

Topografía Minera

Tema 4. Los sistemas cartográficos



Julio Manuel de Luis Ruiz
Raúl Pereda García

Departamento de Ingeniería Geográfica y
Técnicas de Explotación de Minas

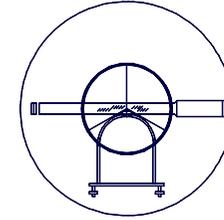
Este tema se publica bajo Licencia:

[Creative Commons BY-NC-SA 4.0](https://creativecommons.org/licenses/by-nc-sa/4.0/)



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

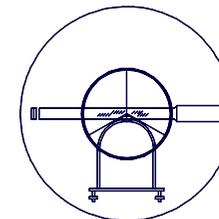
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

- 4.1.- Elementos de la representación plana del elipsoide.**
- 4.2.- Sistemas de proyección cartográfica.**
- 4.3.- Introducción a los desarrollos cartográficos.**
- 4.4.- Caracterización de las coordenadas Lambert.**
- 4.5.- Problemática del cambio de elipsoide.**



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

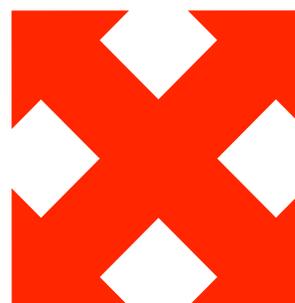
4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.1.- PLANTEAMIENTO

INTRODUCCIÓN

**ASTRONOMÍA
GEODÉSICA**

**GEODESIA
GEOMÉTRICA**



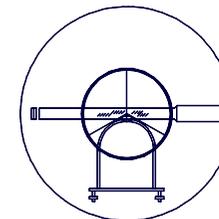
GEODESIA

CARTOGRAFÍA



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.1.- PLANTEAMIENTO

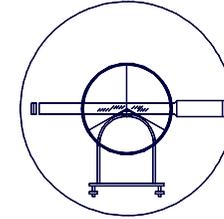
PROBLEMA RESUELTO





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

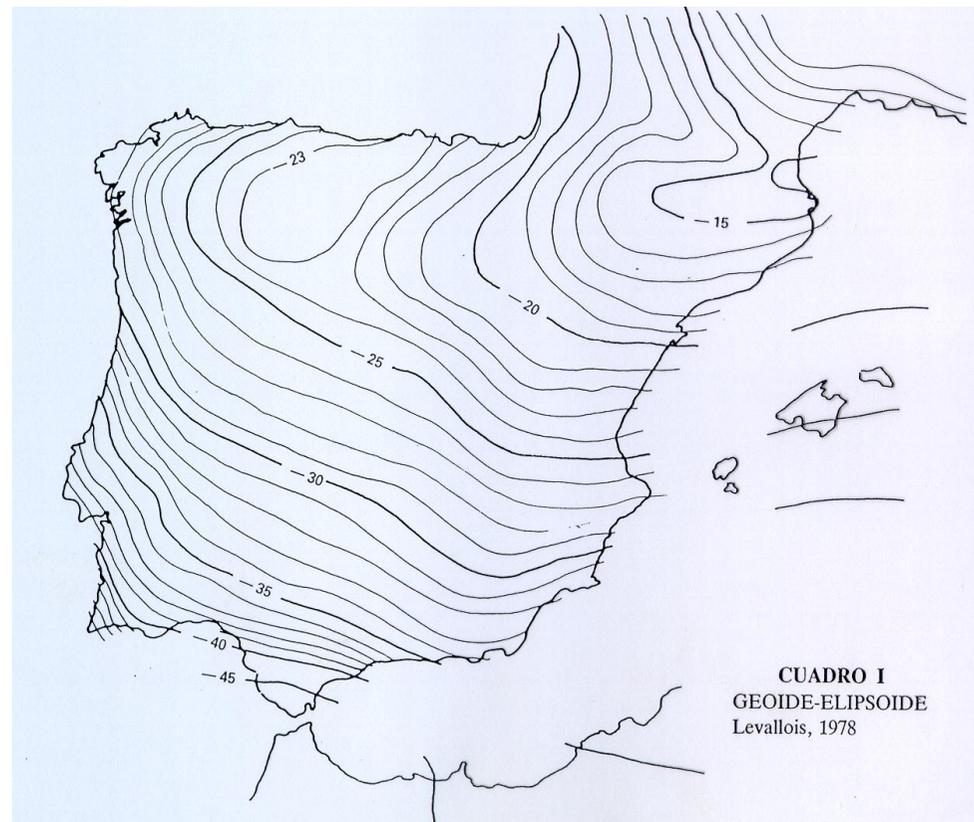
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.1.- PLANTEAMIENTO

PROBLEMA RESUELTO

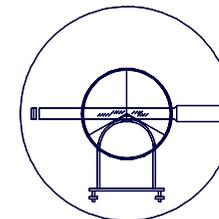
**Mapa del Geoide
Carta de LEVALLOIS**





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

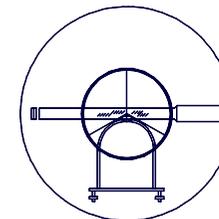
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.1.- PLANTEAMIENTO

PROBLEMA POR RESOLVER





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.1.- PLANTEAMIENTO

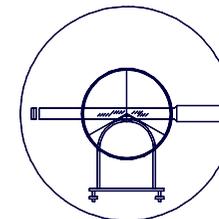
PROBLEMA POR RESOLVER





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

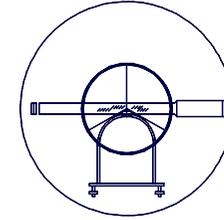
4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.2.- MÓDULOS DE DEFORMACIÓN

CONCEPTO

LA PROYECCIÓN: aproximar el elipsoide a una superficie plana, implica una serie de deformaciones, que pueden ser de la siguiente tipología:





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.2.- MÓDULOS DE DEFORMACIÓN

CONCEPTO

MÓDULO DE DEFORMACIÓN LINEAL

$$K = \frac{dl'}{dl} = \frac{\text{Longitud Plano}}{\text{Longitud Elipsoide}}$$



ISOMÉTRICAS.- K = Constante.
AUTOMECOICAS.- K = 1.

MÓDULO DE DEFORMACIÓN SUPERFICIAL

$$S = \frac{dA'}{dA} = \frac{\text{Superficie Plano}}{\text{Superficie Elipsoide}}$$



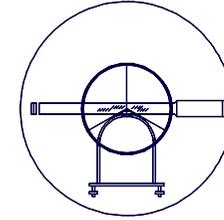
EQUIVALENTE.- S = 1.

MÓDULO DE DEFORMACIÓN ANGULAR

$$A = \alpha' - \alpha \begin{cases} \alpha' = \text{Ángulo plano} \\ \alpha = \text{Ángulo elipsoide} \end{cases}$$



CONFORME.- A = 0.

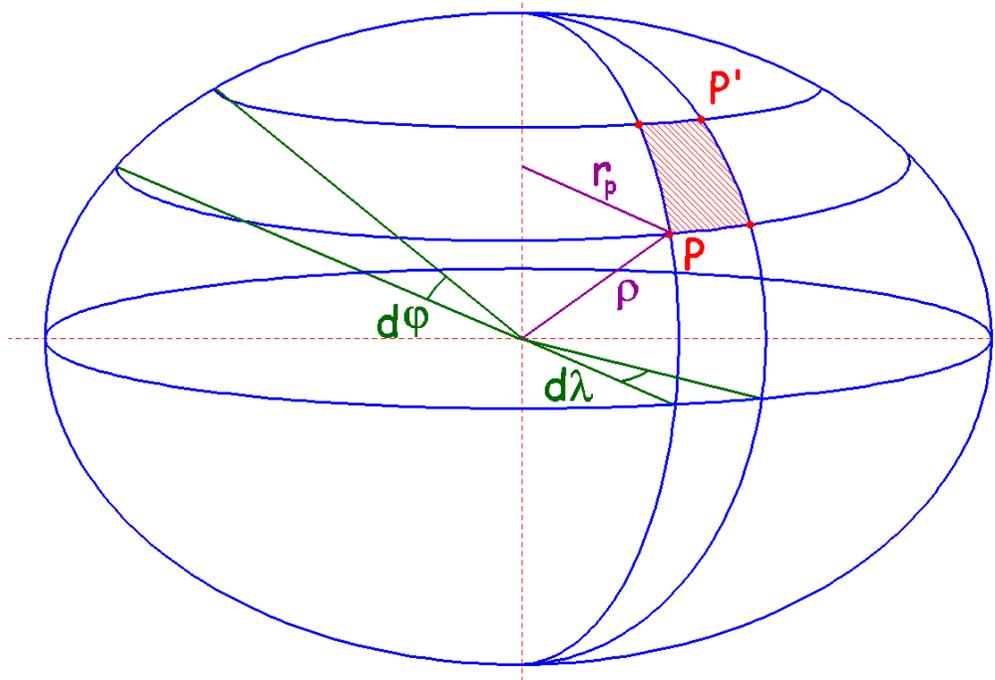


4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.3.- TRANSFORMACIÓN EN EL PLANO

ESTUDIANDO EL ELIPSOIDE



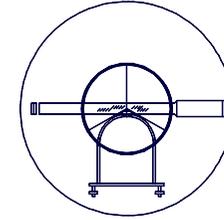
Arco del paralelo

$$dp = r_p \cdot d\lambda = N \cdot \text{Cos}\varphi \cdot d\lambda$$

Arco de meridiano

$$dm = \rho \cdot d\varphi$$

$$N = \frac{a}{(1 - e^2 \text{Sen}^2 \varphi)^{1/2}} \Leftrightarrow \rho = \frac{a(1 - e^2)}{(1 - e^2 \text{Sen}^2 \varphi)^{3/2}}$$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.3.- MÓDULOS DE DEFORMACIÓN

ESTUDIANDO EL ELIPSOIDE

$$dp = \sqrt{G} \cdot d\lambda$$

$$dm = \sqrt{E} \cdot d\varphi$$

Elemento Lineal

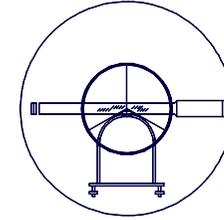
$$dL = \sqrt{\rho^2 d\varphi^2 + r^2 d\lambda^2} = \sqrt{\rho^2 d\varphi^2 + N^2 \cos^2 \varphi d\lambda^2}$$

Elemento Angular

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\rho \cdot d\varphi}{N \cdot \cos \varphi \cdot d\lambda}$$

Elemento Superficial

$$dA = \rho \cdot N \cdot \cos \varphi \cdot d\varphi \cdot d\lambda$$

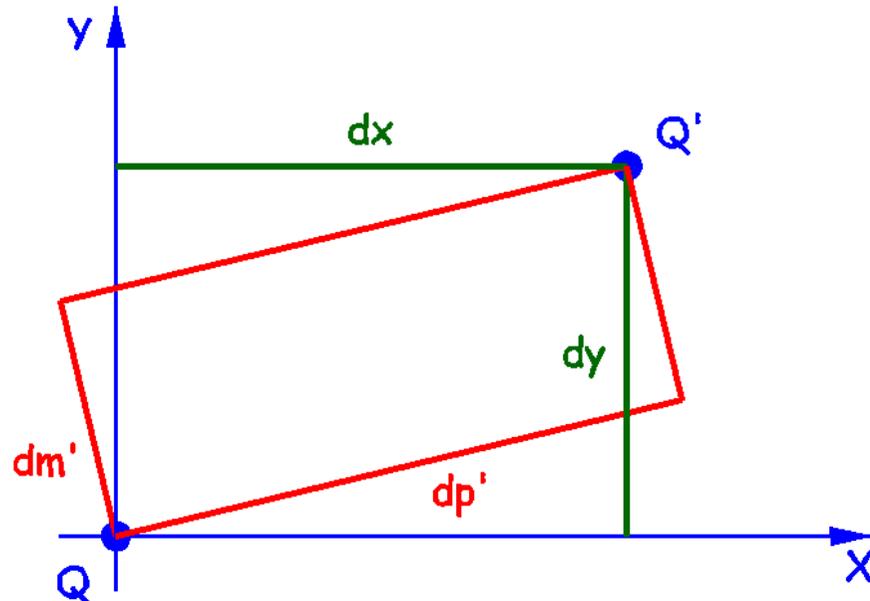


4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.3.- MÓDULOS DE DEFORMACIÓN

ESTUDIANDO EL PLANO



Elemento Lineal

$$dL' = \sqrt{dx^2 + dy^2}$$

$$dx = \frac{df}{d\lambda} d\lambda + \frac{df}{d\varphi} d\varphi$$

$$dy = \frac{dh}{d\lambda} d\lambda + \frac{dh}{d\varphi} d\varphi$$

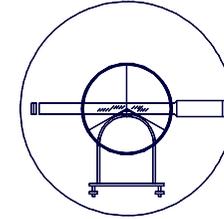
$$dL' = \sqrt{Ed\varphi^2 + Gd\lambda^2 + 2Fd\lambda d\varphi}$$

$$dm' = \sqrt{E} \cdot d\lambda \Leftrightarrow dp' = \sqrt{G} \cdot d\varphi$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.1.- ELEMENTOS DE LA REPRESENTACIÓN PLANA DEL ELIPSOIDE

4.1.3.- MÓDULOS DE DEFORMACIÓN

ESTUDIANDO EL PLANO

Elemento Angular

$$\operatorname{tg} \theta = \frac{\frac{dy}{dx}}{\frac{d\lambda}{d\lambda}}$$

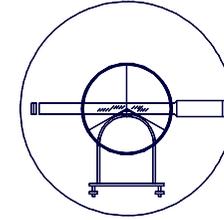
Elemento Superficial

$$dS' = \left[\frac{dy}{d\varphi} \frac{dx}{d\lambda} - \frac{dx}{d\varphi} \frac{dy}{d\lambda} \right] \cdot d\lambda \cdot d\varphi$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

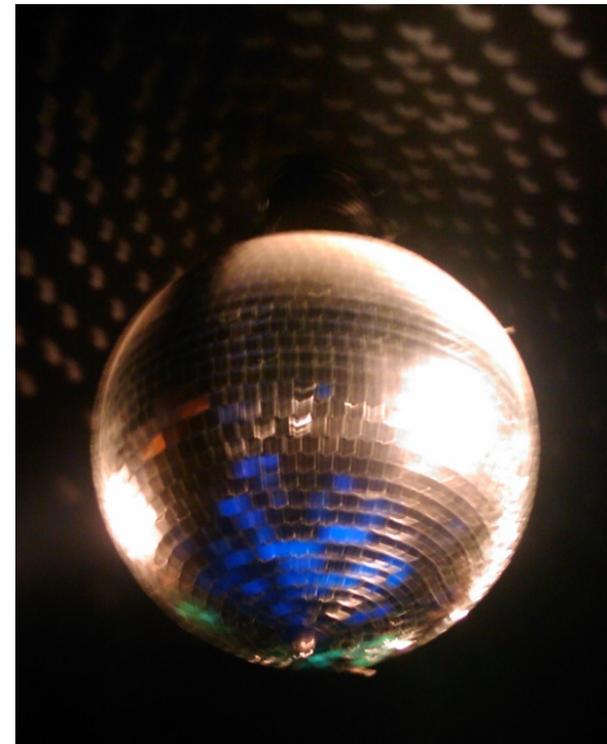
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

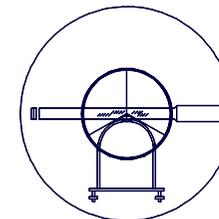
4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.1.- CLASIFICACIÓN DE LAS PROYECCIONES

NATURALES O POLIÉDRICAS

Consiste en seccionar la superficie terrestre en pequeños trapecios esféricos mediante el corte con meridianos y paralelos, para posteriormente proyectar toda la superficie del trapecio sobre un plano tangente al punto central del trapecio.





