

# Topografía Minera

## Tema 3. La reducción geodésica clásica



**Julio Manuel de Luis Ruiz**  
**Raúl Pereda García**

Departamento de Ingeniería Geográfica y  
Técnicas de Explotación de Minas

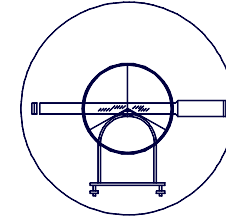
Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

---

### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

**3.1.- Definición de escenarios.**

**3.2.- La medida de distancias:**

**3.2.1.- La corrección meteorológica.**

**3.2.2.- Corrección por curvatura del rayo.**

**3.2.3.- La constante de equipo.**

**3.3.- La Reducción:**

**3.3.1.- La reducción de puntos.**

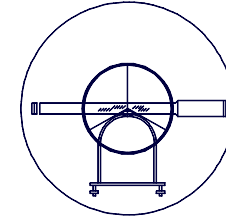
**3.3.2.- La reducción de distancias.**

**3.3.3.- La reducción de ángulos.**



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

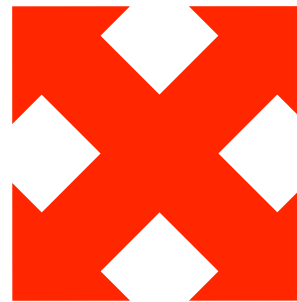
### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.1.- DEFINICIÓN DE ESCENARIOS**

##### **3.1.1.- LA REPRESENTACIÓN DEL TERRITORIO**

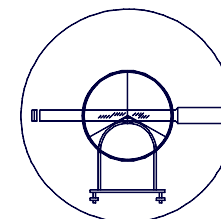
**ASTRONOMÍA  
GEODÉSICA**

**GEODESIA  
GEOMÉTRICA**



**GEODESIA**

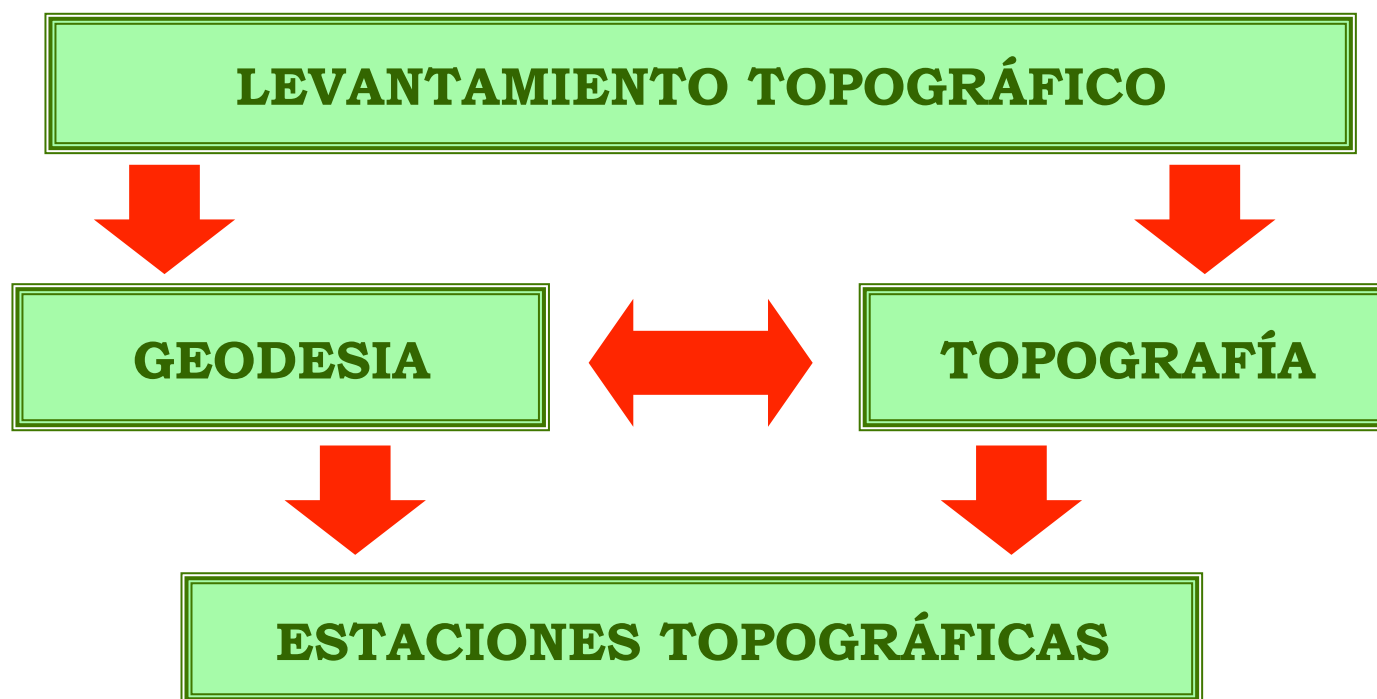
**CARTOGRAFÍA**

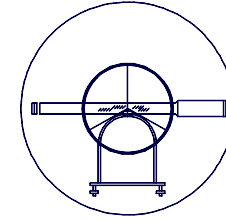


### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.1.- DEFINICIÓN DE ESCENARIOS**

