

## **Instrumentos topográficos clásicos. Nivelación**



## ÍNDICE

<b>1- APARATO TOPOGRÁFICO PARA MEDIDAS ANGULARES</b>	<b>8</b>
<b>1.1.- DEFINICIÓN DE LOS DIFERENTES TIPOS DE ÁNGULOS</b>	<b>8</b>
1.1.1.- Ángulos en el plano horizontal	8
1.1.2.- Ángulos en el plano vertical	9
<b>1.2.- DESCRIPCION GENERAL DE UN GONIOMETRO</b>	<b>10</b>
<b>1.3.- EL TEODOLITO</b>	<b>13</b>
1.3.1.- PARTES ESENCIALES DE UN TEODOLITO	13
1.3.2.- UTILIZACION DEL TEODOLITO	16
1.3.3.- PARÁMETROS REPRESENTATIVOS DE UN TEODOLITO	19
1.3.4.- COMPROBACIONES Y CORRECCIONES	21
<b>1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO</b>	<b>22</b>
1.4.1.- MEDICIÓN ELECTRÓNICA DE ÁNGULOS	22
1.4.2.- SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS	23
1.4.3.- OFERTA ACTUAL DE TEODOLITOS ELECTRÓNICOS	23
<b>1.5.- ERRORES EN LAS MEDIDAS ANGULARES</b>	<b>25</b>
1.5.1.- ERRORES SISTEMÁTICOS Y ACCIDENTALES	25
1.5.2.- OTRAS EXPRESIONES UTILIZADAS	30
1.5.3.- MÉTODOS PARA AUMENTAR LA PRECISIÓN	31
<b>1.6.- EJERCICIO DE APLICACIÓN</b>	<b>32</b>
<b>2- APARATOS PARA LA MEDIDA DE DISTANCIAS</b>	<b>35</b>
<b>2.1.- INTRODUCCIÓN</b>	<b>35</b>
<b>2.2.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS</b>	<b>35</b>
2.2.1.- Introducción	35
2.2.2.- Cintas métricas y reglas	36
2.2.3.- Hilos INVAR	37
<b>2.3.- MEDIDAS INDIRECTAS DE DISTANCIAS</b>	<b>38</b>
2.3.1.- Medida indirecta de distancias por métodos estadimétricos	39
2.3.2.- Medida indirecta de distancias por métodos electromagnéticos	43
2.3.2.1.- <i>Introducción</i>	43

2.3.2.2.- <i>Particularidades en la medida de la distancia.</i> .....	47
2.3.2.3.- <i>Precisión en la medida electrónica de distancias.</i> .....	48
2.3.2.4.- <i>Aspectos prácticos de la utilización de distanciómetros.</i> .....	56
2.3.2.5.- <i>Ejercicio de aplicación.</i> .....	58
<b>2.4.- LA ESTACIÓN TOPOGRÁFICA.....</b>	<b>59</b>
2.4.1.- Aspectos previos. ....	60
2.4.2.- Introducción al empleo de coordenadas.....	62
2.4.2.1.- <i>Cálculo de las coordenadas planimétricas.</i> .....	63
2.4.2.2.- <i>Cálculo de la coordenada altimétrica.</i> .....	64
2.4.3.- Precisión en las medidas con estación total.....	65
2.4.4.- Oferta actual de estaciones totales.....	66
2.4.4.1.- <i>Mejoras generalizadas.</i> .....	66
2.4.4.2.- <i>Mejoras particularizadas.</i> .....	68
<b>2.5.- LÁSER ESCÁNER TERRESTRE .....</b>	<b>72</b>
2.5.1.- Componentes del láser escáner. ....	72
2.5.1.1.- <i>Telémetro.</i> .....	72
2.5.1.2.- <i>Unidad de desviación del rayo láser.</i> .....	73
2.5.2.- Planteamiento de la medida. ....	75
2.5.3.- Exploración.....	76
2.5.4.- Georreferenciación.....	76
2.5.4.1.- <i>Georreferenciación directa.</i> .....	77
2.5.4.2.- <i>Georreferenciación indirecta.</i> .....	78
2.5.5.- Procesado de datos .....	79
2.5.6.- Uso de los TLS.....	80
<b>3- MEDIDA DE DESNIVELES. ....</b>	<b>82</b>
<b>3.1.- INTRODUCCIÓN.....</b>	<b>82</b>
<b>3.2.- ASPECTOS ALTIMÉTRICOS. CORRECCIONES.....</b>	<b>84</b>
3.2.1.- Corrección por esfericidad de la Tierra.....	85
3.2.2.- Corrección por refracción. Corrección por trayectoria de la onda.....	86
3.2.3.- Influencia de la corrección por esfericidad y refracción. ....	89
<b>3.3.- NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA. ....</b>	<b>89</b>
3.3.1.- Error debido al término trigonométrico $t_E^P$ .....	90

3.3.2.- Error debido a la medida de la altura de instrumento, $i_E$ .....	92
3.3.3.- Error debido a la medida de la altura del prisma $m_p$ . .....	94
3.3.4.- Error altimétrico total. ....	94
<b>3.4.- NIVELACIÓN GEOMÉTRICA. EL NIVEL.....</b>	<b>96</b>
3.4.1.- Introducción. Fundamento.....	96
3.4.2.- El nivel como instrumento topográfico. ....	98
3.4.2.1.- Nivel óptico.....	100
3.4.2.2.- Nivel electrónico o digital. ....	101
3.4.2.3.- Nivel láser.....	103
3.4.3.- Errores en la nivelación geométrica. ....	104
3.4.3.1.- Errores propios del aparato. ....	104
3.4.3.2.- Error por falta de verticalidad de la mira. ....	105
3.4.3.3.- Error altimétrico total. ....	107
3.4.4.- Ejercicio de aplicación. ....	109
3.4.5.- Formas de trabajo con un nivel. ....	112
3.4.5.1.- Introducción.....	112
3.4.5.2.- Metodologías topográficas con el nivel.....	113
3.4.6.- Ejercicios de aplicación.....	116

## ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.- Definición de ángulos horizontales. ....	8
Figura 2.- Definición de ángulos en el plano vertical.....	9
Figura 3.- Esquema general de un goniómetro.....	12
Figura 4. Partes de un goniómetro.....	12
Figura 5.- Definición de un ángulo entre dos direcciones.....	13
Figura 6.- Plataforma nivelante.....	14
Figura 7.- Orientación de un teodolito. ....	15
Figura 8.- Definición de la puntería. ....	18
Figura 9.- Puntería sobre un prisma. ....	19
Figura 10.- Obtención de ángulos en un teodolito electrónico.....	19
Figura 11.- Niveles de un teodolito.....	20
Figura 12.- Características técnicas de un teodolito electrónico.....	24
Figura 13.- Caracterización del error de dirección.....	27
Figura 14.- Error de dirección. ....	27
Figura 15.- Falta de verticalidad del jalón.....	28
Figura 16.- Elementos de centrado forzonso.....	29
Figura 17.- Trípodes para jalón. ....	29
Figura 18.- Cinta de fibra. ....	36
Figura 19.- Cinta topográfica metálica.....	37
Figura 20.- Fundamento de la medida estadimétrica de distancias.....	39
Figura 21.- Estadía horizontal INVAR.....	40
Figura 22.- Retículo de un taquímetro.....	41
Figura 23.- Lectura real con un taquímetro.....	42
Figura 24.- Fundamento de la medida electromagnética de distancias.....	44
Figura 25.- Telurómetro. ....	45
Figura 26.- Geodímetro. ....	46
Figura 29.- Grafico de corrección atmosférica de un equipo europeo tipo "Leica". ....	51
Figura 30.- Corrección atmosférica introducida en el instrumento.....	52
Figura 31.- Constante de equipo.....	53
Figura 32.- Constante de prisma.....	54
Figura 33.- Constantes de adición para aparatos tipo "Leica".....	55
Figura 34.- Offset de un prisma.....	55
Figura 35.- Pantallas para introducir la constante de adicción de un prisma. (TPS 1200 Leica).....	56
Figura 34.- Partes de una estación total.....	61
Figura 38.- Libreta taquimétrica.....	62
Figura 39.- Cálculo de coordenadas planimétricas.....	63
Figura 40.- Nivelación trigonométrica. ....	64
Figura 41.- Error en la medida de la altura del prisma (m). ....	66
Figura 42.- Plomada láser.....	67
Figura 43.- Nivel electrónico y compensador. ....	67
Figura 44.- Características del equipo Leica TM30.....	69
Figura 45.- Reconocimiento automático del prisma.....	70
Figura 46.- Ayuda al replanteo.....	70
Figura 47.- Estación total con GPS. ....	71
Figura 48.- Espejo rotativo. ....	74
Figura 49.- Espejo poligonal. ....	74
Figura 50.- Espejo oscilante. ....	75
Figura 51.- Sistema coordenado interno de un explorador láser.....	77
Figura 52.- Ejemplos de dianas para láser escáner.....	78
Figura 53.- Ejemplo de procesado y obtención de primitivas. Fuente Leica. ....	79
Figura 55.- Ejemplo de utilización del TLS en patrimonio.....	80
Figura 56.- Exterior e interior de una galería minera. ....	80
Figura 57.- Escaneado de un nudo de carreteras. ....	81

Figura 58.- Escaneado de un castillete minero.....	81
Figura 59.- Resumen de alturas en el Puerto de Santander. Fuente Autoridad portuaria de Santander. ....	84
Figura 60.- Corrección por esfericidad.....	85
Figura 61.- La refracción de la visual.....	87
Figura 62.- Cálculo de la corrección por refracción.....	88
Figura 63.- Influencia de la corrección por esfericidad y refracción.....	89
Figura 64.- Error $e_i^I$ .....	90
Figura 65.- Error $e_i^{II}$ .....	91
Figura 66.- Nivelación sin influencia de $e_i$ .....	93
Figura 63.- Error en la medida de la altura del prisma ( $e_m$ ). .....	94
Figura 68.- Fundamento de la nivelación geométrica .....	96
Figura 69.- Ejemplo de nivelación geométrica.....	97
Figura 70.- Retículo en cuña. ....	98
Figura 71.- Trípode de cabeza esférica.....	99
Figura 72.- Ejemplos de niveles ópticos (Leica NA700, NA2 y Sokkia B20).....	100
Figura 73.- Nivel electrónico Leica DNA03 .....	101
Figura 74.- Nivel electrónico básico Leica Sprinter 250M. ....	102
Figura 75.- Características técnicas. Nivel Leica DNA.....	102
Figura 76.- Nivel láser.....	103
Figura 77.- Error en la nivelación geométrica $e_z^I$ .....	105
Figura 78.- Error por falta de verticalidad de la mira.....	105
Figura 79.- Mira dotada de bípode. ....	107
Figura 80.- Relación L-N .....	111
Figura 81.- Libreta de nivelación .....	112
Figura 82.- Nivelación encadenada. ....	113
Figura 83.- Ejemplo de nivelación de un saneamiento.....	114

# 1- APARATO TOPOGRÁFICO PARA MEDIDAS ANGULARES

Uno de los observables principales, y objeto de medición, en la Topografía y la Geodesia es el ángulo formado por dos direcciones bien definidas, ya sea en el plano horizontal como en el plano vertical.

## 1.1.- DEFINICIÓN DE LOS DIFERENTES TIPOS DE ÁNGULOS

El estudio de los ángulos se realizará distinguiendo entre los definidos en el plano horizontal y los establecidos en el plano vertical.

### 1.1.1.- Ángulos en el plano horizontal.

Los ángulos en el plano horizontal tienen diferentes denominaciones según el origen que se considere.

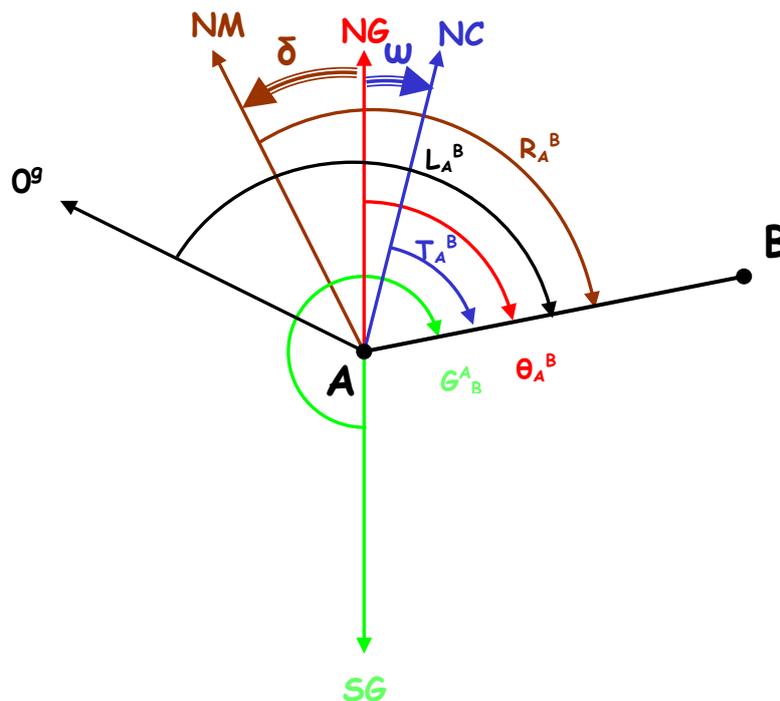


Figura 1.- Definición de ángulos horizontales.

- Acimut topográfico ( $\theta_A^B$ ): Es el ángulo horizontal determinado por las direcciones de la meridiana geográfica (N) y la visual considerada.

- Acimut geodésico ( $G_A^B$ ): Es el ángulo horizontal determinado por las direcciones de la meridiana geográfica (S) y la visual considerada.
- Rumbo ( $R_A^B$ ): Es el ángulo horizontal determinado por las direcciones de la meridiana magnética (NM) y la visual considerada.
- Orientación ( $T_A^B$ ): Es el ángulo horizontal determinado por las direcciones al eje de ordenadas de la cuadrícula (NC) y la visual considerada.
- Lectura ( $L_A^B$ ): Es el ángulo horizontal determinado por las direcciones de una visual origen cualquiera y la visual considerada.