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.1.- CLASIFICACIÓN DE LAS PROYECCIONES

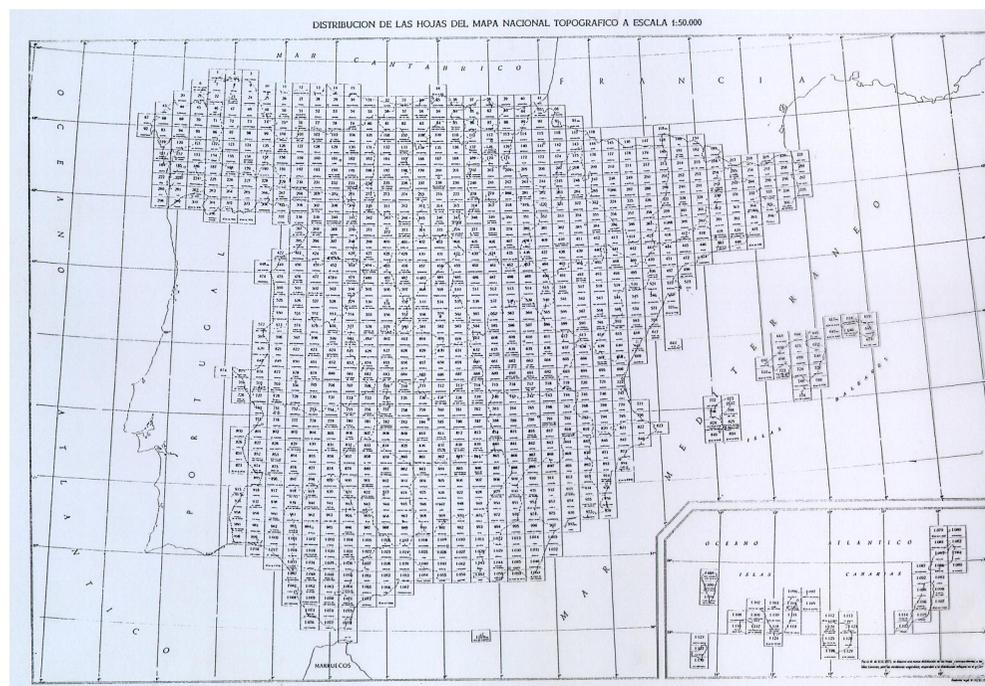
NATURALES O POLIÉDRICAS

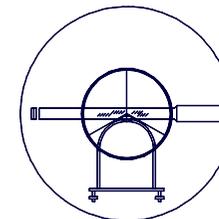
MTN50



STRUVE

$$\left\{ \begin{array}{l} a = 6.378.298,3 \\ b = 6.356.657,1 \end{array} \right.$$





ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

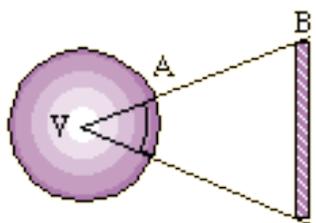
4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.1.- CLASIFICACIÓN DE LAS PROYECCIONES

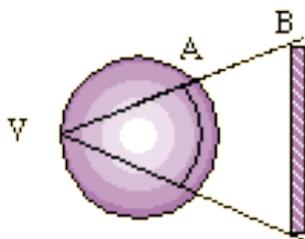
PERSPECTIVAS

Posición del punto de vista:

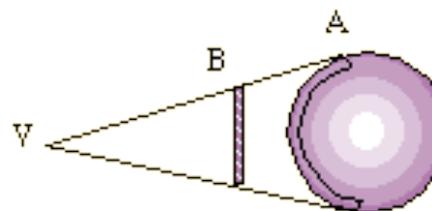
- Gnomónica



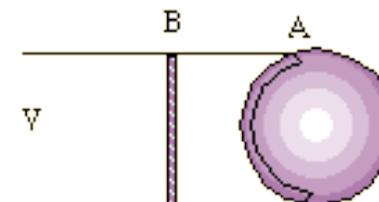
- Estereográfica

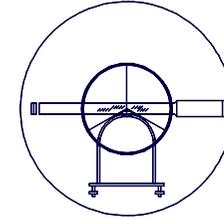


- Escenográfica.



- Ortográfica.





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

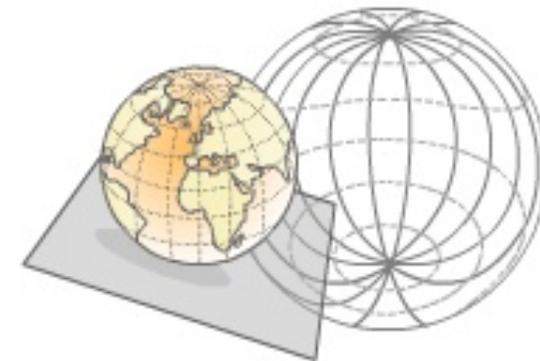
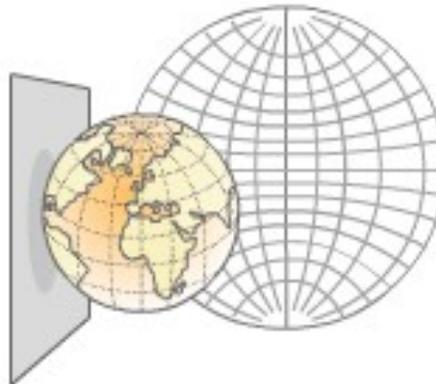
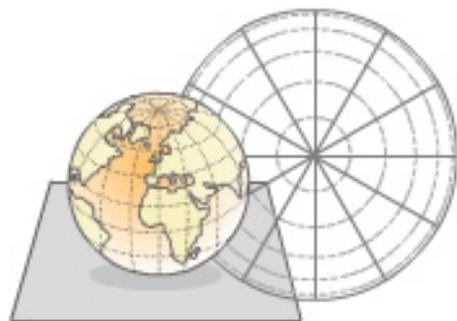
4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.1.- CLASIFICACIÓN DE LAS PROYECCIONES

PERSPECTIVAS

Posición del plano de proyección:

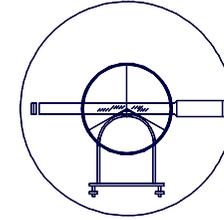
- **Ecuatorial o Polar.**
- **Meridianas o transversa.**
- **Horizontales.**





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

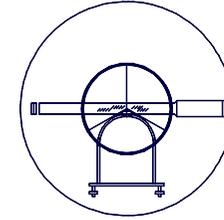
PROYECCIÓN GNOMÓNICA

TIPOLOGÍA:

- **Directa o polar.**
- **Meridiana o transversa.**
- **Oblicua.**

PRINCIPALES PROPIEDADES:

- **Todo círculo máximo se proyecta como una línea recta.**
- **No conservan ni ángulos , ni distancias, ni superficies.**
- **Las deformaciones son pequeñas.**



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN GNOMÓNICA POLAR

COORDENADAS:

$$X = R \cdot \text{Cotg}\varphi \cdot \text{Cos}\lambda$$

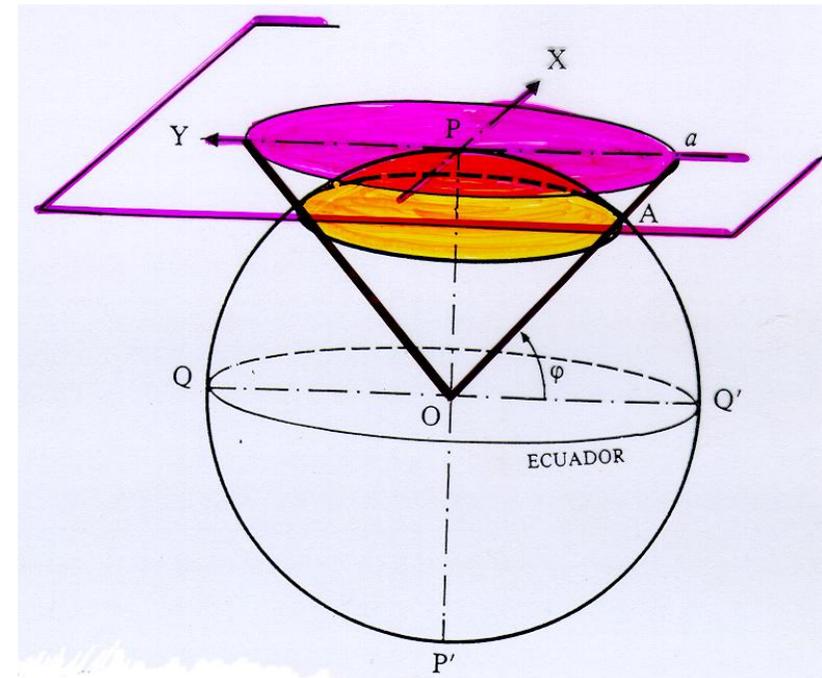
$$Y = R \cdot \text{Cotg}\varphi \cdot \text{Sen}\lambda$$

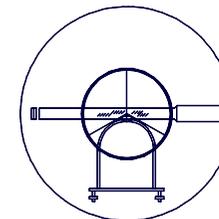
ECUACIÓN MERIDIANOS:

$$X = Y \cdot \text{Cotg}\lambda \text{ (RECTA)}$$

ECUACIÓN PARALELOS:

$$R_0 = R \cdot \text{Cotg}\varphi \text{ (CÍRCULO)}$$



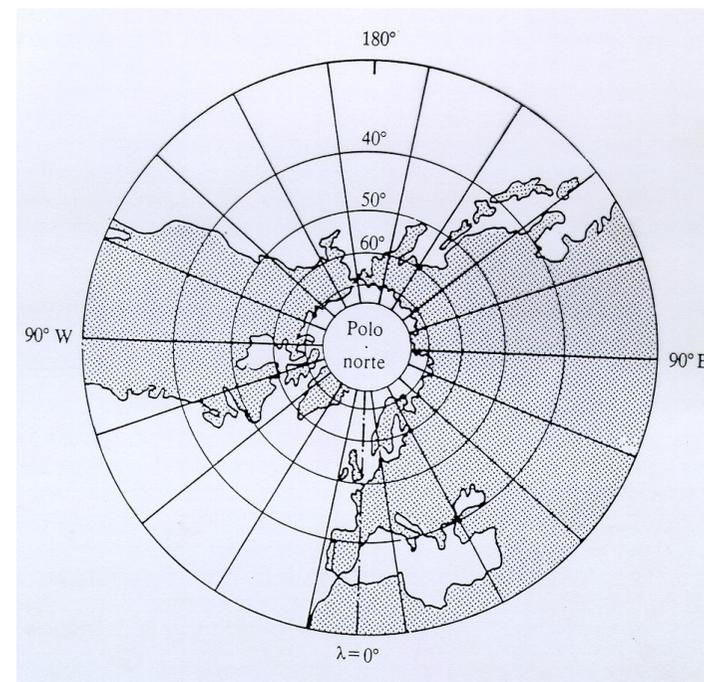
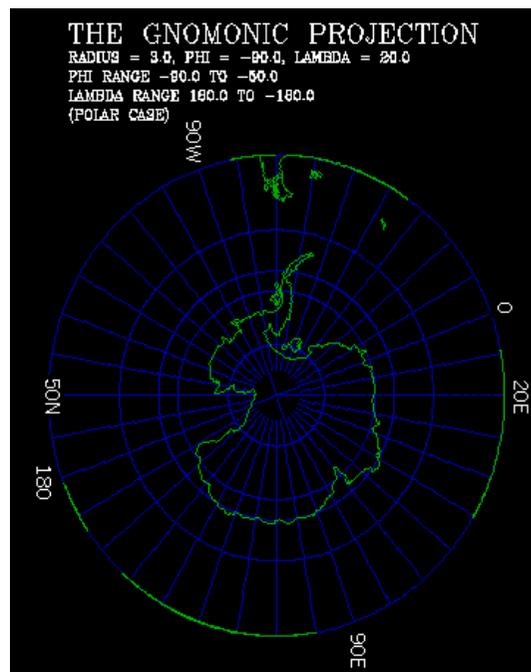
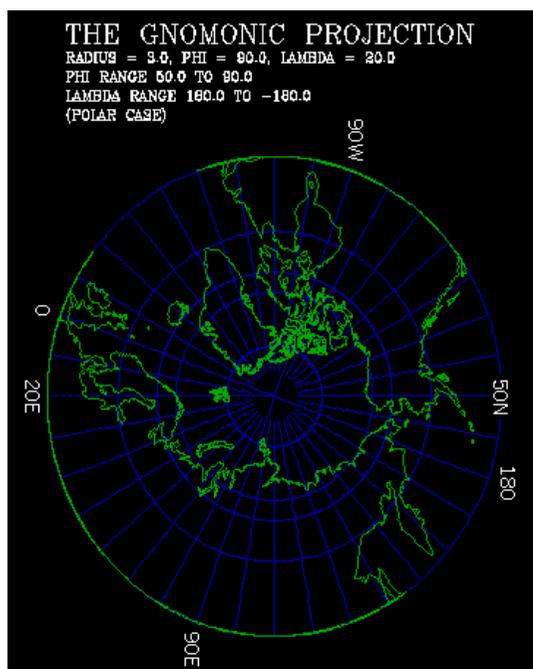


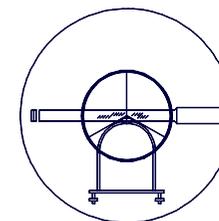
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN GNOMÓNICA POLAR





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN GNOMÓNICA TRANSVERSA U OBLICUA

COORDENADAS:

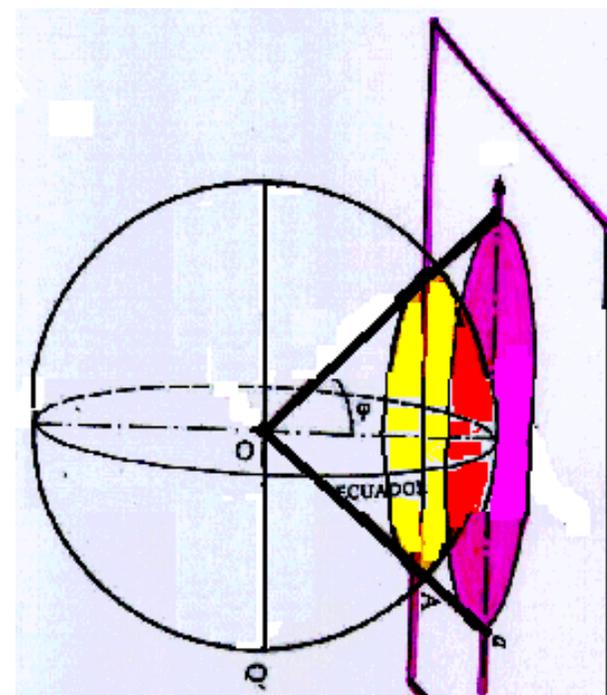
$$X = Tg\lambda \Leftrightarrow Y = \frac{Tg\varphi}{Cos\lambda}$$

ECUACIÓN MERIDIANOS:

$$X = R \cdot Tg\lambda \text{ (RECTA)}$$

ECUACIÓN PARALELOS:

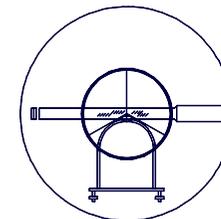
$$1 = x^2 + \frac{y^2}{R \cdot Tg^2\varphi} \text{ (HIPÉRBOLAS)}$$





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



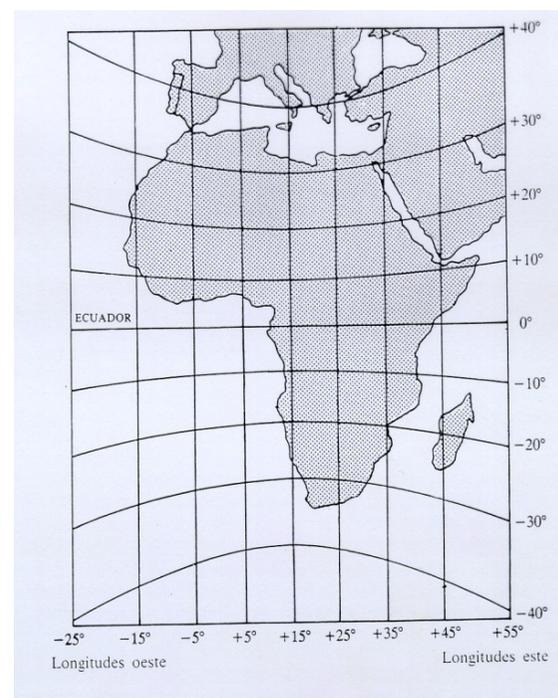
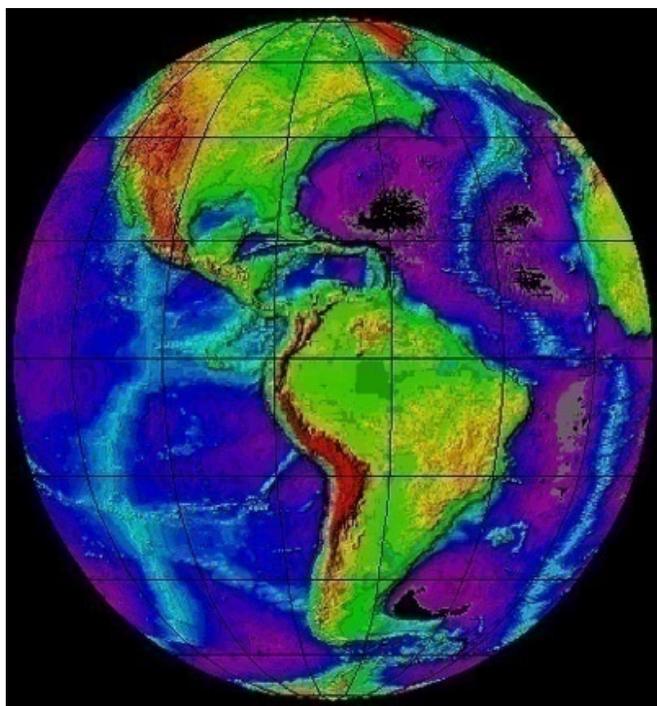
ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

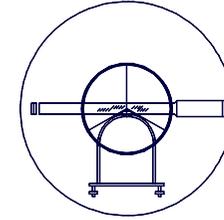
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN GNOMÓNICA TRANSVERSA U OBLICUA





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN ESTEREOGRÁFICA

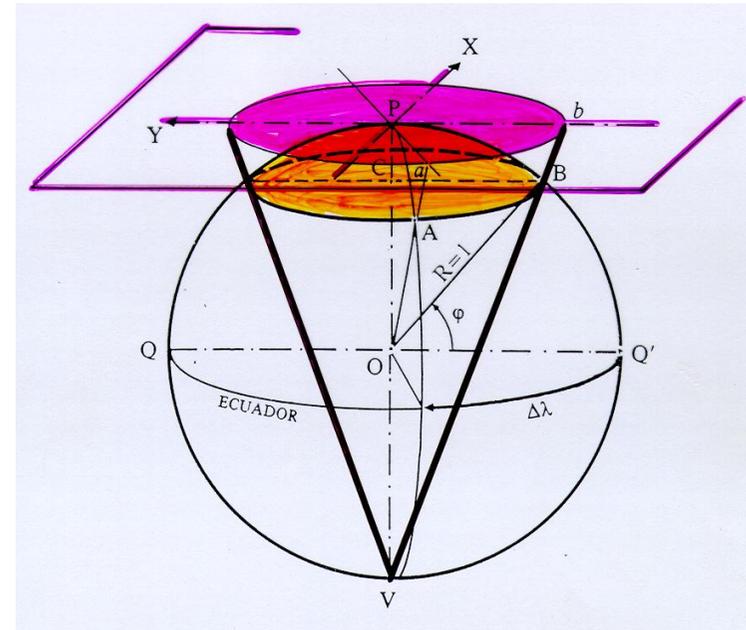
COORDENADAS:

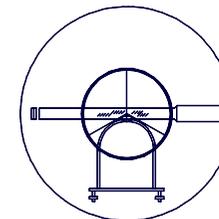
ECUACIÓN MERIDIANOS:

$$x = -y \cdot \operatorname{Tg} \lambda \text{ (RECTA)}$$

ECUACIÓN PARALELOS:

$$x^2 + y^2 = \frac{4 \operatorname{Cos}^2 \varphi}{(1 + \operatorname{Sen} \varphi)^2}$$



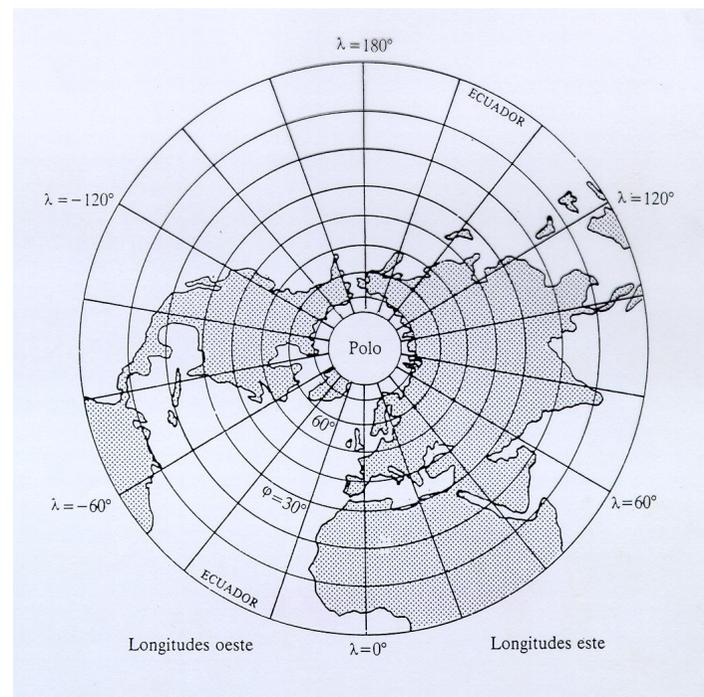


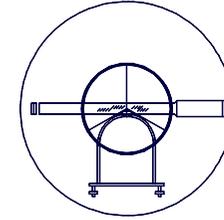
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN ESTEREOGRÁFICA POLAR





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

PROYECCIÓN ORTOGRÁFICA

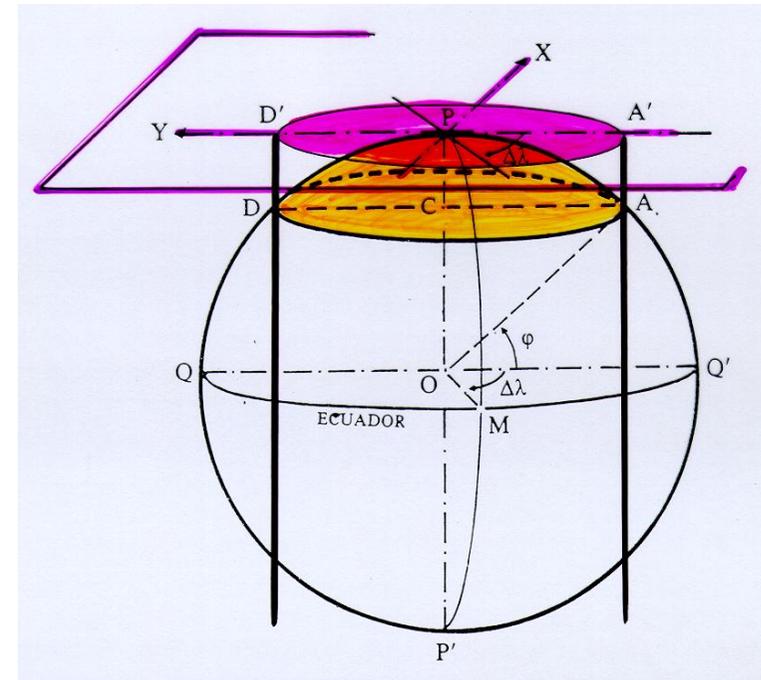
COORDENADAS:

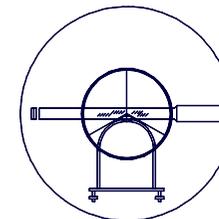
ECUACIÓN MERIDIANOS:

$$x = -y \cdot \operatorname{Tg} \lambda \text{ (RECTA)}$$

ECUACIÓN PARALELOS:

$$x^2 + y^2 = \operatorname{Cos}^2 \varphi \text{ (CÍRCULOS)}$$



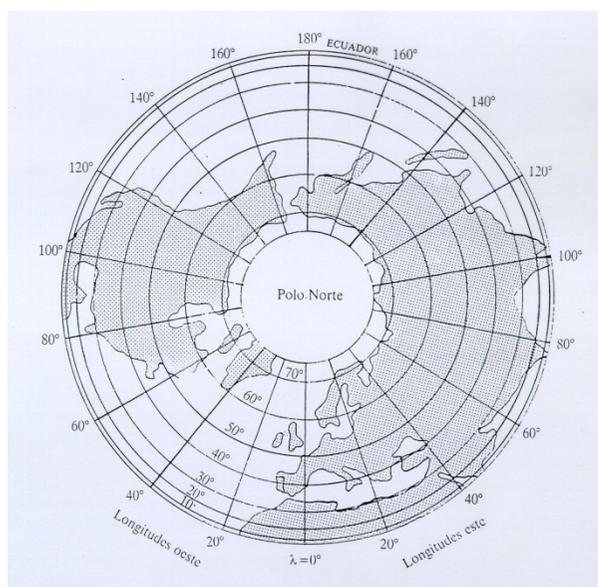


4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

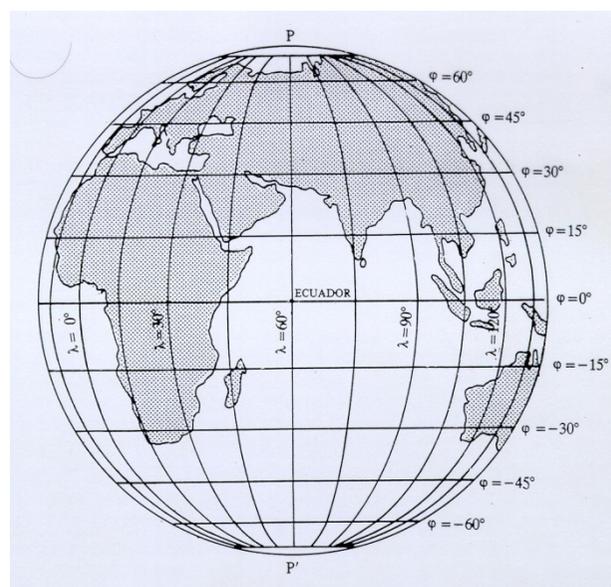
4.2.- SISTEMAS DE PROYECCIÓN CARTOGRÁFICA

4.2.2.- TRATAMIENTO DE LOS SISTEMAS DE PROYECCIÓN

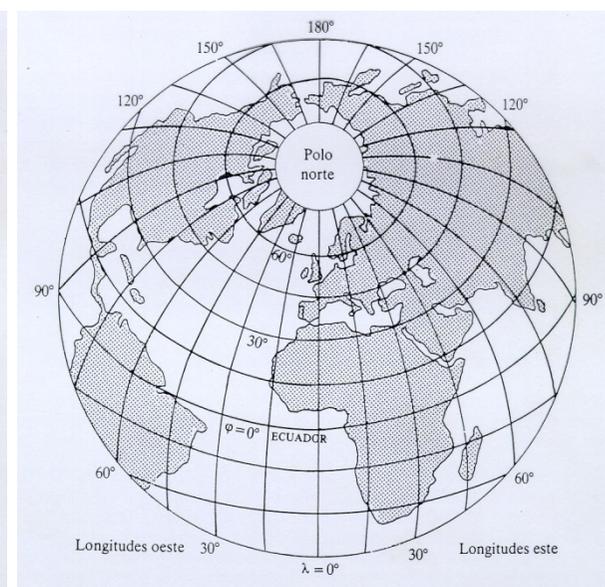
ORTOGRÁFICA POLAR



ORTOGRÁFICA HORIZONTAL



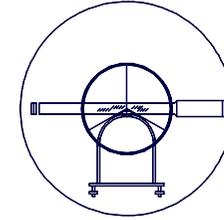
ORTOGRÁFICA OBLICUA





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



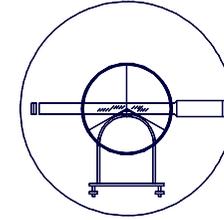
ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.1.- ASPECTOS GENERALES