#### **3.1.2.- EL LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO**

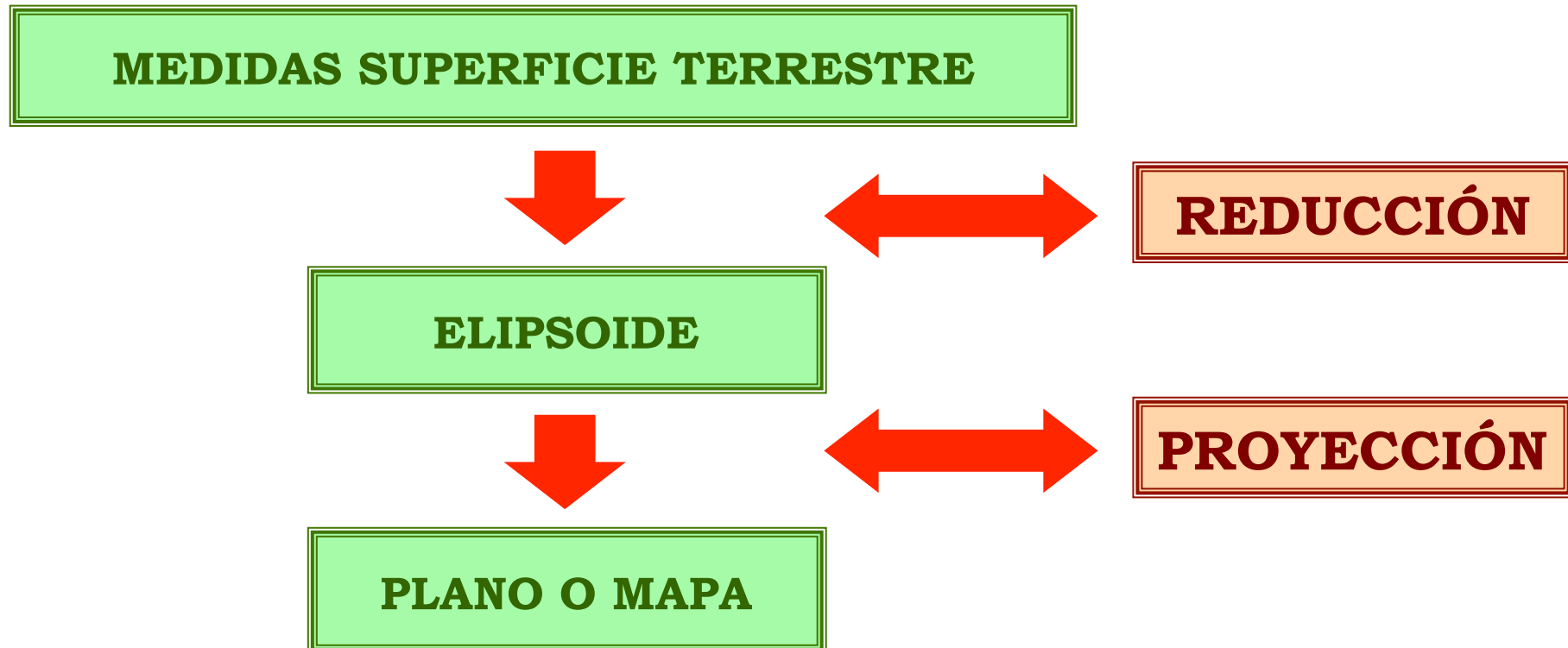


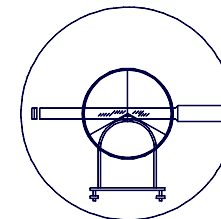


### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.1.- DEFINICIÓN DE ESCENARIOS**

#### **3.1.3.- TRATAMIENTO DE LA INFORMACIÓN**





### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS

##### 3.2.1.- LA CORRECCIÓN METEOROLÓGICA

Fundamento de la medición de  
distancias electromagnéticas.



$$Velocidad = \frac{Espacio}{Tiempo}$$
$$Espacio = Velocidad \cdot Tiempo$$
$$D = \frac{Co \cdot t}{n_s}$$

Modelo matemático de comportamiento  
de la radiación electromagnética en el  
medio en el que se observa.



BARREL-SEARS

OWENS

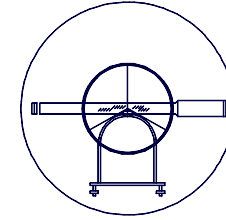
EDLEN

ETC.



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

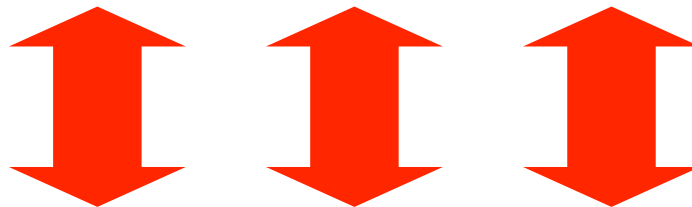
### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS**

##### **3.2.1.- LA CORRECCIÓN METEOROLÓGICA**

##### **MODELO DE BARREL Y SEARS**

**ÍNDICE TREN DE ONDAS**

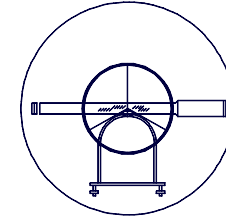


$$n_g = 1 + \left[ 2876,04 + \frac{48,864}{\lambda_0^2} + \frac{0,680}{\lambda_0^4} \right] \cdot 10^{-7}$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS**

##### **3.2.1.- LA CORRECCIÓN METEOROLÓGICA**

##### **MODELO DE BARREL Y SEARS**

**ÍNDICE ESTÁNDAR**



$$n_s = 1 + \frac{n_g - 1}{1 + \alpha \cdot T} \cdot \frac{P}{760} - \frac{0,55 \cdot e \cdot 10^{-7}}{1 + \alpha \cdot T}$$

**Oriental [1013mb y 15,0°C]**

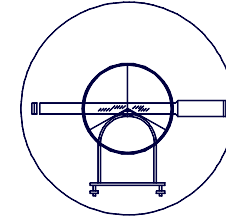
**Europeo [1013mb y 12,5°C]**





**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

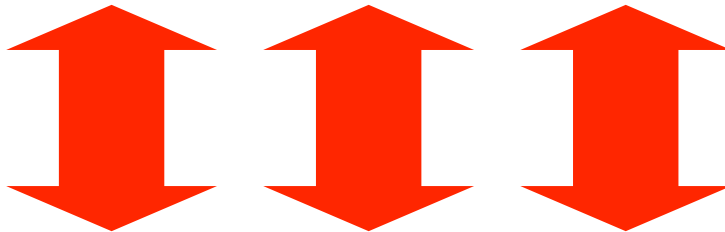
### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS**

##### **3.2.1.- LA CORRECCIÓN METEOROLÓGICA**

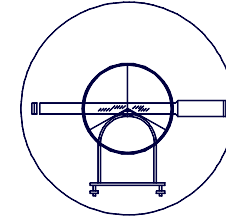
##### **MODELO DE BARREL Y SEARS**

**ÍNDICE VERDADERO**



$$n_v = 1 + \frac{n_g - 1}{1 + \alpha \cdot T} \cdot \frac{P}{760} - \frac{0,55 \cdot e \cdot 10^{-7}}{1 + \alpha \cdot T}$$

**Presión y Temperatura Real**



### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS

#### 3.2.1.- LA CORRECCIÓN METEOROLÓGICA

#### MODELO DE BARREL Y SEARS

#### VALOR DE LA CORRECCIÓN

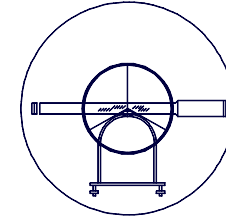
$$\left. \begin{aligned} D_{verd} &= \frac{Co \cdot t}{n_v} \\ D_{med} &= \frac{Co \cdot t}{n_s} \end{aligned} \right\} \text{Correccion} = \frac{Co \cdot t}{n_v} - \frac{Co \cdot t}{n_s}$$

$$\text{Correccion} = Co \cdot t \left( \frac{1}{n_v} - \frac{1}{n_s} \right) = \frac{Co \cdot t}{n_s} \left( \frac{n_s}{n_v} - 1 \right) = D_{medida} \cdot \left( \frac{n_s}{n_v} - 1 \right)$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS**

