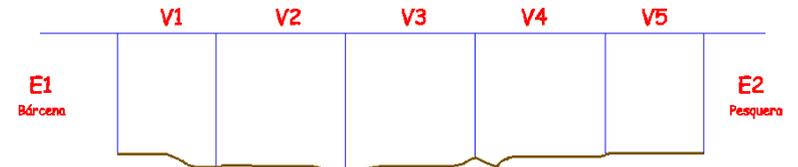
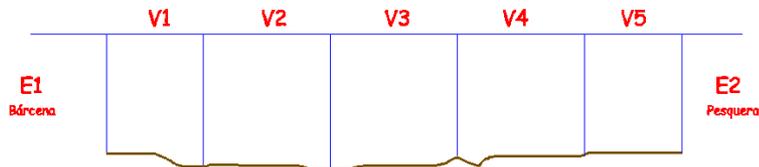


# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

### EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

#### 1. ANÁLISIS DEL PROTOCOLO.-



# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

### EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

### 2. ELECCIÓN DEL INSTRUMENTAL.-



**Certificado de Verificación y Control**

Nº de Certificado: 300426994  
Fecha: 04.06.2007

Leica Geosystems, S.L.  
Dpto. Zonasur, 22  
09017 Madrid  
Teléfono (+34) 91 744 0740  
Fax (+34) 91 744 0741  
www.leica-geosystems.com

**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**  
E.T.S.I.C.C. y P.  
AVD. DE LOS CASTROS, S/N.  
39005 SANTANDER

Número de cliente: 52369  
Instrumento: Nivel digital de precisión NA3003, 400  
Nº de Serie 283090  
Técnico: 120004

**Proceso de Verificación y Control:**  
El instrumento ha sido verificado y controlado conforme a los procedimientos establecidos por Leica Geosystems, S.L. según el manual del instrumento en cuestión.

**Resultados:**  
Temperatura durante la verificación (°C): 24

	Entrada	Tolerancia	Salida	Incertidumbre
(L=2) Desviación medición electrónica (mm)	2.5	0.3	0.3	0.0001
Desviación medición óptica (mm)	17	2	2	0.0010

**Patrones empleados:**  
Ángulos:  
Colimador de ejes: Wild n° 8884 (Incertidumbre asociado con el patrón: 0.0006 gon)

**Comentarios:** Los resultados se refieren al momento y condiciones en que se efectuaron las medidas y poseen trazabilidad a patrones nacionales extranjeros.  
No se permite la reproducción parcial de este certificado sin la aprobación por escrito de Leica Geosystems, S.L.

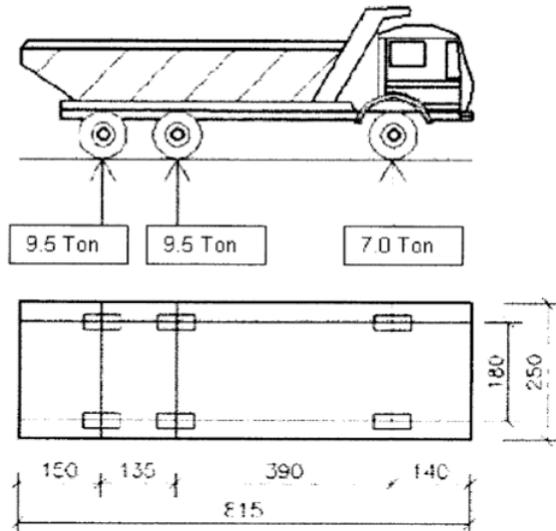
www.leica-geosystems.com 1 / 1 - when it has to be right

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

#### 3. TIPO DE CARGAS.-



TARA 14.425  
M.M.A. 26.000



## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

#### EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

#### 4. SECUENCIA DE OBSERVACIONES.-

1. OBSERVACIÓN EN VACÍO
2. INTRODUCCIÓN DE LAS CARGAS
3. ESTABILIZACIÓN DEL MOVIMIENTO (20')
4. OBSERVACIÓN CON CARGA
5. RETIRADA DE LAS CARGAS
6. ESTABILIZACIÓN DEL MOVIMIENTO (20')
7. OBSERVACIÓN DE LA RECUPERACIÓN

## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

#### EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-



# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

### EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

### 5. CÁLCULO DE COTAS.-

Resultados hipótesis 3	
Punto	Cota final
201	8,9160
202	10,0715
203	11,2214
204	10,5737
205	11,7031
206	12,8281
207	12,3061
208	13,4293
209	14,5389
210	13,8602
211	14,7993
212	15,7091
101	8,7676
102	9,9544
103	10,1876
104	11,4045
105	11,9916
106	13,1759
107	13,6827
108	14,7713
109	14,9594
110	15,7541