- **La proyección más empleada es la GNOMÓNICA.**
- **Habitualmente se proyecta sobre el Cilindro, el Cono o un Plano.**
- **La figura sobre la que se proyecta debe ser desarrollable y en cualquier caso existen múltiples formas de posicionar los elementos de un desarrollo cartográfico.**
- **Dado que existen muchos tipos de proyecciones y que además hay que combinarlas con muchos tipos de desarrollos cartográficos, se puede decir que prácticamente existen “infinitos” sistemas cartográficos, y que todos ellos se definen a la medida de las necesidades del usuario.**

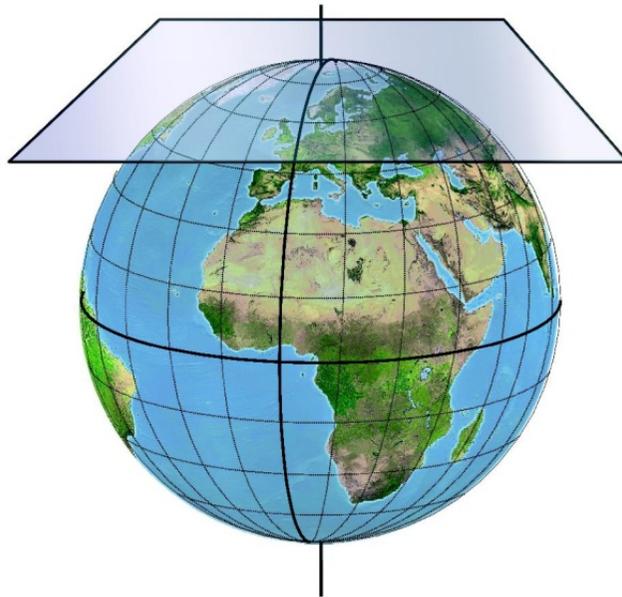


4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

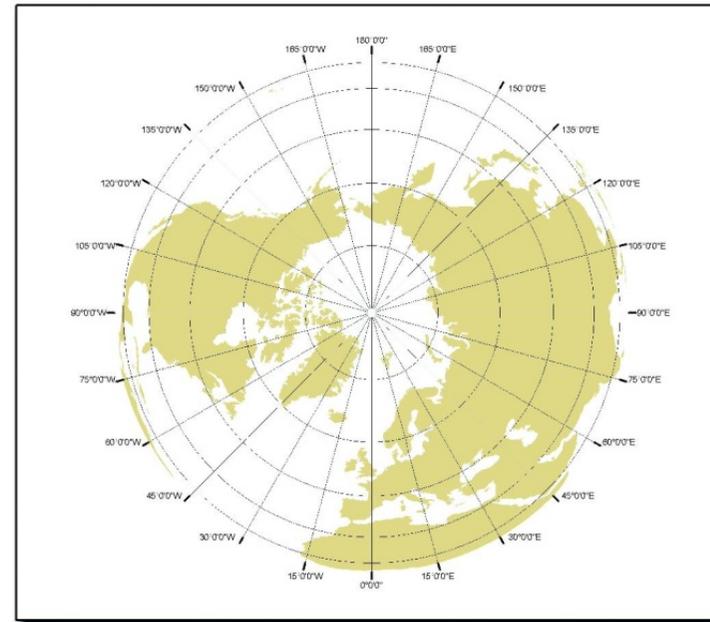
4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

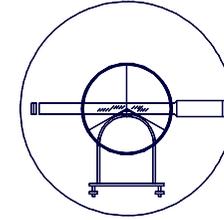
4.3.1.- ASPECTOS GENERALES

- Ejemplos de sistemas cartográficos:



Acimutal o plana



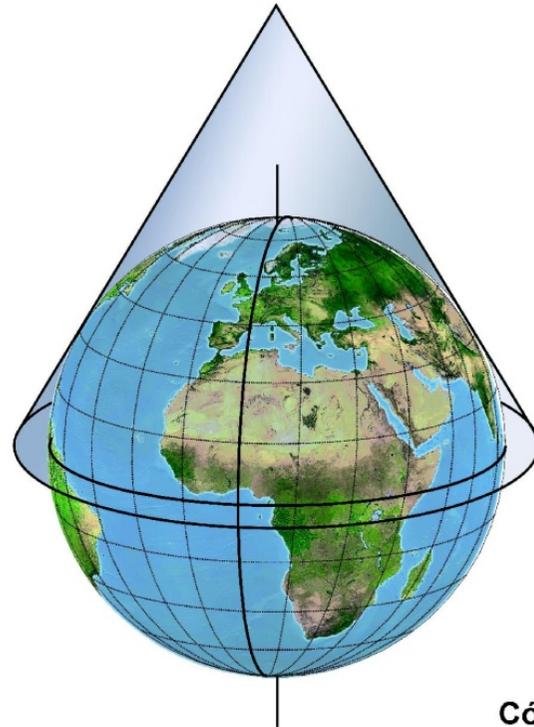


4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

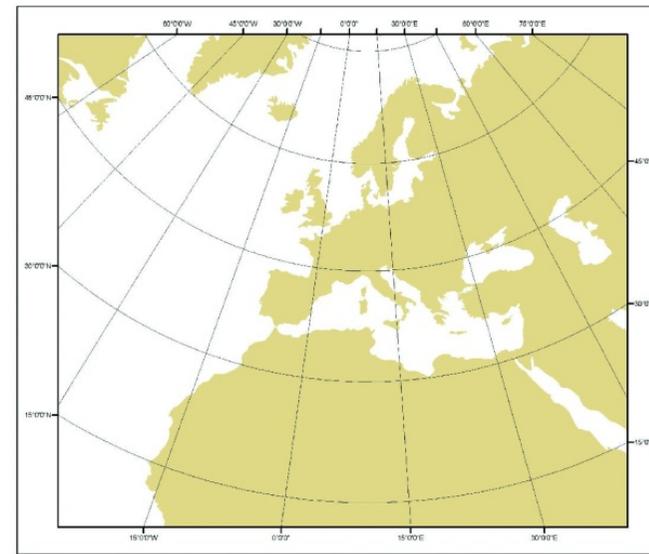
4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

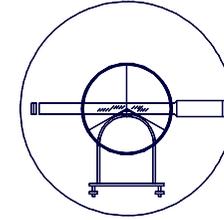
4.3.1.- ASPECTOS GENERALES

- Ejemplos de sistemas cartográficos:



Cónica



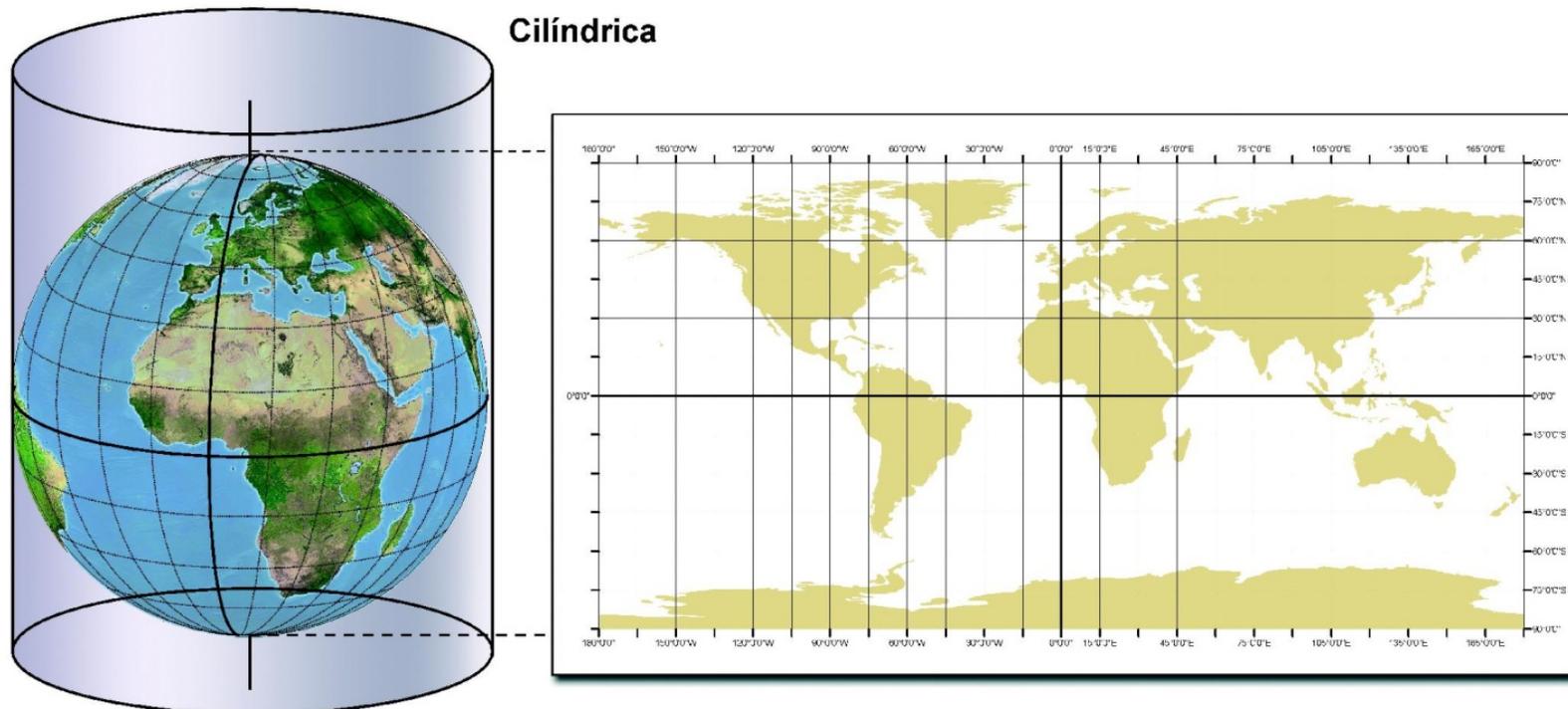


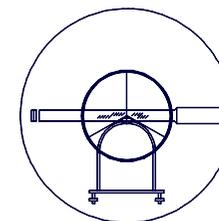
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.1.- ASPECTOS GENERALES

- Ejemplos de sistemas cartográficos:





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.2.- SUPERFICIE CILÍNDRICA

DESARROLLO CILÍNDRICO EQUIVALENTE

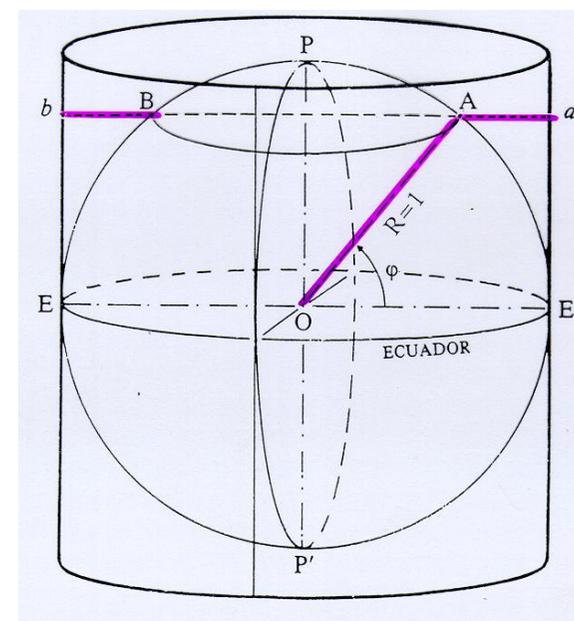
Este tipo de desarrollo es EQUIVALENTE.

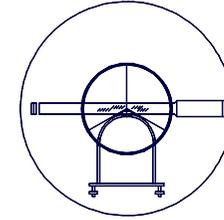
El Ecuador es AUTOMECOICO.

Anamorfosis en los meridianos y paralelos.

$$a_m = \frac{\sqrt{E}}{R} = \text{Cos}\varphi$$

$$a_p = \frac{\sqrt{G}}{R\text{Cos}\varphi} = \text{Sec}\varphi$$





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.2.- SUPERFICIE CILÍNDRICA

DESARROLLO CILÍNDRICO EQUIVALENTE

ANÁLISIS DE EQUIVALENCIA:

Elemento diferencial esfera:

$$\text{Meridiano} = R \cdot d\varphi$$

$$\text{Paralelo} = R \cdot \text{Cos}\varphi \cdot d\lambda$$

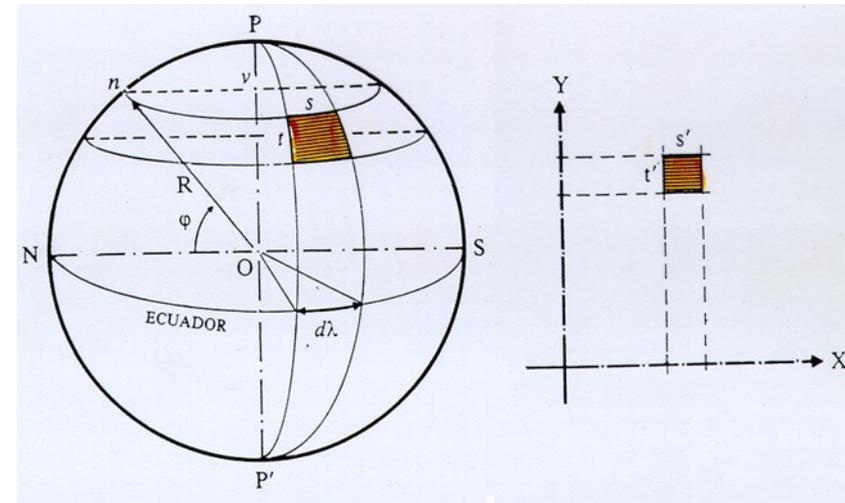
$$\text{Superficie} = dS = R^2 \cdot \text{Cos}\varphi \cdot d\lambda \cdot d\varphi$$

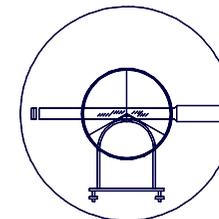
Elemento diferencial del plano:

$$\text{Transformada meridiana} = R \cdot \text{Cos}\varphi \cdot d\varphi$$

$$\text{Transformada paralelo} = R \cdot d\lambda$$

$$\text{Superficie} = dS' = R^2 \cdot \text{Cos}\varphi \cdot d\varphi \cdot d\lambda$$