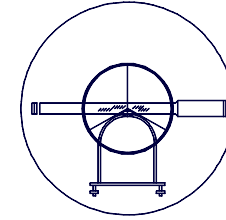
##### **3.2.1.- LA CORRECCIÓN METEOROLÓGICA**

##### **MODELO DE BARREL Y SEARS**

**PESO DE LA CORRECCIÓN**

$$n = 1 + \frac{n_g - 1}{1 + \alpha \cdot T} \cdot \frac{P}{760} - \frac{0,66 \cdot e \cdot 10^{-7}}{1 + \alpha \cdot T}$$

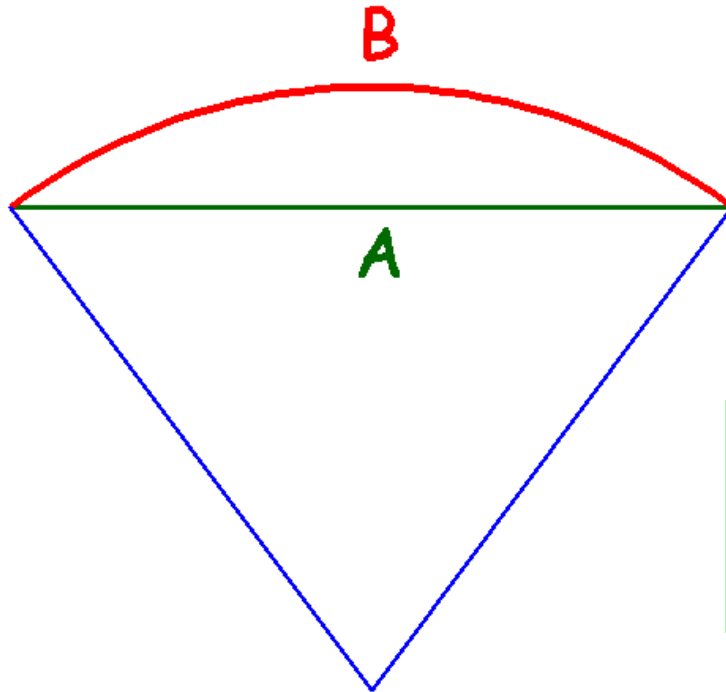
$$dn = [379 \cdot dP - 52 \cdot de - 997 \cdot dT] \cdot 10^{-9}$$



### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS

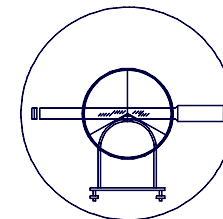
#### 3.2.2.- LA CORRECCIÓN POR CURVATURA DEL RAYO



**CORRECCION = A-B**  
**A = Distancia Real.**  
**B = Distancia Medida.**

$$Correccion = \frac{F^4 \cdot D^5}{1920 \cdot R^4} - \frac{F^2 \cdot D^3}{24 \cdot R^2}$$

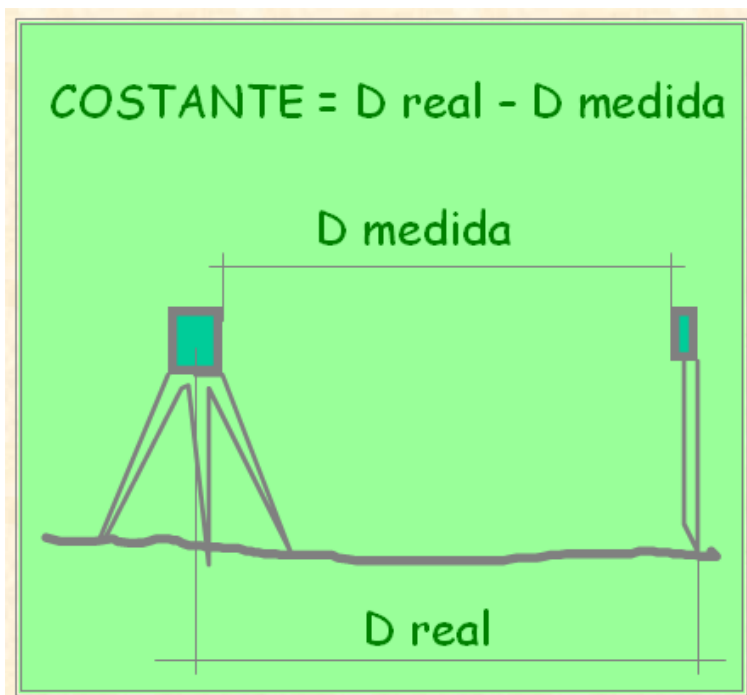
$$Dist. = 25.000m. \Rightarrow Correccion = 1mm.$$



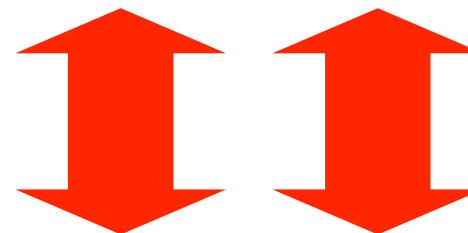
**3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

**3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS**

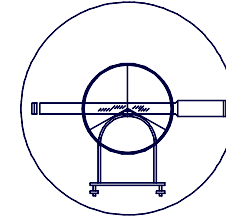
**3.2.3.- LA CONSTANTE DE EQUIPO**



**COSTANTE = C-D**  
**C = Distancia Real.**  
**D = Distancia Medida.**



**FABRICANTE**

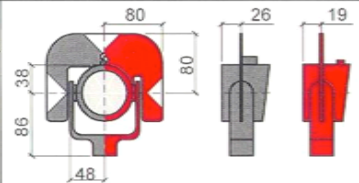
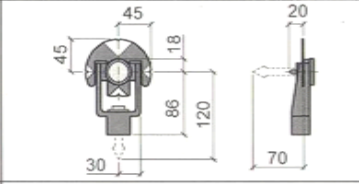
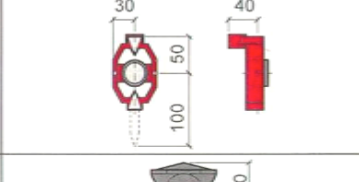
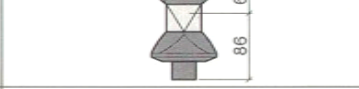
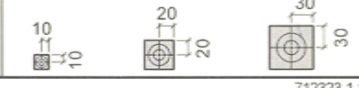


### ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

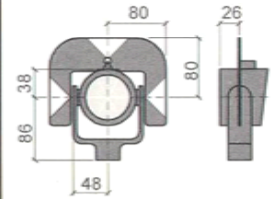
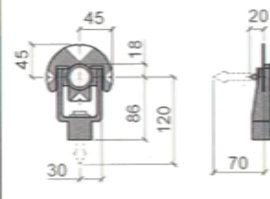
## 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

