Topografía Minera

Ejercicos prácticos

Julio Manuel de Luis Ruiz
Raúl Pereda García

Departamento de Ingeniería Geográfica
y Técnicas de Explotación de Minas

TOPOGRAFÍA MINERA

COMPLEMENTO DOCENTE PRÁCTICO.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 1

A.- Aplicando la teoría de la gravitación en forma simple, evaluar la densidad media de la tierra.

B.- Evaluar la fuerza centrífuga sobre una masa unidad en diferentes lugares de la superficie terrestre, considerada como esfera.

C.- Aplicando la teoría de la gravitación de forma simple, evaluar la masa "M" Sol.

D.- Expresar el potencial gravitatorio en coordenadas esféricas, analizando las singularidades.

E.- Se considera la tierra como una esfera maciza homogénea de radio R y masa total M. Estudiar el campo de fuerzas y el potencial. Representar las variaciones y establecer el valor en cada caso de la divergencia del campo de fuerzas.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 2

A.- Partiendo del potencial gravífico W, determinar el valor de su laplaciano (ΔW). Analizar los diferentes casos que pueden presentarse.

B.- Comprobar que la expresión de la Laplaciana de una función potencial (ΔV), en coordenadas esféricas, resulta:

$$\Delta V = \frac{\partial^2 V}{\partial L^2} + \frac{2}{L} \cdot \frac{\partial V}{\partial L} + \frac{1}{L^2} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \theta^2} + \frac{Cotg\,\theta}{L^2} \cdot \frac{\partial V}{\partial \theta} + \frac{1}{L^2 Sen^2 \theta} \cdot \frac{\partial^2 V}{\partial \lambda^2}$$

C.- Se considera la tierra configurada como una esfera de radio R y distribución de masas heterogénea. En el interior de la esfera de radio R/2, la densidad es constante e igual a $\alpha\rho$ y fuera de ella, es decir, en la corona R/2 y R, la densidad es también constante y de valor ρ. Establecer el planteamiento de las expresiones que determinan el campo del potencial en el espacio $R/2 < r < R$ de la esfera para el caso general y el particular $\alpha=5$.

D.- Se considera la tierra como una esfera heterogénea de radio R y masa tal que la densidad tiene una variación lineal, en sentido radial y simetría esférica. Estudiar la variación del potencial newtoniano, a nivel de planteamiento inicial.

E.- Se considera la Tierra como una esfera de radio R, con la siguiente distribución de masas: en la corona exterior $R/2 < r < R$, densidad es constante 2ρ, y en el interior de la esfera $R/2 > r$, la densidad también es constante pero vale ρ. Determinar el valor del campo.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 3

A.- Definido el elipsoide de Hayford, para el punto de coordenadas curvilíneas

λ= 3° 7' 45”

φ= 45° 42' 15"

Calcular:

1.- Vectores tangentes a las curvas paramétricas.

2.- Coeficientes de Gauss.

3.- Ecuación del plano tangente.

4.- Ecuación de la recta normal.

5.- Versor normal.

B.- Dada la superficie:

$$S = [u, v, (u^2 + v^2)]$$

Calcular:

1.- Plano tangente en (0,0,0).

2.- Plano tangente paralelo al plano XOY.

3.- Plano tangente que pasa por el eje OX.

C.- Determinar las formas fundamentales de la superficie $z = x \cdot y$

D.- Dada la superficie:

$$S = [(v \cdot Cosu), (v \cdot Senu), (2 \cdot u)]$$

Hallar la longitud de la curva paramétrica v=cte=1.

Extremos de la curva paramétrica A(1,0,0) y B(1,0,4□).

E.- Dada la superficie:

$$S = [(u \cdot Cosv), (u \cdot Senv), (1 - u^2)]$$

Analizar, en el punto (u=l, v=$\pi/4$), los radios de curvatura media y total.