### 1.1.2.- Ángulos en el plano vertical.

Los ángulos en el plano vertical también tienen diferentes denominaciones según el origen adoptado.

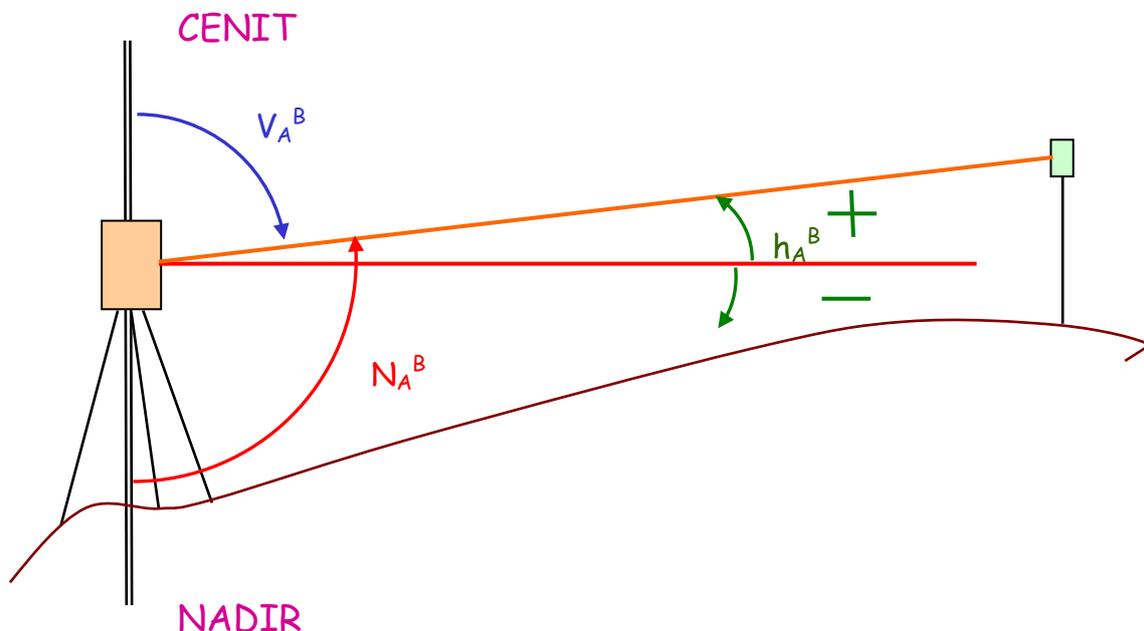


Figura 2.- Definición de ángulos en el plano vertical.

- Angulo vertical o altura ( $h_A^B$ ): Es el ángulo que forma el plano horizontal con la visual. Será de elevación o de depresión según que la visual sea ascendente o descendente.
- Angulo cenital ( $V_A^B$ ): Es el ángulo que forma la vertical ascendente con la visual considerada. Es el tipo de ángulo habitualmente observado en los aparatos actuales.
- Angulo nadiral ( $N_A^B$ ): Es el ángulo que forma la vertical descendente con la visual que se considera.

A partir de los ángulos, horizontal y vertical, observados a partir de un determinado punto queda definida una semirrecta en el espacio en la que se encontrará el punto observado, a una cierta distancia.

## 1.2.- DESCRIPCION GENERAL DE UN GONIOMETRO

El goniómetro es el aparato que en el terreno evalúa los ángulos necesarios para realizar los trabajos topográficos.

El esquema general de un goniómetro se ajustará a las funciones a desarrollar, debiendo disponer de elementos para estacionar, referenciar y evaluar los ángulos.

Según la facultad de un goniómetro para medir ángulos se clasifican de la forma siguiente:

- Completos: Goniómetro capaz de evaluar los ángulos en el plano horizontal y los ángulos en el plano vertical.
- Acimutal: Goniómetro que tan solo es capaz de evaluar los ángulos en el plano horizontal.
- Eclímetro: Goniómetro que tan solo es capaz de evaluar los ángulos en el plano vertical, expresando el resultado en unidades angulares convencionales (grados sexagesimales o centesimales).
- Clisímetro: Goniómetro capaz de evaluar los ángulos en el plano vertical, expresando el valor de su pendiente en tanto por ciento.

### Partes esenciales de un goniómetro

En esquema, el goniómetro consta de tres partes fundamentales que se articulan en torno a tres ejes perpendiculares entre sí:

- Eje principal: Es el eje vertical del aparato materializado por el calado de la plataforma nivelante. Se utiliza para estacionar el aparato, y a partir de él gira la alidada acimutal permitiendo determinar lecturas angulares (horizontales).
- Eje de muñones: Por construcción es normal al eje principal. Alrededor de él gira el anteojo. En él se determina la altura del instrumento.
- Eje de colimación: Es la recta que une el centro óptico del objetivo con el centro de la cruz filar del retículo. Define, por lo tanto, la visual realizada.

El eje principal del instrumento topográfico se coloca, en campo, coincidente con la vertical del lugar. La bondad de la coincidencia dependerá de las características del sistema de nivelación del propio aparato. Las partes que se articulan en torno a estos ejes son:

- Anteojo o colimador: Sirve para realizar la puntería según el eje de colimación. Tiene posibilidad de movimiento en torno al eje secundario o de muñones.
- Alidada: Elemento móvil que arrastra al anteojo. Tiene libertad de giro en torno al eje principal.
- Limbos: Discos graduados para evaluar los valores de los ángulos en el plano horizontal y en el plano vertical.

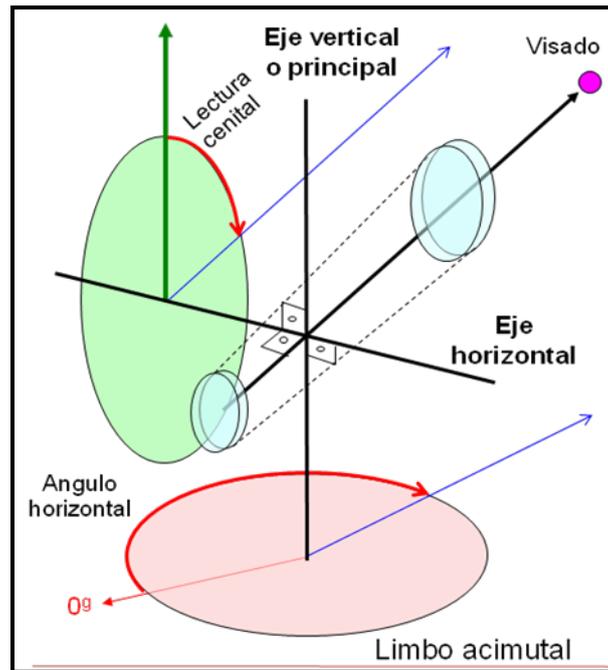


Figura 3.- Esquema general de un goniómetro.