### 3.2.- LA MEDIDA DE DISTANCIAS

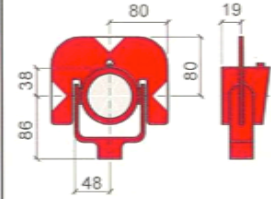
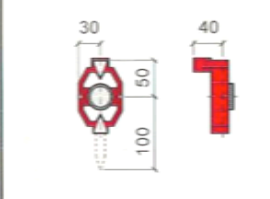
### 3.2.3.- LA CONSTANTE DE EQUIPO

LEICA Prisms	Constants [mm]	
Circular prism GPR121/111	0.0	
Miniprism GMP101/102	+17.5	
Miniprism GMP111	+17.5	
360° prism GRZ4	+23.1	
Reflective tape	+34.4	

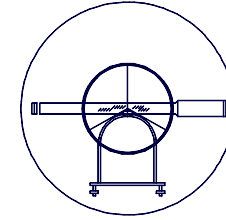
712323-1.1.0

LEICA Prisms - Professional Series	
Circular prism GPR121  Constant: 0.0 mm	Miniprism GMP101/102  Constant: +17.5 mm

712323-1.1.0

LEICA Prisms - Basic Series	
Circular prism GPR111  Constant: 0.0 mm	Miniprism GMP111  Constant: +17.5 mm

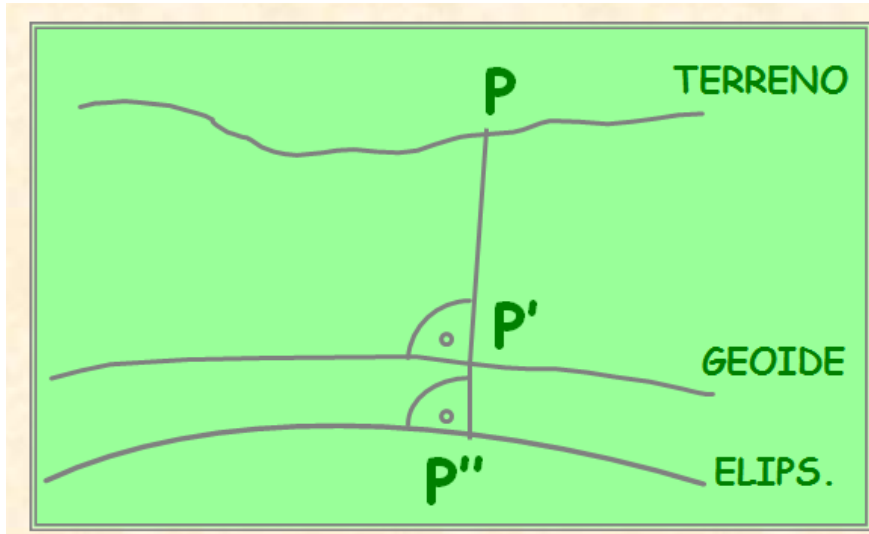
712323-1.1.0



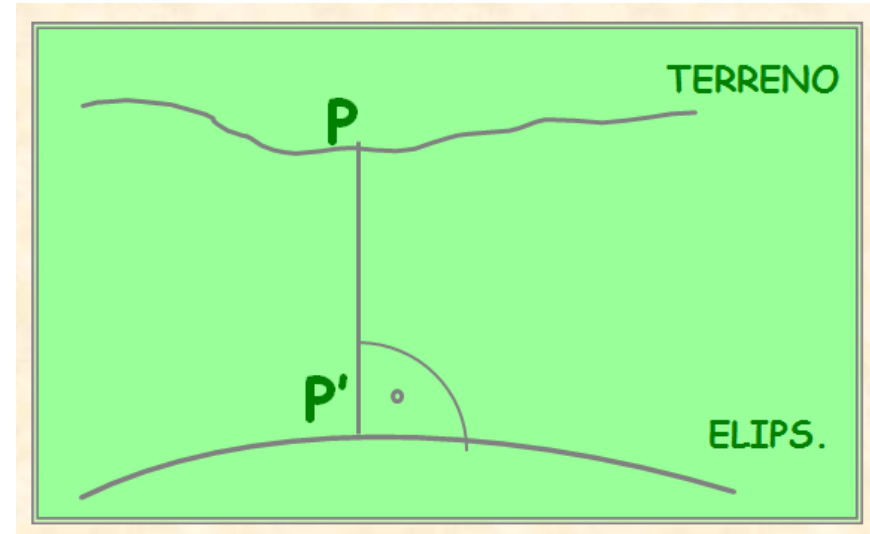
**3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**  
**3.3.- LA REDUCCIÓN**

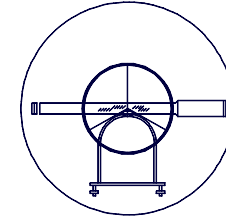
**3.3.1.- LA REDUCCIÓN DE PUNTOS**

**PIZZETTI**



**HELMERT**



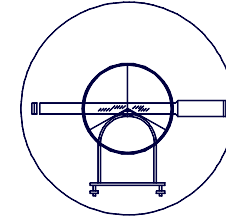


**3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**  
**3.3.- LA REDUCCIÓN**

**3.3.2.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS**





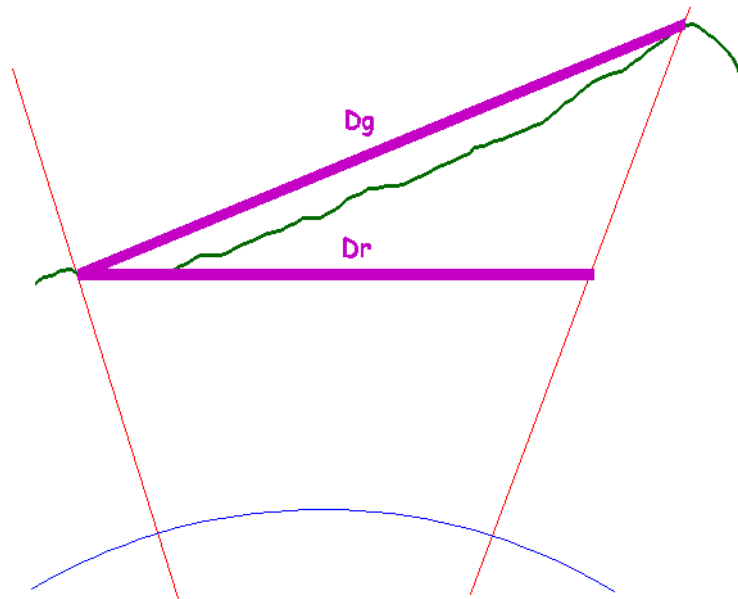


### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

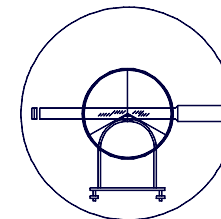
#### 3.3.3.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS CORTAS

#### CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN AL HORIZONTE ÚNICO



Es lo mismo que hacer la clásica distancia reducida.

$$D_A^B = Dg|_A^B + Dg|_A^B \left[ \frac{1}{24} \left( \frac{\Delta h_A^B}{Dg|_A^B} \right)^4 - \frac{1}{2} \left( \frac{\Delta h_A^B}{Dg|_A^B} \right)^2 \right]$$

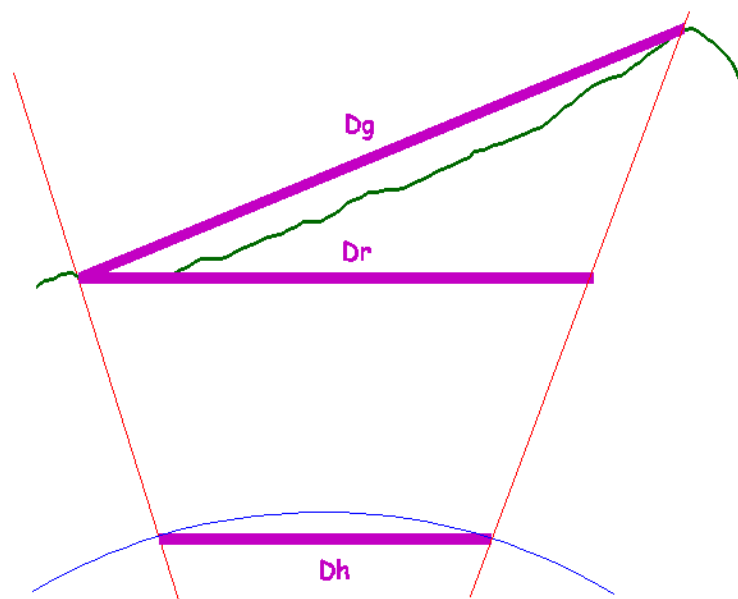


### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

#### 3.3.3.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS CORTAS

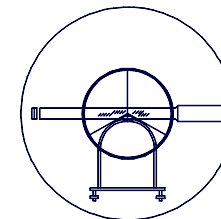
#### CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN AL NIVEL DEL MAR



$$D_H|_A^B = D_A^B \cdot \left[ 1 - \frac{Hm}{R} + \frac{Hm^2}{R^2} \right]$$

$$R = \sqrt{N \cdot \rho} \begin{cases} N = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{Sen}^2 \varphi)^{1/2}} \\ \rho = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \text{Sen}^2 \varphi)^{3/2}} \end{cases}$$

$$\text{HAYFORD} \Rightarrow \begin{cases} a = 6.378.388 \\ e^2 = 0,00672267 \end{cases}$$

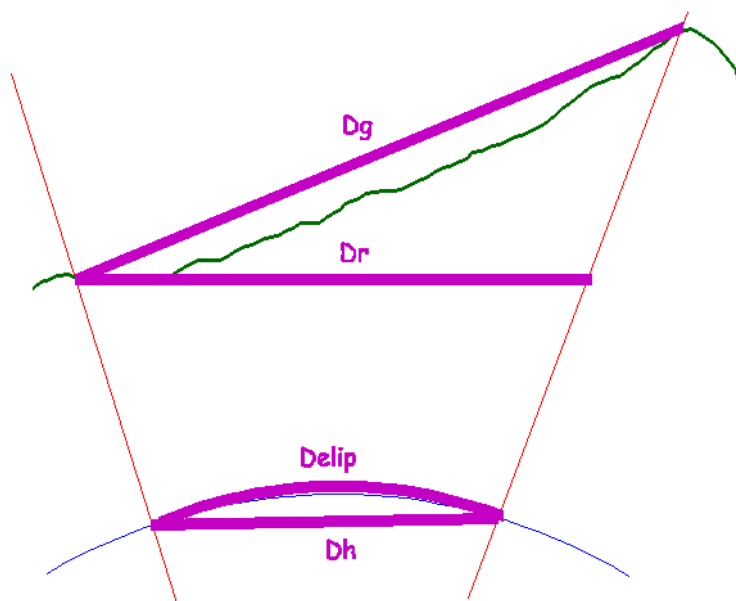


### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

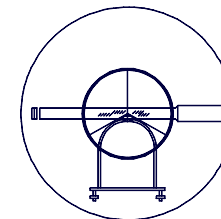
#### 3.3.3.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS CORTAS

#### CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN DE LA CUERDA AL ARCO



$$D_{ELIP} \Big|_A^B = D_H \Big|_A^B + \frac{\left( D_H \Big|_A^B \right)^3}{24 \cdot R^2}$$

Para distancias menores de 10.000 m. esta corrección se puede despreciar.

