

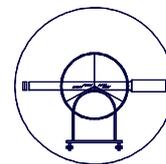
APUNTES

“TOPOGRAFÍA Y GEODESIA”

UNIDAD DIDÁCTICA I

INTRODUCCIÓN A LA TOPOGRAFÍA Y GEODESIA

Profesor Responsable:
Julio Manuel de Luis Ruiz.



UNIDAD DIDÁCTICA I

INTRODUCCIÓN A LA TOPOGRAFÍA Y GEODESIA

1. DEFINICIÓN DE ESCENARIOS Y CONTENIDOS BÁSICOS

1.1. TOPOGRAFÍA Y GEODESIA

1.1.1. Forma de la tierra

1.1.2. Elementos geográficos sobre las superficies de aproximación

1.1.3. Referenciación geográfica

1.1.3.1. Figura de aproximación esférica

1.1.3.2. Figura de aproximación elipsoidal

1.1.4. Redes topográficas y geodésicas

1.2. ENCUADRE REFERENCIAL

1.2.1. Conceptos generales

1.2.1.1. Introducción y objeto de la Topografía

1.2.1.2. Mapas, planos y cartas

1.2.1.3. Problemática condicionada

1.2.2. Aspectos geométricos de un plano o mapa

1.2.2.1. Escala

1.2.2.2. Tipos y clasificación de escalas

1.2.3. Límite de percepción visual

1.2.3.1. Concepto

1.2.3.2. Importancia

1.2.4. Topografía en la ingeniería

1.3. LA MODELIZACIÓN CONVENCIONAL DEL RELIEVE

1.3.1. Levantamiento topográfico

1.3.2. Sistemas básicos de representación

1.3.2.1. Sistema de planos acotados

1.3.2.2. Aplicaciones elementales

1.3.3. Explotación de la información cartográfica

1.3.3.1. Configuración del terreno

1.3.3.2. Perfiles sobre cartografía

1.3.3.3. Aplicaciones caracterizadas

1.3.4. La problemática de la representación cartográfica

1.3.4.1. Los desarrollos cartográficos

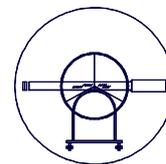
1.3.4.2. Sistemas usuales

1.4. LECTURA DE MAPAS Y PLANOS

1.4.1. Introducción general

1.4.1.1. Situación cartográfica actual

1.4.1.2. Sistemas más utilizados de referenciación



1.4.1.3. Información geográfica adicional

1.4.2. Aspectos particularizados de los mapas y planos

1.4.2.1. Condicionantes básicos

1.4.2.2. Asentamientos urbanos y vías de comunicación

1.4.2.3. Hidrografía marina e interna

1.4.2.4. Vegetación y usos del suelo

1.4.2.5. Información adicional

1.4.3. Introducción a los sistemas cartográficos numéricos

1.4.3.1. Introducción a los sistemas de georreferenciación

1.4.3.2. Tratamiento informatizado de la cartografía numérica

1.4.4. Consideraciones finales sobre la información contenida en los planos

2. INCERTIDUMBRE EN LA MEDIDA. APLICACIÓN A LA TOPOGRAFÍA Y GEODESIA

2.1. NECESIDAD Y LÍMITES DE SU ESTUDIO. LA MEDIDA COMO VARIABLE ALEATORIA

2.1.1. Inevitabilidad, causas y tipos de errores

2.1.2. Introducción al estudio de una variable aleatoria

2.2. FUNCIONES DE DENSIDAD QUE SE APOYAN EN LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

2.2.1. Distribución normal

2.2.2. Distribuciones derivadas de la normal

2.2.3. Aproximación al empleo de la normal y sus derivadas en metrología elemental

2.2.4. Tratamiento simplificado de los errores en las medidas

2.3. CONSIDERACIONES ADICIONALES

2.3.1. Estimación de parámetros

2.3.2. Determinación de la precisión de los instrumentos

3. FUNDAMENTOS DE ASTRONOMÍA GEODÉSICA

3.1. INTRODUCCIÓN A LA ASTRONOMÍA

3.1.1. Objeto y división de la astronomía

3.1.2. Nociones de cosmografía

3.1.2.1. Base observacional

3.1.2.2. Definiciones en la esfera celeste

3.1.3. Movimientos de la tierra

3.1.3.1. Rotación y traslación

3.1.3.2. Equinoccios y solsticios

3.1.3.3. Signos del zodiaco, trópicos y círculos menores

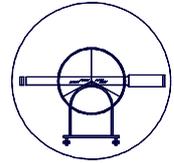
3.1.4. Coordenadas geográficas

3.1.4.1. Elementos constituyentes

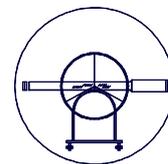
3.1.4.2. Longitud y latitud

3.2. SISTEMAS DE COORDENADAS

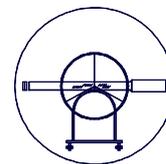
3.2.1. Coordenadas horizontales



-
- 3.2.2. Coordenadas ecuatoriales horarias**
 - 3.2.3. Coordenadas ecuatoriales absolutas**
 - 3.2.4. Coordenadas eclípticas**
 - 3.2.5. Resumen de los sistemas de coordenadas**
 - 3.3. LA TIERRA EN EL UNIVERSO
 - 3.3.1. Configuración del cosmos**
 - 3.3.2. Las distancias en astronomía**
 - 3.3.3. La vía láctea y el sistema solar**
 - 3.3.4. El diagrama HR**
 - 3.3.5. La radioastronomía: cuásares y púlsares**
 - 3.3.6. Observatorios astronómicos**
 - 3.3.7. Últimas consideraciones**



1. DEFINICIÓN DE ESCENARIOS Y CONTENIDOS BÁSICOS



1.1. TOPOGRAFÍA Y GEODESIA

1.1.1. FORMA DE LA TIERRA

La Geodesia es la ciencia que estudia la forma y dimensiones de la Tierra en un contexto territorial amplio. La Topografía actúa en un marco territorial reducido donde puede despreciarse la falta de planeidad de la Tierra. Ambas ciencias tienen como uno de sus objetivos la representación de una parte de la superficie terrestre sobre un plano, y en la actualidad, dada la evolución tecnológica del instrumental destinado a evaluar distancias, es difícil establecer una separación concisa. La Geodesia comienza allí donde termina la Topografía, pero no pueden separarse ya que la Topografía necesita apoyarse en la Geodesia en la mayor parte de las aplicaciones.

La Tierra tiene una complicada configuración geométrica, siendo necesario definir una superficie de referencia. Así, se define el geoide como una superficie equipotencial, coincidente aproximadamente con el nivel medio de las aguas de los océanos, o también como el lugar geométrico de los puntos que están en equilibrio por la actuación de las siguientes solicitaciones:

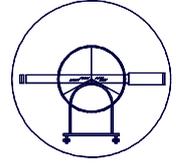
- Fuerzas de atracción de los demás astros.
- Fuerzas de atracción de la propia masa de la Tierra.
- Fuerza centrífuga debida a la rotación terrestre.

Estudiando estas fuerzas y los potenciales que provocan se puede definir física y geoméricamente la figura del geoide, que es asimilable a prolongar la superficie de los mares en calma por debajo de los continentes. El geoide no coincide con exactitud con la superficie real del mar, dado que los océanos están sujetos a mareas y corrientes. Por esta razón, para definir al geoide se utiliza el concepto de nivel medio del mar. Como el geoide es una superficie equipotencial, el potencial en cualquier punto de él será el mismo y la dirección de la gravedad en cualquier punto de él será perpendicular al geoide.

El geoide se ha escogido como la superficie equipotencial que corresponde al nivel medio del mar dado que ésta es una superficie con realidad física suficiente. Si la Tierra tuviera una densidad uniforme y no existiese orografía consolidada, el geoide tendría forma de esfera achatada, centrado sobre el centro de masa de la Tierra. Pero la simplificación no es real, dado que las variaciones de la densidad de la Tierra provocan alteraciones en la forma del geoide. Este efecto tiene como consecuencia que el geoide se aparta de la forma regular media de ± 100 m. Esta desviación se conoce como ondulación o altura geoidal.

En cualquier caso, siempre será una figura de complicada matemática para ser utilizada para realizar cálculos, por lo que en Geodesia Geométrica se tiende a utilizar una superficie de referencia con estructura matemática más sencilla. En la actualidad se utilizan dos figuras de aproximación de la superficie terrestre:

- Esfera: parámetro R (radio)
- Elipsoide de revolución: parámetros a,b (semidiámetros)



Superficie Equipotencial

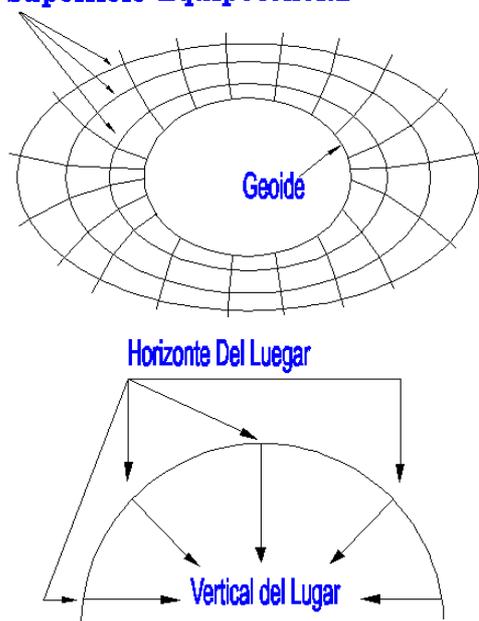


Figura Número 1.- Características del geoide

En una primera aproximación puede suponerse que la Tierra es posible sustituirla por una esfera cuyo valor del radio es 6.370.000 m.

La investigación geodésica, apoyada en costosos trabajos de campo, ha dado lugar a la aparición de elipsoides con parámetros diferentes, cuyo grado de aproximación a la figura real de la tierra es mucho mayor que el de la esfera. Así, cada país iba confeccionando sus mediciones geodésicas en concordancia con el elipsoide adoptado, creando un problema en los enlaces de diferentes trabajos y, por lo tanto, en el establecimiento de una cartografía uniforme.

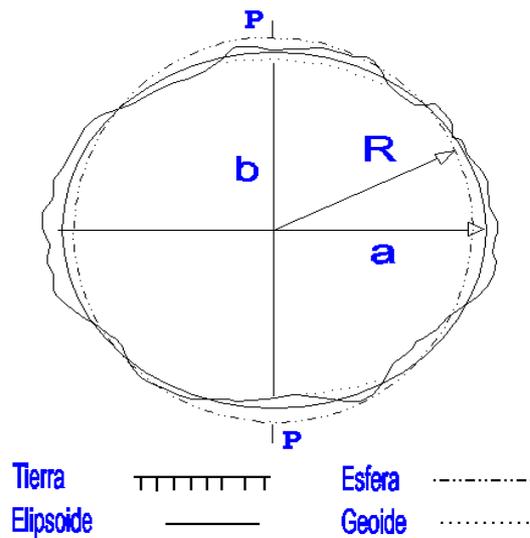
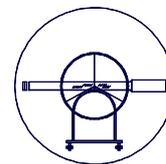


Figura Número 2.- Superficie terrestre y figuras de aproximación



En el año 1910, Hayford obtuvo el elipsoide más conveniente para representar los Estados Unidos de América. En 1924 la Asamblea Internacional de Geodesia y Geofísica, celebrada en Madrid, adoptó el elipsoide de Hayford como elipsoide internacional de referencia. Posteriormente, la Unión Astronómica Internacional estableció en 1964 un elipsoide con parámetros muy similares:

PARÁMETROS	1910	1964
Semieje mayor (a)	6.378.388 m.	6.378.160 m.
Semieje menor (b)	6.356.909 m.	6.356.775 m.
Excentricidad (e)	0,081998	0,0818
Aplanamiento (α)	1/297	1/298,25

Excentricidad:
$$e = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$$

Aplanamiento:
$$\alpha = \frac{a - b}{a}$$

También es utilizado el parámetro denominado segunda excentricidad, que tiene como valor:

Segunda excentricidad:
$$e' = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{b}$$

1.1.2. ELEMENTOS GEOGRÁFICOS SOBRE LAS SUPERFICIES DE APROXIMACIÓN

Considerando la Tierra aproximada por una esfera o por un elipsoide de revolución, pueden definirse los siguientes elementos geográficos generales:

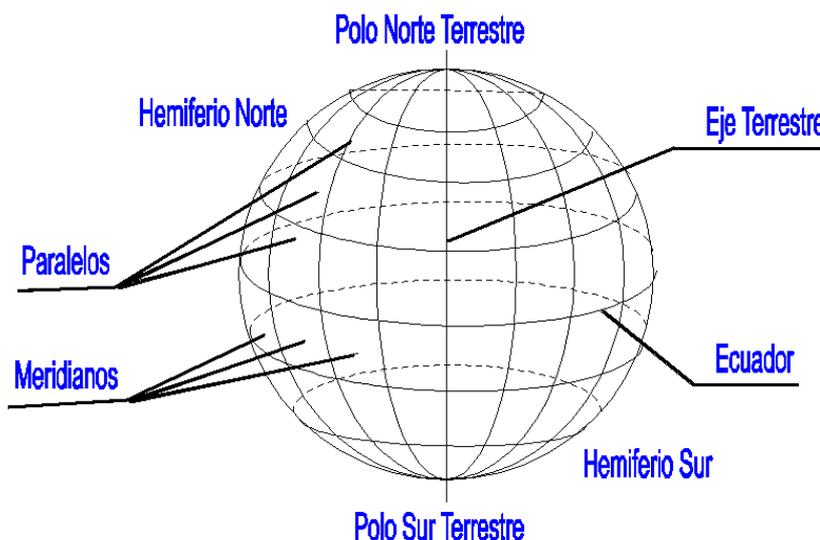
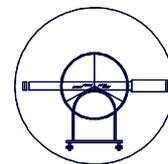


Figura Número 3.- Elementos estructurales



- Eje terrestre: Línea coincidente con el eje de rotación de la Tierra. Es un diámetro en el caso de figura esférica y coincide con el diámetro de menor longitud en el caso de superficie elipsoidal.
- Polos terrestres: Puntos de intersección del eje terrestre con la superficie de la Tierra.
- Plano meridiano: Plano que contiene al eje terrestre.
- Meridiano: Intersección de los planos meridianos con la superficie terrestre. Es una circunferencia máxima en el caso de esfera y una elipse (elipse meridiana) en el caso de elipsoide de revolución.
- Plano paralelo: Plano normal al eje terrestre.
- Paralelo: Intersección de los planos paralelos con la superficie terrestre. Es una circunferencia en ambos casos de superficies de aproximación. Ecuador es el paralelo máximo y divide la superficie terrestre en dos hemisferios, Norte y Sur.

El elemento geográfico más importante asociado al estudio de la Geodesia es la vertical a la superficie terrestre.

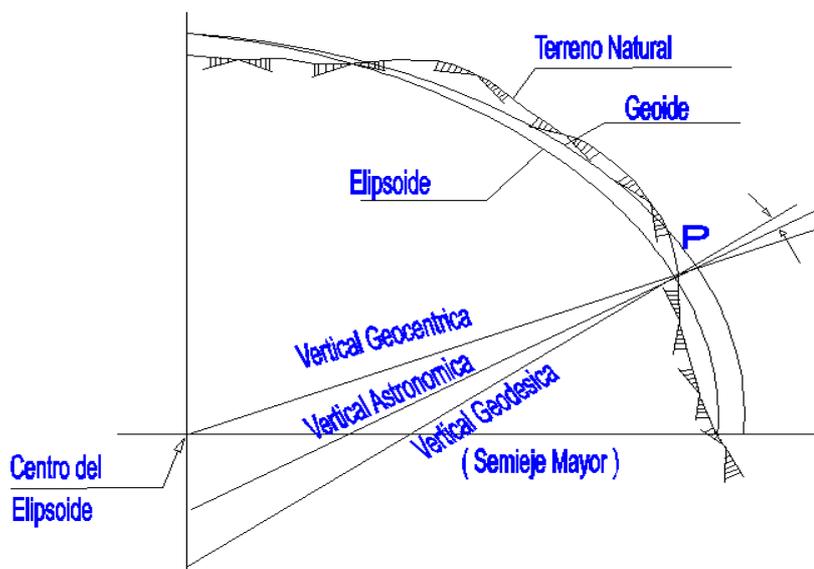
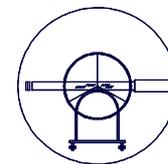


Figura Número 4.- Vertical en un punto de la superficie terrestre

Si la figura de aproximación es la esfera, la vertical de un lugar es la recta determinada por dicho punto y el centro de la propia esfera.

Si la figura de aproximación es el elipsoide de revolución hay que diferenciar tres conceptos de vertical del punto considerado:

- Vertical astronómica: Es la línea que toma en dicho lugar la plomada y es independiente del elipsoide adoptado.
- Vertical geodésica: Es la línea perpendicular al elipsoide adoptado en el punto considerado.



- Vertical concéntrica: Es la línea que une el punto considerado con el centro del elipsoide.

Otros elementos geográficos son los siguientes, para un punto determinado:

- Plano horizontal: Es el plano tangente a la superficie de aproximación. Es único para la esfera (horizonte sensible) y tiene tres variantes en el caso de elipsoide, según sea perpendicular a cada una de las tres verticales definidas.
- Meridiano: Es la recta intersección entre el plano horizontal y el plano meridiano que contiene a dicho punto.

La gran importancia de esta variedad en la definición de las verticales condiciona la planificación del trabajo topográfico y geodésico, ya que la posición en campo de los aparatos para evaluar los ángulos (horizontal y vertical), y las distancias, quedan caracterizados haciendo coincidir la vertical del lugar (vertical astronómica) con el eje principal (vertical) del aparato topográfico.

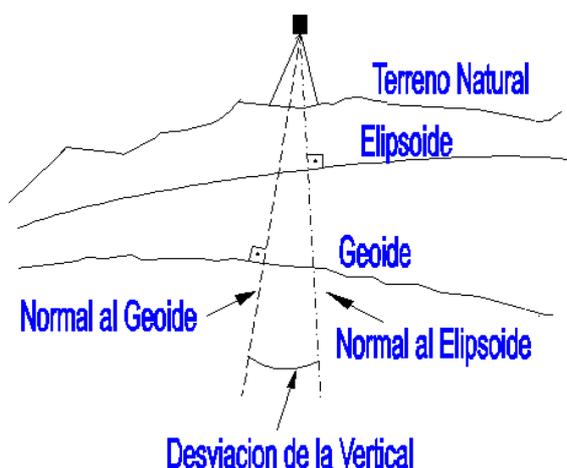


Figura Número N°5.- Desviación de la vertical

En un determinado lugar, la diferencia entre la vertical astronómica y la vertical geodésica se denomina desviación de la vertical.

1.1.3. REFERENCIACIÓN GEOGRÁFICA

1.1.3.1. Figura de aproximación esférica

Considerando la Tierra esférica, la posición de un punto quedará determinada por medio de dos coordenadas medidas sobre la esfera, considerando como planos referenciales el Ecuador y un meridiano origen.

Para usos referenciales se empleaban diversos meridianos, tales como aquellos que pasaban por lugares determinados (observatorios astronómicos) de capitales de naciones. En la actualidad, el meridiano origen más utilizado es el que pasa por el observatorio de Greenwich.

En la cartografía española antigua, el origen es el meridiano de Madrid, y en la actualidad es el de Greenwich.

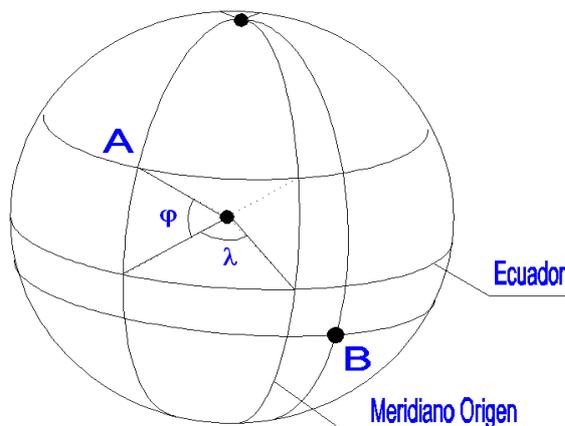
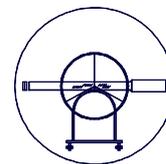


Figura Número 6.- Longitud y latitud geográficas

- Longitud geográfica λ : Es el ángulo diedro formado por los meridianos origen (0°) y el meridiano del punto considerado. Se evalúa de 0° a 360° o de 0h a 24h positivo hacia el Oeste. También suele evaluarse de 0° a 180° al Oeste, positivo, y de 0° a 180° al Este, negativo.
- Latitud geográfica φ : Es el ángulo formado por la vertical del punto y el plano del Ecuador. Se evalúa a partir del Ecuador, siendo de 0° a 90° positivo al Norte y de 0° a 90° negativo al Sur.

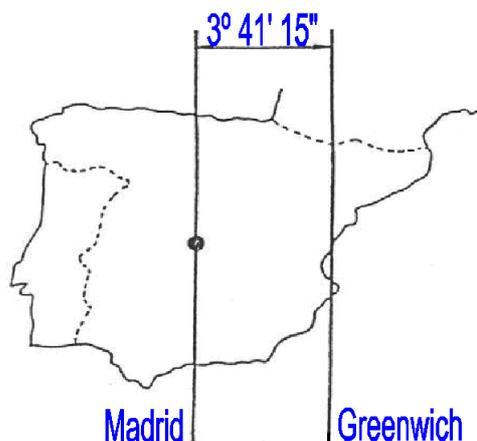
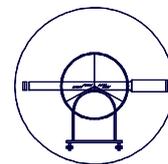


Figura Número 7.- Diferencia entre meridianos origen

1.1.3.2. Figura de aproximación elipsoidal

Considerando la tierra elipsoidal, habrá que considerar las coordenadas según el origen que se adopte: geodésicas, geocéntricas y astronómicas.

Las coordenadas geográficas geodésicas y geocéntricas están definidas sobre el elipsoide y dependen de las dimensiones adoptadas. Por el contrario, las coordenadas geográficas astronómicas se definen con independencia de toda hipótesis sobre la forma y dimensiones de la Tierra. La definición de las coordenadas de un punto determinado del elipsoide serán:



- Latitud geocéntrica (ψ): Es el ángulo que forma la recta definida por el punto y el centro del elipsoide con el plano del Ecuador.
- Latitud geodésica (ϕ'): Es el ángulo que forma la normal al elipsoide en el punto dado con el plano del Ecuador.
- Latitud astronómica (ϕ): Es el ángulo que forma la vertical del lugar con el plano del Ecuador.

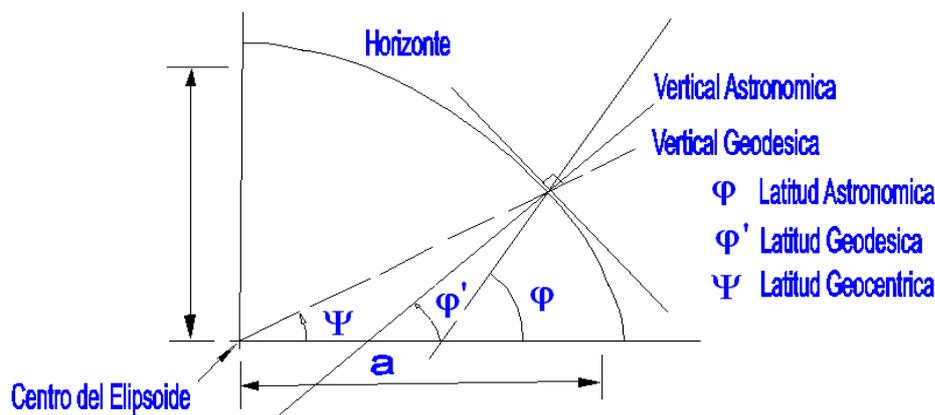


Figura Número 8.- Coordenadas sobre el elipsoide

De igual forma, debido a la falta de coincidencia entre geoide y elipsoide de referencia, existen dos tipos de longitud:

- Longitud geodésica (λ'): Es el ángulo medido a lo largo del Ecuador entre el meridiano origen y el meridiano del punto considerado relativo al elipsoide.
- Longitud astronómica (λ): Es el ángulo medido a lo largo del Ecuador, entre el meridiano origen y el meridiano astronómico del lugar. El meridiano astronómico puede ser definido como el plano que contiene al eje de rotación de la Tierra y el cenit astronómico del punto considerado.

Otros elementos de gran relevancia en el contexto geográfico son los de acimut y datum. Puede definirse sobre las dos superficies de aproximación, aunque realizando la definición sobre el elipsoide queda englobada la definición sobre la esfera.

Acimut desde un punto P a un punto Q sobre el elipsoide es el ángulo entre dos planos, ambos conteniendo la normal al elipsoide en el punto P, uno de los cuales contiene el polo norte del elipsoide y el otro el punto Q. El ángulo es medido en el sentido de las agujas del reloj, desde el Norte. Este acimut es referido al polo elipsoidal y a la normal al elipsoide en el punto P (acimut geodésico).

De igual forma, desde un punto P a un punto Q, puede ser definido como el ángulo entre dos planos, ambos conteniendo la vertical en P, uno de los cuales (el meridiano astronómico) contiene el polo norte geográfico y el otro, al punto Q (acimut astronómico).

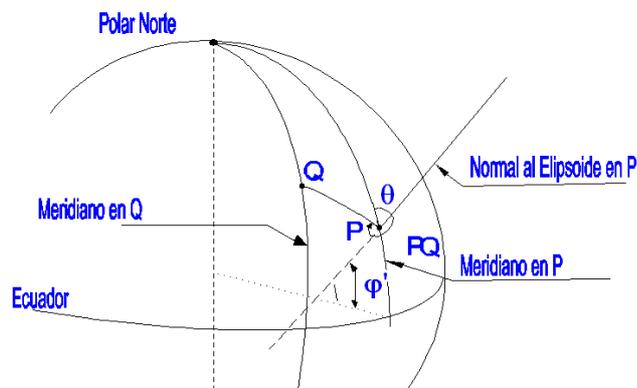
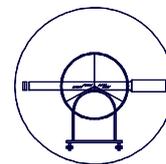


Figura Número 9.- Representación del acimut

Se denomina datum al punto donde coinciden el geoide con la figura de aproximación (elipsoide). En este punto coinciden las coordenadas astronómicas y geodésicas.

Con mayor generalidad, el datum geodésico consistiría en definir geoméricamente el elipsoide de referencia a través de dos parámetros (a,b); (a,α) ..., y definir su posición respecto al geoide a través del conocimiento en un punto de la desviación de la vertical y la ondulación del geoide.

A partir del datum, y mediante observaciones angulares y de distancias, se irán transmitiendo las coordenadas geodésicas a todos los puntos necesarios.

1.1.4. REDES TOPOGRÁFICAS Y GEODÉSICAS

Las redes topográficas están constituidas por vértices posicionados entre sí relativamente en el contexto espacial por medio de aparatos topográficos y métodos apropiados. Configuran los sistemas de referenciación para trabajos usuales de ingeniería y es el soporte imprescindible para el análisis en el terreno, ya sea en el contexto cartográfico, en el de captar información geográfica o simplemente en el de posicionar elementos constituyentes (definición geométrica de alineaciones, puntos de marcada significación, etc.).

Es conveniente que estas redes topográficas (planimétricas y altimétricas) queden encuadradas en otras de textura superior, que a nivel regional o nacional existen, para controlar el trabajo y, sobre todo, para unificar los posicionamientos en el ámbito geográfico.

La red geodésica es una macroestructura que está formada por cadenas de triángulos que cubren todo un amplio territorio.

La red geodésica española está diferenciada en dos grandes bloques:

- Red de primer orden: con lados de triángulos de unos 50.000 m.
- Red de orden inferior: con lados de triángulos de 8.000 m.

La red está materializada en el territorio por medio de los vértices geodésicos, que son hitos de variada tipología, posicionados en lugares apropiados para lograr la intervisibilidad entre ellos y que proporcionen, como dato más representativo, la longitud y latitud geodésicas en el centro del pilar.

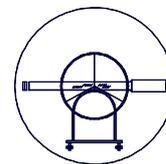


Figura Número 10.- Vértice geodésico

La red geodésica española de primer orden está configurada por triángulos de lado medio unos 50 km., que cubre todo el territorio nacional, incluyendo las Islas Baleares y el enganche africano que une la costa sur con Argelia y Marruecos. Los trabajos se iniciaron hacia 1858 para confeccionar el mapa topográfico nacional a escala 1/50.000. Tuvo su inicio con el establecimiento de la base de Madrideojos (Toledo), medida con una regla bimetálica creada por el Militar del Cuerpo de Ingenieros d. Carlos Ibáñez e Ibáñez de Ibero (1825-1891), auténtico impulsor del proyecto. De esta base de sólo 14.662,887 m., ubicada en una zona llana y centrada en el territorio nacional, surgió la triangulación que permitió tomar los datos métricos del mencionado mapa.

El cálculo de los vértices se efectuó con datum Madrid, utilizando el elipsoide de Struve como figura de aproximación de la tierra. En 1875 se publica la primera hoja del Mapa Topográfico Nacional a escala 1/50.000 (Hoja N°559 de Madrid). El trabajo finalizó noventa y cuatro años después con la publicación de la última hoja, constituyendo, por la época de su realización, un trabajo impresionante, y no valorado adecuadamente.

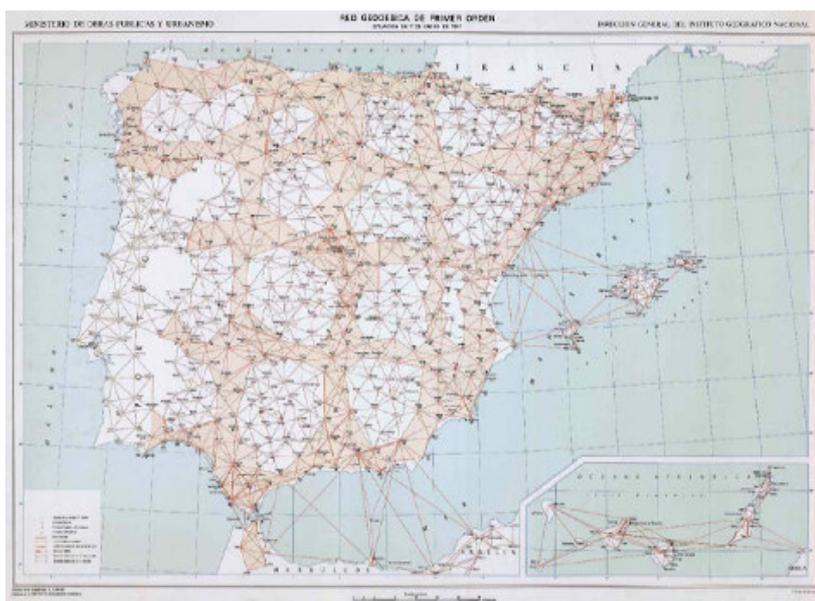
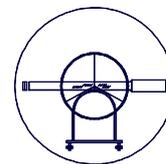


Figura Número 11.- Red geodésica fundamental



A principios de 1980, el Instituto Geográfico Nacional inició una gran campaña para densificar la Red Geodésica Nacional, configurando vértices geodésicos con lado medio 5.000 m. Campañas para posicionar, construir, observar y calcular permitieron tener la actual estructura. Cantabria tiene 111 vértices obtenidos utilizando como fundamentales cinco vértices de la red de primer orden: Llatias, Ibio, Cerrado, Valnera y Valdecebollas, los puntos Laplace.