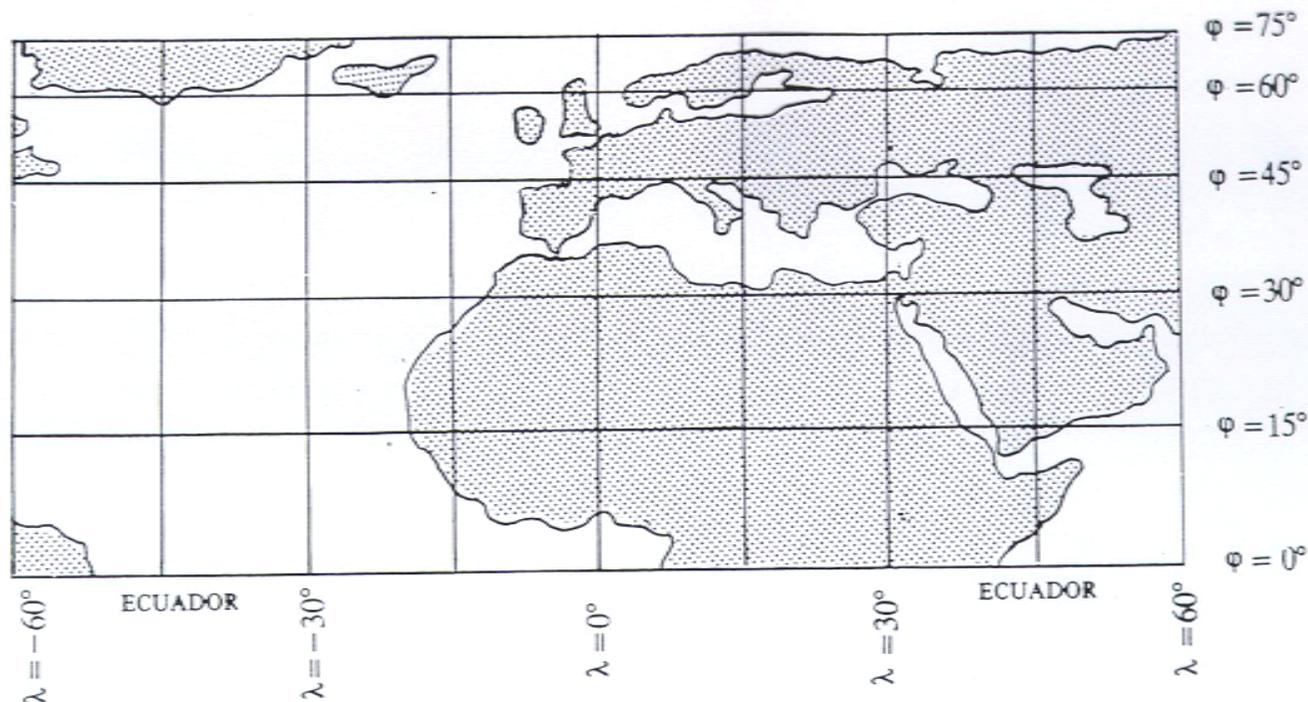


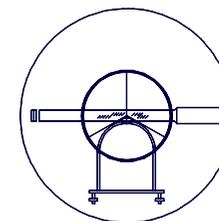
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.2.- SUPERFICIE CILÍNDRICA

DESARROLLO CILÍNDRICO EQUIVALENTE





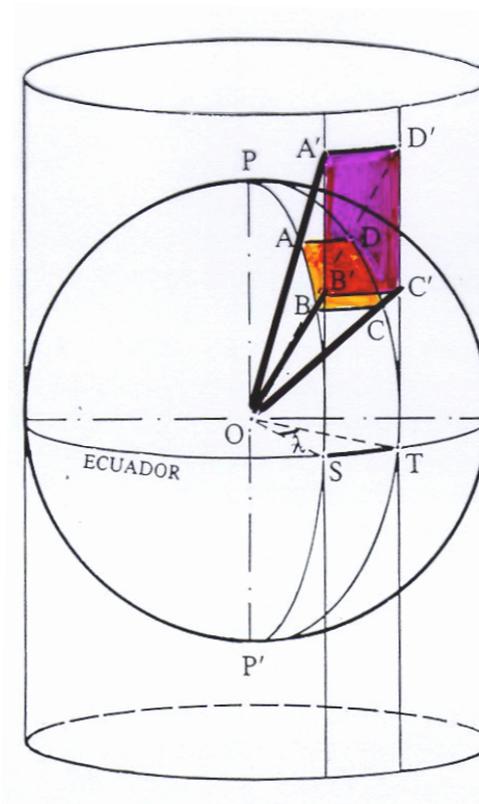
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

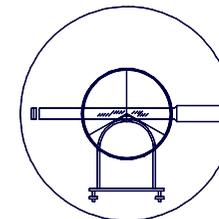
4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.2.- SUPERFICIE CILÍNDRICA

DESARROLLO CILÍNDRICO DIRECTO

- Los meridianos son generatrices del cilindro.
- Los paralelos son circunferencias sobre la superficie cilíndrica.
- Es buen desarrollo para latitudes pequeñas, malo para grandes latitudes.





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

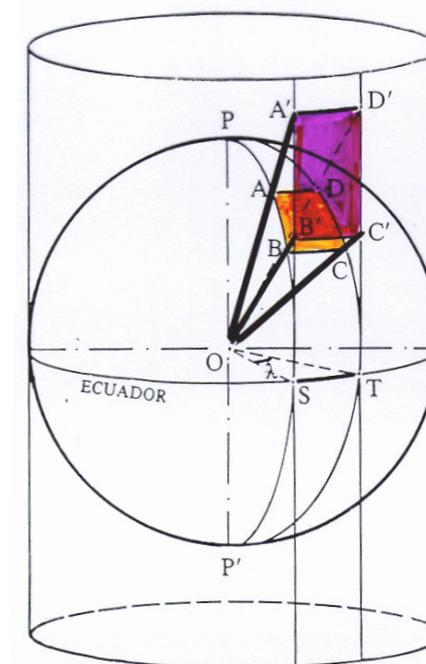
4.3.2.- SUPERFICIE CILÍNDRICA

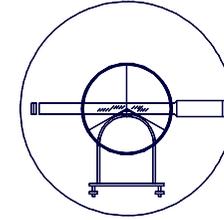
DESARROLLO CILÍNDRICO CONFORME

- Es idéntico al desarrollo cilíndrico directo.
- Se modifican la separación entre los paralelos para conseguir que las deformaciones en el sentido de la latitud coincidan con las del sentido de la longitud.
- Es la única realmente conforme.
- Ecuación de los meridianos.
- Ecuación de los paralelos.

$$x = \lambda \text{ (Recta)}$$

$$y = R \cdot L T g\left(\frac{\pi}{4} + \frac{\varphi}{2}\right)$$





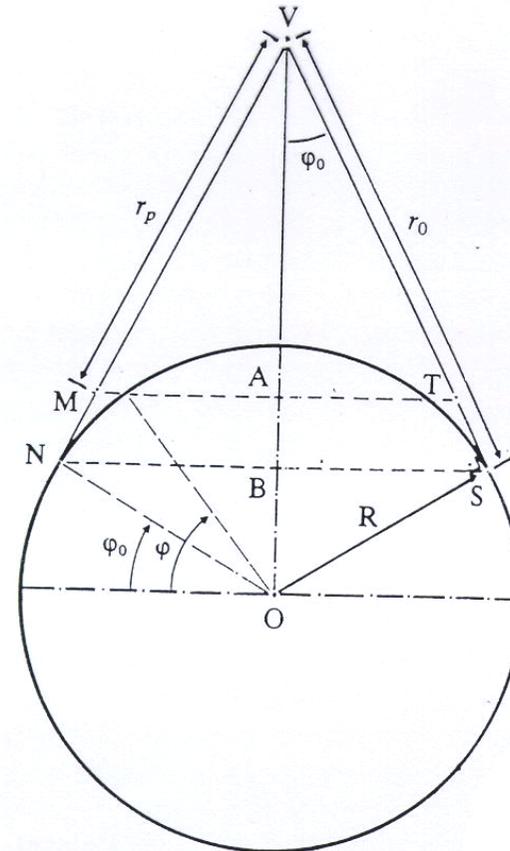
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.3.- SUPERFICIE CÓNICA

DESARROLLO CÓNICO DIRECTO

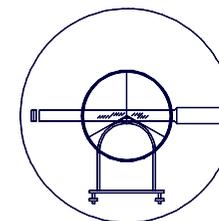
- Los meridianos son rectas.
- Los paralelos son círculos.
- El ángulo que forman los meridianos con respecto al central se llama convergencia de meridianos.
- No es conforme, ni equivalente.





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



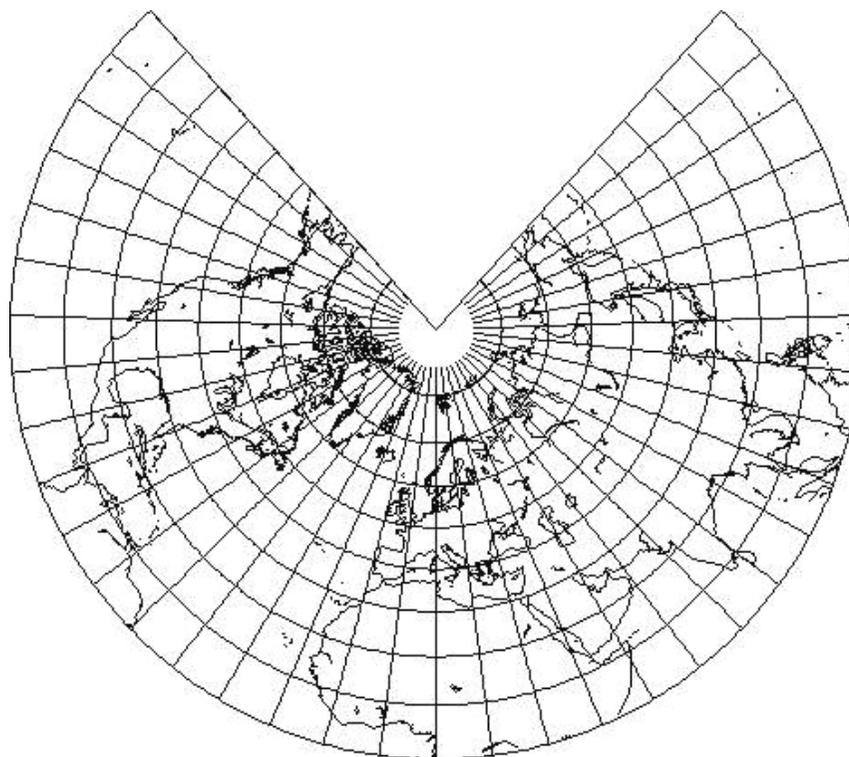
ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

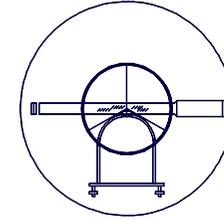
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.3.- SUPERFICIE CÓNICA

DESARROLLO CÓNICO DIRECTO





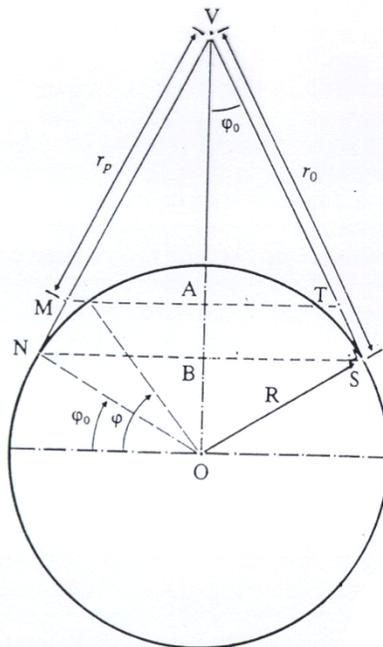
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.3.- SUPERFICIE CÓNICA

DESARROLLO CÓNICO DIRECTO

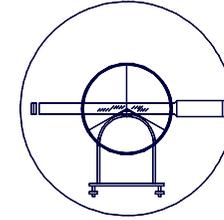
Radio del paralelo de latitud ζ



$$\left. \begin{aligned} \frac{VM}{VN} &= \frac{VA}{VB} \\ \frac{VM}{VN} &= \frac{VB + OB - OA}{VB} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} VM &= r_p \\ VN &= R \cdot \text{Cotg} \varphi_0 \\ VB &= R \cdot \text{Cotg} \varphi_0 \cdot \text{Cos} \varphi_0 \\ OB &= R \cdot \text{Sen} \varphi_0 \\ OA &= R \cdot \text{Sen} \varphi \end{aligned} \right\}$$

$$\frac{r_p}{R \cdot \text{Cotg} \varphi_0} = 1 + \frac{R \cdot \text{Sen} \varphi_0 - R \cdot \text{Sen} \varphi}{R \cdot \text{Cotg} \varphi_0 \cdot \text{Cos} \varphi_0}$$

$$r_p = R \cdot \frac{1 - \text{Sen} \varphi \cdot \text{Sen} \varphi_0}{\text{Sen} \varphi_0 \cdot \text{Cos} \varphi_0}$$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

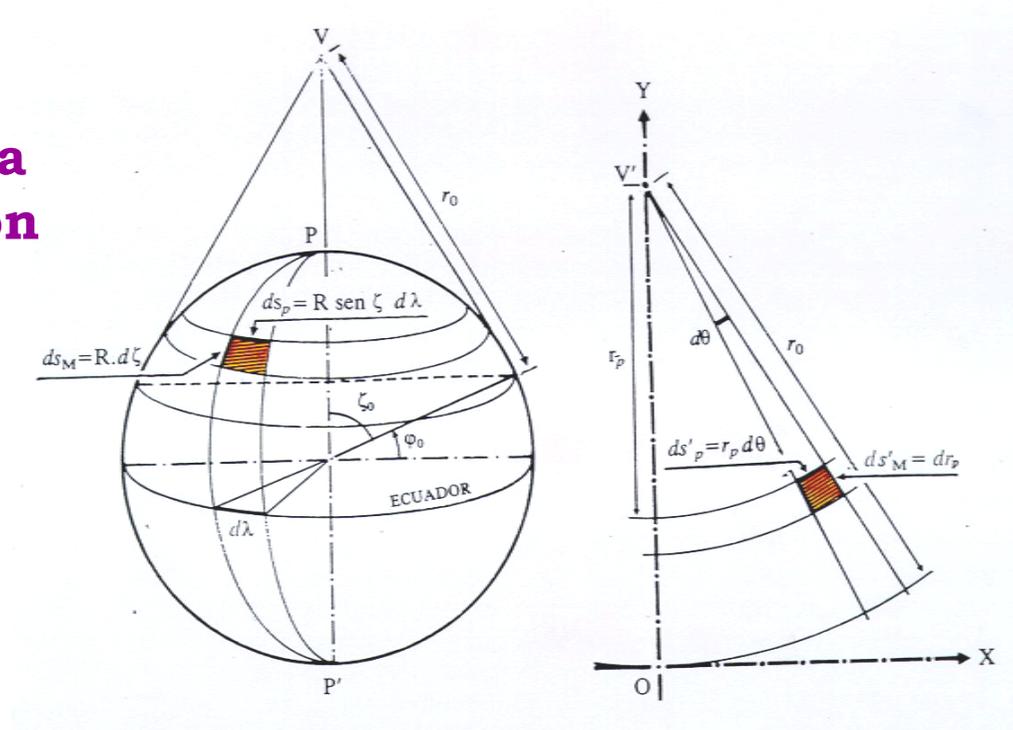
4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

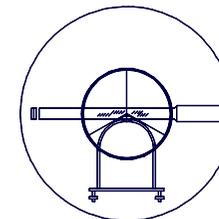
4.3.3.- SUPERFICIE CÓNICA

DESARROLLO CÓNICO CONFORME DE LAMBERT

FUNDAMENTO:

Es una proyección cónica parecida a la anterior en la que se impone la condición de que sea **CONFORME**.





ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

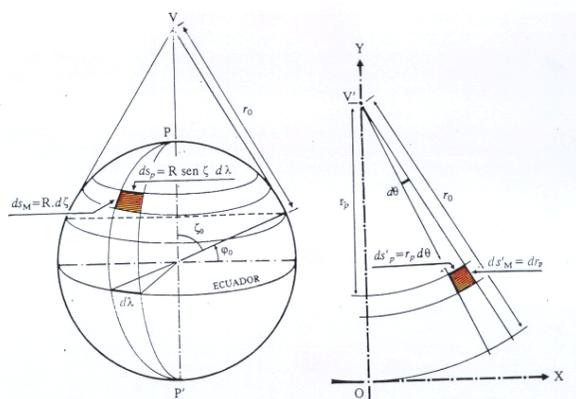
4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.3.- SUPERFICIE CÓNICA

DESARROLLO CÓNICO CONFORME DE LAMBERT

ANÁLISIS DE LA PROYECCIÓN:

Para realizar el análisis de la proyección se estudian los elementos diferenciales de meridiano y paralelo en la esfera y en el plano.

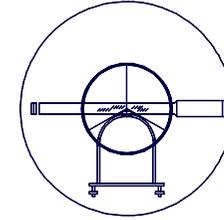


Diferencial de Meridiano (Esfera) ⇒ $dS = R \cdot d\varepsilon$

Diferencial de Meridiano (Plano) ⇒ $dS' = dr_p$

Diferencial de Paralelo (Esfera) ⇒ $dS = R \cdot \text{Sen}\varepsilon \cdot d\lambda$

Diferencial de Paralelo (Plano) ⇒ $dS' = r_p \cdot \text{Cos}\varepsilon \cdot d\lambda$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.3.- SUPERFICIE CÓNICA

DESARROLLO CÓNICO CONFORME DE LAMBERT

ANÁLISIS DE LA PROYECCIÓN:

Analizando las anamorfosis lineales, nos encontramos las siguientes relaciones para los paralelos y meridianos:

MERIDIANO:

$$h_1 = \frac{dr_p}{R \cdot d\varepsilon}$$

PARALELO:

$$h_2 = \frac{r_p \cdot \text{Cose}\varepsilon}{R \cdot \text{Sen}\varepsilon}$$

Imponiendo:

$$h_1 = h_2 \Rightarrow \frac{dr_p}{R \cdot d\varepsilon} = \frac{r_p \cdot \text{Cose}\varepsilon}{R \cdot \text{Sen}\varepsilon}$$

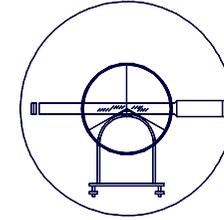
Operando:

$$r_e = \frac{R \cdot \text{Cotg}\varphi_0}{\left(\text{tag} \frac{\varepsilon}{2}\right)^{\text{Sen}\varphi_0}}$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.

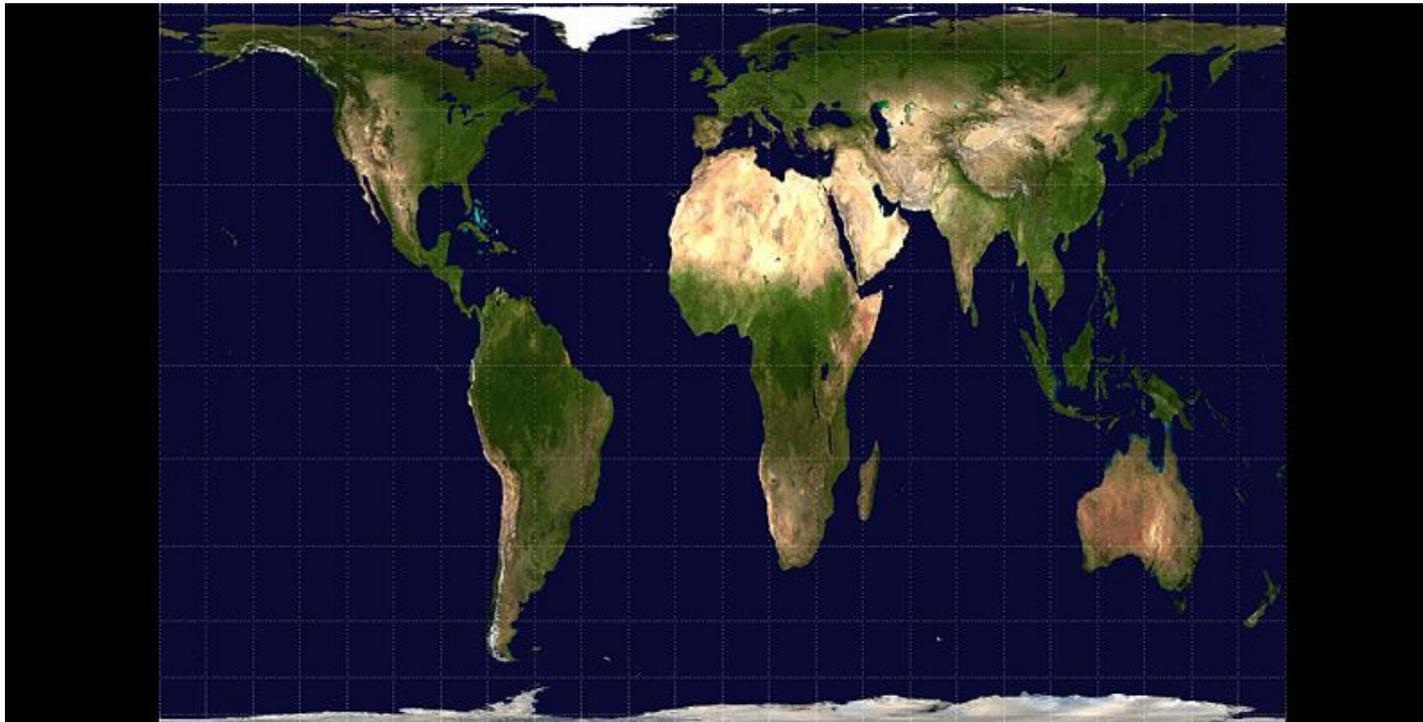


ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

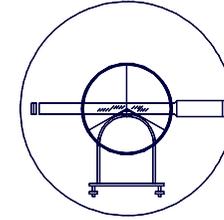
4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS **PROYECCIÓN DE PETERS**





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



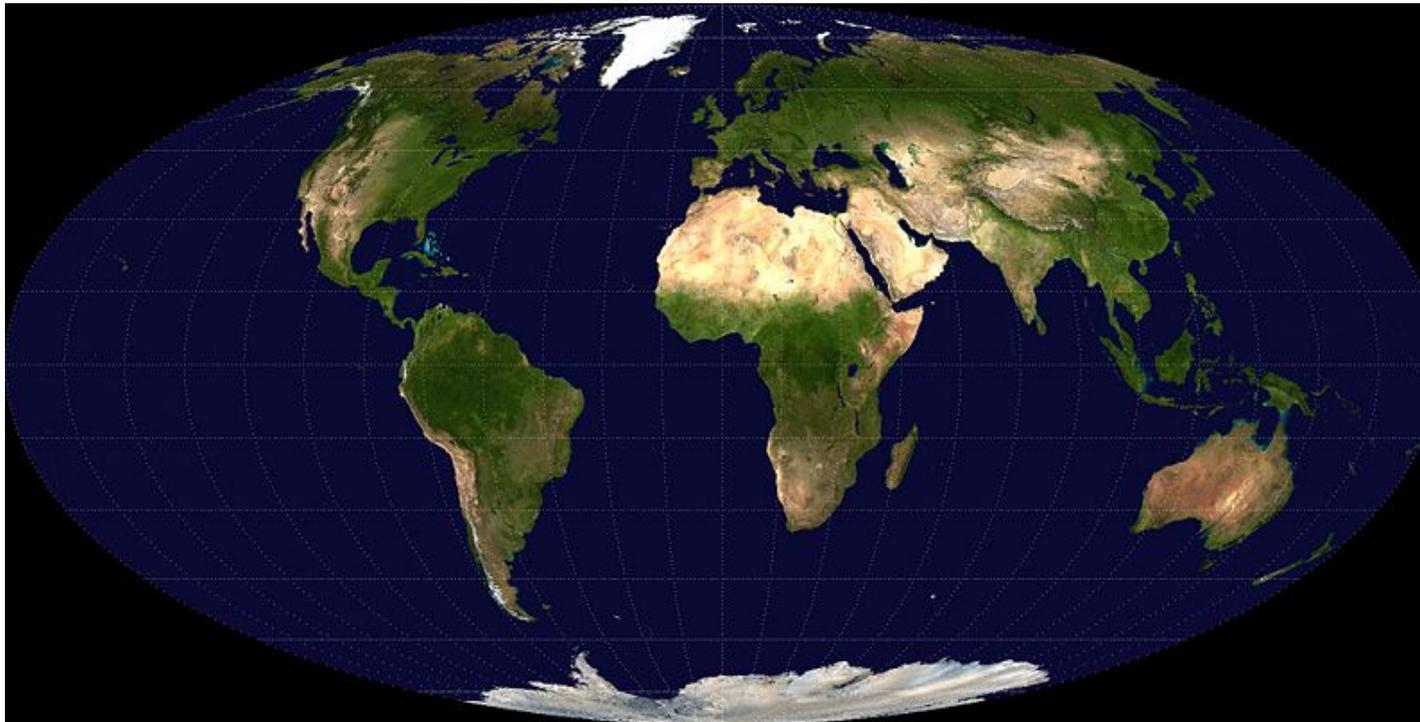
ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

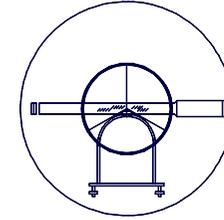
PROYECCIÓN MOLLWEIDE





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



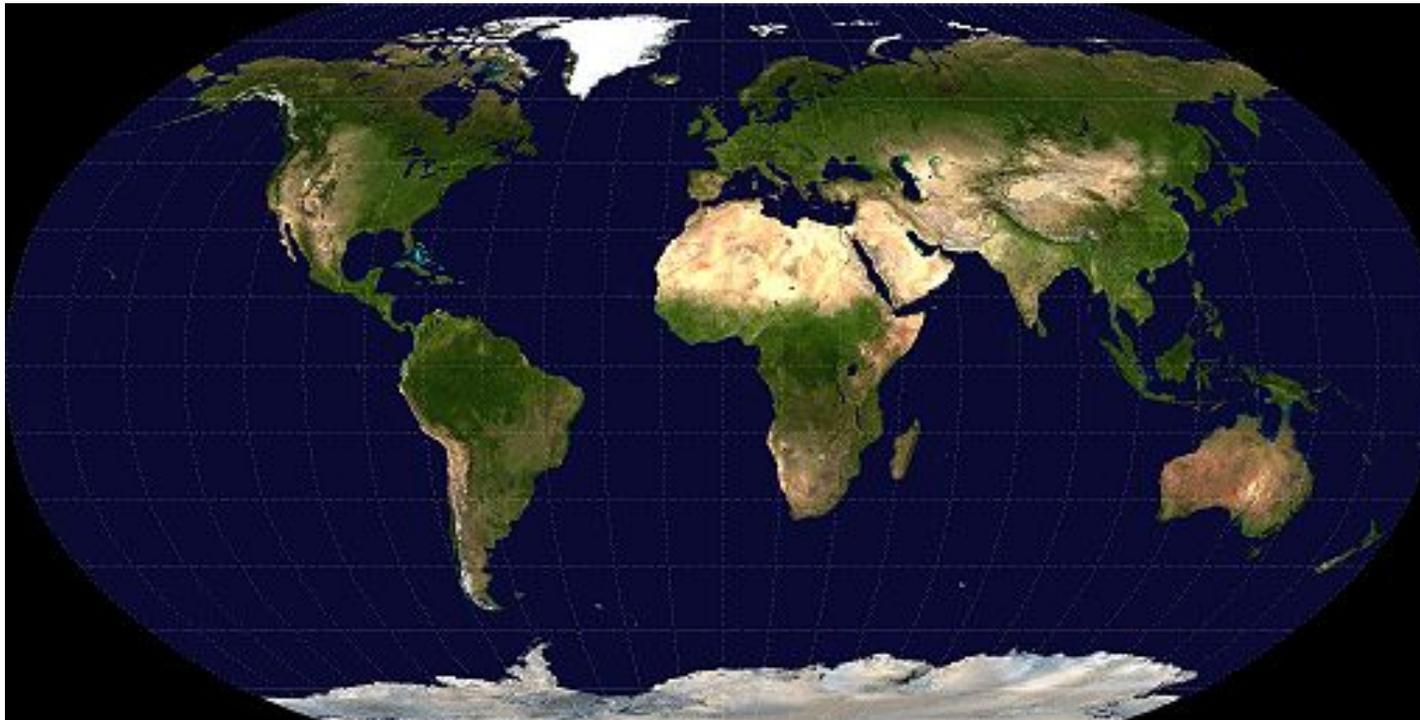
ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

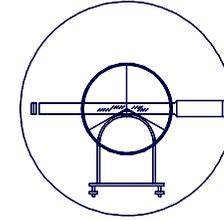
PROYECCIÓN DE ROBINSON





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.