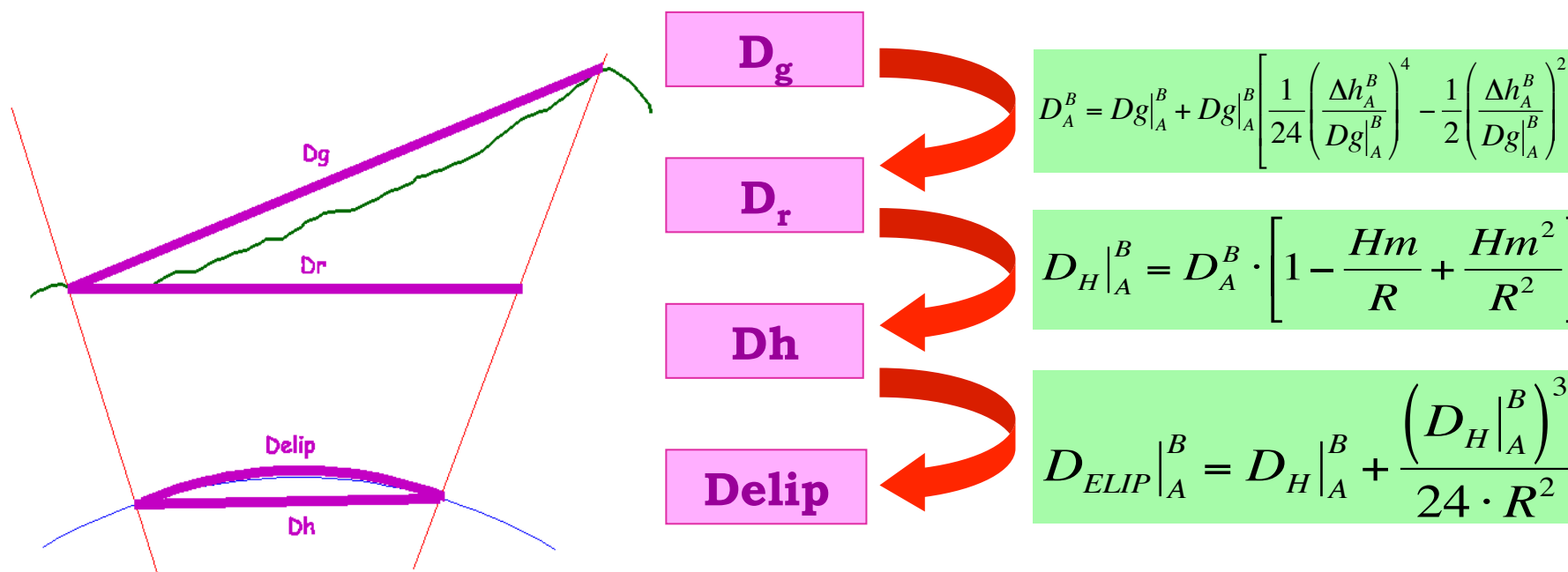


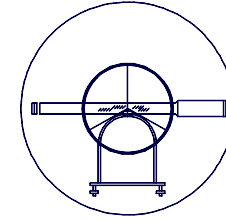
### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

#### 3.3.3.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS CORTAS

#### RESUMEN REDUCCIÓN

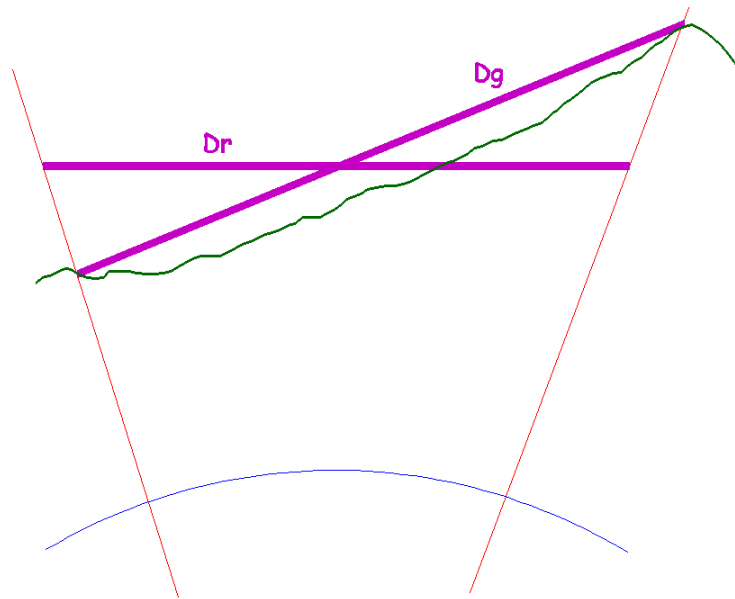




3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA  
3.3.- LA REDUCCIÓN

3.3.4.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS LARGAS

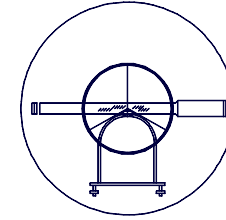
CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN AL HORIZONTE MEDIO



APROXIMADA

$$D_A^B = Dg|_A^B \sqrt{1 - \left( \frac{\Delta H_A^B}{Dg|_A^B} \right)^2}$$

$$\Delta H = h_A + i_A - h_B - m_B$$

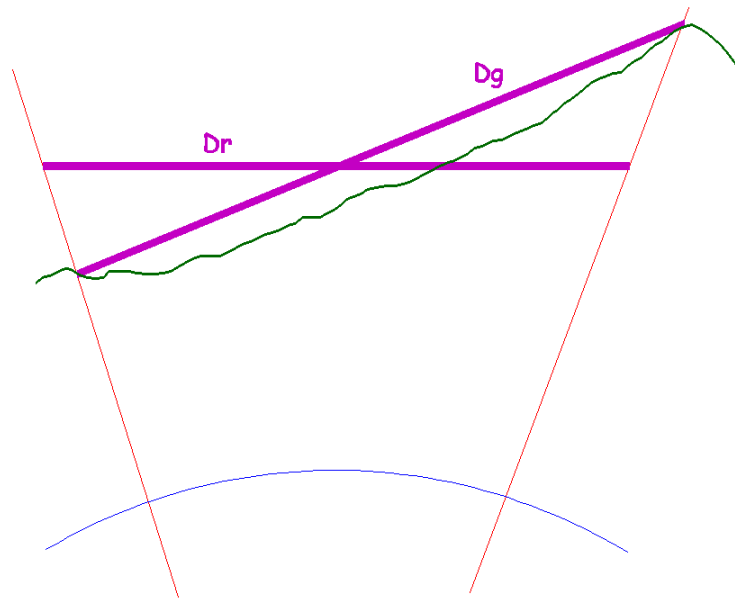


### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

#### 3.3.4.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS LARGAS

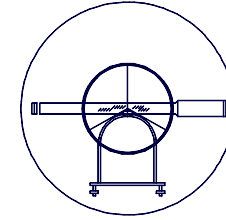
#### CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN AL HORIZONTE MEDIO



RIGUROSA

$$D_A^B = Dg|_A^B - C$$

$$C = Dg|_A^B \left[ 1 - \sqrt{1 - \left( \frac{\Delta H_A^B}{Dg|_A^B} \right)^2} \cdot \left( 1 - \frac{\left( Dg|_A^B \right)^2}{4 \cdot \left( R + \frac{\Delta H_A^B}{2} \right)^2} \right) \right]$$

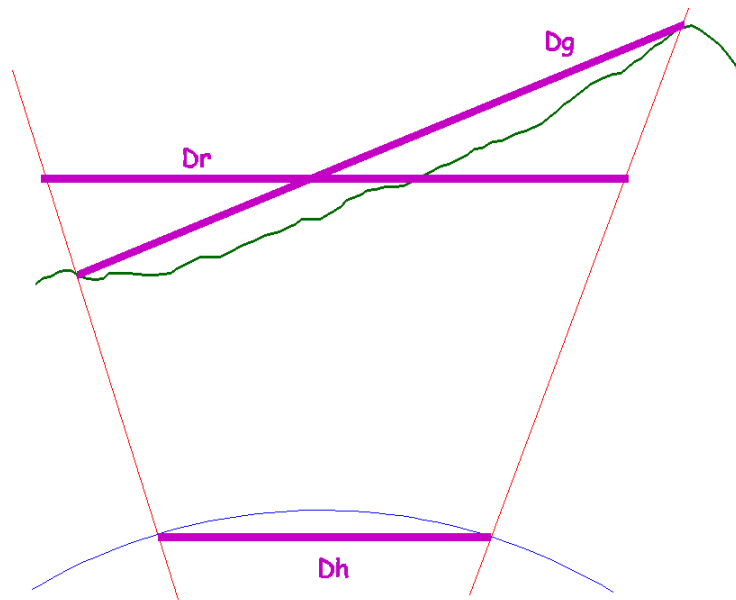


### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

#### 3.3.4.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS LARGAS

#### CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN AL NIVEL DEL MAR



$$D_H|_A^B = D_A^B \cdot \left[ 1 - \frac{Hm}{R} + \frac{Hm^2}{R^2} \right]$$

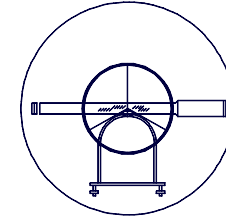
$$R = \sqrt{N \cdot \rho} \begin{cases} N = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{Sen}^2 \varphi)^{1/2}} \\ \rho = \frac{a \cdot (1 - e^2)}{(1 - e^2 \cdot \text{Sen}^2 \varphi)^{3/2}} \end{cases}$$