Resultados vacío 3	
Punto	Cota final
201	8,9187
202	10,0739
203	11,2241
204	10,5767
205	11,7054
206	12,8303
207	12,3053
208	13,4286
209	14,5383
210	13,8605
211	14,7992
212	15,7092
101	8,7673
102	9,9543
103	10,1879
104	11,4046
105	11,9920
106	13,1760
107	13,6824
108	14,7711
109	14,9591
110	15,7539

Diferencias (Vacío 3- hipótesis 3)	
Punto	Diferencia
201	0,0027
202	0,0025
203	0,0028
204	0,0030
205	0,0023
206	0,0022
207	-0,0008
208	-0,0007
209	-0,0006
210	0,0004
211	-0,0001
212	0,0001
101	-0,0002
102	-0,0001
103	0,0003
104	0,0002
105	0,0004
106	0,0001
107	-0,0002
108	-0,0002
109	-0,0003
110	-0,0001

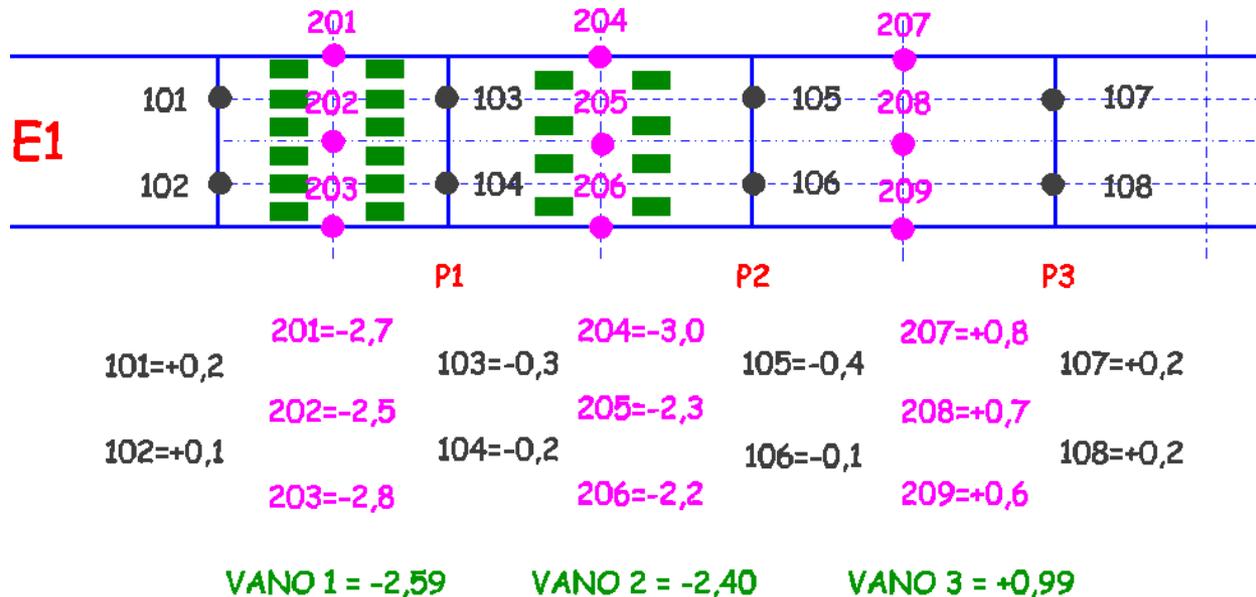
## 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

### 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

6. COMPARACIÓN DE RESULTADOS.-

HIPÓTESIS 3.-



# 7. AUSCULTACIONES GEODÉSICAS ALTIMÉTRICAS

## 7.4. Aplicación a las pruebas de carga

### EJECUCIÓN DE LA PRUEBA DE CARGA.-

### 7. ELABORACIÓN DEL INFORME O ACTA.-

#### 1. INTRODUCCIÓN

- 1.1. Referencia del Proyecto.
- 1.2. Fechas de ejecución.
- 1.3. Horas de inicio y final.
- 1.4. Asistentes a la prueba.
- 1.5. Descripción de la obra.

#### 2. VEHÍCULOS

- 2.1. Referencia del Proyecto.
- 2.2. Fechas de ejecución.
- 2.3. Descripción de la obra.

#### 3. INSTRUMENTAL

- 3.1. Referencia del Proyecto.
- 3.2. Fechas de ejecución.
- 3.3. Descripción de la obra.

#### 4. DESARROLLO DE LA PRUEBA

- 4.1. Puntos de referencia externos.
- 4.2. Tiempos y datos meteorológicos.
- 4.3. Incidencias.

#### 5. REGISTROS Y RESULTADOS

- 2.1. Datos de campo.
- 2.2. Resultados.