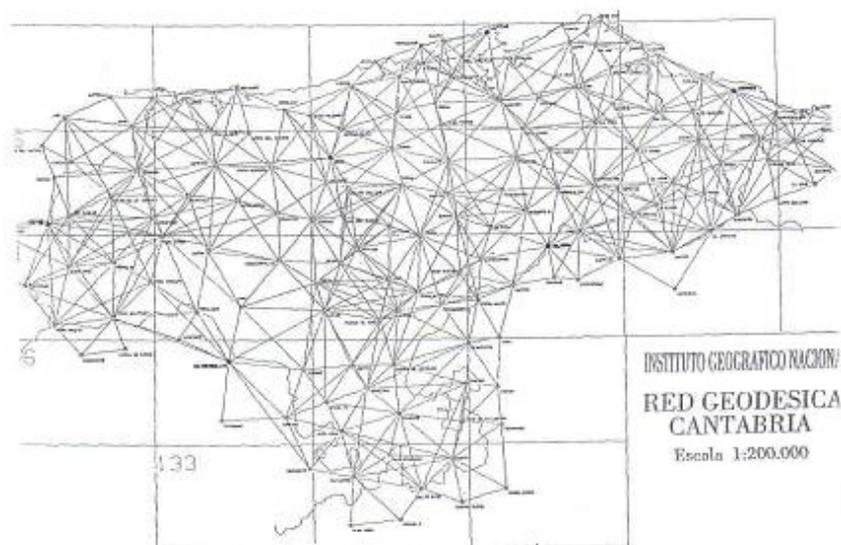


Figura Número 12.- Red Geodésica Nacional en Cantabria

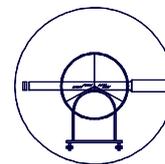
Un punto Laplace (denominado así en recuerdo a Pierre Simon, Marqués de Laplace, 1749-1827) se define como un vértice geodésico que pertenece a una red de orden principal, desde el cual se han efectuado observaciones astronómicas de gran precisión. Los datos que se obtienen son la longitud y la latitud astronómica y el acimut.

Un dato de gran transcendencia en estos puntos es la desviación relativa de la vertical astronómica y geodésica, que sólo se hacen coincidentes en un punto, denominado fundamental (datum). Estas observaciones angulares, en la actualidad se complementan con medidas de distancias con el fin de ajustar la escala.

Las condiciones que deben cumplir los puntos Laplace son las siguientes:

- Deben pertenecer a la Red Fundamental de vértices geodésicos.
- Ser de fácil acceso para transportar el material.
- Tener la posibilidad de ser nivelados geoméricamente desde una señal NAP.
- Ser posible montar una caseta de observación.

De todos los vértices geodésicos existen reseñas convenientemente documentadas. Por una parte un croquis y una fotografía ilustran la forma de acceder hasta el vértice, adjuntándose un mapa con la ruta a seguir desde el lugar más idóneo.



En el portal web del Instituto Geográfico Nacional <http://www.ign.es> se puede descargar toda la información relativa a este tipo de redes geodésicas y otras que se irán describiendo a lo largo de la asignatura. A continuación se incluyen el croquis y la fotografía del vértice de orden inferior Alto de Guriezo y el mapa informativo para acceder al punto Laplace Ibio.



Centro de Observaciones Geodésicas

Subdirección General de Astronomía, Geodesia y Geofísica

Reseña Vértice Geodésico

4-sep-2010

Número.....: 5817
 Nombre.....: Ibio
 Municipio...: Cabezón de la Sal
 Provincia...: Cantabria
 Fecha de Construcción.....: 01 de septiembre de 1984
 Pilar con centrado forzado...: 1,20 m de alto, 0,30 m de diámetro.
 Último cuerpo.....: 0,50 m de alto, 2,20 m de ancho.
 Total cuerpos.....: 1 de 0,50 m de alto.

Coordenadas Geográficas:

Sistema de Ref.:	ED 50	ETRS89
Longitud.....:	- 4° 08' 36,3257"	- 4° 08' 41,18180"
Latitud.....:	43° 17' 27,8508"	43° 17' 23,94356"
Altitud.....:		851,628 m (CF)
Compensación.:	01 de octubre de 1987	28 de noviembre de 2004

Coordenadas UTM. Huso 30 :

Sistema de Ref.:	ED 50	ETRS89
X.....:	407237,89 m	407131,083 m
Y.....:	4793859,89 m	4793854,083 m
Factor escala.....:	0,999705840	0,999706092
Convergencia...:	- 0° 47' 03"	- 0° 47' 06"

Altitud sobre el nivel medio del mar: 798,676 m. (BP)

Situación:

En lo más alto del cerro conocido como Ibio, cerca de unas instalaciones de RTVE.

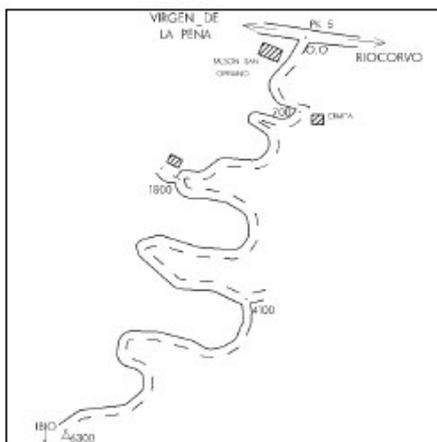
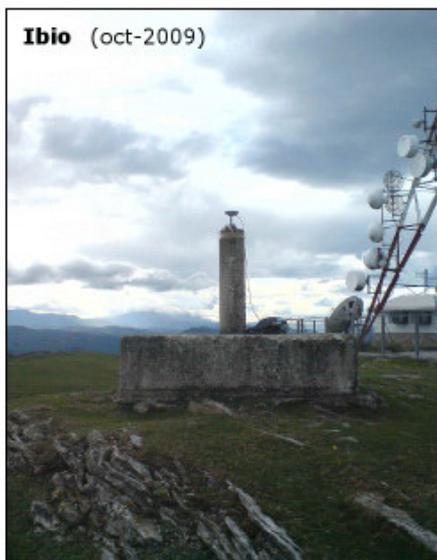
Acceso:

Desde Riocorvo se toma la carretera a Virgen de la Peña, y a 5 km. en el mismo alto de San Cipriano, se toma una pista a la izda. Siguiendo siempre la más rodada, llegamos al vértice tras recorrer 6300 m. Accesible en TT.

Horizonte GPS:

Despejado.

Ibio (oct-2009)

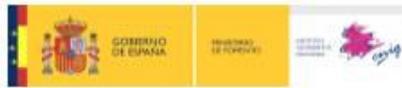
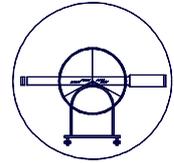


Observaciones:

REGENTE.
 Vértice observado con GPS.

CF: Centrado Forzado. CP: Cabeza Pilar. BP: Base Pilar. CN: Clavo Nivelado. CS: Clavo Suelo.

Informe del estado del Vértice: [ftp://ftp.geodesia.ign.es/Utilidades/InfBRC.pdf](http://ftp.geodesia.ign.es/Utilidades/InfBRC.pdf)



Centro de Observaciones Geodésicas

Subdirección General de Astronomía, Geodesia y Geofísica

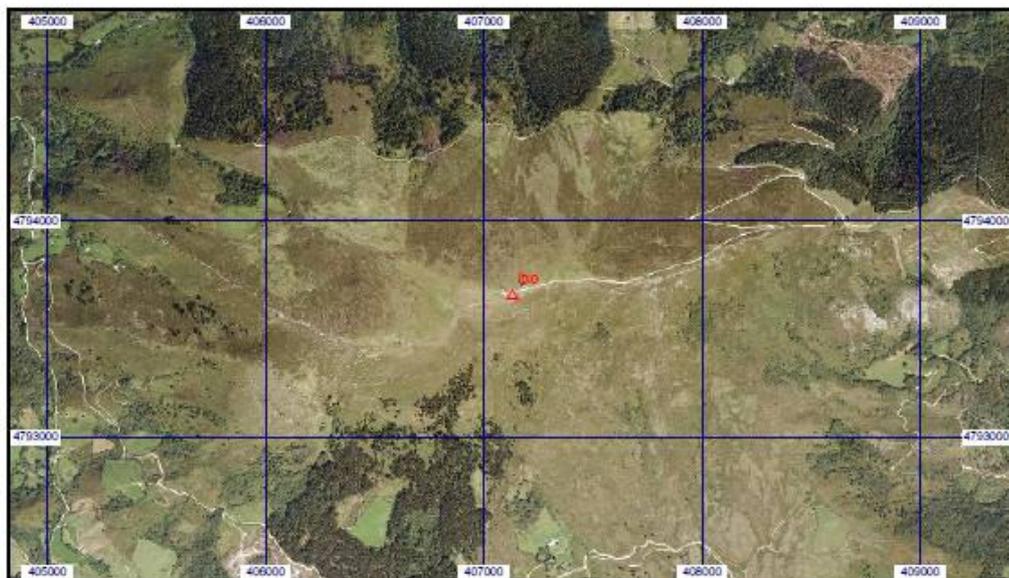
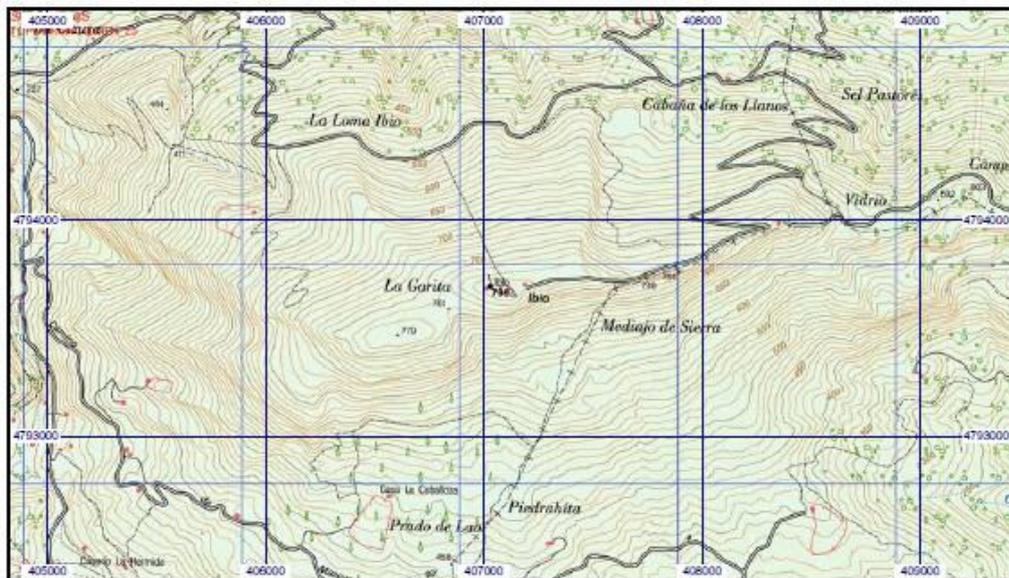
Cartografía de situación

4-sep-2010

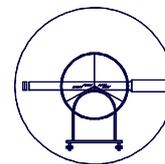
Escala 1:25.000

05817 Ibio

Coordenadas ETRS89. Huso 30



Al igual que la Red Geodésica Nacional permite plasmar las coordenadas cartesianas con total precisión. Existe otra red, la Red de Nivelación de Alta Precisión, que permite la identificación de puntos con extraordinaria precisión altimétrica.



Centro de Observaciones Geodésicas
Subdirección General de Astronomía, Geodesia y Geofísica

Reseña de Señal de Nivelación

4-sep-2010

Situación Geográfica:

Número: 301136
Nombre: SSK235'0
Línea o Ramal: 301. Arriendas - Vargas

Municipio: Reocín
Provincia: Cantabria
Hoja MTN50: 34
Señal: Secundaria **En posición:** Vertical
Señalizada: 07 de julio de 2003
Nivelada: 01 de febrero de 2004

Enlaces:

Anterior: 301135 - NGX933
Posterior: 301137 - NAPF868
Agrupada con:

Datos Geodésicos:

Altitud ortométrica: 54,3591 m.
Geopotencial: 53,29671 u.g.p.
Gravedad en superficie: 980454,14 mgals. **Observada**
Cálculo: 01 de mayo de 2008

Coordenadas Geográficas ETRS89:

Longitud: -4° 05' 59,60"
Latitud: 43° 21' 32,58"
Altitud elipsoidal: 105 m.
Precisión: ± 1 m.

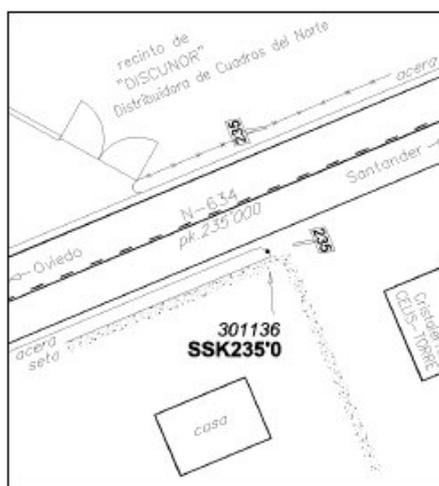
Reseña:

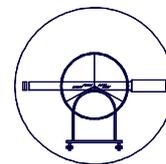
En la margen derecha (sentido Santander) de la carretera N-634, en el pk.235'000, al pié de la placa kilométrica, sobre el bordillo de la acera, según croquis.



Observaciones:

Informe del estado de la Señal en: www.geodesia.tn.es/Alidades/Info/RSI.pdf





1.2. ENCUADRE REFERENCIAL

1.2.1. CONCEPTOS GENERALES

1.2.1.1. Introducción y objeto de la Topografía

La palabra Topografía aglutina el conjunto de técnicas y métodos que tienen por objeto determinar la forma y dimensiones de un terreno, representándolo gráficamente en plano o mapa con los accidentes naturales y artificiales y su posición relativa:

- Planimétrica: x, y
- Altimétrica: z

Cualquier estudio de Ingeniería necesita utilizar la información contenida en los mapas o planos dado que en cualquier Ingeniería (Caminos, Minas o Industrial) se incide de una forma muy activa en el proyecto, construcción y control de una obra o instalación, en las que el plano es el soporte fundamental de trabajo.

El objetivo fundamental de la Topografía es medir ángulos y distancias con aparatos adecuados y, utilizando métodos apropiados, determinar los posicionamientos en la doble vertiente:

- Captar información en el terreno y, tras el trabajo en gabinete, posicionar en plano o mapa.
- Analizar geometría en gabinete y posicionar los puntos representativos en el terreno.

Las principales magnitudes empleadas en Topografía son:

- Magnitudes lineales y superficiales: la unidad más utilizada es el metro lineal y el metro cuadrado, aunque en superficies de gran extensión se emplea la hectárea (10.000 m²).
- Magnitudes angulares: se emplean indistintamente las unidades sexagesimales, centesimales o radianes.

$$360^\circ = 360 \times 60 = 21.600' = 360 \times 60 \times 60 = 1.296.000''$$

representando:

$$400^g = 400 \times 100 = 40.000^c = 400 \times 100 \times 100 = 4.000.000^{cc}$$

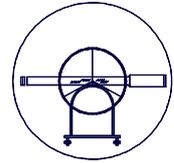
La equivalencia entre estas unidades y el radian es la siguiente:

$$1 \text{ radian} = \frac{1.296.000}{2\pi} = 206.265''$$

$$1 \text{ radian} = \frac{4.000.000}{2\pi} = 636.620''$$

1.2.1.2. Mapas, planos y cartas

La cartografía tiene como finalidad la concepción, preparación, redacción y realización de todos los tipos de mapas, planos y cartas. Implica el estudio de la



expresión gráfica de los fenómenos a representar y engloba el conjunto de operaciones que partiendo de los datos de campo o documentos recogidos finaliza en la impresión y utilización del mismo. Constituye una transcripción gráfica de los fenómenos geográficos.

Se denomina mapa a toda representación plana de una parte de la superficie terrestre que, por su extensión y debido a la curvatura de la superficie de la Tierra, requiere hacer uso de sistemas especiales de transformación propios de la Geodesia y de la Cartografía Matemática. Si el mapa abarca la totalidad del planeta se denomina planisferio, y si la representación del mundo se consigue mediante dos hemisferios se denomina mapamundi.

Los mapas pueden ser terrestres, o más simplemente mapas, y marinos, denominados cartas. Estas pueden ser las destinadas a la navegación o las que señalan diferentes particularidades físicas del mar, como profundidades, corrientes, etcétera. En las cartas de navegación o de derrota se indican con todo detalle los accidentes de las costas, faros, boyas, etc. También se denominan cartas a los mapas usados para navegación aérea.

El mapa como instrumento de trabajo puede ser:

- Analítico: son los que estudian un fenómeno temático y lo asocian con el lugar donde se manifiesta.
- Experimentación: por la combinación de dos o varios mapas de análisis puede estudiarse la existencia de correlaciones.
- Síntesis: soportan una información mucho más amplia.

Los mapas topográficos dan a conocer el terreno que representan con todos sus detalles, naturales o debidos a la mano del hombre, y son, por tanto, las representaciones más perfectas de la superficie de la Tierra.

Se da propiamente el nombre de plano a la representación gráfica que por la escasa extensión de superficie a que se refiere no exige hacer uso de los sistemas cartográficos.

El plano representa una superficie donde se prescinde de la curvatura de la Tierra. La relación entre medidas en campo y medidas en el plano puede considerarse constante.

1.2.1.3. Problemática condicionada

Representar una porción de la superficie terrestre en un mapa o en un plano presenta una problemática que se orienta en un triple sentido:

- Tamaño: representar una amplia zona de un territorio en una superficie reducida, volcando la información adicional.
- Proyección: plasmar en una superficie plana la información existente en una figura no desarrollable que en una aproximación es una esfera o elipsoide.
- Relieve: dotar de información altimétrica a una superficie plana.

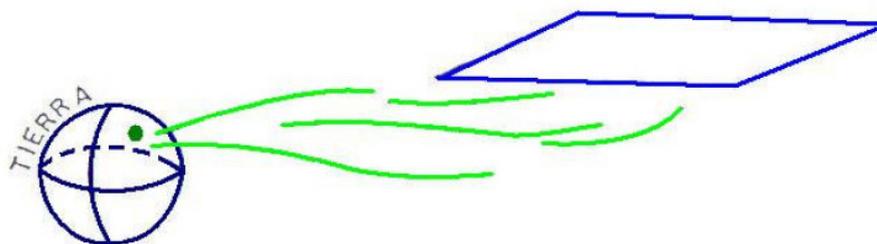
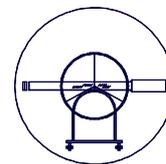


Figura Número 13.- Problemas asociados a la representación

1.2.2. ASPECTOS GEOMÉTRICOS DE UN PLANO O MAPA

1.2.2.1. Escala

Todo mapa o plano, al tener que ser de dimensiones menores a las de la superficie que representa, habrá de dibujarse configurando una figura semejante.

Esta razón de semejanza recibe el nombre de escala y puede ser cualquiera, si bien, para mayor comodidad, se utilizan siempre escalas cuyo numerador sea la unidad y el denominador, números sencillos terminados en cero. Una escala de 1/2.000 indica que cada centímetro del plano representa 20 m. del terreno.

1.2.2.2. Tipos y clasificación de escalas

Las escalas pueden ser numéricas y gráficas. La escala numérica viene definida por la relación constante:

$$E = \frac{l}{L}$$

siendo:

l = longitud sobre plano o mapa

L = longitud sobre terreno

denominando M a la relación $\frac{l}{L}$ resulta:

$$\frac{L}{l} = M \quad \frac{1}{E} = M$$

La escala gráfica ordinaria se representa por una recta dividida en partes iguales, anotando en cada una, a partir del origen, la magnitud equivalente en el terreno.

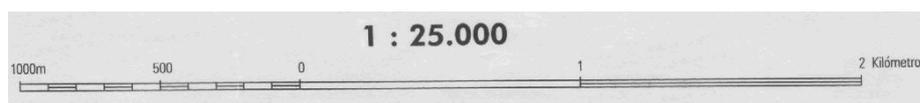
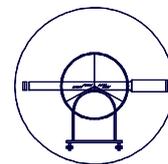


Figura Número 14.- Escala gráfica

La escala de transversales da con mayor precisión las distancias a medir. Se dibujan para ello once escalas de $1/E$, unas debajo de otras, de modo que las divisiones se correspondan en perpendiculares comunes, pero sin marcar las divisiones pequeñas de la izquierda del cero nada más que en la primera y en la



última escala. Estas divisiones se unen después por una serie de transversales en la forma indicada en la figura.

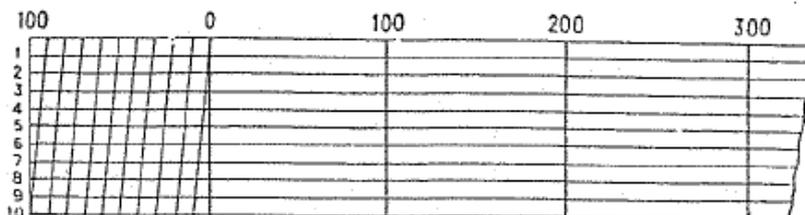


Figura Número 15.- Escala transversal

La denominación de un mapa según la escala es la siguiente:

- Plano técnico (PT) – Escalas grandes:
1/100 , 1/500 , 1/1.000 , 1/10.000
- Mapa topográfico (MT) – Escalas medias:
1/25.000 , 1/50.000 , 1/100.000 , 1/200.000
- Mapa geográfico (MG) – Escalas pequeñas:
1/400.000 , 1/500.000 , 1/800.000 , 1/1.000.000
- Mapas generales (MG) – Escalas generales:
Desde 1/1.000.000 en adelante.

1.2.3. LÍMITE DE PERCEPCIÓN VISUAL

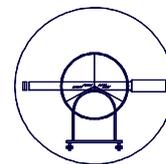
1.2.3.1. Concepto

Se admite que la vista humana normal puede alcanzar a diferenciar dos puntos en el papel cuando éstos están separados una distancia de 0,2 mm. Para distancias menores, los dos puntos el ojo humano los ve superpuestos.

Cualquier longitud en el terreno será despreciable si al convertir a la escala del plano es igual o menor que 0,2 mm. Igual tratamiento puede darse a los ángulos, siendo despreciables aquellos a los que corresponda un arco que, a la escala del plano, determine puntos extremos dentro de los 0,2 mm.

Para las escalas más usuales resulta:

ESCALA	DISTANCIA EN EL TERRENO PARA 0,2 mm. EN EL PLANO
1/500	10 cm.
1/1.000	20 cm.
1/ 2.000	40 cm.
1/5.000	1 m.
1/25.000	5 m.
1/50.000	10 m.



El producto de 0,2 mm. por el denominador de la escala determina la distancia en el terreno que resulta despreciable.

1.2.3.2. Importancia

Definido el valor del límite de percepción visual ocasiona, de inmediato, una restricción, para una escala determinada de plano o mapa, en la captación de información en el terreno. De esta forma se puede orientar de una manera realista la fase de toma de datos. De nada serviría tomar en campo las cuatro esquinas de una arqueta de registro, de dimensiones 0,8 x 0,8 m., si se pretende graficar la información a escala 1/5.000, pues los cuatro puntos, en la representación, serán coincidentes.

El límite de percepción visual se emplea como criterio básico para limitar los trabajos topográficos, planimétricos. Las mediciones en campo y la transcripción de información en gabinete, desde un enfoque planimétrico, están condicionadas por la escala y por el límite de percepción visual.

Su limitación dará lugar a los símbolos o signos convencionales, que se utilizarán cuando sea necesario representar en el plano o mapa detalles que no tengan representación gráfica a la escala utilizada. Es decir, fijada la escala 1/E, todos aquellos detalles de dimensiones menores que E·0,2 mm. necesitarán para su representación recurrir a símbolos o signos convenidos de antemano.

1.2.4. TOPOGRAFÍA EN LA INGENIERÍA

La Topografía tiene una importancia trascendental en la ingeniería en su triple vertiente: civil, minera e industrial.

La mayor parte de la actividad profesional está enfocada hacia la realización de proyectos y ejecución de obras. En ambas facetas, la Topografía juega un papel de extraordinaria importancia, sustentada en las fases significativas siguientes:

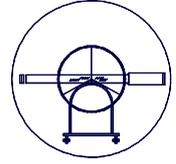
- Captura de la información geográfica a escalas convenientes.
- Manejo de la cartografía existente.
- Definición geométrica de la obra.
- Replanteo planimétrico y altimétrico de cualquier eje.
- Control, ejecución y medición de la obra.

En Ingeniería Civil, los condicionantes topográfico-cartográficos suponen un gran despliegue de medios y recursos humanos cualificados, configurando una partida presupuestaria de gran repercusión en el contexto global.

Diseñar un adecuado enfoque topográfico en el proyecto y en la construcción de una determinada actuación repercute de forma directa en la propia gestión (económica, rendimientos, plazos, ...).

La cartografía numérica (informatizada) permite obtener escalas variadas a partir de una cartografía original, siendo necesario clarificar:

- La escala de la cartografía original que define un determinado “nivel de detalle”.



- La escala de la cartografía manipulada, que sigue teniendo el mismo nivel de detalle que el original, a pesar de la variación de la escala. No obstante, merece un comentario adicional para los dos casos que se pueden presentar: ampliación o reducción.



Figura Número 16.- Ventana de cartografía digital a escala 1/5.000

1.3. LA MODELIZACIÓN CONVENCIONAL DEL RELIEVE

1.3.1. LEVANTAMIENTO TOPOGRÁFICO

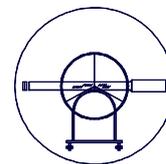
Un levantamiento topográfico es un conjunto de operaciones necesarias para representar un terreno, siendo la planimetría la parte del levantamiento en la que se logra la representación de la superficie terrestre sobre un plano horizontal, y la altimetría la parte que se encarga de posicionar verticalmente los puntos de un terreno.

Un levantamiento topográfico puede ser:

- Levantamiento convencional: se utilizan aparatos y métodos adecuados según la calidad del trabajo exigida.
- Levantamiento no convencional: en caso contrario. Este tipo de levantamiento se excluye en el contexto de la asignatura.

Un levantamiento convencional puede realizarse por dos procedimientos diferentes:

- Por topografía clásica.
- Por fotogrametría.



El primero se fundamenta en captar información de forma puntual, midiendo en campo ángulos y distancias. El segundo, aunque está supeditado a la anterior, captura información de manera global y se apoya en el uso de fotografías aéreas o terrestres.

En el presente capítulo se establecen las ideas básicas de formación de un plano topográfico con el objetivo de ser empleado para explotar información de la cartografía existente. En capítulos sucesivos se tratarán los temas de realización de los levantamientos topográficos y fotogramétricos.

La taquimetría es la parte de la Topografía que estudia los procedimientos para determinar la distancia horizontal y vertical entre dos puntos de manera simultánea. De esta manera, cada punto del terreno que representa el límite, un determinado detalle, o simplemente el propio detalle, puede ser referenciado en planta con dos valores (x,y) , coordenadas planimétricas en un cierto sistema referencial y puede ser dotado con una cota (z) , coordenada altimétrica respecto a un plano de comparación.

1.3.2. SISTEMAS BÁSICOS DE REPRESENTACIÓN

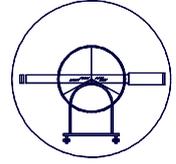
1.3.2.1. Sistema de planos acotados

Los puntos del terreno captados por métodos taquimétricos son susceptibles de ser proyectados sobre un plano horizontal. El punto proyectado y la expresión de su cota respecto a un sistema de referencia altimétrico configura el elemento esencial para su tratamiento según define el sistema de planos acotados.

La superficie terrestre no puede representarse atendiendo a consideraciones geométricas. Por ello hay que emplear las superficies topográficas, teniendo absoluta vigencia la proyección acotada.



Figura Número 17.- Proyección de puntos situados en el terreno



Entre dos puntos A y B, situados sobre el terreno, pueden establecerse las siguientes definiciones:

- Distancia geométrica: Distancia real entre puntos A y B.
- Distancia reducida: Proyección de la distancia geométrica sobre el plano horizontal.
- Desnivel: Diferencia de cotas entre los puntos A y B.
- Superficie geométrica: Superficie real.
- Superficie reducida: Proyección de la superficie geométrica sobre el plano horizontal.

Los puntos de una determinada superficie que se caracterizan por tener igual cota, respecto a un plano de comparación, determinan una curva de nivel o isohipsa, que tiene su representación proyectada sobre un plano horizontal. La diferencia de cotas entre dos curvas de nivel consecutivas se denomina equidistancia.

Aunque no se puede definir de forma categórica, pues depende del tipo del territorio que se pretenda representar, existe una cierta correspondencia entre la escala del plano y la equidistancia de las curvas de nivel.

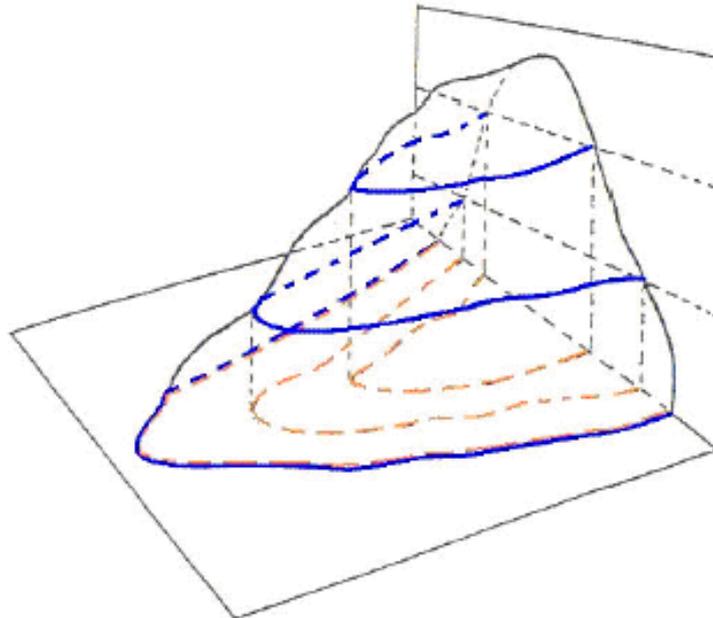


Figura Número 18.- Curvas de nivel

A continuación se incluye un catálogo de relaciones usuales entre la escala del plano y la equidistancia de las curvas de nivel.