$$\text{HAYFORD} \Rightarrow \begin{cases} a = 6.378.388 \\ e^2 = 0,00672267 \end{cases}$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.3.- LA REDUCCIÓN**

#### **3.3.4.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS LARGAS**

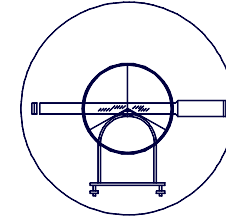
#### **CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN DEL ELIPSOIDE AL GEOIDE**

Se suele hacer trabajando con alturas elipsoidales en vez de alturas geoidales, teniendo en cuenta que:

$$H_{ELIPSOIDE} = H_{GEOIDE} + v$$

*v = Ondulación*



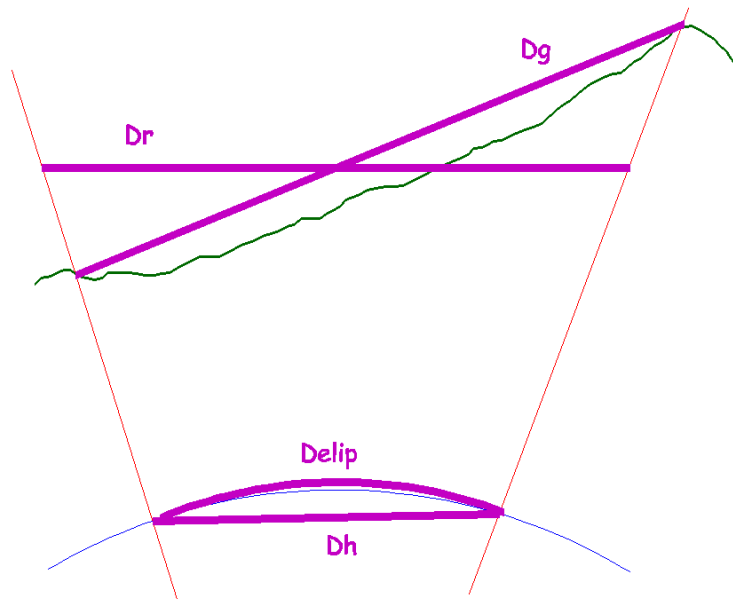


### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

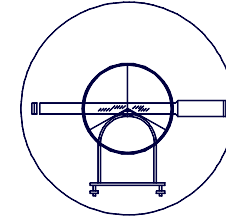
#### 3.3.4.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS LARGAS

#### CORRECCIÓN POR REDUCCIÓN DE LA CUERDA AL ARCO



$$D_{ELIP}|_A^B = D_H|_A^B + \frac{\left(D_H|_A^B\right)^3}{24 \cdot R^2}$$

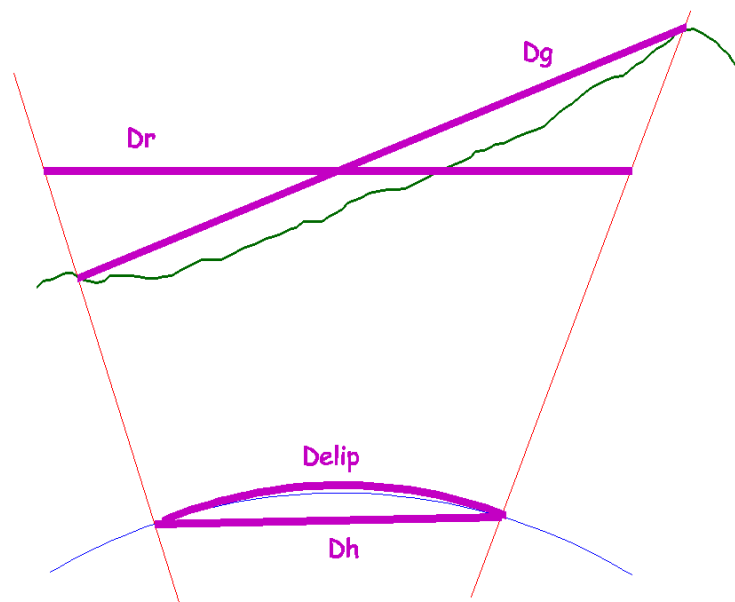
Para distancias menores de 10.000 m. esta corrección se puede despreciar.



3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA  
3.3.- LA REDUCCIÓN

3.3.4.- LA REDUCCIÓN DE DISTANCIAS LARGAS

RESUMEN REDUCCIÓN



$D_g$

$D_r$

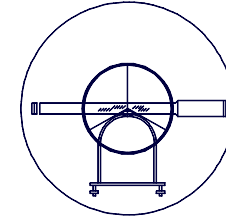
$D_h$

$D_{elip}$

$$D_A^B = Dg|_A^B \sqrt{1 - \left( \frac{\Delta H_A^B}{Dg|_A^B} \right)^2}$$

$$D_H|_A^B = D_A^B \cdot \left[ 1 - \frac{Hm}{R} + \frac{Hm^2}{R^2} \right]$$

$$D_{ELIP}|_A^B = D_H|_A^B + \frac{\left( D_H|_A^B \right)^3}{24 \cdot R^2}$$



3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA  
3.3.- LA REDUCCIÓN

3.3.5.- LA REDUCCIÓN CONJUNTA DE DISTANCIAS

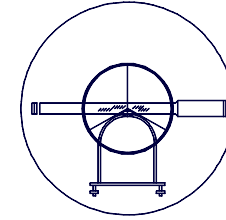
DETERMINACIÓN DE LA REDUCCIÓN CONJUNTA

$$D_H = \left[ \frac{(Dg|_A^B)^2 - (\Delta H_A^B)^2}{\left(1 + \frac{H_A + i_A}{R}\right) \cdot \left(1 + \frac{H_B + m_B}{R}\right)} \right]^{1/2}$$