Los elementos esenciales participan de movimientos en torno a los ejes fundamentales definidos, con lo que se puede hacer puntería a cualquier punto y permiten la lectura de los ángulos en el plano horizontal y en el plano vertical.

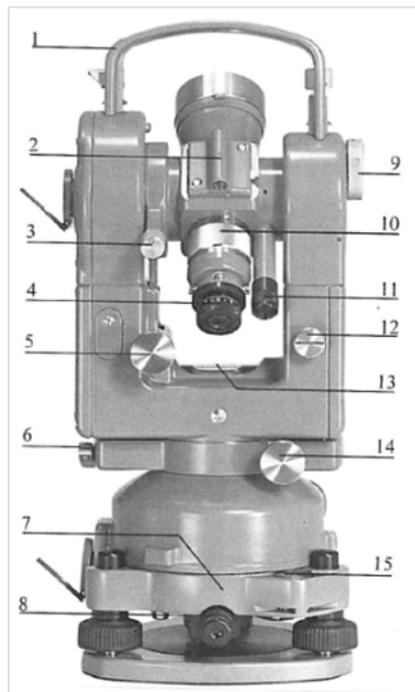


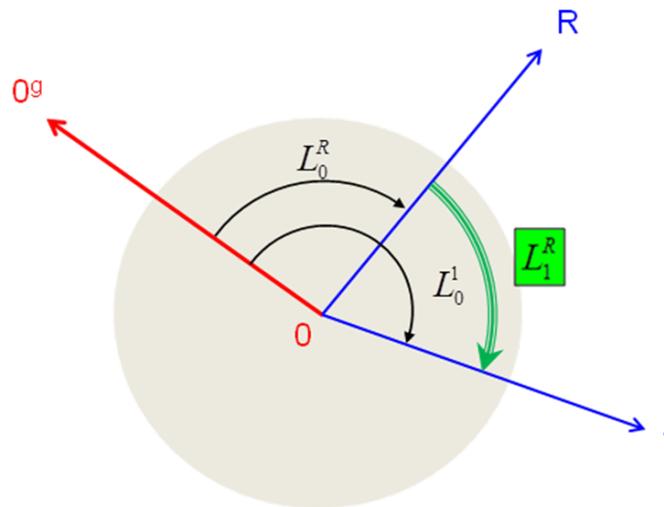
Figura 4. Partes de un goniómetro.

La medición de un ángulo en el plano horizontal se puede realizar de forma directa haciendo corresponder el valor cero del limbo horizontal con el

punto origen y evaluar el ángulo recorrido hasta llegar al punto que se quiere visar.

También se puede determinar por diferencia de lecturas entre los dos puntos considerados sin necesidad de ubicar el origen de ángulos del limbo horizontal en el punto origen de la medición, obteniéndose la magnitud angular a evaluar como diferencia de lecturas

$$L_R^1 = L_o^1 - L_o^R$$



**Figura 5.- Definición de un ángulo entre dos direcciones.**

La medición de un ángulo en el plano vertical se realiza a partir del origen considerado, haciendo puntería en el punto a visar. La iniciación es automática o a través del calado de un nivel, siendo el caso más usual los goniómetros con origen de ángulos en el plano vertical situado en el cenit.

### 1.3.- EL TEODOLITO

#### 1.3.1.- PARTES ESENCIALES DE UN TEODOLITO.

Entre los goniómetros o aparatos medidores de ángulos, el más perfeccionado es el teodolito. Se pueden distinguir las siguientes partes:

- Una plataforma nivelante, que mediante tres tornillos permite la nivelación del aparato. De esta forma se consigue que el eje principal del teodolito coincida con la dirección de la vertical del lugar.



**Figura 6.- Plataforma nivelante.**

- En su interior se dispone de un eje solidario del limbo acimutal, permitiendo con un tornillo de presión efectuar el movimiento del limbo, independientemente del anteojo, siendo empleado para orientar acimutalmente el teodolito. Este giro se denomina movimiento general del instrumento.
- A su vez, existe un segundo eje solidario con la alidada horizontal, que tiene tornillos de presión y coincidencia, consiguiendo el giro sobre el eje, denominándose movimiento particular de la alidada. Se emplea para obtener lecturas acimutales.
- Sobre esta superficie se dispone el soporte del anteojo giratorio alrededor de un eje horizontal, arrastrando en su giro a la alidada

cenital, disponiendo de tornillos de presión y coincidencia. Este giro es el movimiento del eclímetro o alidada cenital.

Por lo tanto, existen movimientos compatibles que permiten posicionar un punto angularmente:

- Orientar: se libera el movimiento general del aparato. Hoy día esta operación se realiza a partir de una opción presente en el propio teodolito: se hace puntería en una dirección concreta y se establece en ella un valor angular determinado

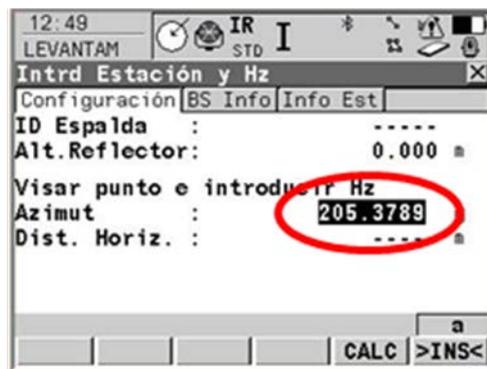


Figura 7.- Orientación de un teodolito.

- Leer ángulos horizontales: Se fija el movimiento general y se libera el movimiento particular de la alidada de forma que al girar el anteojo alrededor del eje principal las lecturas horizontales varían y, por lo tanto, los ángulos horizontales que muestra el aparato.
- Leer ángulos verticales: liberado el movimiento del eclímetro, al girar alrededor del eje horizontal, secundario o de muñones, se obtiene el ángulo vertical en la dirección deseada siendo, habitualmente, el origen la vertical ascendente (ángulo cenital).

Además de las partes enumeradas, los teodolitos se utilizan con un gran número de accesorios:

- Trípode: Elemento soporte del instrumento, de muy diversa constitución y tipología.

- Plomada: Para asegurar la coincidencia del eje principal sobre el punto estación. Pueden ser ópticas o clásicas, imperando las primeras.
- Señales de puntería: Materializan la posición del punto a captar. Pueden ser permanentes, semipermanentes o accidentales.

Un teodolito debe ser un goniómetro que permita efectuar la vuelta de campana, pudiendo hacer observaciones en posición normal (lectura en círculo directo: CD) en posición invertida (lectura en círculo inverso: CI). La posición en círculo directo se caracteriza por un valor del ángulo cenital de alrededor de  $100^{\circ}$ , siendo éste mismo de unos  $300^{\circ}$  en círculo inverso.