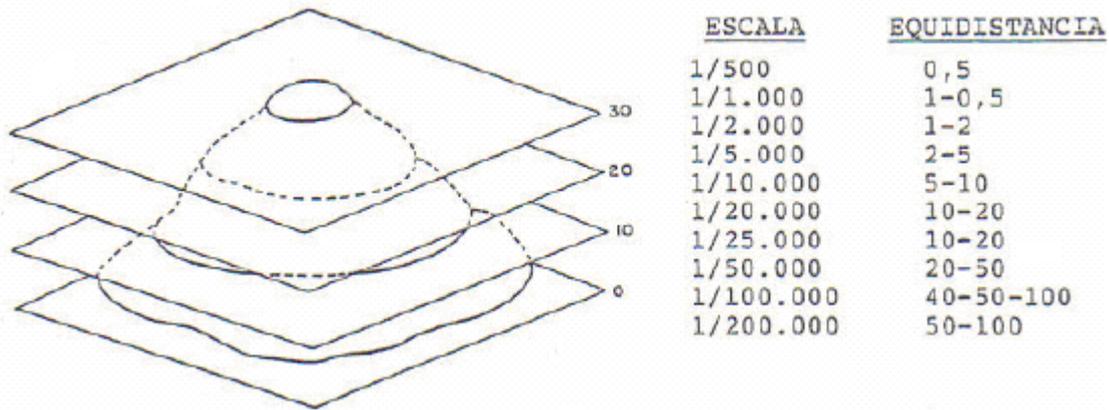
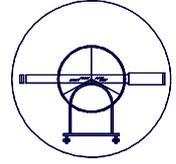


Figura Número 19.- Relación usual entre escala de plano o mapa y equidistancia

Un plano o mapa queda caracterizado en alzado con las curvas de nivel. Para su confección se unen puntos de igual cota. En una primera etapa se dibujan las curvas directoras y posteriormente se intercalan las restantes, según marque la equidistancia.

La siguiente figura establece una información en planta, junto a la altitud, respecto a un plano referencial previamente establecido. La información se ha tomado en campo mediante topográfica clásica y facilita la posterior modelización del territorio.

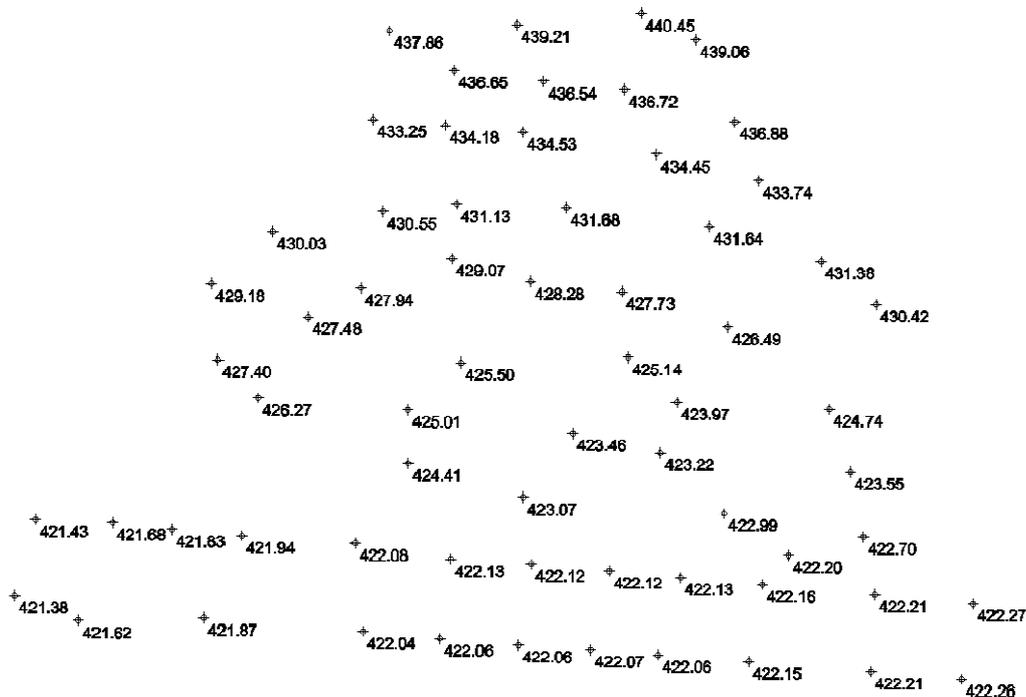
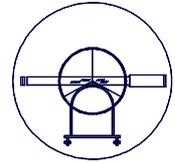


Figura Número 20.- Información altimétrica de una nube de puntos representados en planta

El antiguo profesional a mano, o el actual con los programas de ordenador adecuados, consiguen crear el modelo digital del terreno (M.D.T.), curvando el



conjunto, con una equidistancia consecuente con la escala del plano-mapa y con la densidad de puntos capturados del terreno.

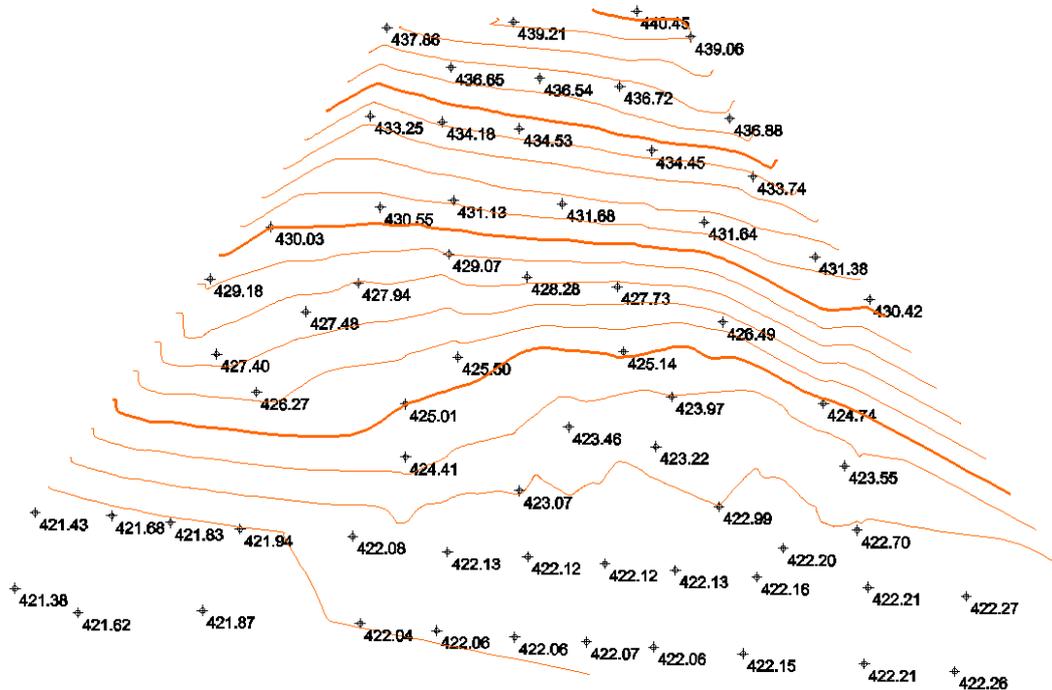


Figura Número 21.- Modelización del territorio en base a la nube de puntos anterior

A continuación se incluye también el detalle de un plano para contrastar su faceta respecto a la georreferenciación.

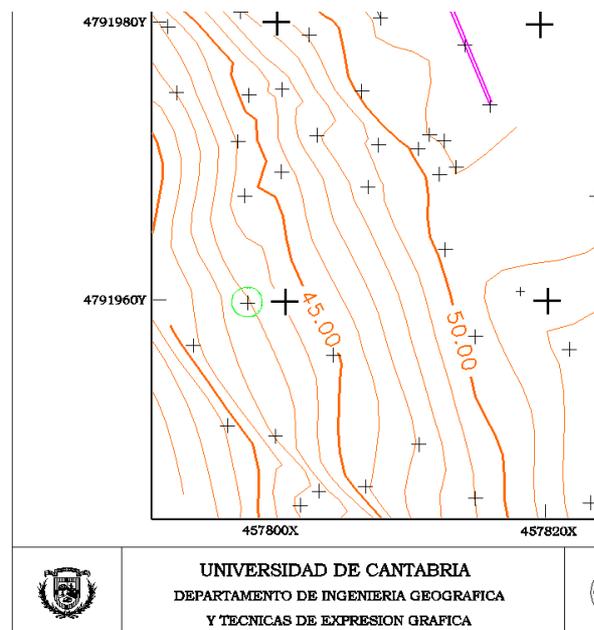
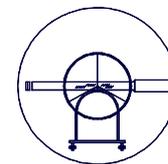


Figura Número 22.- Georreferenciación de la modelización del territorio en el plano



El establecimiento de la información en planta y en alzado entra de lleno en el sistema de captación y tratamiento de la información geográfica, que se analizará con detalle en temas sucesivos.

El curvado realizado de forma manual es la operación que tiene por objeto, apoyándose en los puntos de cota caracterizada, plasmar una información continua. Para ello hay dos aspectos de suma importancia:

- La densidad de los puntos captados ha de ser compatible con la definición altimétrica que se desea obtener y hay que conseguir que los puntos captados sean verdaderamente representativos.
- La realidad del curvado tan solo se logra con la adecuación de la superficie topográfica al relieve, siendo preciso el acercamiento a la realidad por medio del conocimiento del terreno.

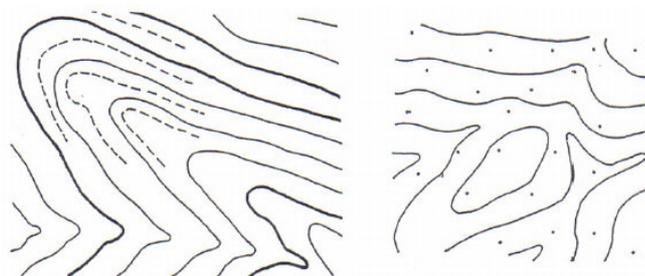


Figura Número 23.- Curvas de nivel directoras e intercaladas

1.3.2.2. Aplicaciones elementales

Definido un plano o mapa por sus curvas de nivel y la equidistancia (e) se puede dibujar sobre él un punto de cota determinada. También puede obtenerse la cota de un determinado punto.

Para cada sección vertical del terreno y en cada punto existe una pendiente. El valor es la tangente del ángulo de inclinación. En la práctica, la pendiente se mide en tanto por ciento, es decir, en metros de elevación correspondientes a cada 100 m. de recorrido horizontal.

Las diversas secciones que pasan por un punto en concreto determinan otras tantas pendientes. Entre todas existe una caracterizada que es la que determina el mayor valor de la pendiente y se denomina línea de máxima pendiente.

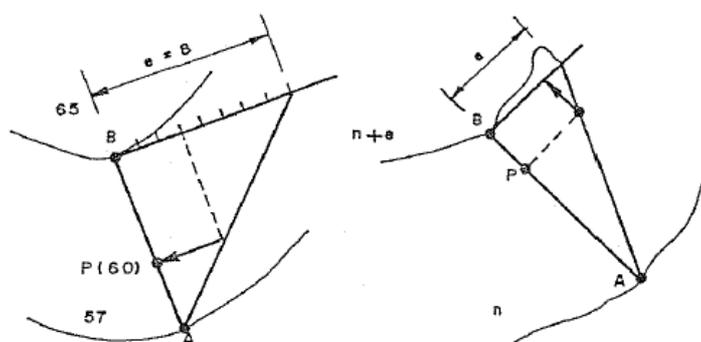


Figura Número 24.- Posición altimétrica de puntos situados entre curvas de nivel consecutivas

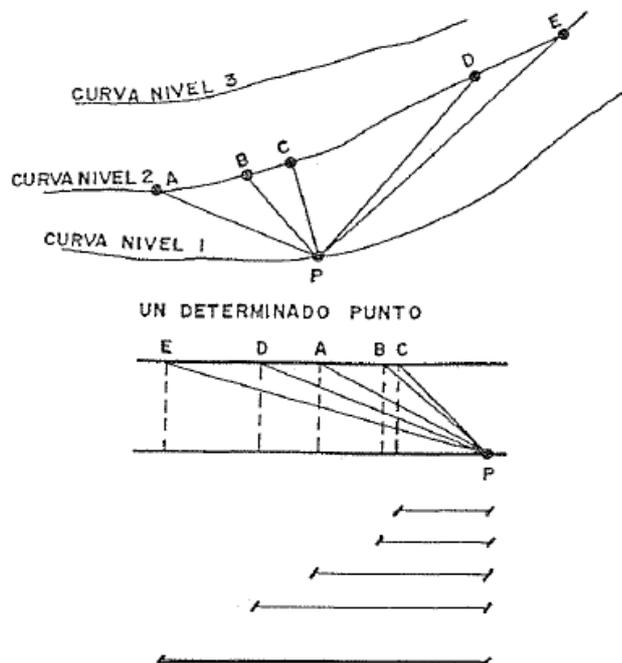
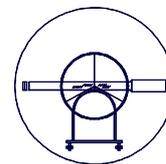


Figura Número 25.- Diversas pendientes de secciones que pasan por un determinado punto

Geoméricamente se denomina pendiente de la superficie en un punto determinado P al valor de la máxima pendiente en dicho punto, que vendrá establecido por la línea de máxima pendiente.

Queda establecido, para cada punto, una relación entre la pendiente, equidistancia de las curvas de nivel y separación en planta de las propias curvas (dependientes de la escala del plano o mapa).

1.3.3. EXPLOTACIÓN DE LA INFORMACIÓN CARTOGRÁFICA

1.3.3.1. Configuración del terreno

La información cartográfica configura una aproximación de la superficie terrestre denominada superficie topográfica. De esta información planimétrica (los detalles grafiados en el plano o mapa están a una determinada escala) y altimétrica (las curvas de nivel aproximan las cotas referenciales) se obtienen los datos necesarios para abordar trabajos concretos en el ámbito de la Ingeniería.

Los aspectos más caracterizados de la superficie topográfica son:

- Divisorias: Líneas que dividen áreas de diferentes cuencas vertientes. Los puntos de la divisoria son puntos de cota máxima.
- Vaguadas: Parte de la superficie topográfica donde se reúnen las aguas de la escorrentía.
- Collados: Depresiones suaves situadas en las divisorias. También se denominan puertos.

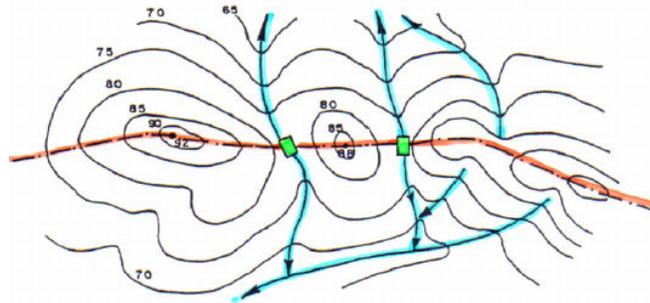
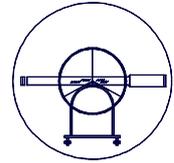


Figura Número 26.- Divisorias, vaguadas y collados

- Cumbres: Máximos absolutos o relativos de la superficie topográfica. Se caracteriza por curvas de nivel cerradas de manera que cada una envuelve a otras de cota superior.
- Simas: Mínimos absolutos o relativos de la superficie topográfica. Se caracterizar por curvas de nivel cerradas, de manera que cada una envuelve a otra de cota inferior.

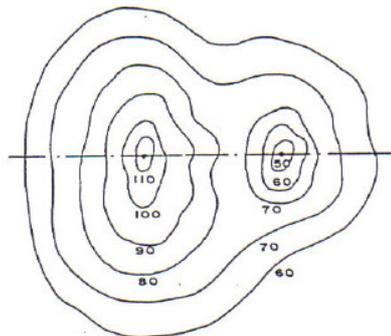


Figura Número 27.- Cumbres y simas

1.3.3.2. Perfiles sobre cartografía

Aunque las mediciones para los trabajos reales deben tomarse directamente del terreno, para anteproyectos, estudios previos o análisis de índole general, la información puede obtenerse de la cartografía, en una primera aproximación.

Es muy usual hallar la intersección de la superficie topográfica con un plano o una superficie. La intersección con un determinado plano o superficie se realiza uniendo los puntos de encuentro de las curvas de nivel, que proporciona la información altimétrica.

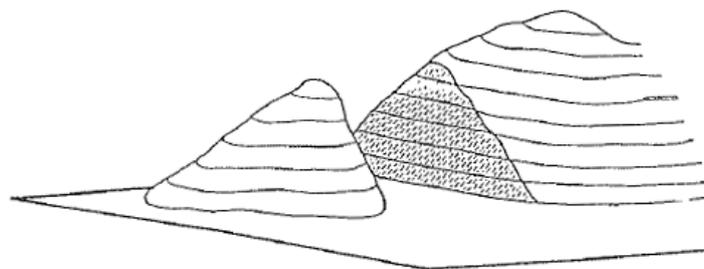
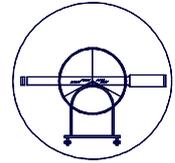


Figura Número 28.- Intersección de un plano con la superficie topográfica



Si el plano es vertical o la superficie reglada es de generatriz vertical, la intersección se denomina perfil. Los perfiles más utilizados en Ingeniería, por la información global que proporcionan, son los perfiles longitudinales y los transversales.

A) Perfiles longitudinales

Los perfiles longitudinales son la base de mediciones lineales y configuran la estructura del terreno a lo largo de la traza (intersección de la superficie topográfica con el plano vertical o con la superficie reglada que contiene a la alineación definitoria de la actuación).

La información que proporciona el perfil longitudinal es de esencial trascendencia para el establecimiento de rasantes (eje de vía de comunicación, conducciones de cualquier tipo, etc.) o simplemente para analizar posiciones relativas de puntos determinados (zonas vistas y ocultas, tendidos aéreos, establecimientos, etc.).

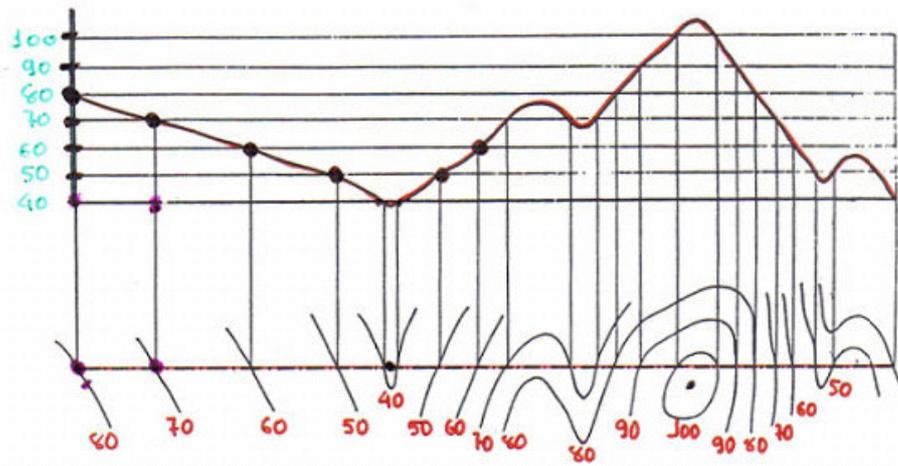


Figura Número 29.- Perfil longitudinal de traza recta

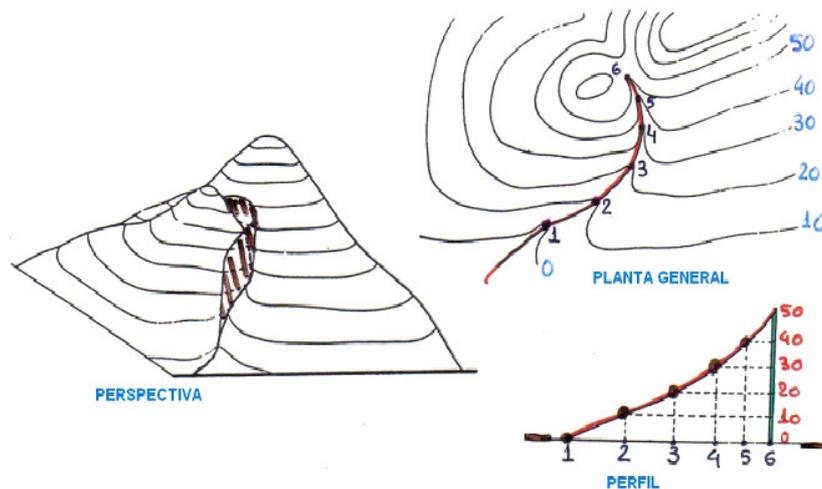
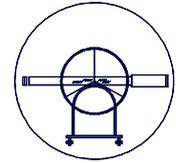


Figura Número 30.- Perfil longitudinal de traza no rectilínea



El perfil tiene una representación plana interviniendo dos escalas. La escala 1/H del eje horizontal, con clara expresión de distancias reducidas, siempre informa del desarrollo proyectado en planta. Usualmente, la escala 1/H coincide con la escala del plano o mapa base del cual se obtiene la información, aunque puede emplearse otra diferente. Los puntos más apropiados para tomar información altimétrica son los de intersección de la alineación definida sobre el plano o mapa con las curvas de nivel.

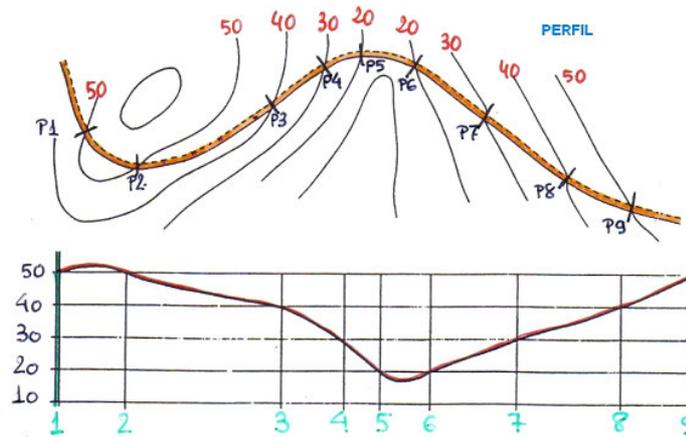


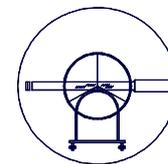
Figura Número 31.- Perfiles sobre una determinada alineación

La escala vertical 1/V dependerá de la necesidad de exagerar el relieve y de los propios condicionantes del terreno. Es frecuente utilizar la misma escala que la horizontal para perfiles geológicos y cinco o diez veces mayor para los perfiles topográficos propiamente dichos.

La alteración de la homogeneidad de las escalas en la representación trae como consecuencia inmediata la necesidad de emplear coherencia en el momento de utilizar la información almacenada: pendientes, taludes, longitudes, superficies, etc.

Escala de la información cartográfica base	Escala del perfil horizontal	Escala del perfil vertical		
		1/25.000	1/5.000	1/2.500
1/25.000	1/25.000	1/25.000	1/5.000	1/2.500
1/5.000	1/5.000	1/5.000	1/2.000	1/500
1/2.000	1/2.000	1/2.000	1/500	1/200

Lo más cómodo es conservar la escala horizontal 1/H y que coincida con la escala de la cartografía base 1/E. Si fuera necesario alterarla por alguna circunstancia, no varía la metodología general para la obtención de las distancias entre curvas de nivel. La ampliación o reducción se logra transformando las distancias parciales obtenidas a la escala del plano o mapa origen en las nuevas, combinando los dos segmentos (ejes horizontales de la representación) de tal forma que la relación de la correspondencia coincida con la relación de las dos escalas.



Es de destacar el gran avance que ha supuesto la cartografía automática con el juego de las escalas y, por lo tanto, de los perfiles obtenidos de la propia cartografía.

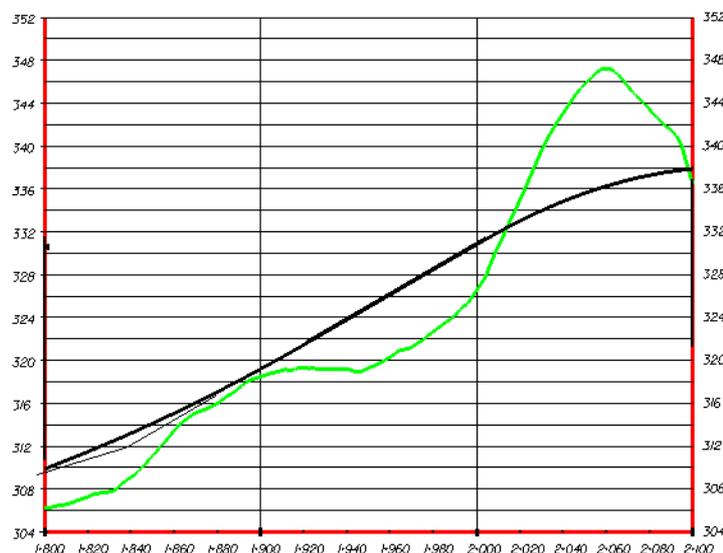


Figura Número 32.- Perfiles longitudinales del terreno y rasante

Los perfiles longitudinales permiten definir la rasante sobre la propia alineación y contrastar las zonas del eje que están situadas sobre el terreno o debajo de él o coincidente con él. La rasante es la alineación geométrica en alzado de una cierta configuración (eje de una vía de comunicación, superficie de una plataforma, etc.).

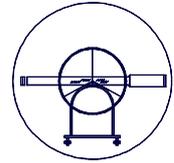
Los perfiles longitudinales permiten definir la rasante sobre la propia alineación y contrastar las zonas del eje que están situadas sobre el terreno o debajo de él o coincidente con él. La rasante es la alineación geométrica en alzado de una cierta configuración (eje de una vía de comunicación, superficie de una plataforma, etc.).

En cierta medida, el perfil longitudinal definirá la interrelación que existe entre planta y alzado y las posibilidades del entronque de la rasante con el terreno natural.

Un perfil longitudinal con la definición de la rasante informa de la interacción de dos ejes que, en un mismo plano vertical, definen altimétricamente una actuación.

Junto al perfil propiamente dicho se incluye una información en bloque compacto, usualmente denominado guitarra, que completa los datos grafados.

- Identificación del perfil.
- Distancias al origen.
- Distancias parciales.



- Cota del terreno.
- Cota de la rasante.
- Altura de desmonte.
- Altura de terraplén.

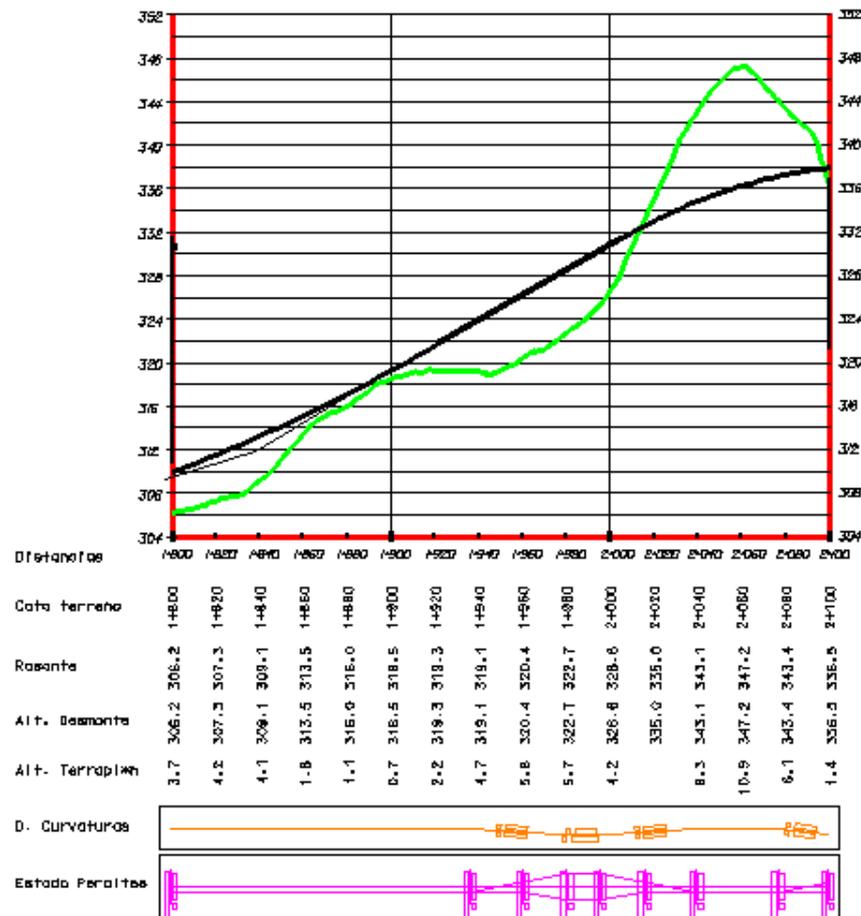
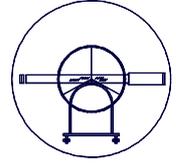


Figura Número 33.- Guitarra característica del perfil longitudinal

B) Perfiles transversales

Los perfiles transversales son secciones (perfiles longitudinales) perpendiculares al eje que define la alineación, usualmente señalados por la posición de los perfiles longitudinales, y constituyen la base de las mediciones superficiales y volumétricas.

Como servirán para evaluar superficies, se dibujan a una escala uniforme. La escala horizontal y la escala vertical coinciden. En trabajos de Ingeniería es frecuente utilizar la escala 1/100, aunque es variable, dependiendo de la finalidad del trabajo.



Sobre los perfiles transversales se dibuja la sección prevista en la definición de la actuación, permitiendo evaluar las magnitudes en dos y tres dimensiones.