$$\Delta H_A^B = H_A + i_A - H_B - m_B$$

$$R = \sqrt{N \cdot \rho}$$

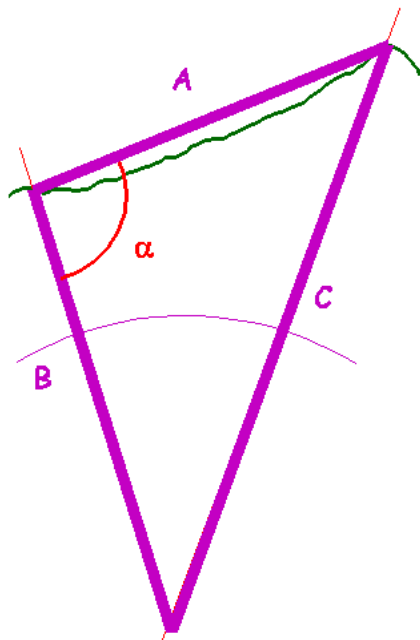
$$D_{ELIP.} = D_H + \frac{(D_H)^3}{24 \cdot R^2}$$



3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA  
3.3.- LA REDUCCIÓN

3.3.5.- LA REDUCCIÓN CONJUNTA DE DISTANCIAS

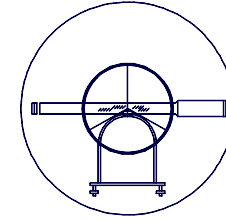
DETERMINACIÓN DE LA COTA DEL PUNTO VISADO



$$c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \alpha$$

$$\left\{ \begin{array}{l} a = Dg|_A^B \\ b = H_A + i_A + R \\ c = h_B + m_B + R \\ \alpha = 200 - V_A^B \end{array} \right\} \Rightarrow h_B = c - m_B - R$$

$$H_B = h_B - 0,08 \frac{(Dg|_A^B)^2}{R}$$



### 3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA

#### 3.3.- LA REDUCCIÓN

#### 3.3.6.- CONSIDERACIONES GENERALES

$$D_H = D_A^B \cdot \left( 1 - \frac{Hm}{R} + \frac{Hm^2}{R^2} \right)$$

$$D_H = D_A^B \cdot C.Reduccion$$

$$C.Reduccion = \left( 1 - \frac{Hm}{R} + \frac{Hm^2}{R^2} \right) = \frac{D_H}{D_A^B}$$

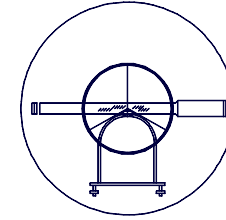
*Ejemplo :*

$$C_R = 0.99992 = -80 \text{ ppm}$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**

#### **3.3.- LA REDUCCIÓN**

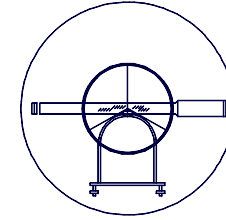
#### **3.3.7.- LA REDUCCIÓN DE ÁNGULOS**

#### **CORRECCIÓN POR ALTURA DE LA ESTACIÓN Y PUNTO VISADO**

##### **A.- CORRECCIÓN POR ALTURA DE LA ESTACIÓN DE OBSERVACIÓN**

**Cuando se estaciona un instrumento topográfico, se coloca según la vertical astronómica en la superficie terrestre, pero ese lugar no es el lugar exacto sobre el geoide debido a que las líneas de fuerza no son rectas.**

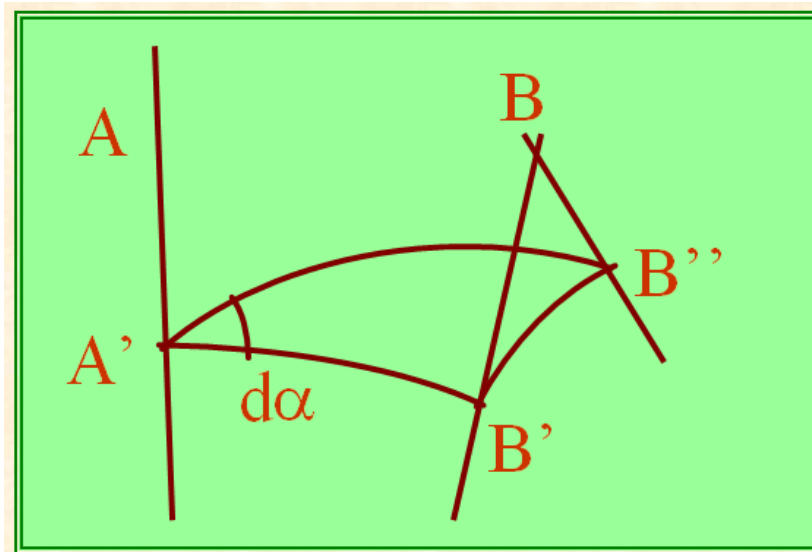
**TOTALMENTE DESPRECIABLE**



**3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA**  
**3.3.- LA REDUCCIÓN**

**3.3.7.- LA REDUCCIÓN DE ÁNGULOS**

**CORRECCIÓN POR ALTURA DE LA ESTACIÓN Y PUNTO VISADO**



**B.- CORRECCIÓN POR ALTURA DEL PUNTO VISADO**

$$d\alpha = \frac{B' B''}{A' B'} [Operando]$$

$$d\alpha = 0,00011'' \cdot h \cdot \beta \cdot \text{Cos}^2 \varphi \cdot \text{Sen}(2 \cdot \theta)$$

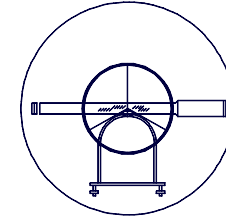
$$d\alpha = 0,00011'' \cdot h$$

$$\theta_{\text{VERDADERO}} = \theta_{\text{OBSERVADO}} + d\alpha$$



**UNIVERSIDAD DE CANTABRIA**

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,  
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



**ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA**

### **3.- LA REDUCCIÓN GEODÉSICA CLÁSICA** **3.3.- LA REDUCCIÓN**

#### **3.3.7.- LA REDUCCIÓN DE ÁNGULOS**

#### **CORRECCIÓN POR DESVIACIÓN DE LA VERTICAL**

#### **ECUACIÓN DE LAPLACE**

$$\alpha - \alpha' = (\xi \cdot \text{Sen}\theta_1 - \eta \cdot \text{Sen}\theta_1) \cdot \text{Cotag}(V_1) - (\xi \cdot \text{Sen}\theta_2 - \eta \cdot \text{Sen}\theta_2) \cdot \text{Cotag}(V_2)$$

**Sólo alcanza valores significativos  
para visuales con mucha pendiente y  
nunca se tiene en cuenta en Topografía**