De forma habitual las observaciones se realizan en CD. No obstante, para mejorar algunas punterías se realizan lecturas en CD y CI, efectuando una vuelta de campana o Bessel. Los resultados obtenidos deberán ser promediados según las siguientes expresiones:

$$H_{prom} = \frac{H_{cd} + (H_{ci} \pm 200^{gr})}{2}$$

para los ángulos horizontales dado que éstos se diferencian en  $200^{\circ}$

$$V_{prom} = \frac{V_{cd} + 400 - V_{ci}}{2}$$

para los ángulos verticales dado que éstos suman  $400^{\circ}$

### 1.3.2.- UTILIZACION DEL TEODOLITO

#### A) Puesta en estación y nivelación

Al situar el aparato en un punto del terreno para efectuar una observación, su eje principal debe ser coincidente con la vertical del lugar y pasar por el punto A de estación, utilizando la plomada normal o la plomada óptica. En conjunto de operaciones a realizar es el siguiente:

- 1- Situar el trípode sobre el vértice topográfico donde se desea estacionar con su base a la altura aproximada de la boca del alumno que estaciona (con las patas cerradas).

- 2- Abrir las patas del trípode de forma que la base de éste se mantenga lo más horizontal posible.
- 3- Colocar el aparato sobre el trípode atornillándolo a éste, momento en que puede soltarse el primero.
- 4- Ejecución de la puntería sobre el elemento donde se desea estacionar, para lo cual se pisará una de las patas levantando el conjunto trípode aparato a partir de las otras dos hasta lograr una puntería aproximada sobre el vértice topográfico.

Se intentará que la base del trípode en todo momento se aproxime lo más posible a la horizontal. Una vez colocado el trípode en el suelo se pisarán las patas restantes.

La puntería exacta se ejecutará con los tornillos de nivelación.

- 5- El nivelado del aparato se efectuará según dos pasos:

**Calado de la burbuja esférica:** Se realizará subiendo o bajando las patas del trípode (para lo cual se recomienda pisar la afectada), hasta que la burbuja quede en la dirección de otra pata, repitiéndose, entonces, el proceso; o hasta calar sensiblemente la burbuja.

**Calado del nivel tórico:** Para ello se situará éste en la dirección de dos tornillos nivelantes y se calará la burbuja. Posteriormente se girará el aparato 90° calando nuevamente la burbuja con la ayuda del tercer tornillo, con lo que el eje principal del aparato se considerará vertical.

- 6- Comprobación de la puntería: Se comprobará la perfecta puntería de la plomada sobre el punto en el que se desea estacionar, corrigiendo, si fuera necesario, ésta gracias al pequeño movimiento del aparato sobre el trípode. Para ello se aflojará el teodolito y se desplazará sobre la base del trípode, sin girarlo, hasta que se logre la puntería correcta.

- 7- Nivelado del aparato según el paso 5 atendiendo únicamente al nivel tórico, repitiéndose el proceso expuesto en el punto 6 si fuera preciso.

### B) Observación

La aproximación a la puntería se realiza con un dispositivo coincidente con el anteojo y situado sobre él y la puntería final con el propio anteojo.

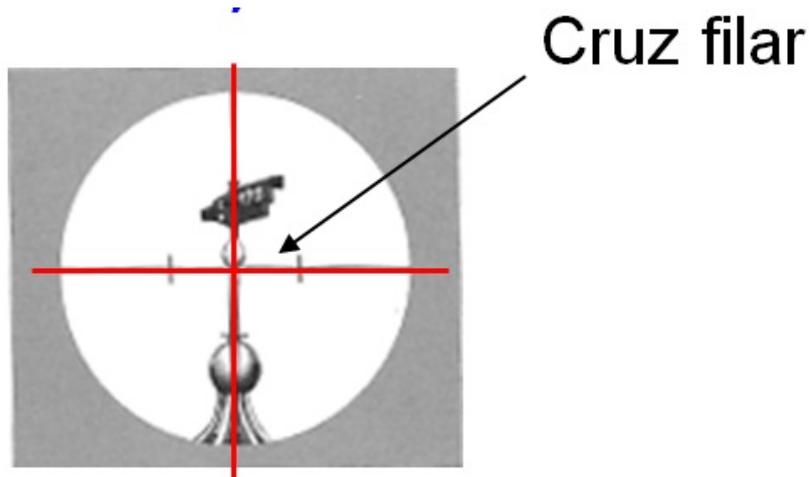


Figura 8.- Definición de la puntería.

La puntería se realiza en la intersección de la cruz filar, grabada en la propia óptica del anteojo (retículo).

Dado que el teodolito se utiliza como tal, es decir, para hallar ángulos exclusivamente, pero también, y con mayor frecuencia, asociado a un sistema de evaluación de distancias, además de la puntería a un lugar concreto genérico o a una diana predeterminada, predominan las punterías realizadas a elementos que están asociados a sistemas de evaluación de distancias: estadías horizontales, estadías verticales y prismas de reflexión de ondas.



Figura 9.- Puntería sobre un prisma.

Las lecturas de los ángulos resultantes se obtienen, actualmente, directamente en la pantalla del aparato, al tratarse de teodolitos electrónicos.

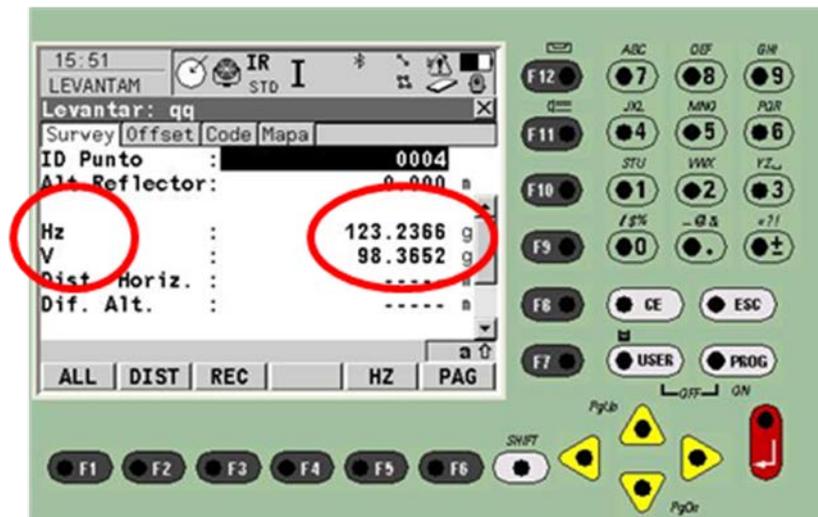


Figura 10.- Obtención de ángulos en un teodolito electrónico.

Estas lecturas, para el teodolito, son independientes del sistema utilizado para hacer puntería.

### 1.3.3.- PARÁMETROS REPRESENTATIVOS DE UN TEODOLITO.

Entre las especificaciones técnicas que caracterizan a un teodolito destacan, por su participación en las relaciones que regulan los errores sistemáticos, los siguientes: sensibilidad del nivel, aumentos del antejo y apreciación.

### A) Sensibilidad del nivel (S)

Evalúa la coincidencia entre la dirección del eje principal del aparato y la vertical del lugar. Expresa la desviación del eje principal del aparato de la vertical del lugar cuando la burbuja tórica se mueve una división

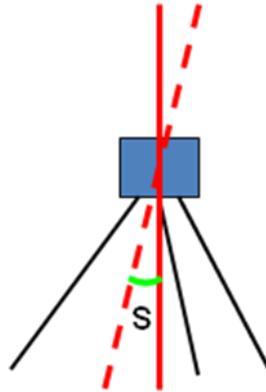


Figura 11.- Niveles de un teodolito.