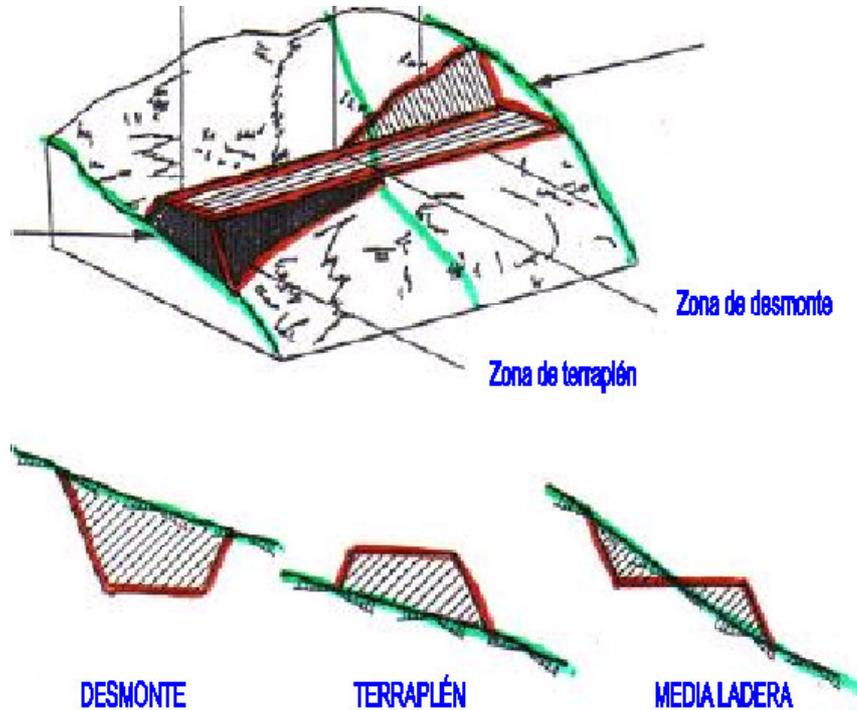


Figura Número 34.- Perfiles transversales

Los perfiles transversales permiten discretizar la banda de actuación y evaluar, de una forma aproximada, los movimientos de tierras en general.

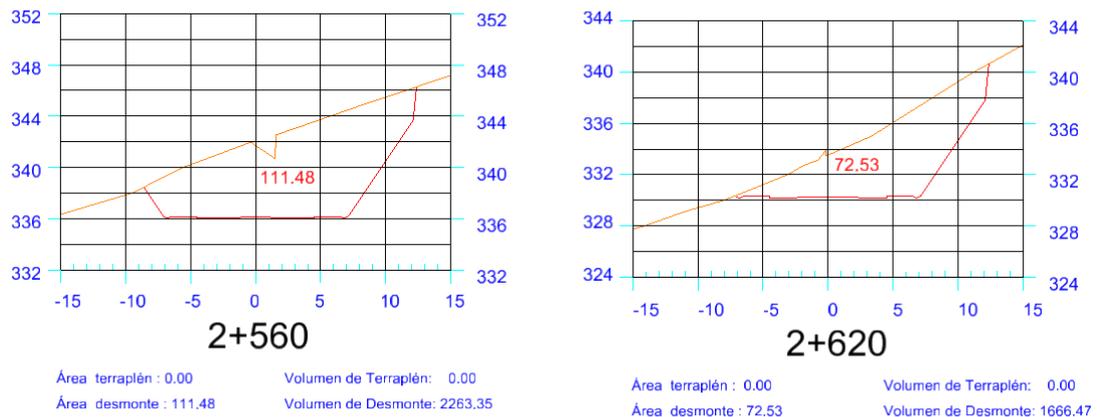


Figura Número 35.- Bateria de perfiles transversales

El cálculo de la superficie de un perfil transversal puede evaluarse bien directamente por geometría elemental o bien con la ayuda de un planímetro.

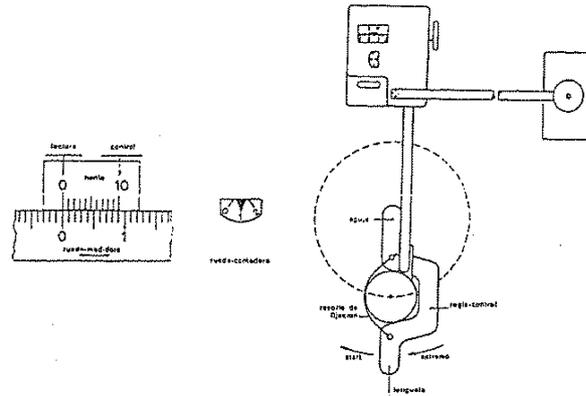
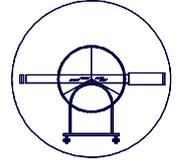


Figura Número 36.- Esquema del planímetro

El planímetro consta de dos barras articuladas, el extremo de una de las cuales llamado polo, permanece fijo. En el extremo de la otra barra hay una aguja, con la que se sigue el contorno de la figura, hasta rodearla por completo, llegando al punto de partida. En un índice dotado de nonius se hacen las lecturas inicial y final, y la diferencia de ambas multiplicada por el cuadrado del denominador de la escala proporciona la superficie deseada.

Existen planímetros digitales que permiten evaluar de una forma más directa las áreas de las secciones transversales.

Calculadas las áreas de todas las secciones transversales se pueden calcular los volúmenes de desmonte o terraplén. Denominando:

- T: superficie en terraplén.
- D: superficie en desmonte.
- VT: volumen en terraplén.
- VD: volumen en desmonte.
- d: separación entre perfiles.

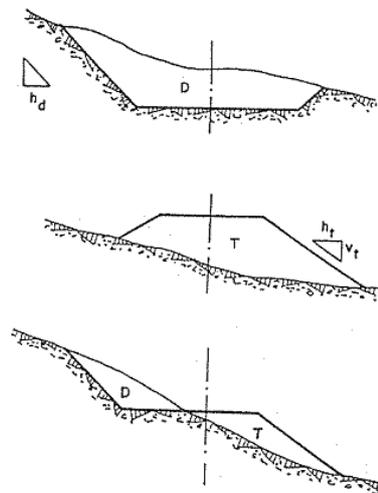
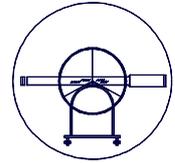


Figura Número 37.- Geometría de los perfiles transversales



El cálculo de desmontes y terraplenes en los casos más usuales se presenta a continuación:

a) Sucesión de perfiles en terraplén

Sean T_1 y T_2 las superficies de los dos perfiles consecutivos. La distancia existente entre los dos perfiles es d_T :

$$V_T = \frac{d_T}{2}(T_1 + T_2)$$

b) Sucesión de los perfiles en desmonte

Sean D_1 y D_2 las superficies de los dos perfiles consecutivos. La distancia entre los dos perfiles es d_D .

$$V_D = \frac{d_D}{2}(D_1 + D_2)$$

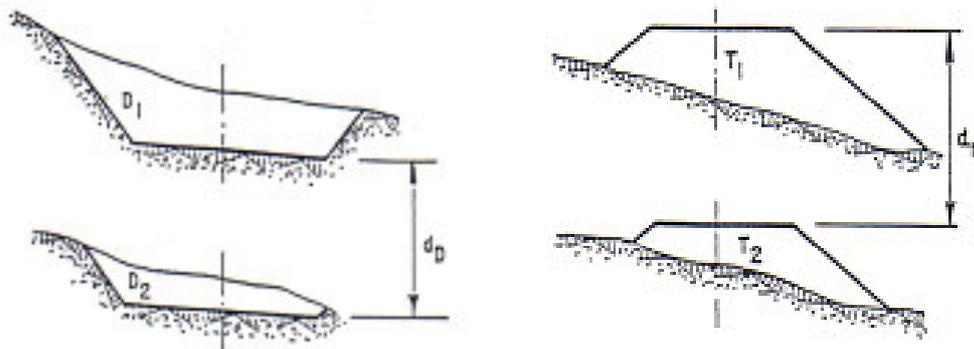


Figura Número 38.- Perfiles consecutivos de igual configuración

c) Sucesión de dos perfiles, uno en terraplén y otro en desmonte

Sean T y D las superficies de los dos perfiles: uno en terraplén y otro en desmonte.

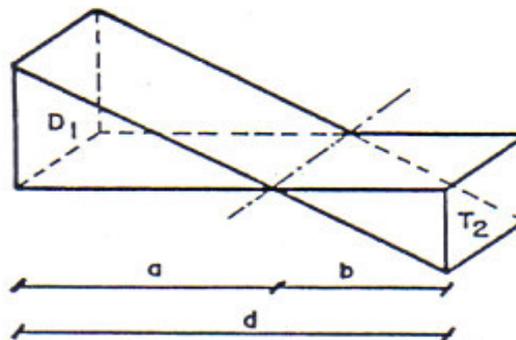
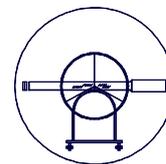


Figura Número 39.- Perfiles consecutivos en desmonte y en terraplén

Existirá una línea de paso de superficie nula. Los volúmenes independizados serán:



$$V_D = \frac{a}{2} D \quad ; \quad V_T = \frac{b}{2} T = \frac{d-a}{2} T$$

d) Sucesión de dos perfiles en media ladera

Los volúmenes en desmonte y en terraplén se obtienen de la siguiente forma:

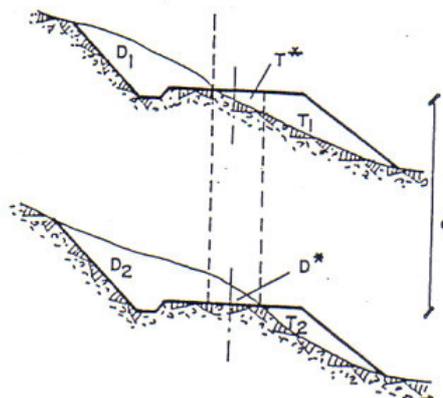


Figura Número 40.- Sucesión de perfiles a media ladera

$$V_D = \frac{d}{2} \frac{D_1 + D_2}{2} + \frac{d}{2} \frac{D^{*2}}{D^* + T^*} = \frac{d}{2} \left(\frac{D_1 + D_2}{2} + \frac{D^{*2}}{D^* + T^*} \right)$$

$$V_T = \frac{d}{2} \frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{d}{2} \frac{T^{*2}}{D^* + T^*} = \frac{d}{2} \left(\frac{T_1 + T_2}{2} + \frac{T^{*2}}{D^* + T^*} \right)$$

1.3.3.3. Aplicaciones caracterizadas

Entre las aplicaciones más caracterizadas pueden destacarse las siguientes:

A) Análisis altimétrico de una determinada zona

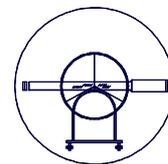
Definido un plano o mapa, a una cierta escala y con una determinada equidistancia de curvas de nivel, es posible diferenciar y establecer el estado altimétrico por estratos de alturas predeterminadas. Marcando las curvas de nivel separadoras se consigue implantar una división que caracteriza el relieve.

B) Determinaciones de perfiles y cuencas de aportación

Dado que un plano o mapa define el relieve con el estado altimétrico que confieren las curvas de nivel, es sencillo determinar las vaguadas, divisorias, etc., y realizar estudios hidrológicos, evaluando, de forma aproximada, pendientes y cuencas de aportación.

C) Estudio de zonas vistas y ocultas

Sobre un mapa o plano se pueden obtener de forma aproximada las zonas vistas ocultas desde un determinado lugar de observación, dibujando los



perfiles longitudinales necesarios (a más densificación de perfiles más exactitud en el establecimiento de las zonas).

D) Caracterización de un trazado en una primera aproximación

Definido un trazado que se caracteriza por una planta y una rasante, se pueden evaluar de manera aproximada las características del eje en lo referente a su situación con relación al terreno natural. Con unos parámetros iniciales se pueden evaluar los tramos en desmonte, terraplén, obra de fábrica y túnel.

E) Cubicación de movimientos de tierra

De forma bastante aproximada se pueden obtener volúmenes en desmonte o en terraplén, evaluando los perfiles transversales obtenidos de la cartografía existente.

F) Tanteo de trazado con análisis de pendientes

Definida una hoja, es posible analizar de forma aproximada la incidencia del trazado en planta y de las pendientes. Para ello se analiza la separación en planta de las curvas de nivel y su equidistancia, y se contrasta con la pendiente que se pretende dotar al trazado.

G) Evaluación de la capacidad de un embalse

Es un caso particular de cubicación por medio de perfiles transversales, pero estratificados horizontalmente, con total aprovechamiento de las curvas de nivel.

El método sencillo consiste en sumar los volúmenes comprendidos entre curvas de nivel consecutivas que se cierran con la presa que se pretende construir. Aunque el cálculo se puede aproximar todo lo que se quiera, es frecuente emplear relaciones sencillas que otorgan una aproximación suficiente.

$$V = \frac{B_1 + B_2}{2} h + \frac{B_2 + B_3}{2} h + \dots + \frac{B_{n-1} + B_n}{2} h = \frac{h}{2} [B_1 + 2B_2 + 2B_3 + \dots + 2B_{n-1} + B_n] =$$

$$V = h \left[\frac{B_1}{2} + B_2 + B_3 + \dots + B_{n-1} + \frac{B_n}{2} \right]$$

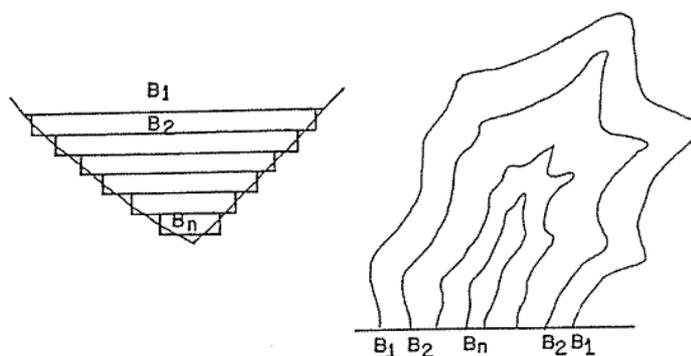
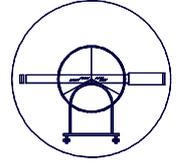


Figura Número 41.- Planta y sección de un embalse



Como entre el estrato más profundo y el fondo del embalse hay un espacio pequeño, se compensa, abreviando la relación:

$$V = h \left[\frac{B_1}{2} + B_2 + B_3 + \dots + B_{n-1} + B_n \right]$$

También es usual la no coincidencia de la línea de máximo embalse con B_1 . Simplificando:

$$V = h [B_1 + B_2 + B_3 + \dots + B_{n-1} + B_n]$$

relación que puede utilizarse como resultado aproximado.

H) Cálculo de desmontes por estratos horizontales

De igual manera que en el caso de un embalse, se puede obtener el volumen en desmonte de un determinado territorio.

1.3.4. LA PROBLEMÁTICA DE LA REPRESENTACIÓN CARTOGRÁFICA

1.3.4.1. Los desarrollos cartográficos

Dado que las superficies de aproximación de la tierra, esfera y elipsoide no son desarrollables, se utiliza el sistema de proyectar desde un lugar determinado los puntos situados en la superficie de aproximación sobre una superficie que sea desarrollable: plano, cilindro y cono.

Las proyecciones geométricas se denominan de la siguiente forma, según la situación del punto de proyección: gnomónica, estereográfica, escenográfica y ortográfica.

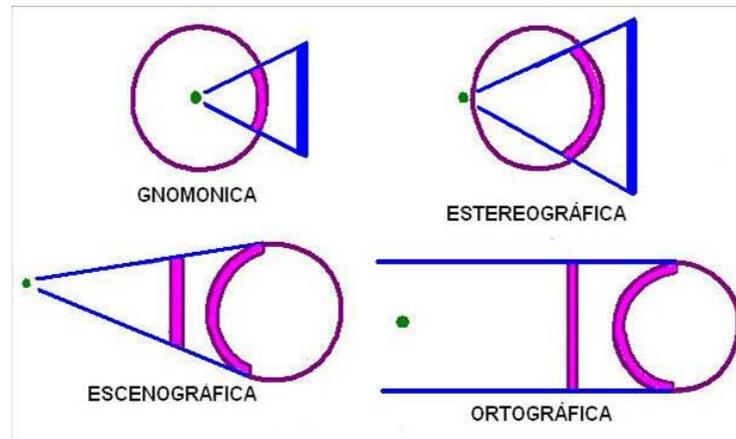


Figura Número 42.- Las proyecciones geométricas

Las proyecciones así efectuadas sobre un plano, un cono y un cilindro determinan las metodologías más empleadas en cartografía.

La forma de proyectar, así como la superficie desarrollable elegida, determinan el sistema cartográfico. Hay sistemas que conservan las distancias a lo largo de direcciones caracterizadas, las superficies o los ángulos. Cada uno de ellos determina un modo cartográfico: sistema equidistante, equivalente y conforme.

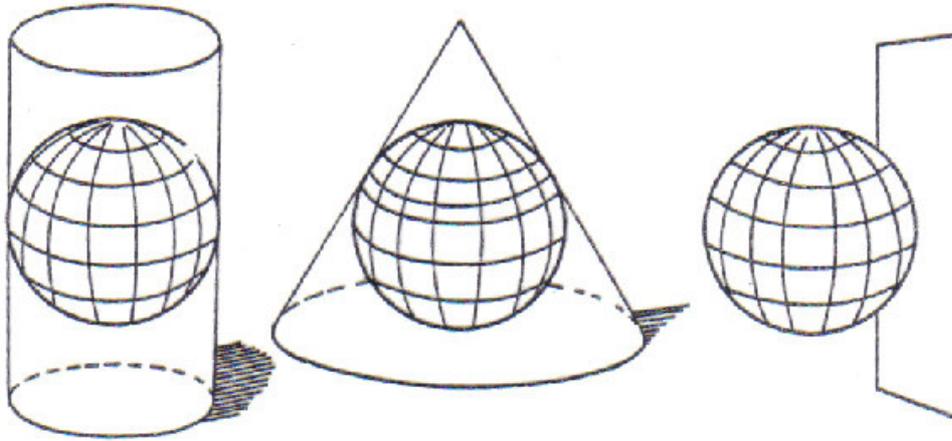
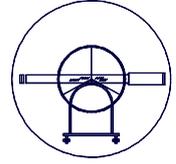


Figura Número 43.- Los desarrollos cartográficos

1.3.4.2. Sistemas usuales

El sistema cartográfico más utilizado se fundamenta en la proyección de Mercator, disponiendo el cilindro tangente a un meridiano. Se denomina proyección UTM (Universal, Transversa, Mercator).

La universalidad se basa en la movilidad del cilindro donde se realiza la proyección. Se utilizan husos de 6° de amplitud, que se numeran del 1 al 60 a partir del meridiano de 180° de longitud respecto de Greenwich, que separa los husos 30 y 31.

La proyección es conforme siendo el meridiano central de cada huso automecoico, teniendo como representación una recta.

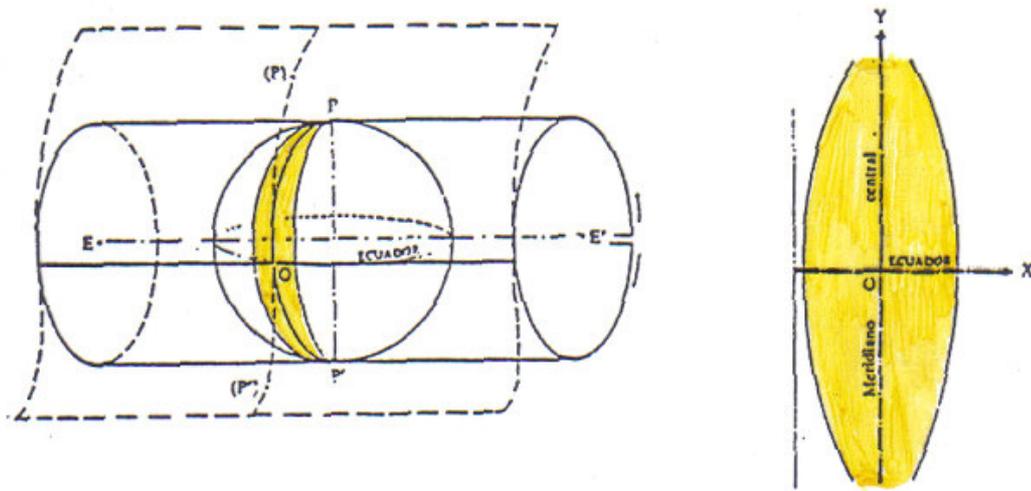
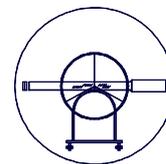


Figura Número 44.- Situación del cilindro transverso

Se adopta como modelo de la Tierra el elipsoide de revolución de Hayford, tangente interiormente a un cilindro, cuyo eje está situado en el plano del Ecuador.



Esta proyección es recomendable para la representación de casi todos los países, exceptuando las zonas situadas a $\pm 80^\circ$ de latitud, que deben complementarse con estereografía.

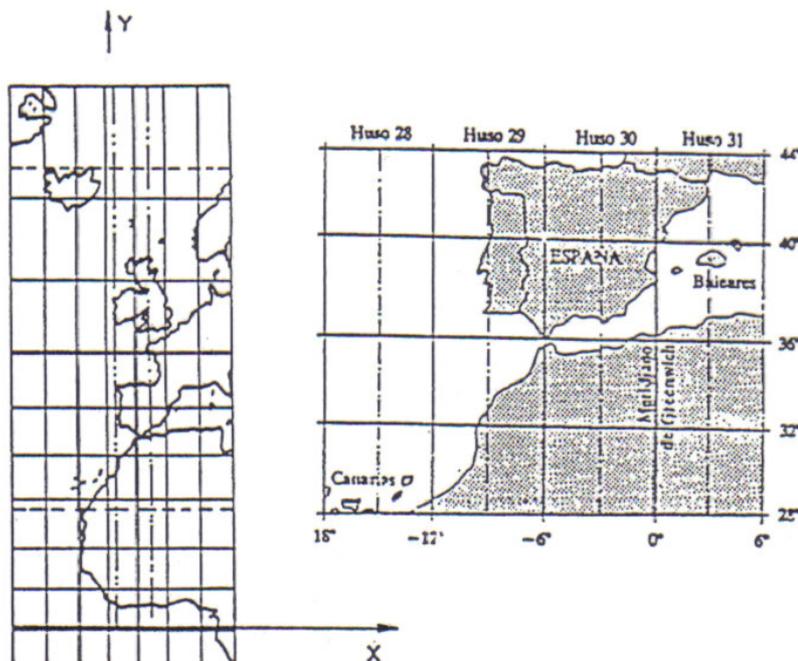


Figura Número 45.- Situación de España en la referenciación U.T.M.

Las condiciones que se imponen en esta proyección son:

- Proyección conforme.
- Meridiano central del huso, automecoico.
- El ecuador y el meridiano central de cada huso se representan por líneas rectas.
- El origen de coordenadas es la intersección del recuadro con el meridiano central del huso.

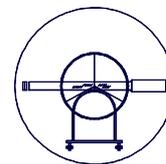
En España, comprendida entre los husos 28, 29, 30 y 31, se adopta como huso fundamental el 30. Con el fin de trabajar con coordenadas positivas en el territorio peninsular se retranquea el meridiano central del huso 30, 500 km. hacia el Oeste.

1.4. LECTURA DE MAPAS Y PLANOS

1.4.1. INTRODUCCIÓN GENERAL

1.4.1.1. Situación cartográfica actual

En la producción cartográfica intervienen organismos y entidades que se encargan de poner a disposición de los usuarios interesados la información geográfica básica para los diversos cometidos de aplicación. Sin carácter exhaustivo se pueden discretizar los actuales productores de cartografía topográfica de la forma siguiente.



A) Cartografía producida por organismos a nivel nacional

a) Cartografía oficial

Es la realizada para cubrir todo el territorio nacional y tiene una finalidad básicamente civil. La formación y producción de este tipo de cartografía las realiza el Instituto Geográfico Nacional (IGN), que tiene, además, otras actividades conectadas con la cartografía:

- Proyecto, observación y cálculo de la Red Geodésica Nacional.
- Proyecto, observación y cálculo de la Red de Nivelación de Alta Precisión.
- Sistema de Información Geográfica (SIG).
- Imágenes de los satélites Landsat y Spot de todo el territorio nacional.
- Ortoimágenes.

Entre las publicaciones más caracterizadas del IGN, para usos en ingeniería, destacan:

- Mapas nacionales a diversas escalas.
- Mapas autonómicos a diversas escalas.
- Mapas provinciales a escala 1/200.000.
- Ortoimágenes E: 1/100.000 del sensor TM del satélite Landsat 5.
- Mapa Topográfico Nacional a escala 1/50.000.
- Mapa Topográfico Nacional a escala 1/25.000.
- Mapas temáticos (sismoestructural, sismotectónico, gravimétrico, magnético, etc.).

b) Cartografía militar

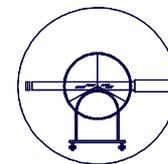
Es la realizada para ser utilizada fundamentalmente para fines militares. Se forma y se produce en el Servicio Geográfico del Ejército (SGE). La cartografía militar está muy imbricada con la civil y en la actualidad es de libre difusión en la mayor parte de las escalas producidas. Entre las publicaciones más caracterizadas del SGE, para usos en ingeniería, destacan:

- Mapas serie 5V a escala 1/25.000.
- Mapas serie L a escala 1/50.000.
- Mapas serie C a escala 1/100.000.
- Mapas serie 2C a escala 1/200.000.

c) Cartas marinas

Este tipo de cartografía tiene el objetivo de proporcionar al navegante la información náutica necesaria para facilitar una navegación segura. Se forma en el Instituto Hidrográfico de la Marina (IHM). La labor cartográfica se fundamenta en los levantamientos hidrográficos con buques especializados. Las cartas de mayor interés para la ingeniería son las siguientes:

- Portulanos o cartas de puertos a escalas superiores a 1/25.000. Proporcionan información adicional.



- Cartas de aproches: son cartas a escala 1/25.000.
- Cartas de navegación costera: están a escalas comprendidas entre 1/50.000 y 1/200.000.
- Cartas de arrumbamiento: a escalas entre 1/200.000 y 1/300.000.

d) Mapas aeronáuticos

Son realizados por el Servicio Cartográfico y Fotográfico del Aire. Confecciona planos a escala 1/2.000 de las áreas de influencia de los aeropuertos. La principal obra cartográfica es el Mapa Aeronáutico de España a escala 1/1.000.000.

B) Cartografía producida por organismos a nivel regional o local

Existen multitud de organismos o entidades que en la actualidad están realizando cartografía. En general, predominan las siguientes variedades de planos:

- Escalas 1/5.000 ó 1/10.000 a nivel regional, es decir, cubren una determinada región autónoma.
- Escala 1/2.000 a nivel de núcleos de población consolidados de una región. Al igual que los anteriores los suelen realizar los diferentes gobiernos autonómicos.
- Escalas 1/1.000 y 1/500 para ingeniería, particularizados para zonas concretas son realizados generalmente por entidades locales o gabinetes de ingeniería.

1.4.1.2. Sistemas más utilizados de referenciación

Un plano o mapa está referenciado planimétricamente y altimétricamente con relación a un sistema predeterminado que depende de la superficie de aproximación de la Tierra adoptado, del tipo de proyección y de la referencia altimétrica que se adopte.

En la cartografía española es muy usual referir las altitudes al nivel medio del Mediterráneo en Alicante y emplear la Proyección Universal Transversa Mercator (UTM), utilizando el elipsoide de Hayford con datum en Postdam (datum europeo).

En la figura se incluye la información referencial del Mapa Topográfico Nacional 1/50.000 y 1/25.000 en edición moderna. Las hojas antiguas existentes utilizan el elipsoide de Struve y sistema de proyección poliédrica.

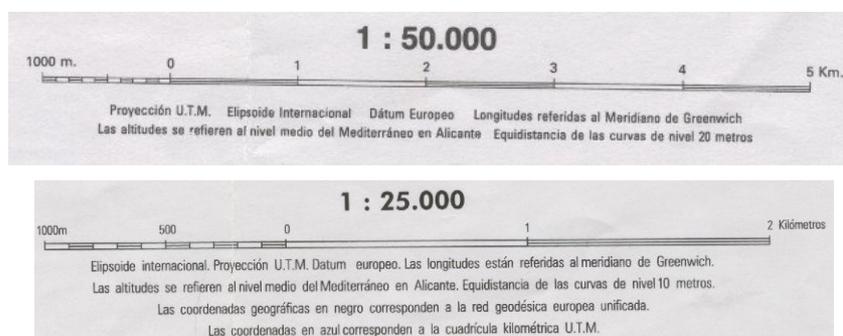
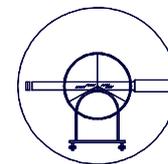


Figura Número 46.- Referenciación de los mapas topográficos nacionales actuales



La cartografía militar a escala 1/100.000 está calculada sobre el elipsoide de Struve, en proyección Lambert. En la actualidad, se superponen la cuadrícula Lambert y la cuadrícula UTM.

Usualmente se informa en estos dos tipos de cartografía de las coordenadas geográficas geodésicas, longitud y latitud. La longitud tiene por origen el meridiano de Greenwich. Las hojas antiguas del Mapa Topográfico Nacional a escala 1/50.000 tienen el origen de longitudes en el meridiano que pasa por el observatorio de Madrid. Los planos utilizados en ingeniería están generalmente referenciados en coordenada UTM.

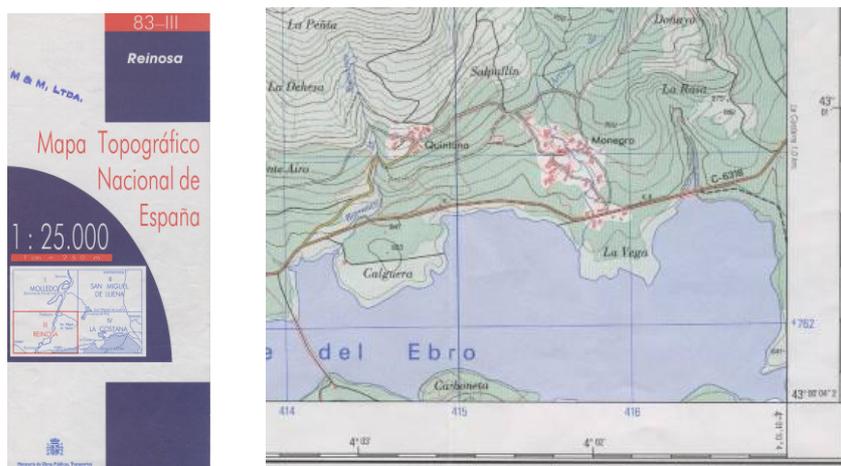


Figura Número 47.- Coordenadas geodésicas del Mapa Topográfico Nacional

1.4.1.3. Información geográfica adicional

Los mapas topográficos nacionales proporcionan información sobre aspectos geográficos de interés general como declinación o convergencia de la cuadrícula.

- Declinación magnética: informa, para un punto del territorio centrado en la hoja, el valor del ángulo entre el norte geográfico y el norte magnético, en una fecha concreta. También se informa de la variación de la misma.
- Convergencia de cuadrícula, ángulo que en el centro de la hoja forma el eje de ordenadas del sistema referencial adoptado (usualmente la proyección UTM) con la dirección del norte geográfico.