F.- La esfera es la figura de aproximación más sencilla de la superficie terrestre. Sabiendo que las ecuaciones paramétricas son:

$$S = [(R \cdot Cos\varphi \cdot Cos\lambda), (R \cdot Cos\varphi \cdot Sen\lambda), (R \cdot Sen\varphi)]$$

Se pide:

1.- Ecuación de la recta normal en el punto:

φ=43°22'15"N λ=3°27'19"W

2.- Expresión de un elemento diferencial de arco.

G.- Evaluar el potencial normal, en teoría de primer orden en el ecuador y en el polo, utilizando los siguientes datos:

Radio ecuatorial:	6.378.136 m.
Radio polar:	6.356.750 m.
Radio esfera de igual volumen:	6.370.800 m.
Volumen:	1.83 x 10^{21} m^3.
Masa:	5.973 x 10^{24} kg.
Masa por constante gravitacional:	3.986 x 10^{14} $m^3 s^{-2}$.
Densidad media:	5.515 g cm^{-3}.
Area:	5.1 x 10^{14} m^2.
Momento polar de inercia:	8.0378 x 10^{37} kg m^2.
Momento ecuatorial de inercia:	8.0115 x 10^{37} kg m^2.
Aplanamiento:	3.3528 x 10^{-3}.
Velocidad angular:	7,2921 x 10^{-5} s^{-1}.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 4

A.- Evaluar el valor de la gravedad normal, en teoría de primer orden en el ecuador y en el polo, empleando los datos anteriores.

B.- Determinar los valores de las constantes fundamentales geodésicas, relaciones de Clairaut.

C.- Dada la superficie:

$$S = [u, v, (u \cdot v)]$$

Determinar:

1.- Formas fundamentales de la superficie.

2.- Angulo que forman las curvas paramétricas.

3.- Curvaturas Principales para v=1 y u=1.

4.- Curvatura media para v=1 y u=1.

5.- Curvatura total para v=1 y u=1.

D.- Dada la superficie:

$$S = [(a + R \cdot Cos\varphi) \cdot Cos\lambda, (a + R \cdot Cos\varphi) \cdot Sen\lambda, (R \cdot Sen\varphi)]$$
$$a = cte : R = cte'$$

Determinar:

1.- Caracterizar la superficie, detallando la forma de las curvas coordenadas.

2.- En un punto genérico, establecer los coeficientes de Gauss y la primera fórmula fundamental.

3.- En el punto P(0,a,R) evaluar la ecuación del plano tangente.

E.- Dada la superficie:

$$S = [(e^{SenU}), (e^{CosV}), (e^{U^2+V^2})]$$

Determinar:

1.- Plano tangente en el punto [U=π/2 ; V=π/2].

2.- Recta normal en un punto genérico.

3.- Parámetros de Gauss.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 5

A.- Un distanciómetro Distomat de Leica evalúa una distancia geométrica de 2.175,275 m. marcando el instrumento 10 ppm. En un instante que el barómetro y termómetro marcaban los siguientes parámetros atmosféricos:

Presión 680 mb. ; Temperatura 40°C

- Determinar el error absoluto y relativo en el establecimiento de la distancia.

- Repetir los cálculos suponiendo que se ha empleado un distanciómetro cuyo gráfico de corrección atmosférica se adjunta.

B.- Calcular la corrección atmosférica en partes por millón (ppm) que ha de efectuarse sobre la distancia medida con un distanciómetro del que se conoce la longitud de onda de su radiación monocromática. Comparar los resultados para diversos datos meteorológicos y diferentes longitudes de onda.

C.- El vértice geodésico de Peña Castillo tiene las siguientes coordenadas geodésicas referidas al elipsoide de Hayford y una altitud de 140,00 m. referida al nivel medio del mar en Alicante:

λ = 3° 51' 26,1852" W

φ = 45° 27' 2,3442" N

Calcular la normal principal y los radios de curvatura en dicho vértice.

D.- El vértice geodésico de Obios tiene las siguientes coordenadas geodésicas referidas al elipsoide de Hayford y una altitud de 1.222,00 m. referida al nivel medio del mar en Alicante:

λ = 4° 7' 26,3075" W

φ= 43° 7' 23,7464" N

- Calcular la normal principal y los radios de curvatura principal.
- Calcular el Radio de la Esfera Local.