Para evaluar la sensibilidad de un nivel se efectúa una visual horizontal en la dirección de dos tornillos nivelantes a una regla graduada situada a una distancia conocida  $D$ , obteniendo una lectura  $m_1$ . Moviendo uno de los tornillos se desplaza la burbuja  $n$  divisiones, obteniendo en este caso la lectura  $m_2$ .

El ángulo girado será:

$$\alpha = \frac{m_1 - m_2}{D}$$

La sensibilidad del nivel se obtendrá dividiendo el ángulo entre el número de divisiones:

$$s = \frac{\alpha}{n}$$

Como unidad se usan los segundos centesimales o sexagesimales.

### B) Aumentos del antejo (A)

El antejo está constituido por dos lentes convergentes, constituyendo un sistema dióptrico centrado. Se denomina aumento a la relación existente entre los ángulos bajo los que se ve la imagen de un objeto a través del antejo y directamente. Depende exclusivamente de su configuración óptica.

### C) Apreciación (a)

Los sistemas para marcar el valor de un determinado ángulo dependen de la constitución del sistema limbo - captador óptico con el que se determina una lectura angular. La apreciación define la bondad del conjunto limbo - captador óptico para identificar completamente una lectura.

Los valores son muy diversos, siendo este parámetro el que más caracteriza la disposición del aparato para evaluar con precisión un determinado ángulo.

### 1.3.4.- COMPROBACIONES Y CORRECCIONES

Con el simple propósito de tener una noción de las impresiones previas a la utilización de un teodolito se nombran algunas precauciones a considerar para comprobar el estado del instrumento. Para todos los efectos se considerará que el aparato topográfico está revisado y dispuesto para su uso, sin más limitaciones que las definidas en sus características técnicas particulares.

- Torcedura del eje principal: Es un defecto grave del aparato. Para comprobar su existencia se estaciona el teodolito, nivelándolo completamente, empleando uno de los giros, por ejemplo, el general del aparato. Fijando luego éste y soltando el de la alidada, debe permanecer nivelado. Si no sucede, existe torcedura del eje principal.
- Falta de perpendicularidad entre el eje de colimación y el secundario: Con el teodolito estacionado se observa, en horizontal, un punto lejano. Se efectúa vuelta de de campana y giro acimutal de  $200^{\text{g}}$  ( $180^{\circ}$ ), con lo cual, si no existe este error, se tendría visado al punto considerado. Si existiese variación, su valor será la mitad de la diferencia de lecturas acimutales en el punto de ambos casos. Para corregirlo se lleva el anteojo a la posición media entre las dos visuales, y moviendo lateralmente el retículo con los tornillos correspondientes se lleva la cruz filar hasta el punto visado.
- Corrección del eclímetro: Consiste en colocar éste de manera que con el aparato nivelado marque  $0^{\text{g}}$  ( $0^{\circ}$ ) ó  $100$  ( $90^{\circ}$ ). Caso de no ser



así, la corrección se realiza con tornillos que hacen girar el limbo con independencia del anteojo o bien al revés. Esta corrección suele hacerse automáticamente en los nuevos modelos o bien a través de un nivel llamado por ello nivel de eclímetro, que hay que calar en cada puntería.

## **1.4.- EL TEODOLITO ELECTRÓNICO.**

### **1.4.1.- MEDICIÓN ELECTRÓNICA DE ÁNGULOS.**

El diseño general de los teodolitos no había sufrido ninguna variación sustancial. Se habían producido avances en los materiales intervinientes, en la óptica y en el sistema de ofrecer la lectura angular. Un cambio radical se ha producido en los últimos años, y con la implantación de sistemas de lectura de círculo electrónico y de sensores para detectar la inclinación de la vertical del instrumento y su conexión con la distanciametría electrónica han hecho realidad su operatividad.

Los teodolitos electrónicos aparecen en la década de los 60 así, en 1977 en Estocolmo cuando se presentó uno de los primeros teodolitos electrónicos. A partir de ese momento, las investigaciones se orientaron hacia la implantación de sistemas de lectura de círculo electrónico. Tan solo a partir de los años ochenta el coste de estos instrumentos les ha hecho competitivos.

La medición angular (acimutal o cenital) se establece a partir de captaciones dinámicas con exploración optoelectrónica o bien por métodos basados en un sistema de evaluación incremental por vía óptica. De esta forma, entre dos posiciones fijas (una inicial y otra final) sobre los limbos horizontal y vertical se determinan los valores angulares de forma rápida y con precisión similar a los logrados con los teodolitos ópticos.

El esquema funcional coincide con el teodolito descrito, salvo que el esquema se articula en la sustitución de los limbos clásicos por un círculo de vidrio con una serie de divisiones electrónicamente discretizadas, que accionadas convenientemente, marcan en pantalla, de forma numérica, el valor del ángulo leído.

### **1.4.2.- SISTEMAS DE EVALUACIÓN DE ÁNGULOS.**

Existen varias formas o sistemas de establecer la medida electrónica de un determinado ángulo por medio de un teodolito. En general, existen dos sistemas de lectura: incremental y absoluto.

El sistema absoluto se basa en un limbo que lleva grabado un origen o cero absoluto así como los valores fijados en su superficie. Ha sido utilizado en algunos equipos poco precisos, habiendo caído, hoy en día, en desuso.

El sistema incremental, utilizado en casi todas los teodolitos, determina el ángulo de rotación por la variación de una magnitud susceptible de medida electrónica: ciclos en la intensidad luminosa y medida de diferencia de fase.

El codificador giratorio incremental óptico está formado por una escala principal y una escala secundaria, junto con una sección sensora.

La variación de luz y sombra, por efecto Moiré, que se genera cuando la escala principal gira un paso se transforma en señal sinusoidal susceptible de ser cuantificada y codificada.

Lo interesante de este tipo de instrumento es la gran ventaja de ofrecer las dos lecturas angulares de forma digital y, por lo tanto, susceptible de ser captada y almacenada de manera automática sobre un soporte magnético (libreta electrónica).

### **1.4.3.- OFERTA ACTUAL DE TEODOLITOS ELECTRÓNICOS**

Desde la aparición de los teodolitos ópticos, éstos han sufrido un importante avance, presentando, en la actualidad, una serie de mejoras respecto de los primitivos aparatos.

- Para el estacionamiento es general la utilización de plomadas láser que, además de ser más cómodas de utilizar, permiten un estacionamiento más preciso del aparato.
- Se ha mejorado la sensibilidad del nivel (S) con la inclusión de sensores electrónicos (compensador) que detectan automáticamente y corrigen cualquier inclinación del eje vertical del aparato.

Aumentan la precisión total, dado que disminuye el error de verticalidad.