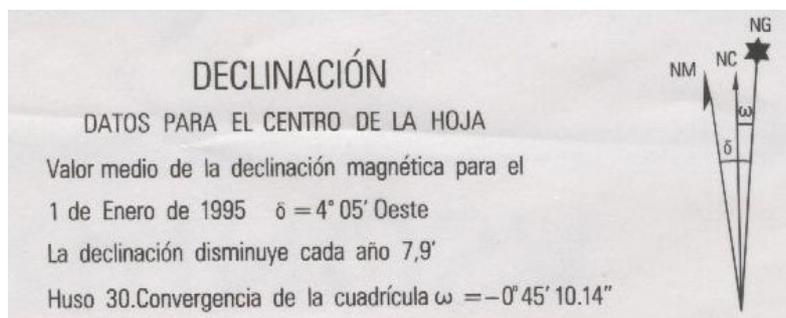
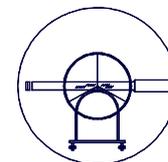


Figura Número 48.- Información complementaria



1.4.2. ASPECTOS PARTICULARIZADOS DE LOS MAPAS Y PLANOS

1.4.2.1. Condicionantes básicos

Los mapas y planos están destinados, usualmente, a ofrecer información métrica, como objetivo primordial, y tan solo una parte de la información temática general que se puede obtener con una simple observación.

Mientras que los mapas topográficos suelen tener información casi al límite de la capacidad posible tanto temática como toponímica, los planos realizados por entidades privadas están muy por debajo de la información que por escala o finalidad pudieran tener. El condicionante económico y la generalizada falta de control cartográfico condicionan la calidad del producto final.

1.4.2.2. Asentamientos urbanos y vías de comunicación

Dependiendo de la escala, tienen representación concreta tanto los edificios aislados como los bloques o manzanas.



ESCALA 1/50.000

ESCALA 1/25.000

ESCALA 1/5.000

Figura Número 49.- Influencia de la escala del plano o mapa

Las vías de comunicación suelen estar jerarquizadas según su importancia. En escalas pequeñas, suelen grafarse con mayor anchura para remarcar su importancia.

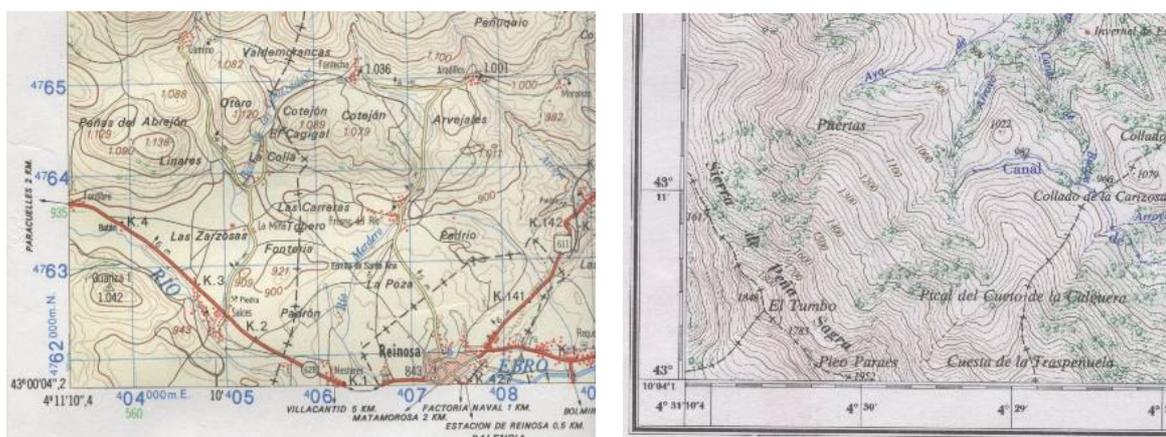


Figura Número 50.- Jerarquización de la información geográfica

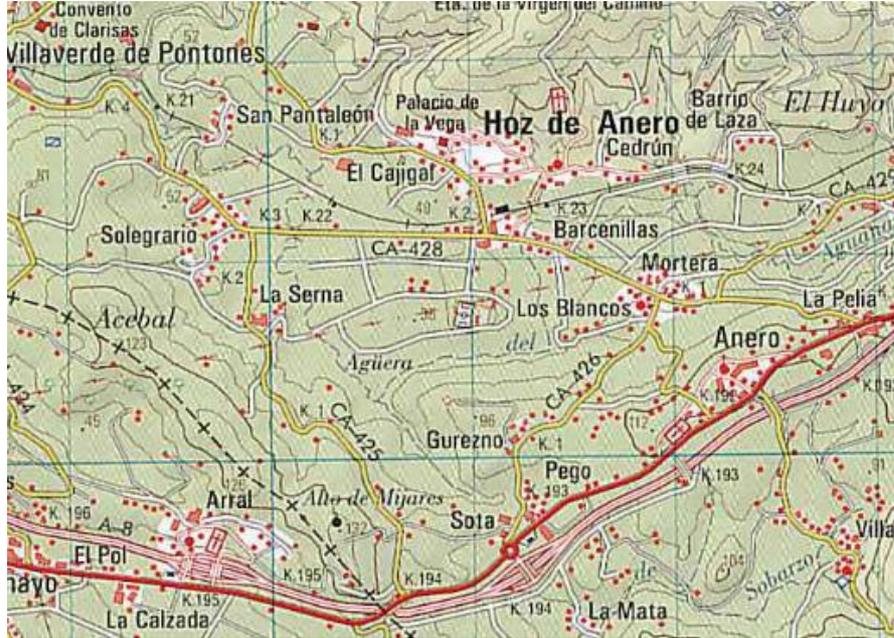
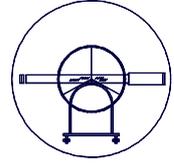


Figura Número 51.- Mapa topográfico del SGE

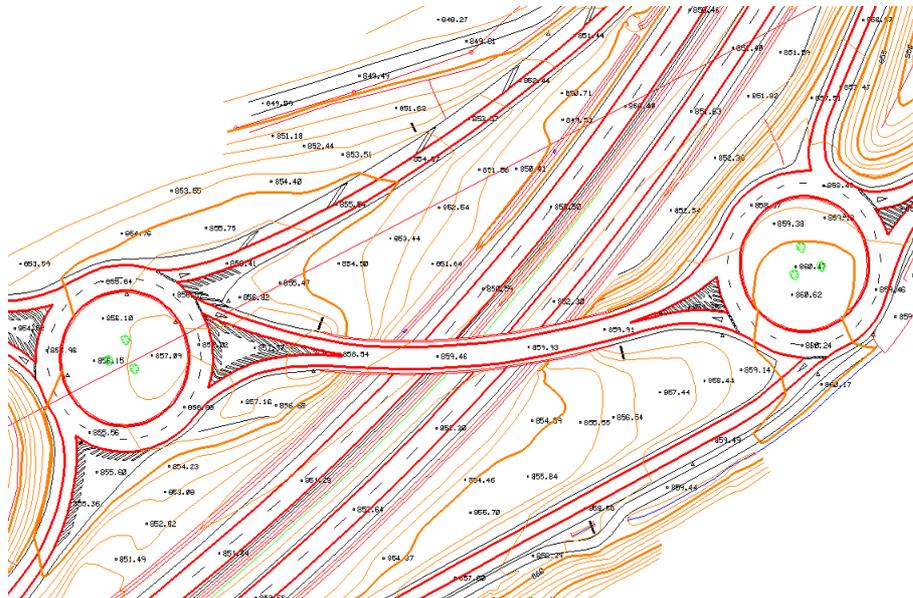


Figura Número 52.- Plano topográfico a escala 1/2.000

En los mapas topográficos, las vías de comunicación tienen una simbología convencional preestablecida y definida. También se especifican en los mapas la categorización de los núcleos de población y la separación de las diversas divisiones administrativas: nación, región, provincia, etc.

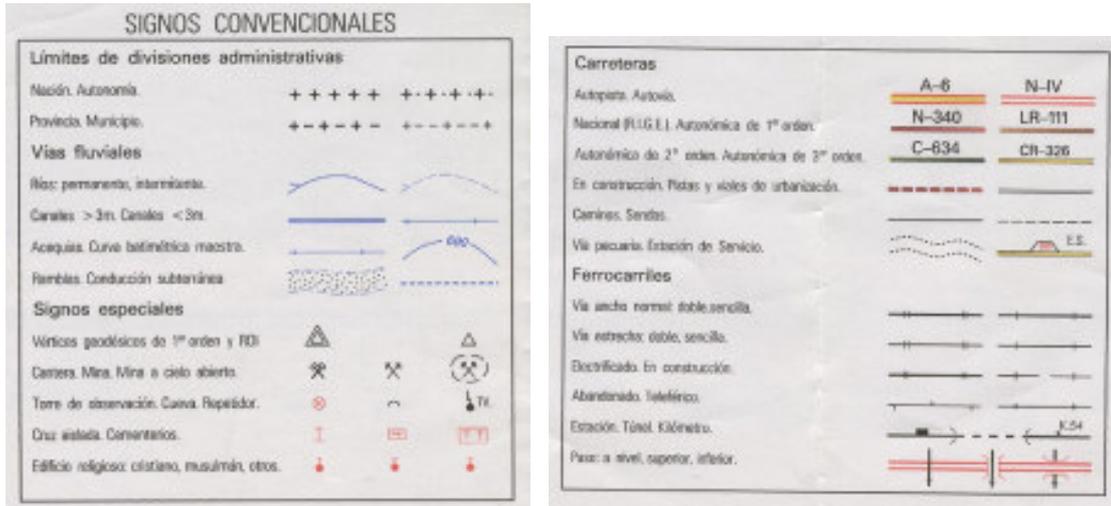
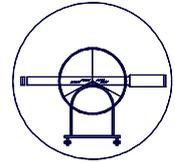


Figura Número 53.- Leyenda y signos convencionales del MTN25

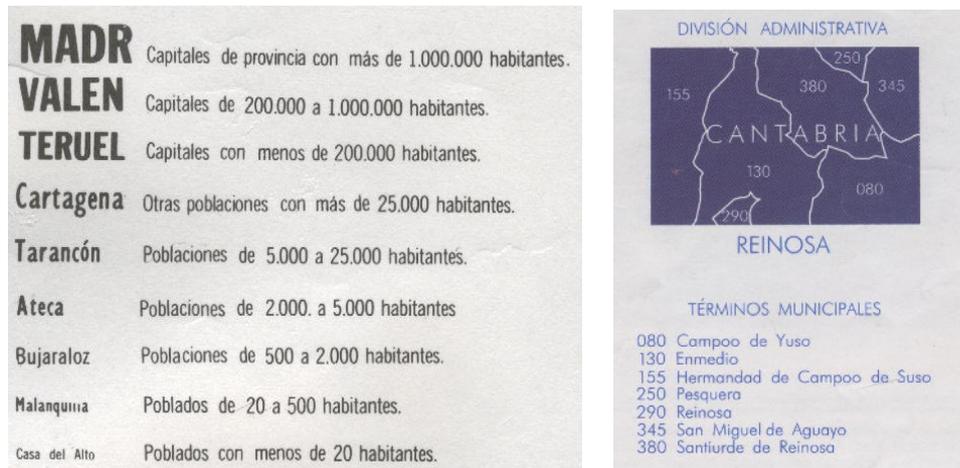


Figura Número 54.- Divisiones administrativas del MTN25

1.4.2.3. Hidrografía marina e interna

La hidrografía analiza la información concerniente a aguas, ya sean marinas o internas. Se representan por masas o líneas de color azul.

El problema más importante es la definición de la línea de costa real ya que la marea o el propio oleaje no permiten la completa definición. En teoría, la separación de la zona mar-tierra debería ser la cota cero.

Se denomina strand a la zona de litoral que es batida por la marea. Depende de la pendiente del litoral y de la magnitud de la marea en la zona.

Se denomina línea de separación de la zona marítimo-terrestre a una línea real, posicionada en el terreno que tiene vigencia administrativa, aunque no tenga ninguna propiedad ni altimétrica ni planimétrica.

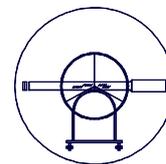


Figura Número 55.- Representación de zonas costeras en el MTN25

También tienen representación las corrientes naturales (ríos, arroyos, torrentes, ramblas ...) y las corrientes artificiales (canales, acequias, ...). Todos tienen su símbolo.



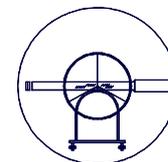
Figura Número 56.- Símbolos usuales de hidrografía en el MTN25

Otros datos hidrográficos que también suelen incluir los mapas topográficos son: manantiales, pozos, fuentes, estanques, albercas, abrevaderos, salinas, etc.

1.4.2.4. Vegetación y usos del suelo

Los datos más variables de incluir en un mapa o plano son los relativos a la vegetación y a los cultivos. Graficar los usos agrarios del suelo resulta difícil dada la gran variabilidad de datos a incluir. Los principales problemas de la representación son los siguientes:

- Identificar el cultivo representativo de un lugar.
- Usos susceptibles de cambios a corto plazo.
- Dada la gran variedad de especies se produce mucha confusión en la lectura.



Existen signos convencionales para informar de los cultivos y de los usos del suelo.



Figura Número 57.- Signos convencionales para cultivos y usos de suelo del MTN25

En los planos a escala 1/10.000, 1/5.000 ó 1/2.000, la simbología no es tan exhaustiva, a pesar de las ventajas relativas a la escala. Suelen utilizar letras indicativas para señalar el tipo de cultivo: Ma (monte alto), Mb (monte bajo), Pd (pradería), etc.

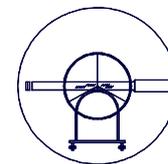


Figura Número 58.- Indicación de cultivos en un plano

1.4.2.5. Información adicional

También suele grafarse la información adicional de muy diversa funcionalidad:

- Vértices geodésicos.
- Canteras y minas.
- Iglesias, ermitas, cementerios.
- Molinos.
- Torres, castillos y faros.
- Centrales eléctricas.
- Líneas eléctricas.



Signos especiales		
Vértices geodésicos: 1º, 2º y 3º orden		
Cantera. Mina. A cielo abierto		
Torre de observación. Cueva. Repetidor TV.		
Cementerios		
Iglesia. Ermita. Cruz aislada		
Molino: de viento, de agua		
Castillo. Torre. Faro		
Edificio aislado. Corral. Ruinas		
Central eléctrica: hidráulica, térmica, nuclear		
Depósito: elevado, a nivel del suelo, subterráneo		
Pozo. Fuente. Manantial. Abrevadero		
Oleoducto. Teleférico		
Línea eléctrica. Alambreada		
Muro. Muro de contención (dique)		
Desmonte. Terraplén		
Curva altimétrica, intercalada, hoya		
Curva batimétrica. Salinas		

Figura Número 59.- Simbología adicional en los MTN25

1.4.3. INTRODUCCIÓN A LOS SISTEMAS CARTOGRÁFICOS NUMÉRICOS

1.4.3.1. Introducción a los sistemas de georreferenciación

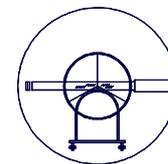
El plano o mapa constituye el soporte de información y comunicación más usual, a pesar de su abstracción y subjetividad, por tener una interpretación o lectura más fácil y estructurada que cualquier otra forma de comunicación científica. Su aplicación se ha generalizado en el estudio de las ciencias, en sentido global y sobre todo en las que de una manera directa inciden sobre el territorio: explotaciones mineras, ordenación del territorio, obras públicas, transportes, comunicaciones, medio ambiente, excavaciones arqueológicas. De ahí, la gran producción cartográfica de los últimos años, tanto de cartografía topográfica como temática, por parte de las diversas administraciones, entidades, empresas y profesionales.

Se puede asegurar que el mapa o, mejor, la información cartográfica, constituye la herramienta fundamental para el análisis, toma de decisiones y seguimiento de todas las actividades relacionadas de una u otra manera con el territorio.

Entendiendo el mapa como medio de comunicación, el proceso cartográfico ha de cuidarse para conseguir una transmisión eficaz y precisa de la información. Lo primero es captar la información geográfica de forma adecuada para con posterioridad realizar el tratamiento correcto.

En los últimos años, tanto la forma de captar la información, como la manera de realizar el posterior proceso cartográfico, han evolucionado de una forma extraordinaria.

La captación de información en la etapa previa a la utilización de nuevas metodologías y nuevos instrumentos era una auténtica odisea, siendo siempre puntual e "in situ". La confección de cartografía por métodos clásicos obligaba al



cartógrafo a hacer la selección antes de la toma de información, de tal manera que se representaba un territorio como un conjunto de puntos cuyos parámetros espaciales había que determinar uno a uno. Es necesario pensar en esos planos levantados con planchetas, brújulas y otros goniómetros estadimétricos.

Con la puesta a punto de los equipos electrónicos (estaciones topográficas y niveles digitales) y la incorporación del Sistema de Posicionamiento Global a los trabajos geodésicos, se ha dado un impulso definitivo a una nueva forma de captar y tratar la información.

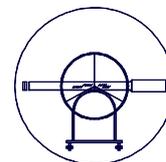
Bien mediante una estación topográfica o un GPS, una vez obtenida una colección de datos (x, y, z, atributo) relativos a una zona del territorio, es posible configurar una nube de puntos, susceptibles de formar un modelo digital del terreno (MDT). Un MDT es una representación analítica de las características del terreno mediante el sistema “coordenadas/atributos”, almacenadas en un soporte para que en su posterior procesado permita una explotación útil, completa y fiable, consiguiendo la automatización del procedimiento de captura de información.

Las ventajas más inmediatas al automatizar el proceso cartográfico son:

- La información se registra en un soporte totalmente estable, pudiendo realizar copias de seguridad de manera fácil, rápida y económica.
- El almacenamiento es fácil y poco voluminoso, y mantiene la precisión geométrica, pues los soportes analógicos, aún siendo indeformables, sufren con el tiempo desajustes dimensionales.
- La puesta al día de la información es fácil y rápida, y es susceptible de tratamientos geométricos propios del soporte digital.
- Posibilidad de cambio de sistema de referencia y de escala, y posibilidad de seleccionar la parte de información que sea necesaria.
- Posibilidad de integrar la información cartográfica con bases de datos monográficos, y acelerar el proceso de producción de mapas, acortando el tiempo entre la toma de datos y la edición.
- Eliminar las partes más tediosas de la producción cartográfica como es el dibujo, cortado de máscaras, rotulación, simbología, etc., que requieren en general personal muy especializado, reduciendo los costes cuando la cadena de producción es operativa.

Después de todo lo expuesto, las técnicas de análisis y representación de datos espaciales en el ámbito regional pasan por un tratamiento informático para hacer posible que el volumen y variedad de datos de tipo físico, social y económico puedan almacenarse, tratarse y recuperarse, dando todo ello lugar a los Sistemas de Información.

Un Sistema de Información se puede definir como un archivo de datos constantemente actualizado, que al consultarlo se pueda obtener de forma idónea la información solicitada por el usuario. En función del tipo de datos almacenados, así se denominará al sistema. Será un Sistema de Información Geográfica cuando se nutra al sistema de información sobre datos que posean una localización geográfica, sobre un soporte bien referenciado (SIG).



La puesta en soporte informático de toda la cartografía clásica derivada o temática, con una estructuración adecuada, constituye una Base Cartográfica Numérica (BCN) y la puesta en soporte informático, de información no estrictamente cartográfica pero referenciable espacialmente como datos descriptivos de algún resto, caracterización del soporte, etc., constituye una Base de Datos Monográficos (BDM).

El SIG será la fusión de un BCN y una BDM, de tal manera que el SIG debe recoger datos sobre situación y características de elementos geográficos y organizarlos en las correspondientes Bases de Datos (BD), que deben estructurarse de forma que resuelvan rápidamente las demandas de información. La estructuración en BD de la información se ha de hacer tanto por temas como por escalas, siendo el nexo común la localización geográfica.

1.4.3.2. Tratamiento informatizado de la cartografía numérica

La cartografía numérica (digital) puede ser tratada por programas especialmente diseñados para ello. Entre los más utilizados está MicroStation, que será analizado secuencialmente durante la formación del alumno en estas disciplinas. En esta primera asignatura se tratarán tan solo los siguientes contenidos:

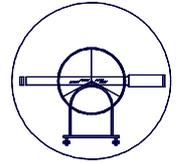
- Manejo de herramientas básicas del entorno gráfico.
- Herramientas de medida.
- Labores de digitalización y ensamblaje.
- Modelos digitales y perfiles.

Estos contenidos serán esbozados en las clases teóricas y tendrán su reflejo práctico en las actividades de campo y gabinete, en grupos reducidos frente al ordenador.

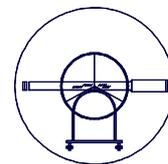
1.4.4. CONSIDERACIONES FINALES SOBRE LA INFORMACIÓN CONTENIDA EN LOS PLANOS

La información contenida en los planos depende fundamentalmente de las exigencias impuestas a la empresa especializada que realiza el trabajo y al control de calidad que impone el particular o la Administración que encarga el trabajo. Para una misma escala, y para zonas parecidas, las hojas resultantes pueden contener una información muy diferente.

Para planos encargados por administraciones locales o regionales existe una serie de símbolos convencionales que complementan la información métrica incluida en todo plano.



2. INCERTIDUMBRE EN LA MEDIDA. APLICACIÓN A LA TOPOGRAFÍA Y GEODESIA



2.1. NECESIDAD Y LÍMITES DE SU ESTUDIO. LA MEDIDA COMO VARIABLE ALEATORIA

2.1.1. INEVITABILIDAD, CAUSAS Y TIPOS DE ERRORES

Toda técnica de medida está sometida a la inevitable dependencia de los errores. En Topografía, las operaciones a realizar se reducen, en último extremo, a medir distancias y ángulos, y por tanto está inmersa en el contexto global de los errores.

Como principales causas del error pueden argumentarse las siguientes:

- a) Limitación de los sentidos. La visión humana tiene un límite de percepción del cual no se puede pasar. Toda medición realizada con intervención de la vista no será nada más que aproximada. Algo similar ocurre con el tacto, cuando se manipulan los instrumentos topográficos.
- b) Instrumentales. Los propios aparatos topográficos han sido contruidos con unas limitaciones específicas. Un aparato no diseñado para evaluar segundos ofrece un resultado en grados y minutos. Los segundos contenidos en ese ángulo no quedan registrados.
- c) Condiciones ambientales. Las condiciones atmosféricas hacen cambiar las lecturas (temperatura, presión, humedad, viento, refracción, etc.).

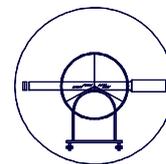
Todas estas causas condicionan el trabajo topográfico, haciendo que las lecturas tomadas en campo no sean nada más que aproximadas. Se denomina error a la diferencia entre un valor obtenido y el real.

Los errores pueden clasificarse de las formas siguientes:

- a) Groseros o equivocaciones. No son admisibles y son fácilmente evitables. Suelen representar variaciones sustanciales frente a la magnitud real. Se eliminan por medio de controles y verificaciones.
- b) Sistemáticos. Se presentan al realizar una medida y proceden de una causa permanente que obliga a cometerlo siguiendo una tendencia marcada. Al realizar operaciones escalonadas se van acumulando, siendo evitables con una metodología adecuada, sin necesidad de conocerlos.
- c) Accidentales. Proviene de la combinación de todas las causas posibles, no siguiendo una tendencia marcada. Son evaluables, pudiendo establecerse algún tipo de acotación, pero son inevitables.

Es bien conocido que, en general, dos o más medidas de un mismo mensurando (ángulo o distancias) no conducen a un mismo resultado, sino que muestran una dispersión. Los valores medidos son diferentes. Cuando se hace un número suficientemente grande de medidas bajo las mismas circunstancias se ve que las observaciones siguen un cierto modelo, que puede ser descrito por las siguientes características:

- Todas las observaciones fluctúan alrededor de un valor central, que puede ser representado en una gráfica por un punto o una línea.



- Las desviaciones positivas y negativas de este valor central son igualmente frecuentes.
- Las pequeñas desviaciones son más frecuentes que las grandes.

Las observaciones se pueden agrupar de acuerdo con su magnitud en clases y su distribución se puede mostrar gráficamente mediante una representación. Grafiando los límites de las clases a intervalos iguales de la abscisa, la frecuencia de las observaciones en el intervalo se representa por el área del rectángulo con la base igual al intervalo y una altura igual al número de observaciones en el intervalo.

En la figura se da un ejemplo de representación donde quedan reflejadas las frecuencias de unas lecturas, para determinar la precisión en la orientación de la visual con un teodolito. El intervalo entre dos clases es de 0,2 segundos sexagesimales de arco. El teodolito es de gran precisión.



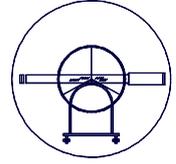
Figura Número 60.- Frecuencias de las observaciones

Las observaciones topográficas, cuando son representadas de esta manera, dan representaciones muy similares. Las frecuencias más bajas están agrupadas, aproximadamente, de forma simétrica alrededor de un centro “de gravedad” de la figura resultante. Inmediatamente surge la necesidad de estudiar la medida como una variable aleatoria.

2.1.2. INTRODUCCIÓN AL ESTUDIO DE UNA VARIABLE ALEATORIA

A. Introducción

Variable aleatoria es una variable que toma unos valores llamados resultados con una cierta probabilidad. Si los resultados que puede tomar son finitos o infinitos pero numerables, dicha variable se denomina variable discreta, mientras que si pueden tomar incontables valores en ese intervalo se dice que es una variable continua. Es en este último apartado donde se centra el estudio en el ámbito de la teoría de la medida. Al realizar una determinada medida (longitud, ángulo, ...) ésta puede tomar los valores que otorgue la precisión del instrumento (1 milímetro, 0,5 segundos centesimales, ...). En determinaciones de precisión, es habitual tratar las variables aleatorias como resultados continuos dada la proximidad de los diferentes valores discretos propios.



Las formas de expresar la distribución de probabilidad de las variables aleatorias continuas es mediante la función de densidad y la función de distribución.

B. Función de densidad y función de distribución

La forma más directa de expresar el comportamiento de una variable aleatoria X es mediante su función de probabilidad (probabilidad de cada clase de la distribución X) si es discreta y mediante su función de densidad de probabilidad si se trata de una función continua, que serán las que se estudien en este apartado, tal y como se ha establecido.

La función de densidad $f(x)$ no representa probabilidades, ahora bien, si consideramos $f(x) \cdot \Delta x$ siendo Δx un valor finito y pequeño, este resultado es aproximadamente igual a la probabilidad siguiente:

$$\Pr[x \leq X \leq x + \Delta x] = \int_x^{x+\Delta x} f(t) dt$$

Una función obtenida a partir de ésta es la función de distribución de manera que según que la variable aleatoria sea discreta o continua se habla de función de distribución discreta o continua.

Se llama función de distribución de una variable aleatoria X a la función:

$$F(x) = F_X(x) = \Pr(X < x)$$

Igual a la probabilidad de que X tome valores más pequeños que "x". Las funciones continuas de distribución se pueden poner en la forma:

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt$$

siendo $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = 1$ y no siendo $f(x)$ negativa.

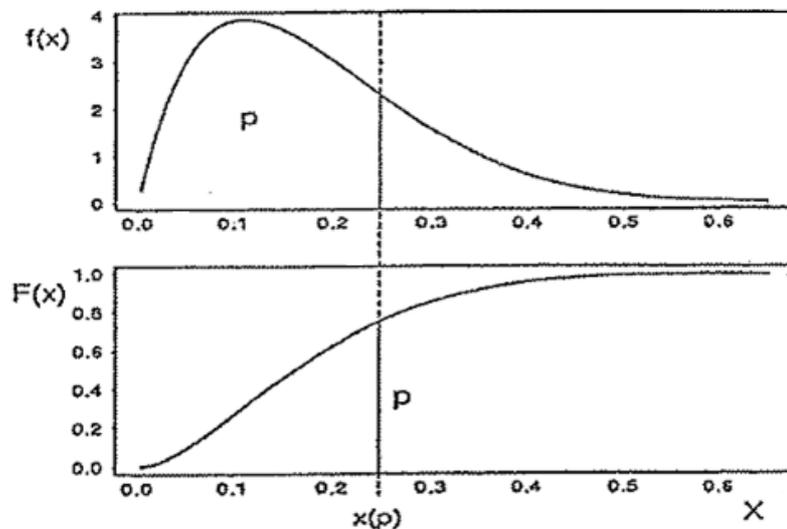
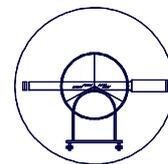


Figura Número 61.- Funciones de densidad y distribución



La primera establece la valoración puntual o por tramos de la probabilidad del espacio muestral considerado. La segunda la valoración acumulada de la probabilidad.

Existen infinitas funciones que se acomodan a las diferentes variables aleatorias que se utilizan en el ámbito de la medida.

C. Momentos de variables aleatorias continuas

Se define momento de una variable aleatoria continua al siguiente valor:

$$M_a^k = \int_R (x-a)^k f(x) dx$$

a .. valor respecto al que se establece el momento.

k .. orden del momento; 1, 2, 3 ...

En el estudio elemental de las variables aleatorias se utilizan momentos que son característicos de las funciones de densidad definidas en términos de expectativas o desviaciones.

a) Esperanza o media.

a ... origen y k=1

$$M_0^1 = E(X) = \mu = \int_{-\infty}^{\infty} xf(x) dx$$

b) Varianza.

a ... la media y k=2

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x-\mu)^2 f(x) dx$$

En la teoría de la medida tiene gran trascendencia tanto el valor de la media como la dispersión, y es usual en Ingeniería recurrir al símil de relacionar el momento M_0^1 con el centro de gravedad y el momento M_μ^2 con el momento de inercia.

2.2. FUNCIONES DE DENSIDAD QUE SE APOYAN EN LA DISTRIBUCIÓN NORMAL

2.2.1. DISTRIBUCIÓN NORMAL

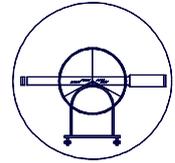
La distribución normal $N(\mu, \sigma^2)$ se caracteriza por tener, como parámetros característicos, los momentos $M_0^1(\mu)$ y $M_\mu^2(\sigma^2)$. Tiene como función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$$

sin duda ha sido la distribución más utilizada.