Sabiendo que en dicho vértice se estaciona un aparato topográfico TC-2003 de leica, con una altura de instrumento de 1,75 m. haciendo posteriormente puntería a un prisma que se encuentra sobre un jalón de 2,50 m. ubicado en un lugar de 320,75 m. de altura observando una distancia geométrica 6.325,45 m. Calcular la distancia sobre el elipsoide en diferentes hipótesis que se pueden plantear, considerando la distancia corregida por efectos meteorológicos.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 6

A.- Obtener el coeficiente de reducción en el siguiente supuesto práctico:

Distancia geométrica medida en campo	D = 5.000,000 m.
Altura del punto sobre el que se estaciona	H_A = 872,44 m.
Ángulo cenital observado	V = $96,43217^g$
Altura del instrumento sobre el punto A	i_A = 1,62 m.
Altura de punto visado	H_B = 1.154,72 m.
Altura del reflector sobre el punto B	m_B = 1,30 m.
Latitud del lugar	φ = 43° 1' 14" N
Longitud del lugar	λ = 4° 8' 10" W

B.- Se estaciona una Estación Topográfica Total de gran alcance en un vértice topográfico con las siguientes coordenadas geodésicas referidas al elipsoide de Hayford y una altitud de 1.101,45 m. referida al nivel medio del mar en Alicante:

λ = 3º 42' 12" W

φ = 43° 28' 48" N

Desde dicho vértice se observa a un punto de coordenadas desconocidas, obteniendo los siguientes datos de campo:

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	52	A	B	5124	360	141	2680	101	3220	1	30

Obtener la distancia reducida topográfica y la distancia sobre el elipsoide.

C.- En una zona próxima a la localidad cántabra de Potes se realizó una observación desde un punto estación con las siguientes coordenadas geodésicas referidas al elipsoide de Hayford y una altitud de 749,38 m. referida al nivel medio del mar en Alicante:

λ = 4º 37' 50" W

φ = 43° 9' 28" N

Desde dicho vértice se observa a dos puntos, obteniendo los siguientes datos de campo, ya corregidos por efectos meteorológicos.

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	54	A	1	3520	420	24	6392	96	2428	1	30
				2	6041	720	119	2614	94	8641	1	30

Obtener las diferencias resultantes al tratar los datos obtenidos en campo mediante Topografía Clásica y Tratamiento Geodésico.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 7

A.- Las coordenadas LAMBERT de un vértice son:

X = 923.645,380 ; Y = 895.489,737

Obtener las coordenadas Geográficas aproximando la tierra a una esfera de radio 6.370.000 m.

B.- Dadas la Coordenadas Geográficas de un punto P:

λ_p = - 2º 3' 17" ; φ_p = 43º 1' 10"

Sabiendo que estas han sido obtenidas en una aproximación de tierra esférica y con el meridiano de Madrid como origen, obtener las coordenadas del punto P en la proyección LAMBERT.

C.- Hallar el valor del radio del paralelo de un punto A cualquiera (r_p) que se caracteriza por tener una Latitud de 43° 8' 13.70", en las diferentes aproximaciones de la tierra.

D.- Hallar las coordenadas rectangulares LAMBERT de un punto P, cuyas coordenadas sobre el elipsoide de STRUVE son:

$$\lambda_P = -\ 1^\circ\ 23'\ 17{,}7'' \quad ; \quad \varphi_P = 43^\circ\ 8'\ 13{,}7''$$

E.- Las coordenadas LAMBERT de un vértice son:

$$X = 950.000 \ ; \ Y = 900.000$$

Estas coordenadas están calculadas en el Elipsoide de STRUVE, dátum y meridiano origen en Madrid, siendo sus datos más representativos:

$$a = 6.378298{,}30 \quad ; \quad e = 0.0823065 \quad ; \quad \lambda_{MG} = -3^\circ\ 41'\ 16{,}5''$$

El paralelo de tangencia utilizado es de $\varphi_o = 40^\circ$ y para atenuar la anamorfosis se utilizó el artificio de TISSOT , K = 0.9988085293.