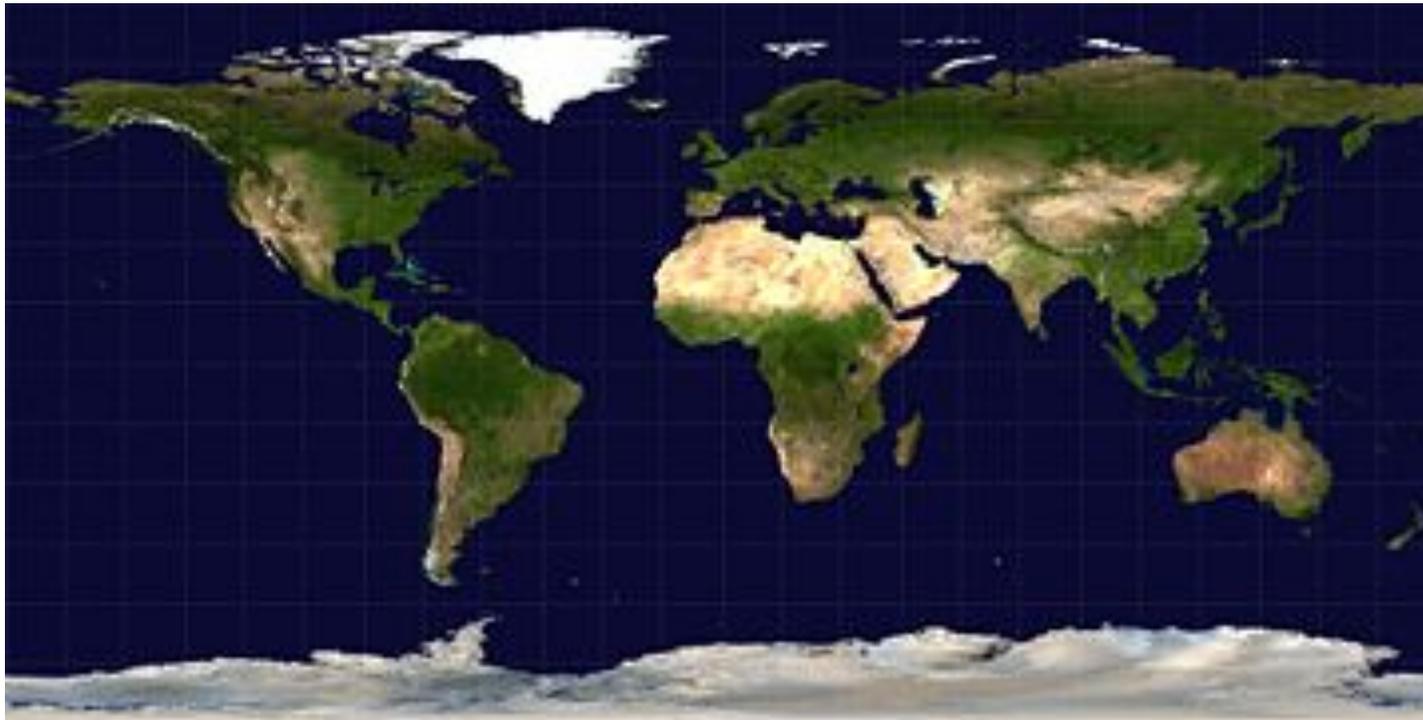


ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

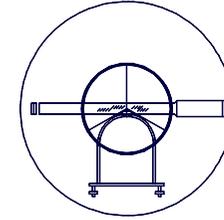
4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS **PROYECCIÓN LATITUD-LONGITUD**





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

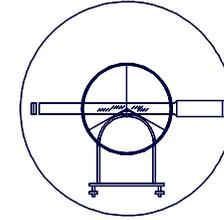
PROYECCIÓN SINUSOIDAL





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.

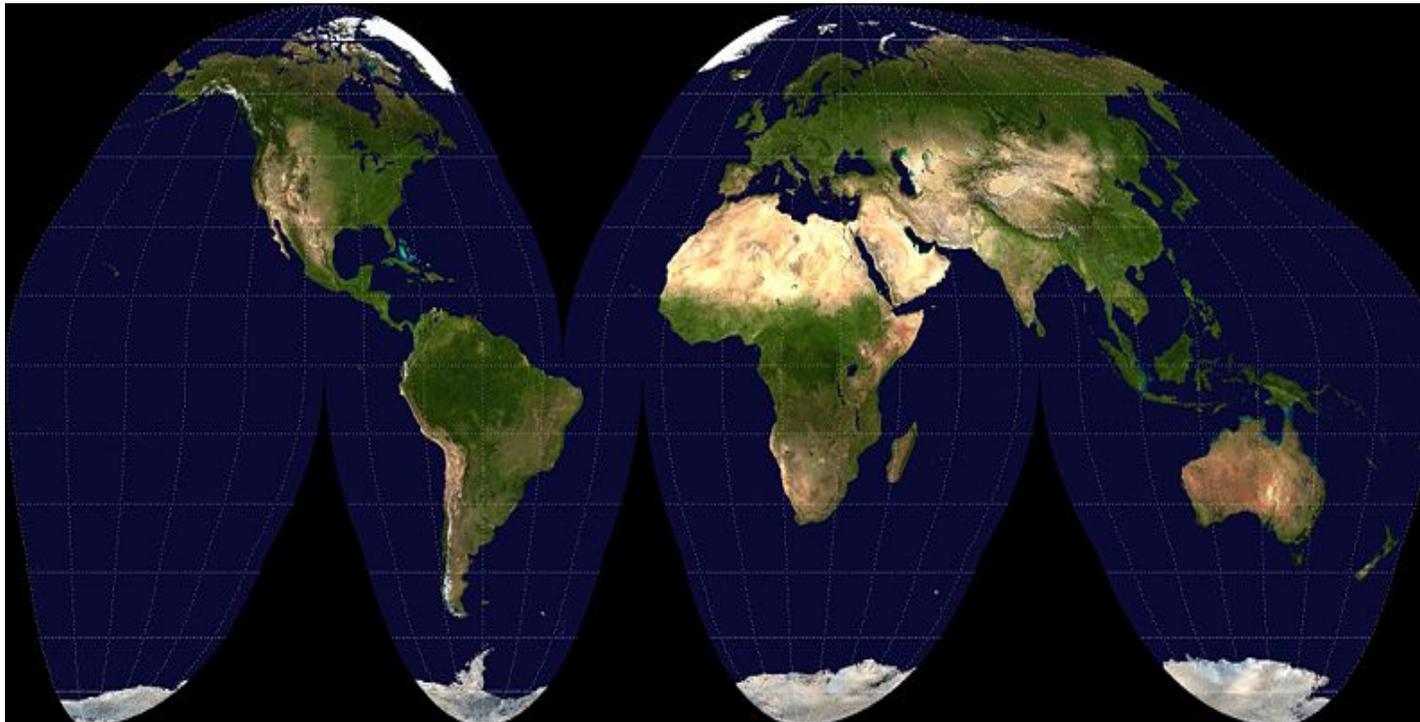


ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

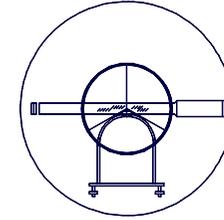
4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS **PROYECCIÓN DE GOODE**





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.

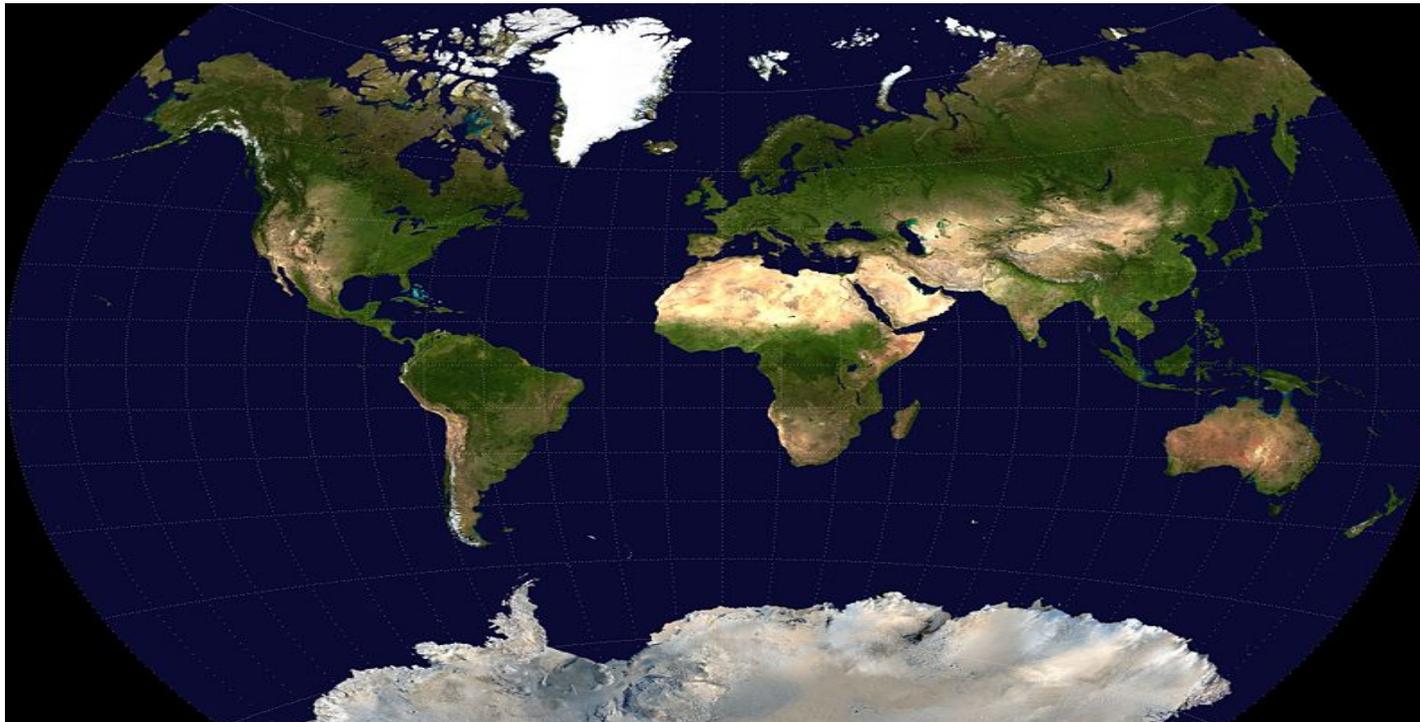


ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

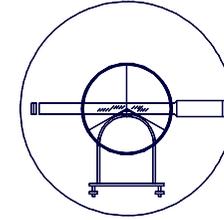
4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS **PROYECCIÓN DE VAN DER GRETEN**





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.3.- INTRODUCCIÓN A LOS DESARROLLOS CARTOGRÁFICOS

4.3.4.- EJEMPLOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

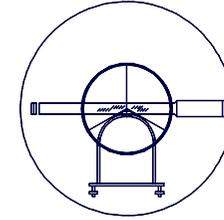
SOLUCIONES INFINITAS





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.1.- INTRODUCCIÓN

DESARROLLO CÓNICO DIRECTO

- 1.- Es una proyección rigurosamente CONFORME.**
- 2.- Las alteraciones en distancia se pueden despreciar, para la ejecución de mapas topográficos.**
- 3.- Los meridianos son líneas rectas concurrentes en el vértice.**
- 4.- Los paralelos son circunferencias concéntricas.**
- 5.- Trabaja con el elipsoide de STRUVE.**

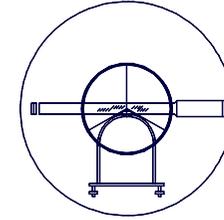
$$a = 6.378.298,30$$

$$e^2 = 0,00677436$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

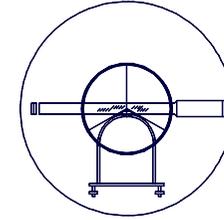
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.1.- INTRODUCCIÓN

DESARROLLO CÓNICO DIRECTO

- 6.- Como centro único de la proyección se toma la intersección del meridiano de Madrid con el paralelo 40°.**
- 7.- Cuanto más se aleje del paralelo de 40° más deformaciones existen recurriendo al artificio de TISSOT, que hace el cono secante.**
- 8.- En el caso anterior los puntos de corte son:**
$$37^{\circ}10'41,06'' \Leftrightarrow 42^{\circ}49'19,94''$$
- 9.- Ambos paralelos son automecoicos.**
- 10.- Para que no resulten coordenadas negativas el origen de estas se retranquea 600 km, tanto la X como la Y.**

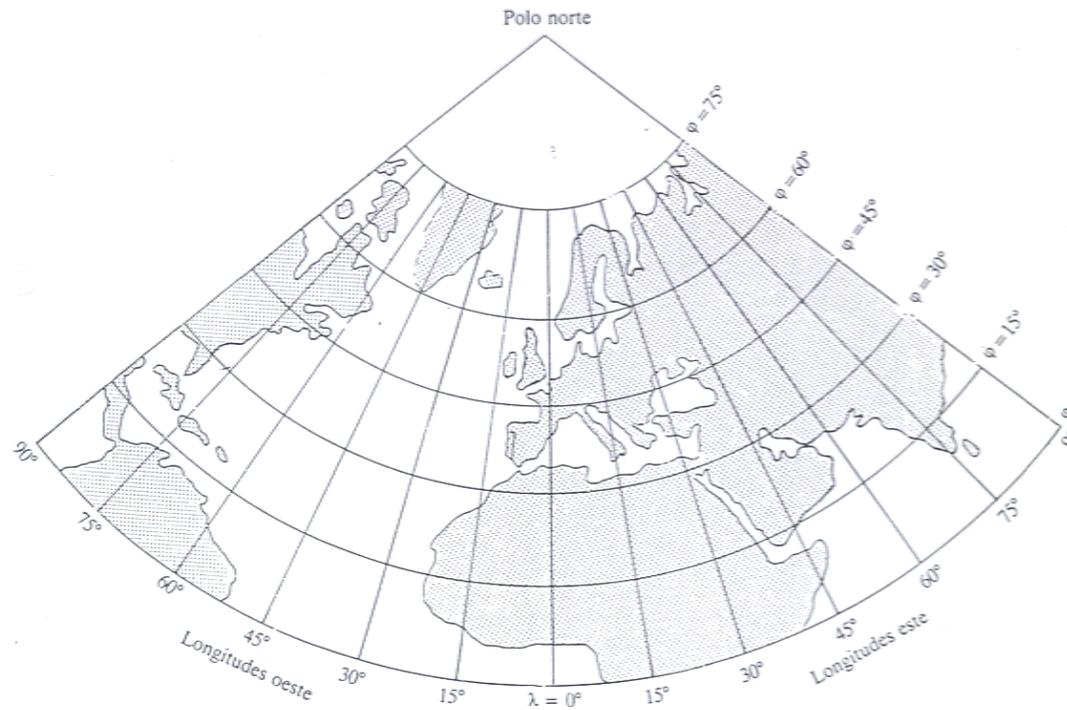


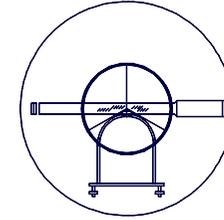
4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.1.- INTRODUCCIÓN