Usando el cambio de variable:

$$z = \frac{x-\mu}{\sigma}$$



se obtiene la distribución normal tipificada $N(0,1)$ que al estar tabulada permite el empleo universal de la distribución general $N(\mu, \sigma^2)$ y tiene como función de densidad:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$$

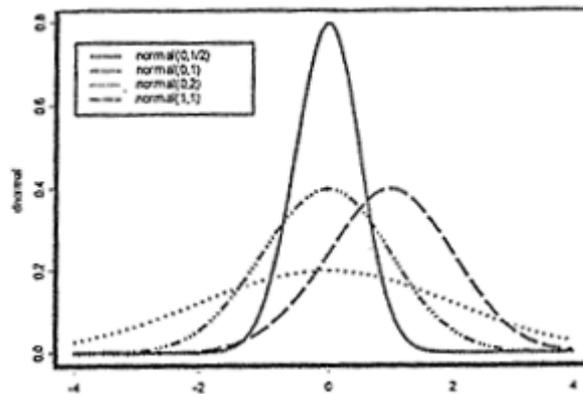


Figura Número 62.- Función de densidad de la distribución Normal

De esta forma, la utilización de la distribución Normal es muy sencilla:

a) Normal tipificada $z \sim N(0,1)$.

- $P=P[z \leq 1,96]$ (probabilidad p correspondiente al percentil $z(P)=1,96$: $p=0,975=97,5\%$).
- $P=P[z > 1,96]=1-0,975=0,025$: $p=2,5\%$
- Para probabilidades correspondientes a un percentil negativo se opera de la siguiente forma:

$$P(z < -1,64) = 1 - P(z \leq 1,64) = 1 - 0,9495 = 0,0505$$

$$P(z > -1,64) = P(z \leq 1,64) = 0,9495$$

- Probabilidad correspondiente a un intervalo.

Se trata de una combinación de los dos casos anteriores.

b) Normal cualquiera $N[\mu, \sigma^2]$.

Se realiza el cambio de variable y se actúa de igual forma.

Se supone $N[2, 2,25]$. Calcular $P(x \leq 4,1)$.

$$z = \frac{4,1 - 2}{1,5} = 1,4$$

$$P(z \leq 1,4) = 0,9192$$

Tabla de la distribución NORMAL $N(0,1)$ de GAUSS

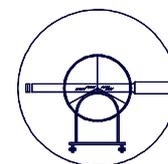


TABLA DE LA DISTRIBUCION NORMAL $N(0, 1)$

$$F_x(x) = P[X \leq x] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-1/2 x^2} dx$$

Valores de $F(x)$

x	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,1	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,2	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,3	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,4	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,5	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,6	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,7	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,8	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,9	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,0	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,1	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,2	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,3	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,4	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,5	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,6	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,7	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,8	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,9	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,0	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,1	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,2	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,3	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,4	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,5	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,6	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,7	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,8	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,9	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,0	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,1	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,2	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,3	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,4	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,6	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999

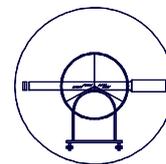
2.2.2. DISTRIBUCIONES DERIVADAS DE LA NORMAL

Existen tres funciones que se derivan de la normal que son ampliamente utilizadas en el ámbito de la metrología: Chi-cuadrado de Pearson, t de Gosset (Student) y F de Snedecor (en honor a Fisher). Estas funciones serán tratadas en otras asignaturas de la titulación de corte más matemático.

2.2.3. APROXIMACIÓN AL EMPLEO DE LA NORMAL Y SUS DERIVADAS EN METROLOGÍA ELEMENTAL

A. Población y muestra aleatoria

Todo problema de inferencia estadística está generado por desconocimiento de la función de densidad (distribución de la población). En la teoría de la medida, establecer una buena medición de un ángulo o una distancia llevaría a realizar infinitas observaciones (la población).



Pero tan solo se realiza un número determinado de observaciones (series), a partir de las cuales se desea determinar el valor deseado. De esta forma se obtiene un conjunto de valores que constituyen la muestra aleatoria. El número de repeticiones efectuadas se denomina tamaño de la muestra (n). La muestra debe ser representativa, obteniéndola mediante repeticiones independientes siguiendo un determinado procedimiento: muestra aleatoria simple.

En el ámbito de la teoría de la medida usualmente se trabaja en el siguiente ambiente conceptual:

Población de tamaño N : μ, σ^2 .

Muestra de tamaño n : \bar{x}, S^2 .

siendo:

$$\bar{x} \dots \text{media muestral} \dots \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$$

$$S^2 \dots \text{varianza muestral} \dots S^2 = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2$$

Con este panorama se puede considerar que los parámetros fundamentales de estudio son:

$$M_0^1 \rightarrow \mu \text{ y } \bar{x} \text{ (población y muestra).}$$

$$M_{media}^2 \rightarrow \sigma^2, S^2 \text{ (población y muestra).}$$

Según unos u otros sean conocidos se establece el oportuno contraste, dado que existe una concordancia de los parámetros μ , \bar{x} , σ^2 y S^2 con las distribuciones $N(0,1)$, t_{n-1} y χ_{n-1}^2 , como se establecerá en otras asignaturas de la titulación.

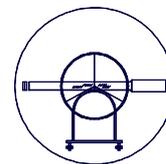
B. Muestreo de poblaciones con distribución normal

En la medida, la distribución normal tiene un gran protagonismo, dado que se ajusta al intrínseco sentido del objetivo. La distribución teórica $N(\mu, \sigma^2)$ desconocida, se aproxima por la obtenida a partir del muestreo, consiguiendo los estimadores de los parámetros fundamentales \bar{x} y S^2 .

- En primer lugar se obtiene como estimador de la hipotética población infinita la media de la muestra, es decir:

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_i$$

- A continuación se obtiene como estimador de la varianza de la hipotética población infinita la cuasi varianza de la muestra, es decir:



$$S^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1}$$

- La distribución real de la hipotética población infinita se puede estimar mediante una distribución normal de parámetros:

$$N(\mu, \sigma^2)$$

- Se obtiene como error medio cuadrático de la muestra, como estimador de la desviación típica de la hipotética población infinita:

$$e_c = \sqrt{\sum_{i=1}^N \frac{(x_i - \bar{x})^2}{N-1}} = \sqrt{S^2}$$

2.2.4. TRATAMIENTO SIMPLIFICADO DE LOS ERRORES EN LAS MEDIDAS

A. Planteamiento general

La variable normal es reproductiva respecto a ambos parámetros (μ, σ^2) si X e Y son dos variables independientes y normales de parámetros respectivos:

$$X = N(\mu_x, \sigma_x^2) \quad ; \quad Y = N(\mu_y, \sigma_y^2)$$

la variable aleatoria $Z = x + y$ es una variable normal y de parámetros:

$$Z = N(\mu_1 + \mu_2, \sigma_1^2 + \sigma_2^2)$$

de lo que se deduce:

$$\mu_z = \mu_x + \mu_y$$

$$\sigma_z^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2$$

En la mayor parte de los trabajos topográficos la medida final suele obtenerse como una composición o suma de varias mediciones intermedias. Considerando que cada una de las mediciones intermedias son variables aleatorias normales, la medida final, como composición de una colección de variables aleatorias normales, será también normal, siendo:

$$e_c^1, e_c^2, e_c^3, \dots, e_c^n$$

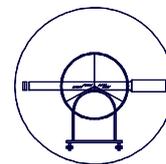
los errores medios cuadráticos de cada una de las mediciones intermedias:

$$(m_1, m_2, m_3, \dots, m_n)$$

por la reproductividad de la variable normal, el error medio cuadrático se obtendrá:

$$(e_c^1)^2 \rightarrow \sigma_1^2$$

$$(e_c^2)^2 \rightarrow \sigma_2^2$$



$$\begin{matrix} \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot \end{matrix}$$

$$(e_c^n)^2 \rightarrow \sigma_n^2$$

$$(e_c^f)^2 = \sigma_f^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \dots + \sigma_n^2 = (e_c^1)^2 + (e_c^2)^2 + \dots + (e_c^n)^2$$

$$e_c^f = e_c \sqrt{\sum_{i=1}^n (e_c^i)^2}$$

que es la expresión del error medio cuadrático final o conjunto.

Así pues, la composición de errores se realiza habitualmente en forma de media cuadrática. Una aplicación inmediata de lo visto anteriormente es el cálculo del error medio cuadrático de la media aritmética.

Cuando se realiza una serie de observaciones, cada una de estas observaciones, considerada aisladamente, se ve afectada de un error igual que el error medio cuadrático. El valor representativo de la colección de datos es la media aritmética de los propios datos. El error de esta media aritmética es menor que el error medio cuadrático de la colección de datos.

Dadas n observaciones,

$$x_1, x_2, \dots, x_n$$

la media será:

$$\bar{x} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n}$$

El error medio cuadrático de la media será:

$$e_n^m = \frac{1}{n} \sqrt{(e_c^1)^2 + (e_c^2)^2 + \dots + (e_c^n)^2}$$

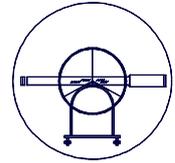
donde e_c^i es el valor de cada observación, que a priori es desconocido, pero que puede ser acotado por el valor del error medio cuadrático:

$$e_c^i \leq e_c$$

De aquí toma el error medio cuadrático de la media su verdadera expresión:

$$e_c^m = \frac{1}{n} \sqrt{\sum_{i=1}^n (e_c)^2} = \frac{1}{n} \sqrt{n(e_c)^2} = e_c \frac{\sqrt{n}}{n} = \frac{e_c}{\sqrt{n}}$$

obteniéndose el valor del error medio cuadrático de la media.



De aquí se deduce que el error medio cuadrático es inversamente proporcional a la raíz cuadrada del número de observaciones. La función se caracteriza por la rama asintótica en el eje de las abscisas. La estructura de la función:

$$y = \frac{1}{\sqrt{n}}$$

es de la forma:

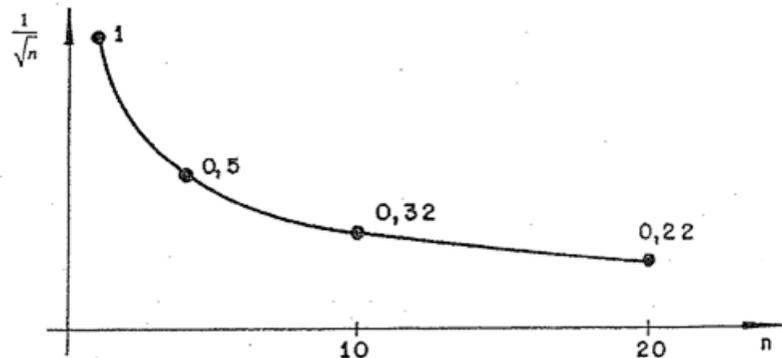


Figura Número 63.- Precisión y número de observaciones

No es aconsejable hacer más de 5/10 mediciones. Resulta más positivo variar las circunstancias de la medición.

Por lo tanto, resulta como expresión final de una serie de medidas:

Medida aislada: $x_i \pm e_c$

Valor más probable: $\bar{x} \pm e_c^m$

donde:

e_c = error medio cuadrático de las observaciones:

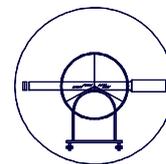
$$e_c = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}}$$

e_c^m = error medio cuadrático de la media:

$$e_c^m = \frac{e_c}{\sqrt{n}}$$

B. Observaciones con diferente peso

En Topografía existen circunstancias que generan mediciones evaluadas con diferente precisión (diferentes aparatos, diferente observador, diferentes condiciones, etc.). Hay que analizar la forma de ponderar la evaluación final.



Se tienen n valores $L_1, L_2, L_3, \dots, L_n$, provenientes cada uno de una serie distintas de observaciones. Cada uno tiene su propio error medio cuadrático previo al ajuste. El error cuadrático e_c^i determina el peso P_i o valor de cada observación en el proceso de ajuste. Se puede escribir la siguiente relación:

$$\frac{P_i}{P_i + 1} = \frac{(e_c^{i+1})^2}{(e_c^i)^2}$$

Los pesos son números arbitrarios pero con una estrecha relación entre ellos. Es habitual asignar peso unidad al de mayor error medio cuadrático. La media ponderada es:

$$L_m = \frac{P_1 \cdot L_1 + P_2 \cdot L_2 + \dots + P_n \cdot L_n}{P_1 + P_2 + \dots + P_n} = \frac{\sum_{i=1}^n P_i \cdot L_i}{\sum_{i=1}^n P_i}$$

La forma intuitiva de apreciar la función del peso en las observaciones es considerar la variación de la precisión a medida que se toman más datos para establecer la medida final.

Una medida aislada precisión .. e_c

El valor más probable . precisión .. $e_c^m = \frac{e_c}{\sqrt{n}}$

En cierta forma, el valor de n está definiendo una cualidad:

$$\text{Para } n = P_1 \dots e_c^{m1} = \frac{e_c}{\sqrt{P_1}} \rightarrow e_c = e_c^{m1} \sqrt{P_1}$$

$$\text{Para } n = P_2 \dots e_c^{m2} = \frac{e_c}{\sqrt{P_2}} \rightarrow e_c = e_c^{m2} \sqrt{P_2}$$

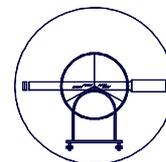
$$e_c^{m1} \sqrt{P_1} = e_c^{m2} \sqrt{P_2}$$

$$\frac{e_c^{m1}}{e_c^{m2}} = \frac{\sqrt{P_2}}{\sqrt{P_1}} \rightarrow \frac{(e_c^{m1})^2}{(e_c^{m2})^2} = \frac{P_2}{P_1}$$

De igual forma que se ha obtenido la precisión de una medición aislada y de la media se podía obtener el valor asignado a la media ponderada. Teóricamente no tiene ninguna dificultad. Se pone de manifiesto en el siguiente ejercicio el valor del error en la media ponderada.

SUPUESTO PRÁCTICO

Dos equipos miden una misma altura por métodos diferentes, con los siguientes resultados:



MÉTODO I	MÉTODO II
21,27 m.	20,84 m.
22,35 m.	20,94 m.
21,64 m.	21,69 m.
21,15 m.	21,30 m.

Calcular:

- Valores más probables.
- El error medio cuadrático de una medición aislada.
- El error máximo.
- El error medio cuadrático de las medias.
- Precisión de cada medida.
- Pesos de cada una de las medidas.
- Media ponderada.
- Error en la media ponderada.

RESOLUCIÓN

- Valores más probables.

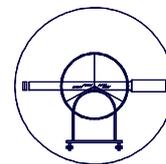
$$\text{Equipo I: } \mu_I = \frac{21,27 + 22,35 + 21,64 + 21,15}{4} = 21,6025$$

$$\text{Equipo II: } \mu_{II} = \frac{20,84 + 20,94 + 21,69 + 21,30}{4} = 21,1925$$

- El error medio cuadrático de una medición aislada.

EQUIPO I		
	ϵ	ϵ^2
21,27	0,3325	0,1106
22,35	-0,7475	0,5588
21,64	-0,0375	0,0014
21,15	0,4525	0,2048
$\Sigma=21,6025$	0	0,8756

$$e_c^I = \frac{0,8756}{3} = 0,54$$



El error medio cuadrático de una medición aislada en el Equipo I:

$$21,27 \pm 0,54$$

EQUIPO II		
	ε	ε^2
20,84	0,3525	0,1243
20,94	0,2525	0,0638
21,69	-0,4975	0,2475
21,30	-0,1075	0,0116
$\Sigma=21,1925$	0	0,4472

$$e_c^{II} = \frac{0,4472}{3} = 0,3860$$

El error medio cuadrático de una medición aislada en el Equipo II:

$$20,84 \pm 0,39$$

c) El error medio cuadrático de las medias.

Equipo I.

$$e_c^{mI} = \frac{0,54}{\sqrt{4}} = 0,270$$

Equipo II.

$$e_c^{mII} = \frac{0,386}{\sqrt{4}} = 0,193$$

d) Precisión de cada medida.

Equipo I.

Precisión de una medición aislada .. $\pm 0,54$

Precisión del valor más probable $\pm 0,27$

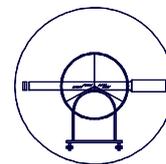
Equipo II.

Precisión de una medición aislada .. $\pm 0,3860$

Precisión del valor más probable $\pm 0,1930$

e) Pesos de cada una de las medidas.

$$P_1 = \frac{1}{0,27^2} = 13,717.....1$$



$$P_2 = \frac{1}{0,193^2} = 26,846\dots 1,957$$

f) Media ponderada.

$$M_p = \frac{21,6025 \cdot 1 + 21,1925 \cdot 1,957}{2,957} = 21,331$$

g) Error de la media ponderada.

M_p	M_i	ϵ	ϵ^2	Pesos
21,331	21,6025	-0,2715	0,0737	1
21,331	21,1925	+0,1385	0,0912	1,957

$$e_{mp}^* = \sqrt{\frac{\sum \epsilon^2 P_i}{(n-1)\sum P_i}} = \sqrt{\frac{0,0737 \times 1 + 0,0912 \times 1,957}{1 \times 2,957}} = 0,194$$

Siendo, por lo tanto, el resultado definitivo de la medición:

$$21,331 \text{ m.} \pm 0,194 \text{ m.}$$

2.3. CONSIDERACIONES ADICIONALES

2.3.1. ESTIMACIÓN DE PARÁMETROS

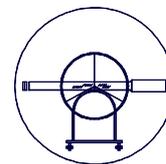
Dada una población, las técnicas de muestreo definidas en la teoría de muestras determinan en cada caso la muestra que trata de aproximar a la población. Con ella se trabaja para obtener los mejores representantes estadísticos de la población (la medida buscada).

La estimación tiene por objeto determinar los parámetros de interés siguiendo unas pautas definidas. Estimar un parámetro de una población a partir de una muestra tomada aleatoriamente es una parte esencial de la inferencia estadística. Una determinada medida no se puede tomar N veces (población) y se sustituye por la toma de una muestra (n).

Estimadores de la media poblacional y de la varianza poblacional son los valores obtenidos anteriormente \bar{x} y S^2 . Se denomina intervalo de confianza para un determinado parámetro fijo y desconocido de una población a un intervalo aleatorio obtenido a partir de una muestra de la población tal que la probabilidad de que dicho intervalo contenga al parámetro tiene un valor $(1-\alpha)$: 0,9(90%), 0,95(95%), 0,99(99%). A este porcentaje se denomina nivel de confianza y va enlazado con el proceso de estimación.

Para la $N(0,1)$ se pueden obtener estos valores:

$1-\alpha$	0,9	0,95	0,99
$z(1-\alpha)$	1,64	1,96	2,58



Para otras distribuciones usualmente utilizadas χ_n^2 o t_n , también se puede aplicar este concepto. El nivel de confianza marca la seguridad de la probabilidad. En el caso habitual de la medida suelen coincidir los siguientes conceptos:

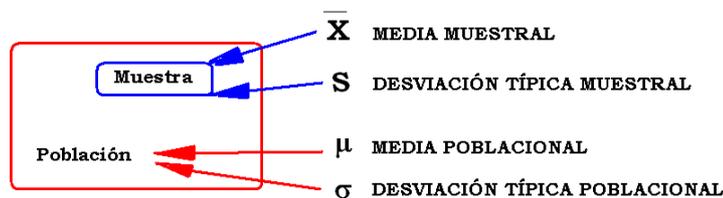


Figura Número 64.- Conceptos estadísticos

$x \equiv N[\mu, \sigma^2]$ Distribución de la población (dato inicial). Un estimador de la media es \bar{x} y tiene una desviación típica de $\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, por lo tanto,

$$z = \frac{\bar{x} - \mu}{\sigma / \sqrt{n}} \equiv N[0,1]$$

En la asignatura Estadística se demostrará una relación similar para la distribución de Student muy utilizada en la teoría de la medida:

$$\frac{\bar{x} - \mu}{s / \sqrt{n}} \equiv t_{n-1}$$

Esta es la forma usual de obtener los intervalos de confianza, que están definidos para cada uno de los niveles de confianza.

Población Normal con σ^2 conocida:

$$\left[\bar{x} - z \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\sigma}{\sqrt{n}}, \bar{x} + z \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \right]$$

a) Población Normal con σ^2 desconocida:

$$\left[\bar{x} - t_{n-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{x} + t_{n-1} \left(1 - \frac{\alpha}{2}\right) \frac{S}{\sqrt{n}} \right]$$

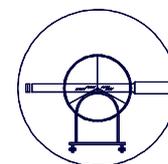
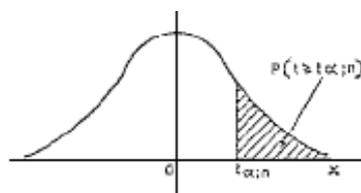


Tabla de la distribución t de GOSSET (Student)



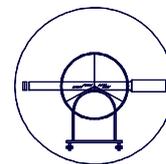
n \ alpha	0,40	0,30	0,20	0,10	0,050	0,025	0,010	0,005	0,001	0,0005
1	0,325	0,727	1,376	3,078	6,314	12,71	31,82	63,66	318,3	636,6
2	0,289	0,617	1,061	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,33	31,60
3	0,277	0,584	0,978	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,22	12,94
4	0,271	0,569	0,941	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610
5	0,267	0,559	0,920	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,859
6	0,265	0,553	0,906	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959
7	0,263	0,549	0,896	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,405
8	0,262	0,546	0,889	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041
9	0,261	0,543	0,883	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781
10	0,260	0,542	0,879	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587
11	0,260	0,540	0,876	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437
12	0,259	0,539	0,873	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318
13	0,259	0,538	0,870	1,350	1,771	2,160	2,650	3,012	3,852	4,221
14	0,258	0,537	0,868	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140
15	0,258	0,536	0,866	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073
16	0,258	0,535	0,865	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015
17	0,257	0,534	0,863	1,333	1,740	2,110	2,567	2,898	3,646	3,965
18	0,257	0,534	0,862	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,611	3,922
19	0,257	0,533	0,861	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883
20	0,257	0,533	0,860	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850
21	0,257	0,532	0,859	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819
22	0,256	0,532	0,858	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792
23	0,256	0,532	0,858	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767
24	0,256	0,531	0,857	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745
25	0,256	0,531	0,856	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725
26	0,256	0,531	0,856	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707
27	0,256	0,531	0,855	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690
28	0,256	0,530	0,855	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674
29	0,256	0,530	0,854	1,311	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659
30	0,256	0,530	0,854	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646
40	0,255	0,529	0,851	1,303	1,648	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551
50	0,255	0,528	0,849	1,298	1,676	2,009	2,403	2,678	3,262	3,495
60	0,254	0,527	0,848	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460
80	0,254	0,527	0,846	1,292	1,664	1,990	2,374	2,639	3,195	3,415
100	0,254	0,526	0,845	1,290	1,660	1,984	2,365	2,626	3,174	3,389
200	0,254	0,525	0,843	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,339
500	0,253	0,525	0,842	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	3,106	3,310
∞	0,253	0,524	0,842	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,291

SUPUESTO PRÁCTICO

Se quiere determinar la flecha en el punto central de una viga cargada con 3 t. Para ello se realizan 12 ensayos, obteniendo los siguientes resultados (mm.):

1,01 / 1,04 / 0,74 / 0,88 / 0,90 / 1,32 / 1,21 / 1,17 / 1,31 / 1,06 / 1,15 / 1,12

Encontrar el intervalo de confianza de la media poblacional para un nivel de confianza del 95%.



RESOLUCIÓN

$$\bar{x} = 1,08$$

$$S = 0,175$$

$$1 - \alpha = 0,95 \rightarrow \alpha = 0,05 \rightarrow 1 - \frac{\alpha}{2} = 1 - 0,025 = 0,975$$

$$t_{n-1} = t_{11}(0,975) = 2,201$$

En intervalo será:

$$1,08 \pm 2,201 \frac{0,175}{\sqrt{12}} \rightarrow (1,08 \pm 0,111)mm.$$

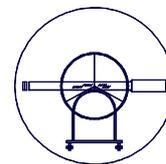
2.3.2. DETERMINACIÓN DE LA PRECISIÓN DE LOS INSTRUMENTOS

A. Los sistemas de calidad en la medición

Los sistemas de calidad aplicados a la Ingeniería Cartográfica, Geodésica y Fotogrametría han tomado pleno sentido, especialmente en los últimos años en los que el mecanismo de control sobre las observaciones se ha descrito mediante los correspondientes estándares y normativas de calidad.



Figura Número 65.- Sistemas de calidad en la medida



La magnitud es el atributo representativo,

- Distancia reducida entre dos puntos.
- Altura entre dos puntos.
- Ángulo acimutal entre dos visuales.

siendo necesario diferenciar los siguientes conceptos:

- Exactitud: No expresa la relación cuantitativa que se necesita.
 - Este distanciómetro es muy exacto.
 - Este teodolito es más exacto que aquel.
- Repetibilidad: Expresa resultados de medidas realizadas en las mismas condiciones. Un parámetro representativo es su desviación típica. El valor ϵ es la desviación típica de ocho medidas realizadas con distanciómetro en un corto espacio de tiempo.
- Reproducibilidad: Las medidas son realizadas en distintas condiciones. También queda representado por su desviación típica.
- Precisión: Depende de los errores aleatorios en diferentes situaciones. Es cuantitativo y tiene gran importancia su determinación.
 - La precisión de un teodolito conforme a la Norma DIN 18723 es 3^{cc}.
 - La precisión de un teodolito conforme a la Norma ISO 8322 es 0,5 mgon.
- Incertidumbre : Valor asociado a una medida y caracteriza la dispersión, que puede ser:
 - Aleatoria: σ_a
 - Sistemática: σ_s
 - Combinada: $\sigma_c^2 = \sigma_a^2 + \sigma_s^2$
 - Expandida: $\sigma_E = k \cdot \sigma_c$
- Tolerancia: Incertidumbre particularizada, usualmente, techo no alcanzable. Es necesario plasmar concisamente su evaluación.

B. Formas de evaluación en el marco de la normativa

Hace años fueron publicadas las normas DIN 18723 y establece en apartados independientes la “teoría de muestras” que permite determinar la precisión de los instrumentos topográficos en unas condiciones establecidas de uso: niveles, teodolitos, taquímetros, giróscopos, etc.

Por lo tanto, toda medida de la precisión está adosada a unos condicionantes de uso y a un análisis estadístico.

Lo primero es definir la serie de observaciones y la muestra de cada una, y tener en consideración los conceptos iniciales de varianza y cuasivarianza.

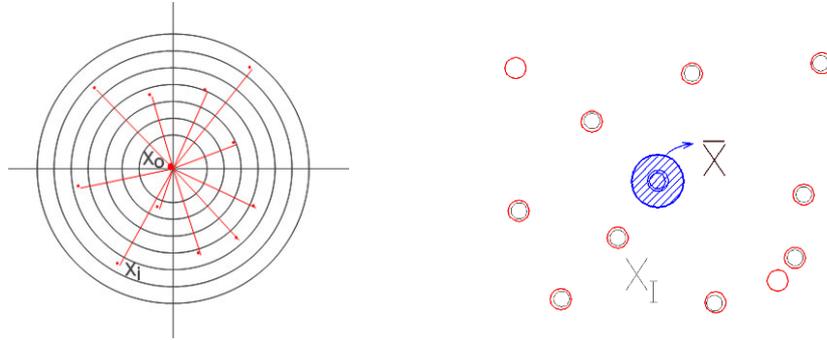
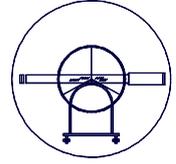


Figura Número 66.- Peculiaridad en la medida

Definidas las series y el número de medidas por serie (norma), el proceso de cálculo es inmediato, siendo \bar{x} el valor más probable de la serie (esperanza matemática).

$$S_i^2 = \frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} [V_i V_i]$$

siendo $[V_i V_i]$ la suma de los cuadrados de los residuos de la serie.

Se obtienen las consecuencias siguientes:

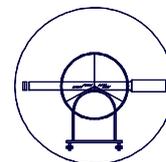
$$\left. \begin{aligned} (n-1)S_1^2 &= [V_1 V_1] \\ (n-1)S_2^2 &= [V_2 V_2] \\ (n-1)S_3^2 &= [V_3 V_3] \end{aligned} \right\} [VV] = (n-1) \left(\sum_{i=1}^v S_i^2 \right)^{1/2}$$

siendo $[VV]$ la suma de los cuadrados de los residuos de todas las series.

$$S_{DIN} = \left[\frac{(n-1) \sum_{i=1}^v S_i^2}{v(n-1)} \right]^{1/2} = \left[\frac{\sum_{i=1}^v S_i^2}{v} \right]$$

Es decir, la varianza resultante es la esperanza matemática de las varianzas intervinientes. De este valor se obtiene la correspondiente desviación. Este valor es mayorado por un multiplicador que se obtiene en función de los grados de libertad $v(n-1)$, siendo v el número de series y n el número de observaciones en cada serie y el nivel de significación prefijado que se desee obtener: 90% - 95% - 99%.

$$S_{DIN}^* = k \cdot S_{DIN}$$



"f"	P=90%	P=95%	P=99%
	λ	λ	λ
2	3,08	4,41	9,97
3	2,27	2,92	5,11
4	1,94	2,37	3,67
5	1,76	2,09	3,00
6	1,65	1,92	2,62
7	1,57	1,80	2,38
8	1,51	1,71	2,21
9	1,47	1,65	2,08
10	1,43	1,59	1,98
11	1,40	1,55	1,90
12	1,38	1,52	1,83
13	1,36	1,49	1,78
14	1,34	1,46	1,73
15	1,32	1,44	1,69
16	1,31	1,42	1,66
17	1,30	1,40	1,63
18	1,29	1,38	1,60
19	1,28	1,37	1,58
20	1,27	1,36	1,56
25	1,23	1,31	1,47

Figura Número 67.- Cuadro de mayoración

SUPUESTO PRÁCTICO

Para establecer la precisión de un distanciómetro al evaluar una distancia en unas circunstancias concretas se realizan cinco series, con los datos siguientes (distancias geométricas evaluadas):

A	B	C	D	E
1.743,243	1.743,230	1.743,232	1.743,248	1.743,244
1.743,232	1.743,237	1.743,248	1.743,231	1.743,241
1.743,235	1.743,245	1.743,239	1.743,237	1.743,236

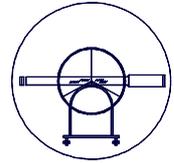
Determinar el límite superior del intervalo de confianza, al nivel del 95%.

RESOLUCION

En primer lugar se calculan las cuasivarianzas de las cinco series de valores medidos.

$$s_A^2 = 32,33$$

$$s_B^2 = 56,33$$



$$S_C^2 = 64,33$$

$$S_D^2 = 74,33$$

$$S_E^2 = 16,33$$

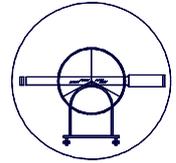
Se determina la cuasivarianza media: 48,7.

$$S = \left(\frac{\sum S_i^2}{v} \right)^{1/2} = 6,9 \text{ mm.}$$

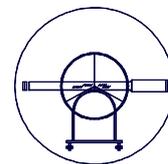
Los grados de libertad son $v(n-1)=5(3-1)=10$, correspondiendo al nivel del 95% un coeficiente de 1,59.