Se pide calcular las coordenadas Geográficas en el elipsoide de STRUVE con meridiano origen en Madrid del vértice dado.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 8

A.- Las coordenadas Geográficas de un vértice son:

$$\lambda = 0^\circ\ 10' \quad ; \quad \varphi = 43^\circ\ 30'$$

Teniendo como sistema referencial el Elipsoide de STRUVE y meridiano origen en Madrid, calcular las coordenadas Geodésicas en el elipsoide de HAYFORD con meridiano origen en Greenwich.

B.- Dadas las coordenadas Geográficas del vértice Geodésico del DOBRA:

$$\lambda = -4^\circ\ 0'\ 44{,}1367'' \quad ; \quad \varphi = 43^\circ\ 18'\ 17{,}9033'' \qquad \text{(HAYFORD)}$$

Obtener las coordenadas en proyección LAMBERT rigurosamente conforme con $\varphi_o = 40^\circ$ y artificio de TISSOT (K=0.9988085293) previo paso del elipsoide de HAYFORD al de STRUVE.

C.- Hallar las coordenadas LAMBERT de un punto P cuyas coordenadas Geodésicas sobre el elipsoide de STRUVE son:

$$\lambda = -2^\circ\ 25'\ 43{,}57'' \quad ; \quad \varphi = 42^\circ\ 23'\ 5{,}51''$$

D.- Hallar las coordenadas rectangulares LAMBERT del punto B, cuyas coordenadas Geodésicas sobre el elipsoide de STRUVE son:

λ = -1º 27' 40,58" ; φ = 38º 45' 27,53"

E.- Hallar las coordenadas Geodésicas del punto A cuyas coordenadas LAMBERT son:

X = 712.984,140 ; Y = 949.065,520

F.- Hallar las coordenadas Geodésicas sobre el Elipsoide de STRUVE, de un punto cuyas coordenadas LAMBERT son:

X = 400.071,440 ; Y = 867.341,790

G.- Hallar las coordenadas Geodésicas sobre el Elipsoide de STRUVE, de un punto cuyas coordenadas LAMBERT son:

X = 473.106,840 ; Y = 463.265,320

EJERCICIO PRÁCTICO Número 9

A.- Calcular la orientación LAMBERT de una cierta dirección AB, cuyo acimut topográfico es 237º 43' 56" siendo las coordenadas del punto A:

λ = 1º 43' 57,76" ; φ = 42º 23' 57,85"

B.- Hallar la orientación LAMBERT de la recta AB, sabiendo que las coordenadas de los puntos son respectivamente:

X_A = 487.015,900 ; Y_A = 949.065,600

X_B = 490.081,300 ; Y_B = 948.861,600

C.- Hallar la orientación LAMBERT de la recta AB, sabiendo que las coordenadas Geográficas de los puntos son respectivamente:

λ_A = 1º 25' 47,52" ; φ_A = 40º 35' 47,78"

λ_B = 1º 27' 32,05" ; φ_B = 40º 34' 25,40"

D.- Hallar el Acimut Topográfico de la recta AB, sabiendo que las coordenadas de los puntos son respectivamente:

X_A = 487.015,900 ; Y_A = 949.065,600

X_B = 490.081,300 ; Y_B = 948.861,600

EJERCICIO PRÁCTICO Número 10

En una observación de datos de campo capturados en la zona de Reinosa, se obtuvo una medición caracterizada por los siguientes valores, realizada con una Estación Topográfica Total de gran alcance:

Distancia corregida por efectos meteorológicos .... 5.000 m.

Angulo Acimutal .... 74,7238 ^{g}

Angulo Cenital .... 96,4327 ^{g}

Altura del instrumento topográfico .... 1,62 m.

Altura del jalón y prisma .... 1,30 m.

Las coordenadas geodésicas del punto-estación son:

$$\varphi_A = 43^\circ\ 1'\ 14'' \quad ; \quad \lambda_A = 4^\circ\ 8'\ 10''$$

Sabiendo que la altura del mencionado punto es 872,44 m. sobre el nivel medio del mar en Alicante, CALCULAR:

1.- Normal principal y Radio de curvatura.