PROYECCIÓN LAMBERT





4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.2.- APROXIMACIÓN A TIERRA ESFÉRICA

GEOGRÁFICAS => LAMBERT

Convergencia de meridianos: $\theta = \lambda \cdot \text{Sen}\varphi_0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda = \text{Longitud del punto} \\ \varphi_0 = 40^\circ \end{cases}$

Radio del paralelo de tangencia: $r_0 = R \cdot \text{Cotg}\varphi_0 \Rightarrow \begin{cases} R = 6.370.000 \\ \varphi_0 = 40^\circ \end{cases}$

Radio del paralelo: $r_p = \frac{1 - \text{Sen}\varphi \cdot \text{Sen}\varphi_0}{\text{Sen}\varphi_0 \cdot \text{Cos}\varphi_0} \cdot R \Rightarrow \begin{cases} \varphi = \text{latitud del punto} \\ \varphi_0 = 40^\circ \end{cases}$

Coordenadas:

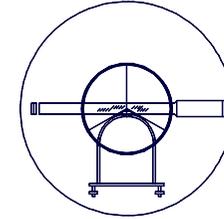
$$X = 600.000 + r_p \cdot \text{Sen}\theta$$

$$Y = 600.000 + r_0 - r_p \cdot \text{Cos}\theta$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.2.- APROXIMACIÓN A TIERRA ESFÉRICA

LAMBERT => GEOGRÁFICAS

Incremento de coordenadas:

$$\Delta x = X - 600.000$$

$$\Delta y = Y - 600.000$$

Radio del paralelo de tangencia:

$$r_0 = R \cdot \text{Cotg} \varphi_0 \Rightarrow \begin{cases} R = 6.370.000 \\ \varphi_0 = 40^\circ \end{cases}$$

Convergencia de Meridianos:

$$\text{tag} \theta = \frac{\Delta x}{r_0 - \Delta y}$$

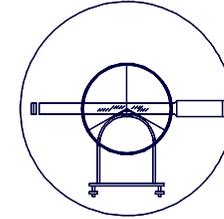
Radio del paralelo:

$$r_p = \frac{\Delta x}{\text{Sen} \theta}$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.2.- APROXIMACIÓN A TIERRA ESFÉRICA

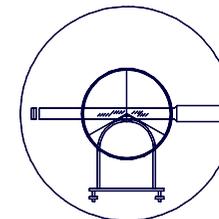
LAMBERT => GEOGRÁFICAS

Incremento de longitud:
$$\Delta\lambda = \frac{\theta}{\text{Sen}\varphi_0}$$

Coordenada Yo:
$$Y_0 = \Delta y - \Delta x \cdot \text{tag} \frac{\theta}{2}$$

Incremento de Latitud:
$$\Delta\varphi = \frac{Y_0}{R}$$

Coordenadas:
$$\lambda = \lambda_0 + \Delta\lambda \Leftrightarrow \varphi = \varphi_0 + \Delta\varphi$$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

GEODÉSICAS => LAMBERT

Elipsoide STRUVE

$$\rightarrow r_0' = N_0 \cdot \text{Cotg}\varphi_0$$

$$N_0 = \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{Sen}^2 \varphi_0)^{1/2}}$$

$$a = 6.378.298,3$$

$$e^2 = 0,00677436$$

$$\varphi_0 = 40^\circ$$



$$N_0 = \frac{6.378.298,300}{(1 - 0,00677436 \cdot \text{Sen}^2 40^\circ)^{1/2}} =$$

$$N_0 = 6.387.243,518$$

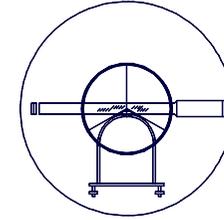
$$r_0' = 6.387.243,518 \cdot \text{Cotg}40^\circ =$$

$$r_0' = 7.612.020,41$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

GEODÉSICAS => LAMBERT

Artificio de TISSOT

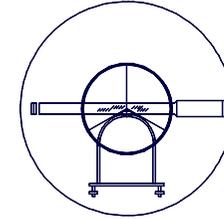
$$\rightarrow r_0 = r_0' \cdot K$$

$$K = 0,9988085293$$

$$r_0' = 7.612.020,41$$

$$r_0 = r_0' \cdot K = 7.612.020,41 \cdot 0,9988085293$$

$$r_0 = 7.602.950,908$$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

GEODÉSICAS => LAMBERT

Radio Ecuador

$$\rightarrow r_e = \frac{r_0}{\left[\operatorname{tg} \frac{\varepsilon_0}{2} \left(\frac{1 + e \cdot \operatorname{Cos} \varepsilon_0}{1 - e \cdot \operatorname{Cos} \varepsilon_0} \right)^{\frac{e}{2}} \right]^{\operatorname{Sen} \varphi_0}}$$

$$r_0 = 7.602.950,908$$

$$\varepsilon_0 = \text{Colatitud} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$$

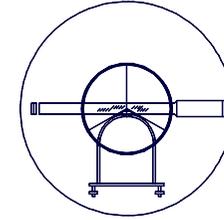
$$e = 0,0823065$$

$$\varphi_0 = 40^\circ$$



$$r_e = \frac{7.602.950,908}{\left[\operatorname{tg} \frac{50^\circ}{2} \left(\frac{1 + 0,0823065 \cdot \operatorname{Cos} 50^\circ}{1 - 0,0823065 \cdot \operatorname{Cos} 50^\circ} \right)^{\frac{0,0823065}{2}} \right]^{\operatorname{Sen} 40^\circ}}$$

$$r_e = 12.380.512,98m$$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

GEODÉSICAS => LAMBERT

Radio del paralelo:

$$r_p = r_e \cdot \left[\operatorname{tag} \frac{\varepsilon_p}{2} \cdot \left(\frac{1 + e \cdot \operatorname{Cos} \varepsilon_p}{1 - e \cdot \operatorname{Cos} \varepsilon_p} \right)^{\frac{e}{2}} \right]^{\operatorname{Sen} \varphi_0}$$

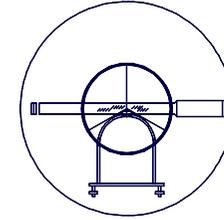
$$\varepsilon_p = 90^\circ - \varphi_p$$

Convergencia de meridianos: $\theta = \lambda \cdot \operatorname{Sen} \varphi_0$

Coordenadas:

$$X = 600.000 + r_p \cdot \operatorname{Sen} \theta$$

$$Y = 600.000 + r_0 - r_p \cdot \operatorname{Cos} \theta$$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

LAMBERT => GEODÉSICAS

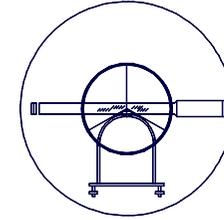
Radio del ecuador e incremento de coordenadas:

$$\left. \begin{aligned}
 N_0 &= \frac{a}{(1 - e^2 \cdot \text{Sen}^2 \varphi_0)^{1/2}} = 6.387.243,518 \\
 r_0' &= N_0 \cdot \text{Cotg} \varphi_0 = 7.612.020,41 \\
 r_0 &= K \cdot r_0' = 7.602.950,908 \\
 r_e &= \frac{r_0}{\left[\text{tag} \frac{\varepsilon_0}{2} \cdot \left(\frac{1 + e \cdot \text{Cos} \varepsilon_0}{1 - e \text{Cos} \varepsilon_0} \right)^{\frac{e}{2}} \right]^{\text{Sen} \varphi_0}} = 12.380.512,98
 \end{aligned} \right\} \Leftrightarrow \begin{cases} \Delta x = x - 600.000 \\ \Delta y = y - 600.000 \end{cases}$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

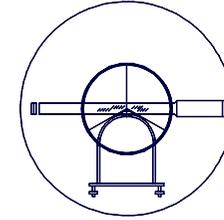
4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

LAMBERT => GEODÉSICAS

Convergencia de Meridianos: $\text{tag} \theta = \frac{\Delta x}{r_0 - \Delta y}$

Radio del Paralelo: $r_p = \frac{\Delta x}{\text{Sen} \theta}$

Incremento de Longitud: $\Delta \lambda = \frac{\theta}{\text{Sen} \varphi_0}$



4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

LAMBERT => GEODÉSICAS

Incremento de latitud y latitud final:

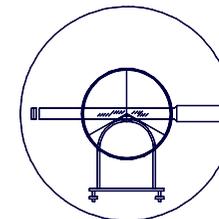
$$A_0 = \left[\frac{r_p}{r_e} \right]^{\frac{1}{\text{Sen}\varphi_0}} \Rightarrow A_1 = \frac{A_0}{\left[\frac{(1+e) + A_0^2(1-e)}{(1-e) + A_0^2(1+e)} \right]^{\frac{e}{2}}} \Rightarrow A_2 = \frac{A_0}{\left[\frac{(1+e) + A_1^2(1-e)}{(1-e) + A_1^2(1+e)} \right]^{\frac{e}{2}}}$$

$$\varphi = 90^\circ - 2 \cdot \text{Arctg} A_2$$



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



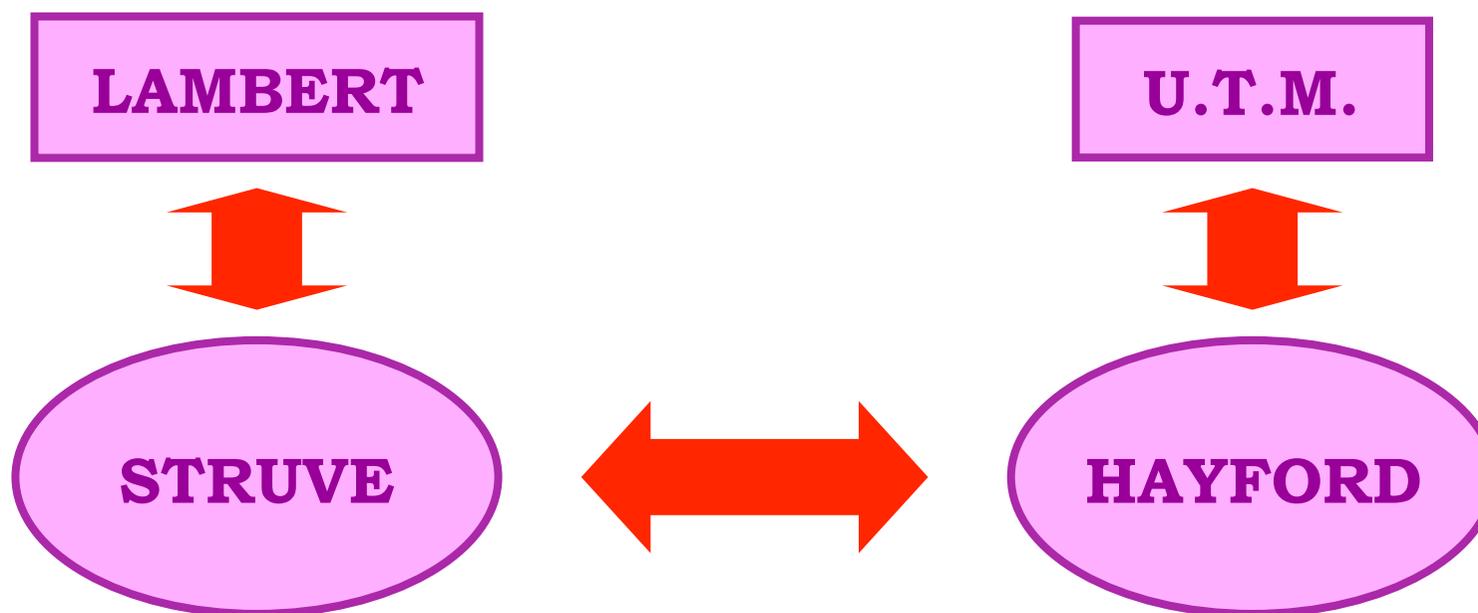
ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.4.- CARACTERIZACIÓN DE LAS COORDENADAS LAMBERT

4.4.3.- PROYECCIÓN RIGUROSA DE LAMBERT

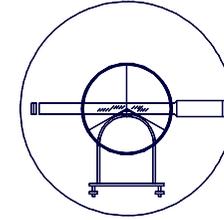
LAMBERT <=> UTM





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.5.- PROBLEMÁTICA DEL CAMBIO DE ELIPSOIDE

4.5.1.- INTRODUCCIÓN

Ambos sistemas emplean coordenadas geodésicas (λ, ϕ) , pero con diferente meridiano origen. Struve emplea Madrid y Hayford utiliza Greenwich. Dato básico entre ellos:

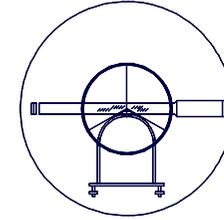
$$\Delta\lambda_M^G = 3^\circ 41' 16,5''$$

Se pueden considerar dos zonas para realizar el análisis de la transformación con datos suficientemente aproximados. Para ellos hay que diferenciar la Zona Norte y la Zona Sur.



UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.5.- PROBLEMÁTICA DEL CAMBIO DE ELIPSOIDE

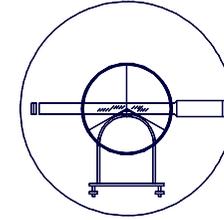
4.5.1.- INTRODUCCIÓN





UNIVERSIDAD DE CANTABRIA

INGENIERÍA CARTOGRÁFICA,
GEODÉSICA Y FOTOGRAMETRÍA.



ESCUELA POLITÉCNICA DE INGENIERÍA DE MINAS Y ENERGÍA

4.- LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS

4.5.- PROBLEMÁTICA DEL CAMBIO DE ELIPSOIDE

4.5.2.- MÉTODO OPERATIVO

Fórmulas para vértices zona norte:

$$\varepsilon_{\lambda} = 2,5079425 - 0,0086400 \cdot \lambda + 0,0835200 \cdot \varphi - 0,0000038 \cdot h$$

$$\varepsilon_{\varphi} = 11,3287790 - 0,0385200 \cdot \lambda - 0,1674000 \cdot \varphi + 0,0000379 \cdot h$$

Fórmulas para vértices zona sur:

$$\varepsilon_{\lambda} = 2,9368989 - 0,0021600 \cdot \lambda + 0,0727200 \cdot \varphi - 0,0000179 \cdot h$$

$$\varepsilon_{\varphi} = 6,2280987 - 0,0327600 \cdot \lambda - 0,0392400 \cdot \varphi + 0,0000284 \cdot h$$

Obteniendo los valores de longitud y latitud directamente:

$$\lambda_{HAYFORD} = \lambda_{STRUVE} + \varepsilon_{\lambda} - \lambda_{MG}$$

$$\varphi_{HAYFORD} = \varphi_{STRUVE} + \varepsilon_{\varphi}$$