- Por otro lado la lectura electrónica del ángulo y su posterior abaratamiento ha dado como resultado un menor precio de los teodolitos con mejores apreciaciones.
- Se ha generalizado el empleo de niveles tóricos digitales haciendo más cómoda la puesta en estación del **aparato**.

La gama de teodolitos disponibles hoy en día en el mercado es muy amplia y variada, no obstante, se podrían distinguir dos grandes grupos atendiendo a la apreciación (a):

- Aparatos con apreciación angular "habitual" :  $3^{cc}$ ,  $6^{cc}$ ,  $9^{cc}$ ,  $15^{cc}$ , correspondientes a  $1''$ ,  $2''$ ,  $3''$ ,  $5''$
- Aparatos con precisiones angulares "especiales":  $1^{cc}$ ,  $2^{cc}$  correspondientes a  $0.3''$ ,  $0.7''$

▶ Ejemplo: características **Leica TS02/06/09**:

**Sensibilidad (S); Aumentos (A); Apreciación (a)**

Medición de Angulos (Hz, V)		
Predisión (Desviación estándar ISO17123-3)	3" (1 mgon), 5" (1.5 mgon), 7" (2 mgon)	Optional
Método	Absoluto, continuo, diametral	
Resolución en pantalla	0.1" / 0.1 mgon / 0.01 mil	
Compensación	Compensador de cuádruple eje centralizado (Desactivable)	
Predisión de compensador	1", 1.5", 2"	
Anteojo		
Aumento	30x	
Resolución	3"	
Campo de visión	1° 30' (1.66 gon) / 2.7 m a 100 m	
Rango de enfoque	1.7 m a infinito	
Retículo	Iluminado, 5 niveles de brillo	

Figura 12.- Características técnicas de un teodolito electrónico



## 1.5.- ERRORES EN LAS MEDIDAS ANGULARES

### 1.5.1.- ERRORES SISTEMÁTICOS Y ACCIDENTALES.

Toda medida presenta ciertas variaciones respecto de un valor central, de modo que ésta constituye una variable aleatoria con una cierta distribución. Estas desviaciones se deben a múltiples factores: condiciones ambientales, limitación en los sentidos del observador, limitación en los aparatos de medida.

No obstante, es conveniente diferenciar diferentes tipos de errores:

- Groseros: básicamente son equivocaciones y, por lo tanto, evitables mediante controles y verificaciones. Suelen representar variaciones significativas respecto del valor real y, por lo tanto, son inadmisibles.
- Sistemáticos: son propios del instrumento y de la metodología seguida. Proceden de una causa permanente actuando siempre siguiendo una tendencia bien marcada. Son evitables actuando con una metodología adecuada.
- Accidentales: Dependen de múltiples factores: sentidos del observador, instrumentales, ambientales, ect. Son variables en magnitud y sentido de forma que deben ser estudiados a fin de acotar su valor, dado que son inevitables.

Los errores accidentales a considerar se pueden agrupar entre los que son dependientes de las características del equipo: Error de verticalidad, error de puntería y error de lectura; y los que son independientes de éstas: Error de dirección:

#### **Error de verticalidad**

Este error se produce por la falta de verticalidad del eje principal del aparato. La no coincidencia del eje principal, posicionado por el operador con la incertidumbre que otorga la sensibilidad del nivel y de la verticalidad del lugar, confiere un error en la evaluación del ángulo. La influencia es muy distinta en las observaciones acimutales y en las cenitales.

Dado que convencionalmente se estima que el ojo humano tiene una agudeza tal que permite calcular hasta  $1/3$  de un determinado segmento, la influencia de la falta de verticalidad en los ángulos verticales será:

$$\varepsilon_v \leq \frac{1}{3} S''$$

$$\varepsilon_v \leq \frac{1}{3} S^{cc}$$

La influencia de este error en los ángulos horizontales se estima en  $1/4$  de la afección en los ángulos verticales. Así, la influencia de la falta de verticalidad en el error en la medida de los ángulos horizontales será:

$$\varepsilon_v \leq \frac{1}{12} S^{cc}$$

$$\varepsilon_v \leq \frac{1}{12} S''$$

### Error de dirección

El error de dirección tiene su origen, exclusivamente, en la operación de estacionar el aparato y posicionar el elemento de puntería y repercute tan solo, pero de manera muy significativa, en la evaluación del ángulo horizontal.

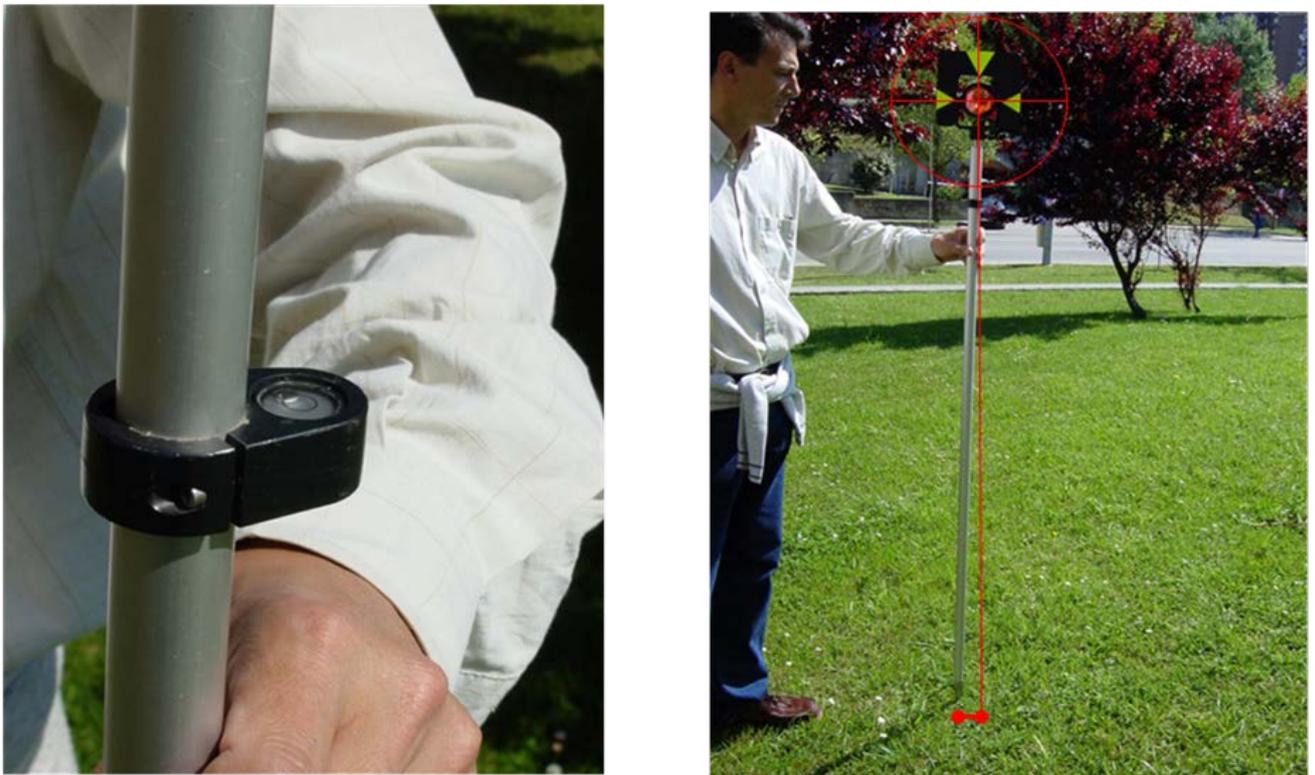
Al estacionar el aparato en un punto E existirá una desviación  $e_e$  entre el punto marcado y el punto verdadero, definido por la intersección del eje vertical del aparato y el terreno. De la misma forma, la señal observada tendrá una desviación  $e_p$  respecto a la posición real del punto considerado.