2.- Radio de la esfera local.

3.- Altura del punto captado (Nivelación trigonométrica)

4.- Distancia reducida topográfica.

5.- Distancia sobre la cuerda del elipsoide.

6.- Distancia sobre el elipsoide.

7.- Factor de escala en el punto estación.

8.- Distancia U.T.M. (Comparación con la distancia topográfica)

9.- Convergencia de meridianos.

10.- Coordenadas del punto captado en un sistema referencial plano y en la proyección U.T.M., suponiendo que el ángulo acimutal ya es un acimut.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 11

En una zona próxima a la localidad cántabra de Potes se realizó una observación desde un punto-estación de coordenadas conocidas:

φ_A = 43º 9’ 28” N ; λ_A = 4º 37’ 50” W

A [367.429,389 / 4.779.712,747 / 749,380]

De dicha estación se observó a dos puntos diferentes obteniéndose:

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	54	A	1	4710	420	24	6392	96	2428	1	30
				2	7314	720	119	2614	94	8641	1	30

Obtener las diferencias resultantes al tratar los datos obtenidos en campo mediante las dos metodologías posibles:

- Tratamiento clásico.
- Tratamiento geodésico.

NOTA: Se supone que las distancias están corregidas por efectos meteorológicos y los ángulos horizontales se consideran acimutes.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 12

En una observación de campo desde una base geodésica AB se obtiene:

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	37	A	B			318	9176				
				C	4327	296	192	3724	99	4615	1	30
	1	42	C	A			389	2615				
				D	3926	415	113	4796	98	4912	1	30
	1	41	D	C			300	4917				
				E	4126	878	77	3658	100	4178	1	30

Sabiendo que las coordenadas de la base geodésica son respectivamente:

φ_A = 42º 59’ 20,26” N ; λ_A = -4º 9’ 5,94” W

A [406.109,326 / 4.760.318,116 / 958,422]

B [402.637,421 / 4.762.896,364 / 1.198,376]

OBTENER:

Coordenadas en proyección U.T.M.

Coordenadas por topografía clásica.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 13

Con el objetivo de implantar una red de vértices topográficos en proyección U.T.M. en el interior de un recinto minero a cielo abierto, se realizan en campo las siguientes actividades topográficas:

φ_A = 43º 13' 22,96" N ; λ_A = 4º 9' 8,94" W

A [406.398,715/4.786.315,215/738,925]

REF [409.126,358/ 4.784.153,917/720,514]

CLAVES	ALTURA APARATO		PUNTOS		DISTANCIA		ANGULO H		ANGULO V		ALTURA PRISMA	
	m	cm	Estación	Visado	metros	mm	Grados	Segundos	Grados	Segundos	m	cm
	1	5 18	A	REF			193	1415				
							393	1473				
				B	6328	196	98	7628	101	2543	1	35
							298	7644	298	7417	1	35
	1	4 93	B	A			123	4526				
							323	4512				
				C	7219	224	282	4591	99	7632	1	35
							82	4545	300	2352	1	35
				D			210	1162	101	1430	1	35
							10	1134	298	8542	1	35
	1	5 02	C	B			310	1732				
							110	1756				
				D			376	1514				
							176	1514				
	1	5 23	D	C			74	2168				
							274	2145				
				1	5318	415	395	4593	96	1432	1	35
							195	4593	303	8568	1	35

Obtener, además de las coordenadas de todas las bases y el punto "1", los datos para replantear un hipotético sondeo mecánico ubicado en el punto "P", desde la base topográfica "A".