Precisión = Coeficiente · Cuasivarianza

$$S^* = 1,59 \times 6,9 \sim 11 \text{ mm.}$$



3. FUNDAMENTOS DE ASTRONOMÍA GEODÉSICA



3.1. INTRODUCCIÓN A LA ASTRONOMÍA

El proceso de orientar un plano, es decir, determinar la dirección de la meridiana en un punto, se lograba con suficiente precisión mediante observación a las estrellas. De todos los astros, el sol y la polar reúnen condiciones idóneas para realizar esta determinación. En el primer caso, una vez estacionado el instrumento geodésico, el teodolito, en el punto considerado, se hace lectura acimutal a la referencia y al sol, siguiendo unas directrices marcadas (proyectando la imagen del sol, logrando la tangencia con los hilos del retículo, etc.). Se realizan las lecturas acimutales y cenitales, anotando la hora, tanto en círculo directo como en círculo inverso. En el segundo caso, la observación se realiza mediante puntería directa a la polar, siguiendo metodología de resolución idéntica.

La determinación de las coordenadas geodésicas de un punto, longitud y latitud astronómicas que permiten definir un lugar sin ambigüedad, también estaban basadas en observaciones al sol y la polar, tomando los mismos datos en el momento considerado. Una determinación de precisión de la longitud geodésica necesita un instrumental de muy poca apreciación en los limbos, utilizando frecuentemente el método de Mayer, basado en la observación de estrellas a su paso por el meridiano.

Para establecer de forma conjunta la longitud y la latitud, un método muy utilizado fue el denominado de Steneck y posteriormente a través de fotografías cenitales de estrellas.

En la actualidad, los modernos sistemas de posicionamiento global permiten obtener con procedimientos de observación muy sencillos, la posición de puntos sobre la superficie terrestre, pero para entender el fundamento de dichos sistemas también hay que conocer las órbitas, sus parámetros, etc., por lo que la astronomía, en este caso geodésica, es necesaria para su buen entendimiento.

3.1.1. OBJETO Y DIVISIÓN DE LA ASTRONOMÍA

La Astronomía es la ciencia que analiza la estructura interna y evoluciones estelares, el movimiento y posición de los astros y la composición química de los mismos. El estudio global puede ser dividido en varias partes:

A.- Cosmografía o Astronomía de Observación

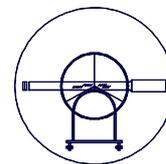
Analiza todo cuanto configura el cielo en una simple observación. Describe y estudia las constelaciones, el movimiento del sol en su órbita aparente, la inclinación de la eclíptica, los paralajes, las aberraciones, la medida del tiempo, etc.

B.- Astrofísica

Estudia la estructura interna y todo el proceso de evolución estelar y su medio, estableciendo los modelos cosmológicos y analizando la física del universo.

C.- Astronomía matemática o mecánica celeste

Estudia el conjunto de leyes que regulan el estado de equilibrio de los cuerpos celestes.



D.- Astronomía de posición

Estudia la resolución de los problemas relacionados con la determinación del Norte (acimut de una dirección) y las coordenadas geográficas de un lugar (posicionamiento de un punto en la superficie terrestre).

3.1.2. NOCIONES DE COSMOGRAFÍA

3.1.2.1. Base observacional

Se denomina esfera celeste a una esfera ideal, con centro y radio arbitrarios, donde se suponen situados todos los astros que existen en el universo.

Para fijar la posición de un punto sobre la esfera es necesario definir unos círculos de referencia. Para ello se elige un círculo máximo fundamental, determinado por la intersección de la esfera con un plano que pase por el centro. La normal a ese plano por el centro de la esfera corta a ésta en dos puntos, en general llamados polos. Todos los círculos máximos que contengan a los polos se les denominará círculos secundarios.

Así, la posición de un punto en la esfera queda determinado por dos coordenadas esféricas:

- La distancia angular EB, arco incluido en el círculo secundario que pasa por el punto desde el círculo fundamental al punto.
- La distancia angular BC arco medido en el círculo fundamental entre el punto de intersección de círculo fundamental con el círculo secundario y un punto arbitrario C en el círculo fundamental que se toma como origen.

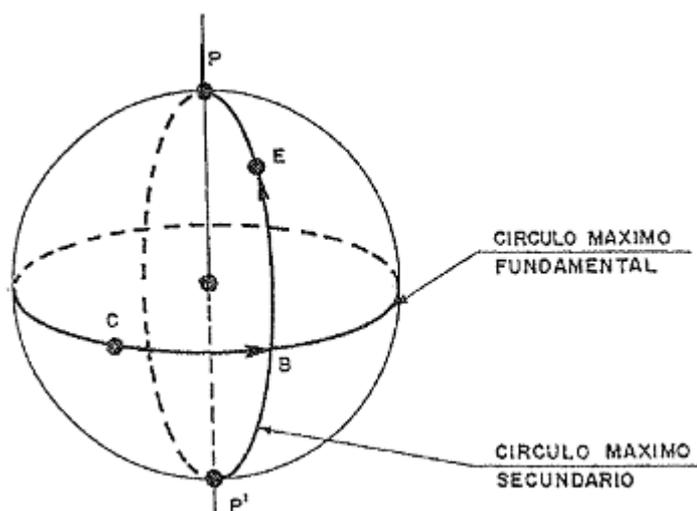
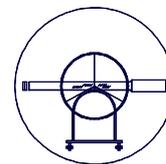


Figura Número 68.- Coordenadas esféricas

Según la definición dada de la esfera celeste, el centro es arbitrario, pero en astronomía de posición se usan preferentemente tres puntos:

- El lugar de observación, punto de la superficie terrestre, dando lugar a las coordenadas topocéntricas.



- b) El centro de masas de la tierra, dando lugar a las coordenadas geocéntricas.
- c) El centro de masas del sistema solar, dando lugar a las coordenadas heliocéntricas.

La posición relativa de los astros en la esfera se determina por los ángulos que forman entre sí las visuales dirigidas por el observador a ellos, denominadas distancias angulares.

Los astros se clasifican en fijos o errantes según conserven entre sí o no las distancias angulares constantes (o con una variación poco perceptible a lo largo de los siglos). Al grupo de los errantes pertenecen los planetas que se caracterizan por tener movimientos propios de traslación apreciables por hallarse mucho más cercanos a la Tierra.

3.1.2.2. Definiciones en la esfera celeste

Aparentemente la esfera celeste gira en torno a la tierra, con un movimiento uniforme de Este a Oeste, llamado movimiento diurno. Este giro aparente es debido al giro real de la Tierra en sentido contrario y se realiza alrededor de una línea que pasa por su centro denominada eje del mundo, siendo los polos celestes los puntos de intersección del mencionado eje con la esfera celeste. La intersección del eje con la tierra determina los polos terrestres, siendo los polos Norte y Sur celestes los polos del Ecuador (círculo máximo fundamental).

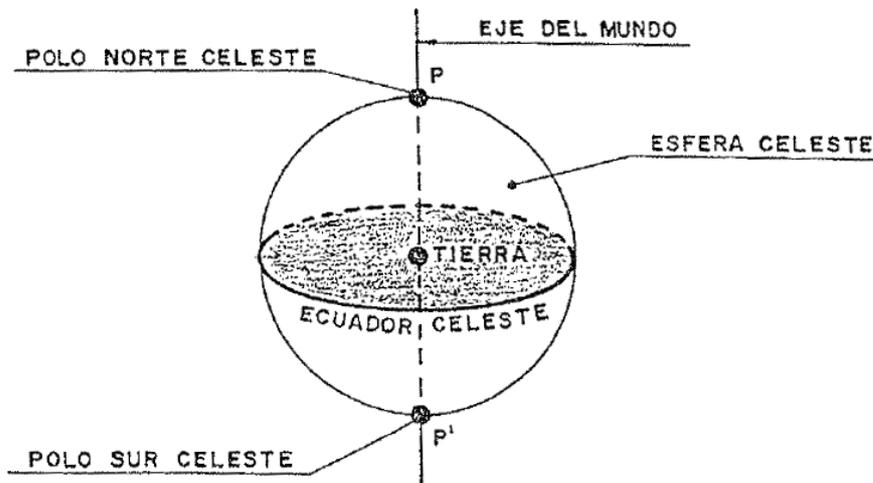


Figura Número 69.- Elementos básicos del movimiento diurno

El plano perpendicular al eje del mundo que pasa por el centro de la esfera celeste se denomina ecuador celeste.

Los círculos máximos originados por la intersección de la esfera celeste con los planos que contienen a la recta PP' se denominan meridianos celestes y los círculos menores intersección de la esfera celeste con los planos paralelos al ecuador se denominan paralelos celestes.

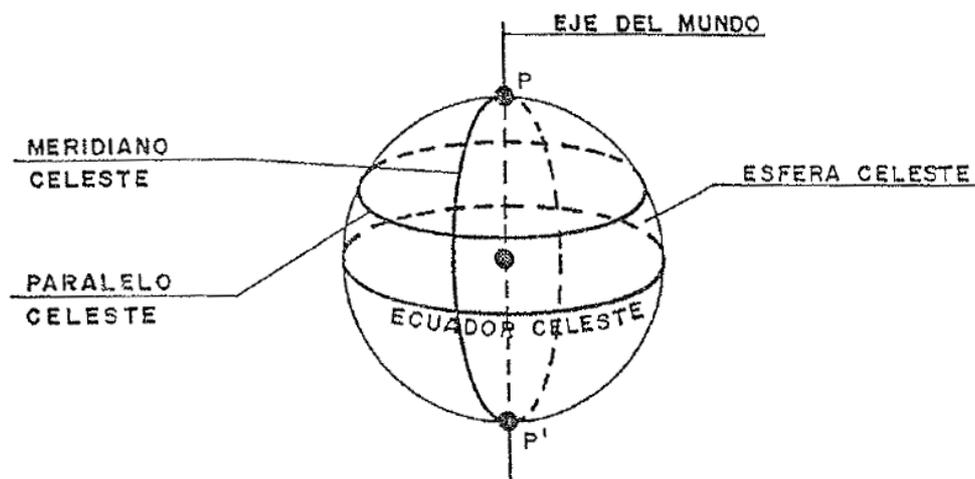
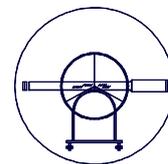


Figura Número 70.- Meridianos y paralelos celestes

Entre el lugar de observación, tierra, y el espacio observado, esfera celeste, existen unas interdependencias que es preciso definir antes de establecer los sistemas referenciales. Entre los conceptos a manejar destacan los siguientes:

A.- Vertical de un lugar

Es la dirección de la gravedad en cada lugar, también conocida por ser la normal al geoide en un punto dado, pudiéndose materializar por la dirección de la plomada.

Esta vertical corta a la esfera celeste en dos puntos diametralmente opuestos: cenit, por encima del observador, y nadir, por debajo.

B.- Horizonte de un lugar

Es el plano normal a la vertical de un lugar que pasa por el lugar de observación. Se suele denominar también horizonte al círculo máximo en que dicho plano corta a la esfera celeste. Divide a ésta en dos hemisferios, el superior o visible y el inferior o invisible.

C.- Verticales de un lugar

Son los planos que contienen la vertical del lugar. Se suele denominar también verticales a los círculos máximos intersección de dichos planos con la esfera celeste.

D.- Almicantarats

Son círculos menores resultantes de la intersección de la esfera celeste con planos paralelos al horizonte del lugar.

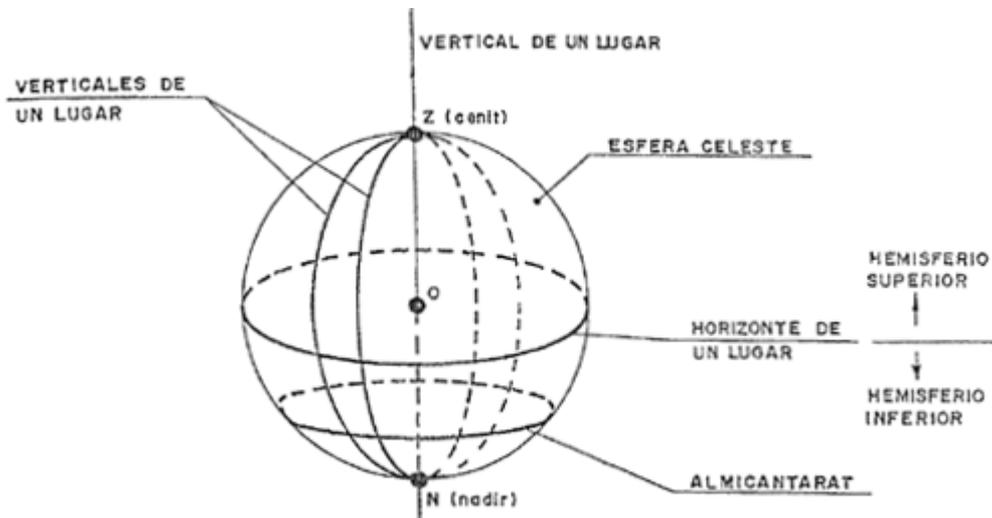
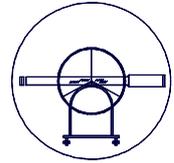


Figura Número 71.- Líneas y planos notables en la esfera celeste

E.- Meridiano de un lugar

De todos los planos verticales posibles, se define como plano meridiano aquél que contiene al eje del mundo PP' . Su intersección con la esfera celeste genera un círculo máximo llamado meridiano, denominándose meridiano superior al semimeridiano que contiene al cenit y meridiano inferior al semimeridiano que contiene al nadir.

La intersección del plano meridiano con el plano horizontal determina la línea Norte-Sur llamada meridiana.

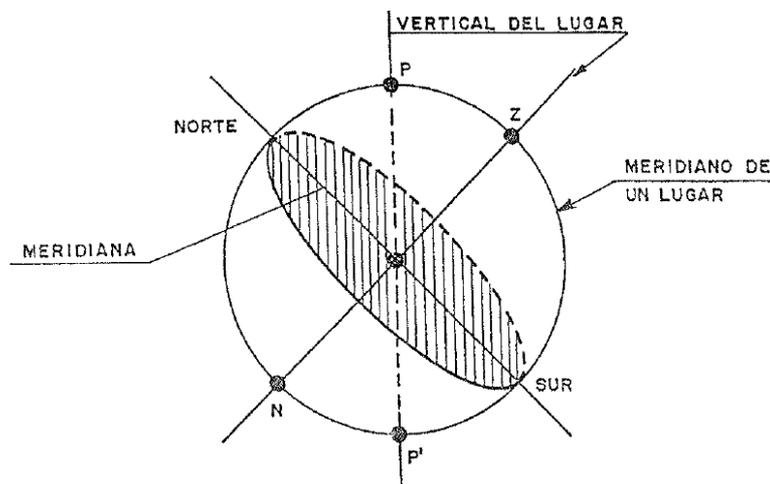


Figura Número 72.- Meridiano de un lugar y meridiana

F.- Primer vertical

Es el vertical perpendicular al meridiano de un lugar. Su intersección con el plano horizontal determina la línea Este-Oeste normal a la Norte-Sur o meridiana.

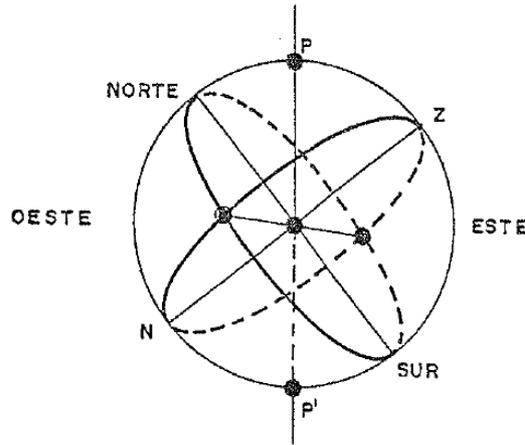
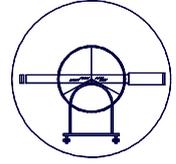


Figura Número 73.- Primer vertical y línea Este-Oeste

G.- Triángulo de posición

Se denomina triángulo de posición de un astro al triángulo constituido por los vértices: cenit, polo celeste y astro (Z/P/E). Los tres lados se caracterizan por ser arcos de círculos máximos de la esfera celeste.

- El arco PZ está sobre el meridiano celeste que pasa por el cenit.
- El arco ZE está sobre el vertical que contiene al astro.
- El arco PE está sobre el meridiano celeste que contiene al astro.

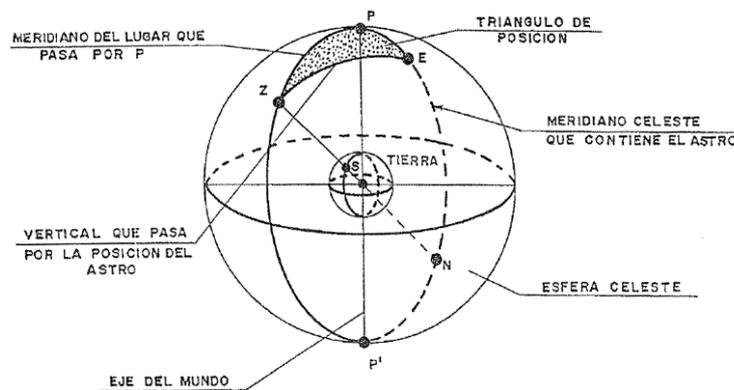


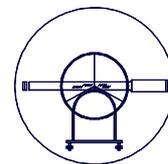
Figura Número 74.- Triángulo de posición y círculo horario

3.1.3. MOVIMIENTOS DE LA TIERRA

3.1.3.1. Rotación y traslación

La tierra tiene un movimiento de rotación alrededor de la línea de los polos que origina el movimiento aparente de los astros fijos denominado diurno en sentido contrario y, por tanto, cada astro fijo describirá aparentemente en un día un paralelo celeste.

El movimiento es constante y uniforme en primera aproximación y, por tanto, también lo es el intervalo de tiempo transcurrido entre dos pasos consecutivos de



un meridiano cualquiera por el mismo lugar, tomándose su valor como patrón para evaluar el tiempo, denominándose día sidéreo.

También tiene la tierra un movimiento de traslación alrededor del sol a una distancia media de 149.504.201 km., describiendo una elipse en la que el centro de gravedad común (situado en el interior de la masa solar) ocupa uno de sus focos. Este movimiento real de la tierra produce aparentemente un movimiento de traslación del sol en una trayectoria ideal simétrica a la de la tierra, ocupando ésta uno de los focos, y recorrida en idéntico sentido.

El plano que contiene la órbita de la tierra se llama plano de la eclíptica. Su intersección con la esfera celeste determina un círculo máximo llamado eclíptica.

La intersección de este plano corta al plano del ecuador según un diámetro de la esfera celeste que intercepta a ésta en dos puntos: Aries y Libra. Ambos puntos no son fijos pero su posición es conocida, siendo su velocidad media de traslación de 29,76 km/sg.

Cuando el sol se halla más próximo a la tierra se dice que está en su perigeo y la tierra en su perihelio; cuando se encuentran más alejados, se dice que el sol está en su apogeo y la tierra en su afelio.

La tierra tiene otro movimiento de traslación, común a todo el sistema planetario y como parte integrante de la galaxia en la que se encuentra.

3.1.3.2. Equinoccios y solsticios

El plano de la órbita terrestre (plano de la eclíptica) forma con el del ecuador un ángulo denominado oblicuidad de la eclíptica, que varía muy lentamente con el transcurso de los siglos, siendo su valor medio $23^{\circ} 26' 50''$, disminuyendo $48''$ por siglo.

Se denomina punto vernal o punto Aries (γ) al equinoccio de primavera, que es punto en que el sol, en su movimiento aparente, corta el ecuador para pasar del hemisferio Sur al Norte.

Se denomina punto Libra (Ω) al equinoccio de otoño que es el lugar que ocupa el sol cuando atraviesa el ecuador al pasar del hemisferio Norte al Sur.

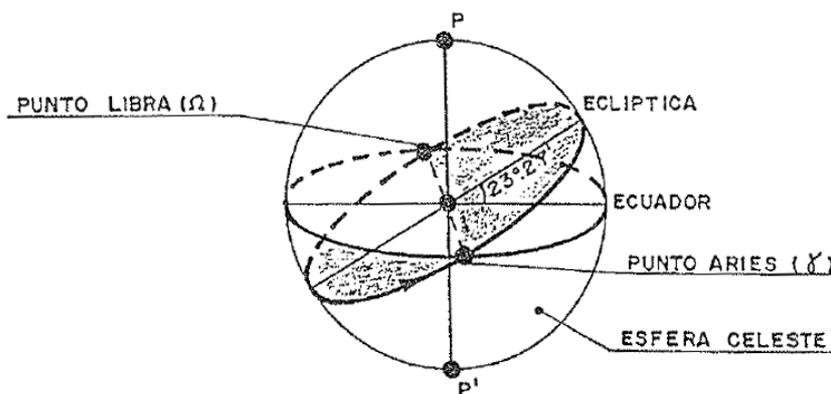
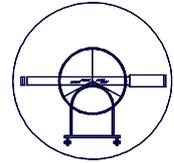


Figura Número 75.- Eclíptica y puntos significativos



El eje que une el punto Aries y el punto Libra se denomina línea de los equinoccios. El diámetro de la eclíptica perpendicular a la línea de los equinoccios se denomina línea de solsticios y sus extremos son los puntos solsticiales (solsticio de invierno y verano) de igual forma que en el caso anterior se definen los puntos equinociales. El eje mayor de la órbita se denomina línea de los ápsides que forma un ángulo de 11° con la línea de los solsticios.

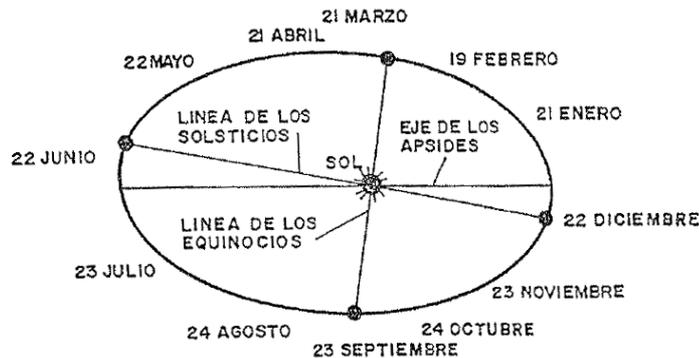


Figura Número 76.- Líneas características en la eclíptica

La normal trazada por el observador al plano de la eclíptica corta a la esfera celeste en dos puntos llamados polos de la eclíptica (π, π'). La línea denominada eje de la eclíptica forma con el eje del mundo un ángulo idéntico a la oblicuidad de la eclíptica.

El círculo máximo que pasa por los polos de la eclíptica se denomina coluro. Si contiene a los puntos equinociales se denomina coluro de los equinoccios. De igual forma se define el coluro de los solsticios.

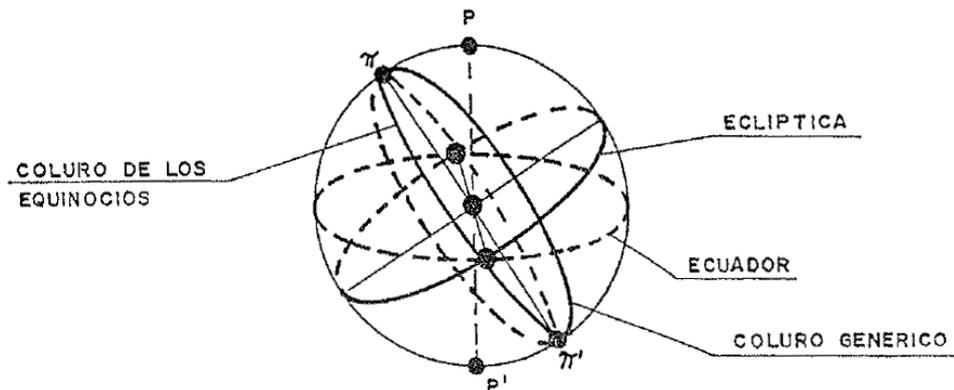
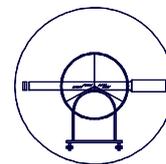


Figura Número 77.- Polos de la eclíptica y coluros

3.1.3.3. Signos del zodiaco, trópicos y círculos menores

Se denomina zodiaco a una zona limitada por dos planos paralelos a la eclíptica cuya distancia angular es de unos 16° . Dentro de esta zona los primitivos astrónomos seleccionaron doce constelaciones conocidas de la esfera celeste repartidas de 30° en 30° , a las que atribuyeron los conocidos signos. En la actualidad, no existe coincidencia a consecuencia del desplazamiento del punto vernal.



La banda ecuatorial en la que se mueve el sol (aparentemente) está limitada por dos círculos menores llamados trópicos, equidistantes del ecuador y con latitud igual a la oblicuidad de la eclíptica. Se denomina trópico de cáncer al boreal y trópico de capricornio al austral. Estos círculos son los paralelos que aparentemente describiría el sol en los momentos de máxima y mínima altura en la eclíptica. Otros dos círculos menores, llamados polares, son los descritos por los polos de la eclíptica en el movimiento diurno, denominando círculo polar ártico al del hemisferio norte y círculo polar antártico al del hemisferio sur.

3.1.4. COORDENADAS GEOGRÁFICAS

3.1.4.1. Elementos constituyentes

Para situar un punto en la superficie terrestre se utilizan las coordenadas geográficas. Bueno es saber desde el principio y dejar claro para lo que sigue que hay tres sistemas de coordenadas geográficas:

A.- Coordenadas geográficas astronómicas

Son completamente independientes de la forma y dimensiones de la tierra. Se pueden definir sin hacer ninguna hipótesis y se determinan mediante la vertical astronómica en un punto, línea inequívoca materializada por la dirección de la plomada.

B.- Coordenadas geográficas geodésicas

Dependen de la forma y dimensiones de la tierra. Se determinan mediante la normal a una superficie matemática adoptada arbitrariamente (elipsoide que se aproxima a la forma real de la tierra).

C.- Coordenadas geográficas geocéntricas

Representan la posición de los puntos de la superficie terrestre respecto al centro de la tierra.

Se considera la superficie de la tierra representada por un elipsoide de revolución y en ella un lugar S.

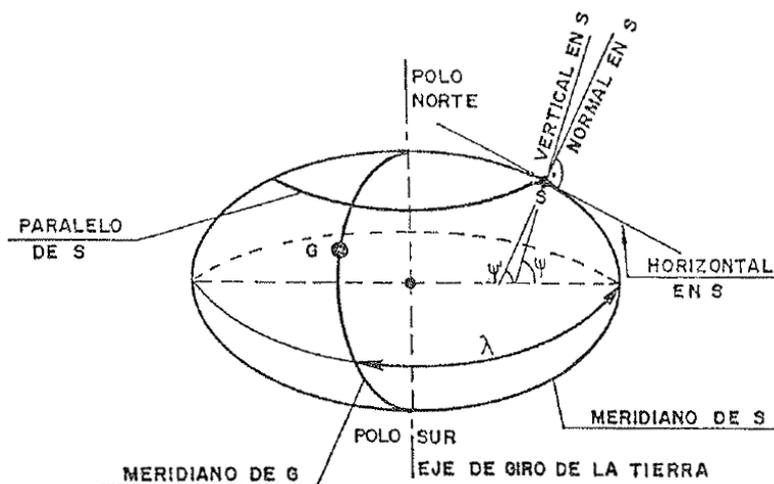
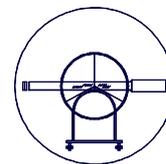


Figura Número 78.- Elementos sobre el elipsoide



El eje mayor del elipsoide describe el plano del ecuador. Su intersección con el elipsoide define una circunferencia llamada ecuador. Las elipses que pasan por los polos Norte y Sur son los meridianos terrestres. Los paralelos son las circunferencias resultantes de la intersección del elipsoide con planos paralelos al plano del ecuador.

Por cada punto de la superficie del elipsoide pasan un meridiano y un paralelo. Se adoptarán un paralelo y un meridiano como origen para medir las coordenadas; como paralelo se adopta el ecuador y como meridiano el que pasa por el observatorio de Greenwich.

3.1.4.2. Longitud y latitud

Aunque se establecen las definiciones de geodésicas y astronómicas, tan solo quedarán definidas con rigor las geodésicas. Las astronómicas serían tan solo en una primera aproximación.

Es preciso definir y diferenciar los conceptos siguientes, referidos a un punto S sobre la superficie terrestre.

A.- Longitud geográfica

Es el ángulo diedro formado entre el plano meridiano de Greenwich y el plano meridiano superior de S que viene medido por el arco de circunferencia que ambos meridianos determinan sobre el ecuador λ .

Se suele evaluar entre 0° y 180° al Este y Oeste de Greenwich, siendo positiva o negativa. También se evalúa de 0 h. a 24 h.

B.- Latitud astronómica

Es el ángulo que la vertical en S (dirección de la plomada) forma con el plano del ecuador ψ . La vertical en S se confunde con la normal del geode en el punto pero difiere de la normal al elipsoide.

C.- Latitud geodésica

Es el ángulo que la normal al elipsoide de referencia, previamente definido, forma con el plano del ecuador ψ' . No se pueden determinar por observación directa sino por cálculos geodésicos.

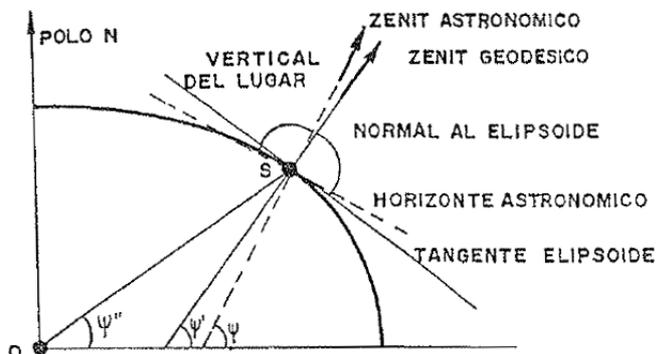
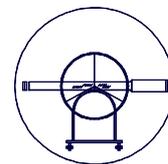


Figura Número 79.- Diferentes conceptos de latitud



D.- Latitud geocéntrica

Es el ángulo formado por el radio en el centro con el plano del ecuador ψ'' .

3.2. SISTEMAS DE COORDENADAS

La posición de los astros en la esfera celeste se fija por medio de sus coordenadas, utilizándose para ello diversos sistemas, aplicables según el instrumento utilizado en la observación y el objetivo final del análisis.

3.2.1. COORDENADAS HORIZONTALES

La posición de un astro queda fijada por el acimut y la altura:

- Acimut (A): Es el arco medido sobre el horizonte entre el meridiano del lugar y el vertical del astro, contado a partir del punto Sur y en sentido retrógrado.
- Altura (h): Es el arco medido sobre el vertical del astro desde el horizonte al astro, puede ser positiva o negativa según el astro esté por encima o debajo del horizonte. Otra manera de dar esta coordenada es por la distancia cenital Z, siendo $Z=90^\circ-h$.

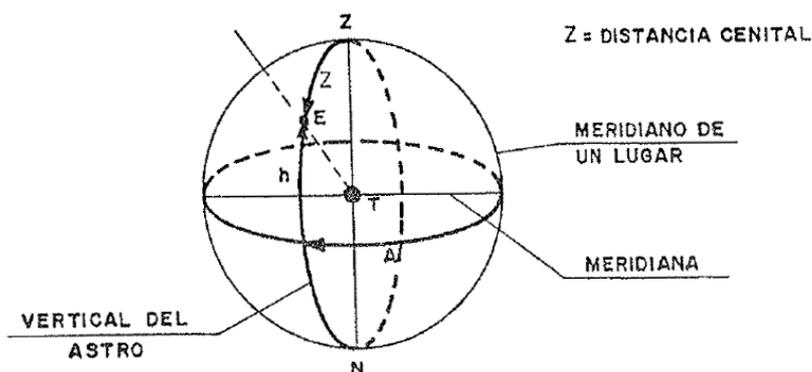
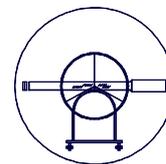


Figura Número 80.- Coordenadas horizontales y distancia cenital

Entre las ventajas e inconvenientes de este sistema pueden destacarse los siguientes:

- Para un instante dado, la posición de un astro queda perfectamente fijada por su acimut y altura.
- Su medida es fácil de obtener ya que con un teodolito, su puesta en estación materializa la vertical del lugar y, por tanto, define el plano horizontal donde se puede medir A, si se tiene materializada la dirección N-S o bien alguna otra referencia de la que se conozca su acimut, y desde donde se mide h.
- Para un mismo instante y lugares diferentes, ambas coordenadas son diferentes por no tener los diferentes lugares el mismo horizonte.
- Debido al movimiento diurno (aparente) para un mismo lugar, las coordenadas del astro varían con el tiempo.



3.2.2. COORDENADAS ECUATORIALES HORARIAS

La posición de un astro queda establecida por el ángulo horario y la declinación.

- Ángulo horario (H): Es el ángulo medido sobre el ecuador desde el meridiano superior del lugar al meridiano del astro, en sentido retrógrado. Varía de 0 a 360° o bien de 0 a 24 horas.
- Declinación (δ): Es el ángulo medido sobre el meridiano del astro desde el ecuador al astro. Puede ser positiva o negativa según que el astro se encuentre por encima o debajo del ecuador (boreal o austral). Otra manera de dar esta segunda coordenada es con la “distancia polar” (es el arco del meridiano del astro comprendido entre el polo Norte y el astro $P=90^\circ-\delta$).

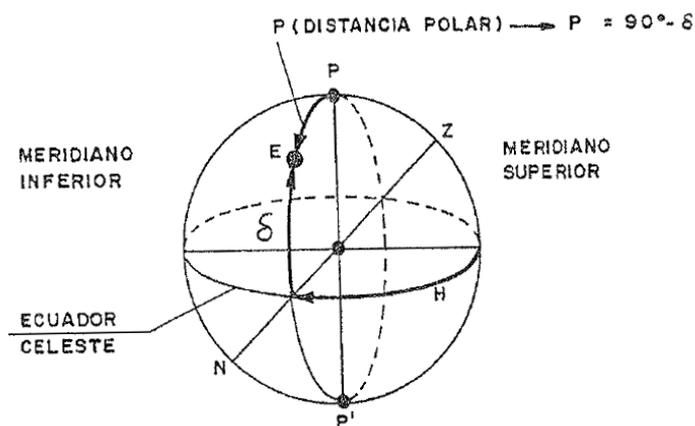


Figura Número 81.- Coordenadas ecuatoriales horarias y distancia polar

Algunas de las ventajas e inconvenientes del sistema son:

- Como la esfera celeste tiene un movimiento aparente (suponiendo la tierra fija) en sentido retrógrado, y se supone que el movimiento es uniforme, ocurrirá que para un lugar de observación el ángulo horario de un astro variará uniformemente en función del tiempo.
- Como el movimiento aparente de las estrellas es a lo largo de paralelos celestes, el valor de la declinación para una estrella es una coordenada fija, independiente del observatorio y del instante de la observación.
- Para diferentes observatorios, la variación del ángulo horario de un astro en un instante fijado es proporcional a la diferencia de longitudes geográficas de ambos observatorios.
- Su mayor inconveniente es que para la observación se necesita colocar el plano horizontal del aparato paralelo al plano del ecuador, es decir, el eje vertical del aparato paralelo al eje del mundo. El teodolito así colocado se denomina ecuatorial.

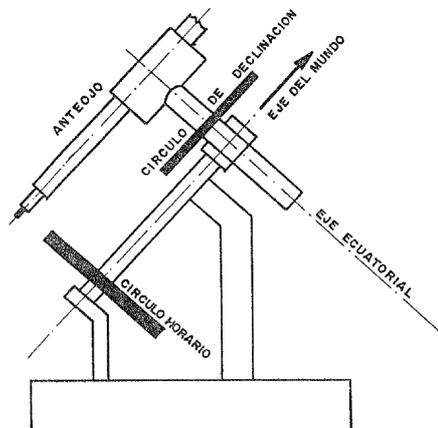
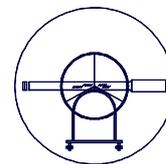


Figura Número 82.- Colocación en posición del aparato de observación

3.2.3. COORDENADAS ECUATORIALES ABSOLUTAS

La posición de un astro queda fijada por la ascensión recta y la declinación.

- Ascensión recta (α): Es el ángulo medido en el ecuador y en sentido directo desde el punto aries al meridiano del astro.
- Declinación (δ): Es la misma del sistema anterior.

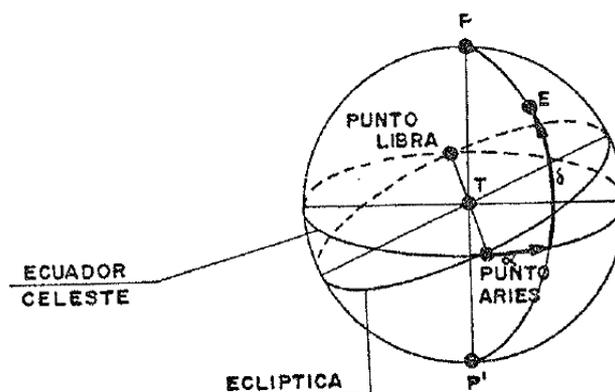
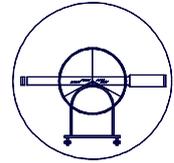


Figura Número 83.- Coordenadas ecuatoriales absolutas

Este sistema posee una relación de ventajas e inconvenientes entre los que destacan:

- La gran ventaja de este sistema es que tanto la ascensión recta como la declinación son coordenadas fijas para un astro independientes del instante y lugar de observación.
- Para la observación se podría hacer con un anteojo ecuatorial, pero carece de precisión. Para conseguir precisiones adecuadas cada coordenada se mide independientemente con un instrumento: un anteojo meridiano en conexión con un cronómetro o péndulo sidereal (de tiempo sidéreo), con ellos se mide la ascensión recta, y con un círculo nural se mide la declinación.



3.2.4. COORDENADAS ECLÍPTICAS

La posición de un astro queda caracterizada por la longitud y la latitud eclípticas.

- Longitud eclíptica (X): Es el ángulo medido en la eclíptica desde el punto aries al punto de intersección de la eclíptica con el coluro del astro, o mejor el ángulo diedro formado por el coluro del punto aries y el coluro del astro. Se mide en sentido directo.
- Latitud eclíptica (Y): Es el ángulo medido en el coluro del astro desde la eclíptica al astro. Puede ser positiva o negativa según que el astro esté por encima o debajo de la eclíptica.

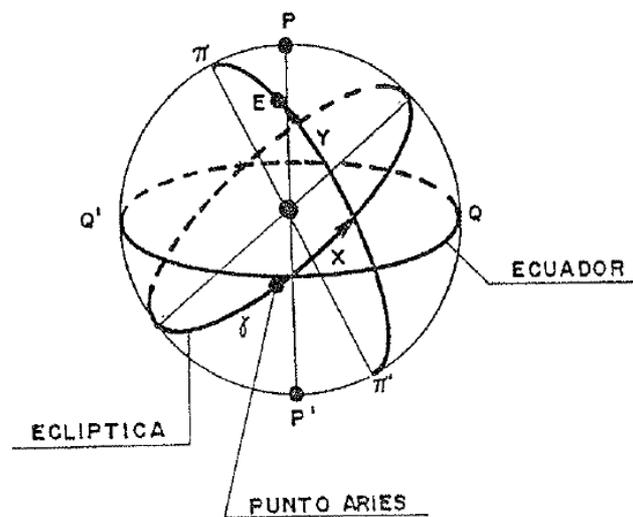


Figura Número 84.- Coordenada eclípticas

Este sistema referencial tiene las ventajas e inconvenientes siguientes:

- Este sistema es independiente del lugar de observación.
- Depende del instante de la observación. Normalmente, se emplean para estudiar los movimientos del sol y los planetas.
- No se obtienen por observación directa de los astros por no existir instrumentos apropiados para ello.

3.2.5. RESUMEN DE LOS SISTEMAS DE COORDENADAS

Los sistemas de coordenadas analizados se sustentan en una serie de círculos máximos, notables, que han ido definiéndose en la esfera celeste: horizonte, ecuador, eclíptica, verticales, meridiano, coluros.

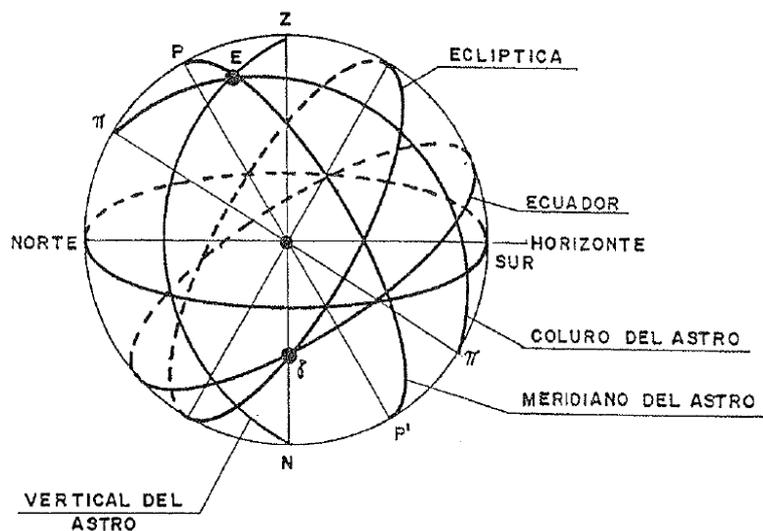
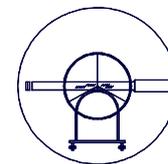


Figura Número 85.- Círculos máximos sustentadores de las coordenadas astronómicas

El resumen de los sistemas de coordenadas astronómicas queda reflejado en el cuadro siguiente y esquematizado en representación conjunta.

SISTEMAS	COORDENADAS	ANOTACIONES	ORIGEN	SENTIDO
HORIZONTALES	Acimut	A	Sur	Retrógrado
	Altura	h	Horizonte	Hacia el cenit o nadir
E. HORARIAS	Angulo horario	H	Meridiano Sup.	Retrógrado
	Declinación	δ	Ecuador	Hacia los polos
E. ABSOLUTAS	Ascensión recta	α	Punto Aries	Directo
	Declinación	δ	Ecuador	Hacia los polos
ECLIPTICAS	Longitud eclíptica	X	Punto Aries	Directo
	Latitud eclíptica	Y	Eclíptica	Hacia los polos de la eclíptica

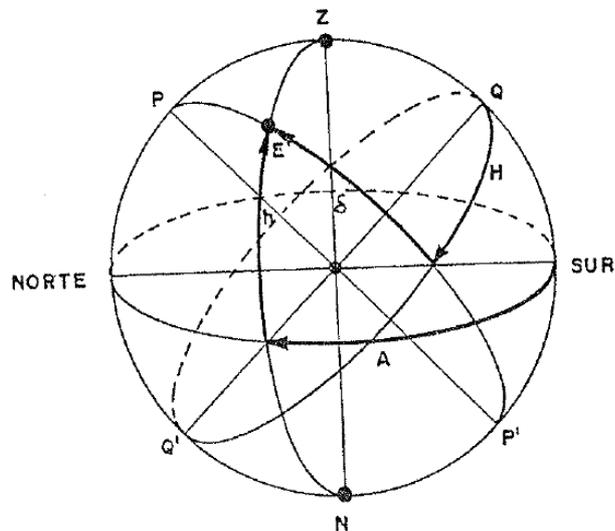
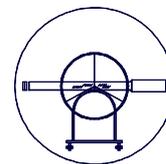


Figura Número 86.- Representación conjunta de las coordenadas astronómicas

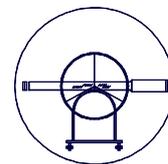
3.3. LA TIERRA EN EL UNIVERSO

3.3.1. CONFIGURACIÓN DEL COSMOS

El universo surgió hace 15.000 millones de años en una gran explosión (big bang) aún no completamente explicada y se expandió rápidamente. En la actualidad, está formado por galaxias que se alejan unas de otras a una velocidad mayor cuanto mayor es la distancia entre ellas (Edwin Hubble. 1889-1953).

Para Aristóteles, el universo estaba configurado por cuerpos celestes que habían permanecido y tendrían que seguir permaneciendo inmutables en el tiempo. A medida que la astronomía se convertía en ciencia de la observación, a partir de Tycho Brahe, Galileo y las observaciones posteriores, se demostró que los cuerpos celestes cambian, existiendo una dinámica caracterizada por unas etapas evolutivas en las que características como el color y la luminosidad, sufren variaciones. Algunas tardan en manifestarse decenas o centenas de millones de años. Otras lo hacen en intervalos de tiempo del orden de algunos meses e incluso días.

Se denomina grupo local al conjunto de unas treinta galaxias de marcado significado como la Vía Láctea, Andrómeda, Triángulo, Nubes de Magallanes, etc. Existen más de 100.000 millones de galaxias y en cada una existen más de 100.000 millones de estrellas, constituidas principalmente por hidrógeno, que nacen, se desarrollan y mueren. Nacen cuando grandes masas de hidrógeno y polvo se concentran y por acción de la gravedad se colapsan cuando la masa es suficiente (proceso que dura millones de años) y ponen en marcha la fusión, encendiendo el reactor nuclear que dará luz propia al astro y producirá una importante fuente de energía. Si no existe masa crítica, la masa gaseosa no llega a ser estrella, como el caso de Júpiter. Cuando se agota el combustible (hidrógeno), si la estrella es pequeña (tipo sol), los gases se expanden (gigante roja) y después se contraen (enana blanca), desapareciendo del universo. Si, por el contrario, la estrella es masiva, todo finaliza de forma similar, pero más violenta. En la



evolución de una estrella de gran masa, en la fase final, se libera gran cantidad de energía (comparable a la emitida durante toda la vida de la estrella). Al finalizar los procesos de fusión nuclear, el equilibrio se rompe (vence la presión gravitatoria) y la estrella se contrae. El calentamiento rápido ocasiona reacciones incontroladas con explosiones que destruyen la estrella. Las supernovas son estos sucesos violentos que caracterizan el fin del astro. Del resto de supernovas (cúmulos gaseosos) también quedan los neutrones de la primitiva estrella, que se agrupan formando un resto estelar superdenso: estrella de neutrones.

De todas las galaxias, la vía láctea es donde surgió el sistema solar formado por los planetas, asteroides y cometas que giran alrededor del sol, estrella que se formó hace unos 4.500 millones de años a partir de una nube de gas y polvo que giraban sobre sí misma bajo la acción de su propio peso.

3.3.2. LAS DISTANCIAS EN ASTRONOMÍA

En el marco del universo es necesario definir nuevas unidades de distancias. Las más utilizadas son las siguientes, según el espacio de trabajo sea el sistema solar, la galaxia o el conjunto de galaxias.

Para medidas en el sistema solar la unidad más utilizada es la UA (Unidad Astronómica) que tiene una longitud de 150 millones de kilómetros (distancia media entre el sol y la tierra).

En el contexto de distancia en la galaxia se emplea el AL (año luz) que representa la distancia recorrida por la radiación electromagnética en un año:

$$AL = 300.000 \times 365 \times 24 \times 60 \times 60 = 9,46 \cdot 10^{12} \text{ km.}$$

La relación con la UA es la siguiente:

$$1 \text{ AL} = 63.072 \text{ UA}$$

Cuando se trata de establecer distancias entre galaxias, la unidad más empleada es el pc (pársec) y sus múltiplos kpc (kiloparsec) y mpc (megaparsec). Se denomina pársec a la distancia equivalente a 1 segundo sexagesimal de paralaje sol-tierra.

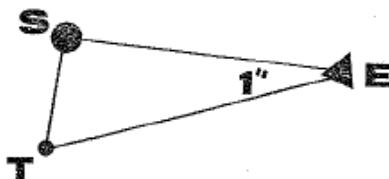


Figura Número 87.- Representación gráfica del pársec

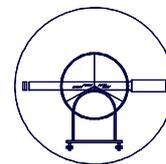
$$\text{sen } 1'' = \frac{1UA}{D_E^T} \rightarrow D_E^T = \frac{1UA}{\text{sen } 1''} \sim 206265UA$$

$$1 \text{ ps} = 206.265UA = 3,27 \text{ AL}$$

pudiendo establecer:

$$\text{kpc} = 3.270 \text{ AL}$$

$$\text{mpc} = 3.270.000 \text{ AL}$$



3.3.3. LA VÍA LÁCTEA Y EL SISTEMA SOLAR

La Vía Láctea tiene forma de disco, más grueso en el centro, del que parten brazos en forma de espiral, tiene un diámetro de 100.000 años luz y más de 100.000 millones de estrellas. Todas giran en torno al centro de la galaxia que tiene tres partes significativas: el núcleo, formado por las estrellas más antiguas, el bulbo central con un diámetro de 12.000 AL y los brazos espirales de unos 50.000 AL de longitud. En uno de ellos, denominado brazo de Orión, se encuentra del sol a una distancia de 30.000 años luz del centro de la galaxia. El centro está ocupado por un agujero negro que tiene un tamaño próximo al sol, pero una masa de 2,5 millones de veces.

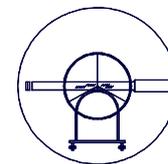
El sol es una estrella pequeña que gira alrededor de la galaxia a una velocidad de 270 km/seg., tardando más de 200 millones de años en dar un giro completo. Los datos más importantes del sol son:

- Diámetro: 1.400.000 km.
- Masa comparativa: 332.946 (T=1)
- Temperatura: 6.000° C y 15.000.000° C
- Gravedad: 27,9 (T=1)
- Consumo de combustible: 4 millones de toneladas de hidrógeno cada segundo

Alrededor del sol giran los planetas rocosos (telúricos) y los gigantes gaseosos (jovianos). Los radios de las esferas de aproximación son los siguientes:

- Sol: 700.000 km.
- Mercurio: 2.439 km.
- Venus: 6.051 km.
- Tierra: 6.370 km.
- Marte: 3.393 km.
- Júpiter: 70.492 km.
- Saturno: 60.268 km.
- Urano: 25.559 km.
- Neptuno: 24.764 km.
- Plutón: 1.150 km.

Este conjunto de planetas tiene los siguientes datos característicos:



PLANETAS	DISTANCIA AL SOL		DENSIDAD Agua (l.)	GRAVEDAD (T=1)	MASA (Tierra 1)	SATÉLITES
	(Millones km)	UA				
M	50	0,33	5,44	0,28	0,05	0
V	105	0,7	5,25	0,88	0,8	0
T	150	1	5,5	1	1	1
M	225	1,5	3,95	0,38	0,1	2
J	800	5,333	1,33	2,3	318	16
S	1500	10	0,75	0,92	95	18
U	2900	19,333	1,29	0,79	15	15
N	4500	30	1,64	1,1	17	8
P	6000	40	2,1	0,04	0,0025	1

La tierra gira alrededor del sol con una velocidad media de 29,8 km/seg. (107.280 km/h) con un movimiento simultáneo de rotación que representa en el ecuador una velocidad tangencial de 1.670 km/h.

3.3.4. EL DIAGRAMA HR

El primer intento de catalogar estrellas tomando como parámetro diferenciador su luminosidad se debió a Hiparco de Nicea (siglo II a.C.). Su “catálogo estelar” de 850 estrellas sirvió de base para la ampliación y reforma de datos realizada por Claudio Tolomeo (siglo II d.C.). Su obra *Almagesto* reorganiza la astronomía conocida hasta entonces e incrementa el número de cuerpos celestes catalogados. Durante más de mil años fue considerado el mejor catálogo de Astronomía, dividiendo las estrellas en seis clases: las más brillantes eran las de magnitud uno y las menos de magnitud seis.

El diagrama de Hertzsprung y Russel (diagrama HR) es uno de los métodos que sirve para relacionar la temperatura y la luminosidad de una estrella. En 1913, un astrónomo holandés, Ejnar Hertzsprung (1873-1967) y otro estadounidense, Henry Norris Russel (1877-1957), obtuvieron independientemente el gráfico que sirve para comprender la evolución de la vida de las estrellas.

Según su espectro, las estrellas se clasifican en siete tipos: O (las más calientes), B, A, F, G, K, M (las menos calientes). La magnitud absoluta (luminosidad intrínseca) proporciona el dato de la energía que emite, siendo preciso conocer la distancia a la tierra. Por definición, se establece un valor estándar: distancia 10 parsec (32,6 AL). La magnitud aparente m_a , magnitud absoluta m_A y distancia d están relacionados por sencillas expresiones de tipo logarítmico.

El diagrama relaciona la temperatura en °C (eje de abscisas) con la luminosidad, es decir, la magnitud absoluta (eje de ordenadas).

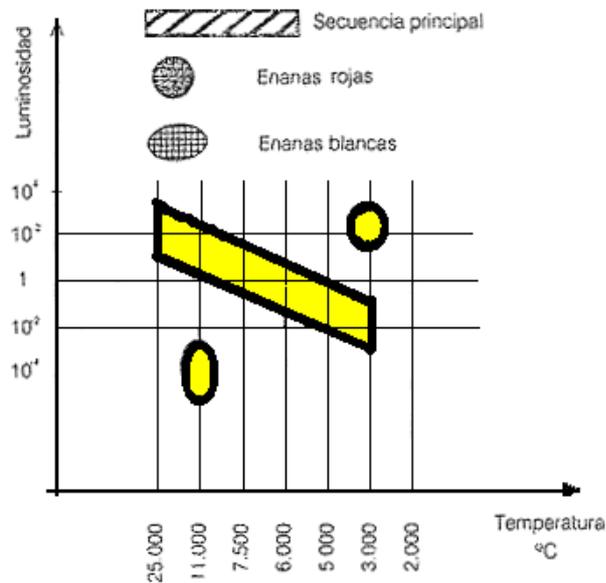
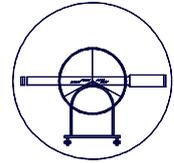


Figura Número 88.- Diagrama HR

Para confeccionar el diagrama se toma una muestra de estrellas, cuya distancia a la tierra es conocida, determinando su magnitud absoluta. Para conocer la temperatura se identifica el tipo espectral u otro parámetro (índice de color). Se obtiene evaluando la magnitud de la estrella en dos longitudes de onda diferentes.

En el diagrama, la mayor parte de las estrellas se disponen en una banda diagonal: parte superior izquierda – parte inferior derecha, denominada secuencia principal. Las estrellas, como el sol, están en fase estable (el 90% de las existentes). La estrechez de la banda revela el delicado equilibrio existente.

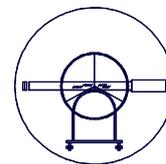
En la parte derecha está la zona de las gigantes rojas, estrellas más frías (unos 3.000° C) que son más luminosas pues al tener más tamaño tienen mayor superficie para radiar. El diámetro puede ser hasta 200 veces el diámetro del sol (doble de la distancia sol-tierra).

En la parte inferior izquierda del diagrama están las enanas blancas, estrellas muy calientes pero muy poco luminosas, siendo de menor diámetro. Son extraordinariamente densas (1 cm³ ≡ 1 tonelada en la tierra).

Con el presente diagrama resulta muy sencillo interpretar la evolución de los diferentes tipos de estrellas.

3.3.5. LA RADIOASTRONOMÍA: CUÁSARES Y PÚLSARES

La telescopía óptica iniciada por Galileo en 1610 con anteojos refractores de tan solo treinta aumentos fue perfeccionándose con los telescopios reflectores creados por Newton (1671) hasta lograr construir el telescopio espacial Hubble que fue puesto en órbita a más de 600 km. de la superficie terrestre en abril de 1990. Tiene una longitud de 13,3 m., un diámetro de 4,3 m. y un peso superior a las 11 toneladas. Con él se han conseguido las mayores aportaciones de esta forma de capturar la información.



Pero a mediados del siglo XX, un nuevo sistema revolucionó este clásico método de observar los astros. En 1937 Grote Reber construye el primer radiotelescopio de 9 m. de diámetro y se inicia una nueva etapa en la observación del espacio. En 1957 se construye el radiotelescopio Novell en Jodrell Bank. Los radiotelescopios revelaron emisiones radioeléctricas, inicialmente en algunas galaxias (radiogalaxias).

Hacia 1963 al observar emisiones en la banda radioeléctrica y localizar la galaxia correspondiente (galaxia huésped) se hizo un trascendental descubrimiento. Algunas de estas radiofuentes no estaba asociadas a galaxias sino a cuerpos de tipo estelar. Se les denominó cuásares y se comprobó que estaban situados a distancias comprendidas entre 10.000 y 15.000 millones de años luz. Quizá son los cuerpos celestes observados más distantes del universo.

El cuásar 3C273 (objeto celeste 273 del tercer catálogo de radiofuentes de Cambridge) se aleja a una velocidad de 44.000 km/seg., causada por la expansión del universo. En el momento de su descubrimiento era el objeto más lejano y luminoso observado. Estudios posteriores establecen que existe un cuásar por cada 100.000 galaxias.

Estos objetos han permitido desarrollar sistemas como el VLBI (muy larga base interferométrica) que ha jugado un papel de especial trascendencia en la implantación de puntos fijos para el Sistema de Posicionamiento Global (GPS).

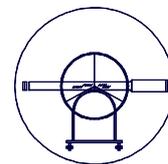
En 1967, Jocelyn Bell, tomando datos para su tesis doctoral en el Instituto de Radioastronomía de la Universidad de Cambridge, encontró la señal pulsante con un periodo de 1,37 seg. La doctoranda y su director, Anthony Hewish descubrieron posteriormente el primer púlsar PSR 1919+21 (ascensión recta: 19 h. 19 m.; declinación +21). En la actualidad hay más de 700 púlsares en nuestra galaxia. Los púlsares y las estrellas de neutrones, anteriormente citadas, representan los restos de grandes estrellas que agonizan. Los pulsos de radio regulares tienen periodos desde milisegundos hasta centenas de segundo, pudiéndose interpretar como relojes cósmicos.

En nuestro país se encuentra operativo un radiotelescopio de 40 m. de diámetro en el Centro Astronómico de Yebes (CAY), situado a 80 km. de Madrid, en la provincia de Guadalajara.

3.3.6. OBSERVATORIOS ASTRONÓMICOS

El Real Decreto 243/1992, de 13 de Marzo, y el Reglamento de la ley 31/1988, de 31 de octubre, dictaminan medidas tendentes a garantizar la calidad de las observaciones en las proximidades de los observatorios astronómicos, en base a limitar:

- Alumbrado.
- Emisoras de radio.
- Establecimiento de industrias.
- Limitación de actividades.



Son las disposiciones legales que regulan las condiciones que deben cumplir las obras que se proyecten y se construyan en el área de influencia de un observatorio astronómico.

3.3.7. ÚLTIMAS CONSIDERACIONES

A) Viaje de Cassini-Huygens

Tras siete años de viaje la nave y la sonda llegaron a la órbita prevista de Saturno, cuyos anillos (composición, espacios, ...) fueron analizados por el primero de los Cassini: Gian Domenico Cassini (1625-1712). A primera hora del día de Navidad del 2004 partió hacia su destino final, Titán, descubierto por Christian Huygens (1629-1695), el viaje duro hasta mediados de Enero de 2005, donde investigó el gran satélite de Saturno, sobre todo la composición de nitrógeno y metano. El objetivo era obtener información de su configuración pues se cree que pudo ser muy similar a la atmósfera que tenía la tierra cuando apareció la vida.

b) Radios de las esferas en el sistema solar y velocidades:

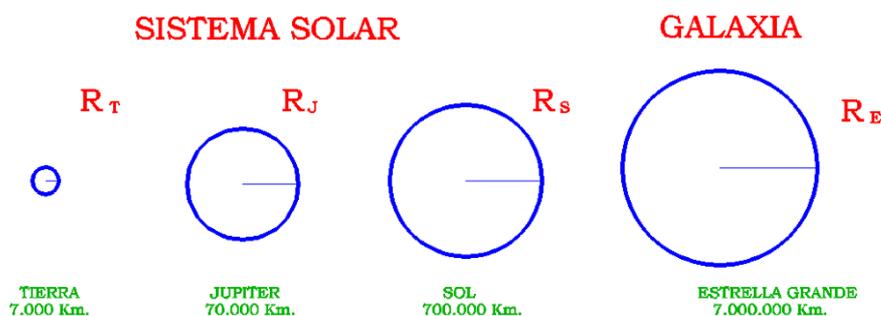


Figura Número 89.- Radios de las esferas en el sistema solar

Las velocidades galaxia / sol / tierra:

Luna:	1 km/seg.	Luna:	3.600 km/h.
Tierra:	30 km/seg.	Tierra:	108.000 km/h.
Sol:	270 km/seg.	Sol:	972.000 km/h.
Vía Láctea:	500 km/seg.	Vía Láctea:	1.800.000 km/h.

c) Aspectos curiosos

- α centauri: estrella más cercana al sol, encontrándose a 38 billones de km.
- Enana blanca: tiene la masa del sol y el radio de la tierra.
- Estrella de neutrones: tiene la masa del sol y pocos km. de radio.