P [401.327,936 / 4.796.917,360 / 615,207]

NOTA: Con el objetivo de homogenizar los resultados, considerar para todo el trabajo el radio de la esfera local de punto A, para cada tramo de poligonal el factor de escala de la estación. Llevar a cabo siempre la reducción al horizonte medio y posteriormente al nivel del mar. No se considerarán válidas las respuestas que no tengan justificados los valores más significativos para el cálculo de éstas.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 14

Una base de replanteo esta formada por los vértices A y B:

A [442.915,71 / 4.870.133,74 / 915,41]

B [442.002,33 / 4.869.214,61 / 1.012,15]

Se quiere replantear el punto P:

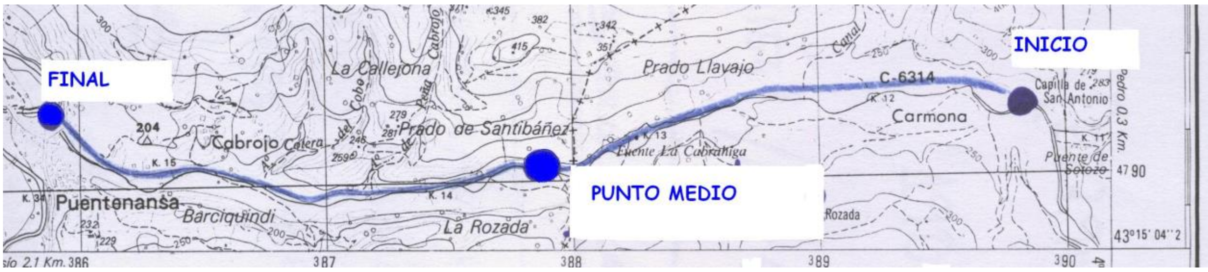
P [442.504,81 / 4.869.710,66 / 982,26]

Definir los datos para el replanteo de P desde A.

EJERCICIO PRÁCTICO Número 15

En la mejora de firme y trazado de una carretera autonómica, determinar los valores de los siguientes parámetros representativos, para la ejecución topográfica de la actuación:

- Radio de la Esfera Local
- Coeficiente de Reducción
- Coeficiente de Anamorfosis Lineal
- Factor de Replanteo



Considerar los siguientes parámetros:

PUNTO MEDIO [387.900/4.790.050]

φ = 43° 15’ 14,9154” N ; λ = 4° 22’ 51,4298” W

COTA MEDIA 190 m..

EJERCICIO PRÁCTICO Número 16

A.- Desde un punto-estación de coordenadas:

$$\varphi_A = 43^\circ\ 9'\ 33''\ \text{N} \quad ; \quad \lambda_A = 4^\circ\ 38'\ 8''\ \text{W}$$

Se realiza una observación utilizando el método de las visuales aisladas, obteniendo los siguientes datos de campo:

$$D_A^B = 4.900m. <=> V_A^B = 99{,}4328^g <=> V_B^A = 100{,}6093^g$$

Determinar el Coeficiente de Refracción.

B.- Desde un punto-estación de coordenadas conocidas se realiza una observación utilizando el método de las visuales recíprocas y simultáneas, obteniendo los siguientes datos de campo:

$$D_A^B = 3.918m. <=> V_A^B = 99{,}8573^g <=> V_B^A = 100{,}2869^g <=> Hm = 65m.$$

Determinar el Incremento de Cota entre A y B.

C.- Obtener el valor numérico del Coeficiente de Refracción a tener en cuenta en una zona del territorio en la cuál se ha llevado a cabo el método de las Visuales Aisladas, obteniendo los siguientes valores:

Ángulo Cenital de la estación A a B	$108{,}9146^g$
Ángulo Cenital de la estación B a A	$91{,}1288^g$
Distancia Geométrica	5.000 m.

D.- Obtener el incremento de cota existente entre dos estaciones, en las cuáles se ha realizado una observación tipo, visuales recíprocas y simultáneas, obteniendo los siguientes valores:

Ángulo Cenital de la estación A a B	$98{,}9914^g$
Ángulo Cenital de la estación B a A	$101{,}0486^g$
Distancia Geométrica	5.000 m.
Cota de la estación A	200,948

E.- Una nivelación geométrica sale de un punto de latitud 41°53' y llega a otro de latitud 43°3' con una longitud aproximada de 144 km. En dicha nivelación geométrica se obtiene un incremento de cota geométrico de 128,608 m. Sabiendo que la cota del punto origen es 723,214 m. y la altura media nivelada del orden de 800 m. calcular la Corrección Ortométrica.