Denominando  $e_e$  y  $e_p$  a las máximas desviaciones admisibles entre el punto marcado en E y P y el verdadero estacionamiento dado, tanto del aparato como de la puntería, se obtiene el lugar geométrico del recinto de variabilidad de ambos puntos, círculos de radio  $e_e$  y  $e_p$ .



$$\varepsilon_d = \frac{e_e + e_p}{D} \cdot 636620, \text{ expresado en segundos centesimales}$$

Este error repercute muy notoriamente en las visuales de cortas distancias. Es por ello que, en la actualidad, los teodolitos van dotados de plomada óptica, reduciendo el valor de  $e_e$ . El error, al hacer lectura en el elemento de la puntería, es mucho más peligroso, dado que al utilizar mira o prisma, la posición en el punto a captar información queda fuera del control del observador, dependiendo tan solo de la disposición del auxiliar. Es destacable que la falta de verticalidad del jalón que sostiene el prisma provoca un incremento del error de dirección.



**Figura 15.- Falta de verticalidad del jalón.**

Para trabajos de precisión existen dispositivos para atenuar o eliminar el error de dirección:

**A) Minimizando el error en el estacionamiento del instrumento:  $e_e$**

- Utilizando plomada láser.

- Utilizando sistemas de centrado forzoso, de modo que se puede considerar  $e_e \approx 0$



Figura 16.- Elementos de centrado forzoso.

### B) Minimizando el error la puntería: $e_p$

- Mediante sistemas de centrado forzoso, análogos a los anteriores, de modo que se puede considerar  $e_p \approx 0$
- Mediante la utilización de trípodes para jalón:



Figura 17.- Trípodes para jalón.

## Error de puntería

Es debido a la falta de coincidencia de los hilos de la cruz filar del aparato con el objeto puntual que se desea visar. Se produce, por lo tanto, un error de puntería que hay que evaluar por separado según se trate de observaciones cenitales o acimutales.

### A) Observaciones cenitales

$$\varepsilon_p'' \leq \frac{50}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right]$$

$$\varepsilon_p^{cc} \leq \frac{150}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right]$$

Ya que, de forma aproximada, y como se trata de cotas de error, la relación:

$$\frac{r^{cc}}{r''} = \frac{636620}{206265} = 3,08642$$

### B) Observaciones acimutales

$$\varepsilon_p'' \leq \frac{10}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right]$$

$$\varepsilon_p^{cc} \leq \frac{30}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right]$$

Este error acimutal de puntería es, usualmente, el menor de los accidentales, siendo despreciable con frecuencia.

### Error de lectura

En cualquier caso de lectura angular de un instrumento topográfico, el error de lectura viene dado por los 2/3 de la apreciación del aparato:

$$\varepsilon_l \leq \frac{2}{3} a$$

siendo  $a$  la apreciación del aparato.

### 1.5.2.- OTRAS EXPRESIONES UTILIZADAS.

Existen otras expresiones que permiten cuantificar los errores anteriormente descritos y que son muy similares, siendo el tratamiento de los errores igual al expresado:

#### Para los ángulos horizontales:

- Error de verticalidad:  $\varepsilon_v = \frac{S}{12}$
- Error de dirección:  $\varepsilon_d = \frac{e_e + e_p}{D} \cdot \beta$ ;  $e_e + e_p = 0 - 5cm$   
 $\beta = 636620^{cc} / 206265''$

- Error de puntería:  $\varepsilon_p = \frac{C_A}{A} \cdot K$ ;  $C_A = 10''/30^{cc}$ ; y donde el factor K pretende tener en cuenta la calidad óptica del aparato:  $K = 2,2...2,5$
- Error de lectura:  $\varepsilon_l = \frac{a}{\sqrt{3}}$

#### Para los ángulos verticales:

- Error de verticalidad:  $\varepsilon_v = \frac{S}{3}$
- Error de puntería:  $\varepsilon_p = \frac{C_A}{A} \cdot K$ ;  $C_A = 50''/150^{cc}$ ; y donde el factor K pretende tener en cuenta la calidad óptica del aparato:  $K = 2,2...2,5$
- Error de lectura:  $\varepsilon_l = \frac{a}{\sqrt{3}}$

### Error total

Según la ley de transmisión de errores, el error total se obtiene componiendo cuadráticamente los errores tratados con anterioridad:

#### A) Error total para una observación acimutal

$$\varepsilon_H^T < \sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_d^2 + \varepsilon_p^2 + \varepsilon_l^2}$$

#### B) Error total para una observación cenital

$$\varepsilon_V^T < \sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_p^2 + \varepsilon_l^2}$$

### 1.5.3.- MÉTODOS PARA AUMENTAR LA PRECISIÓN.

Uno de los métodos usuales en topografía para aumentar la precisión de la medición es la repetición de la observación. En la evaluación de las medidas angulares es necesario acotar este extremo, pues no es rigurosamente cierto en un contexto global.

Con la repetición de medidas, el error de verticalidad y el error de dirección no experimentan mejoría en la precisión. El primero por depender de un

parámetro ajeno al sistema de observación (sensibilidad del aparato), y el segundo por depender del modo en que se estaciona el aparato y se coloca la puntería. Si el doblete estación-puntería está mal posicionado, aunque se repita la medición no se gana precisión. En cualquiera de los dos casos, es preferible volver a realizar completamente el proceso: estacionar, colocar el sistema de puntería y observar.

El error de lectura y de puntería queda mejorado, dado que es usual en medidas angulares de cierta repercusión en el trabajo global hacer una nueva puntería y, por lo tanto, una nueva lectura, leyendo en otro lugar del limbo, realizando la vuelta de campana del teodolito y realizándose las lecturas en círculo directo (CD) y en círculo inverso (CI). La lectura en círculo directo (CD) se caracteriza por un ángulo vertical cercano a  $100^s$  ó  $90^\circ$ , tomando un valor en círculo inverso (CI) de alrededor de  $300^s$  ó  $270^\circ$ .

Los ángulos horizontales diferirán en  $200^s$ , mientras que la suma de las lecturas cenitales será de  $400^s$ . De esta forma, el promedio de los ángulos, tanto horizontales como verticales, será:

$$H_{prom} = \frac{H_{cd} + (H_{ci} \pm 200^{gr})}{2}, \text{ para los ángulos horizontales.}$$

$$V_{prom} = \frac{V_{cd} + 400 - V_{ci}}{2}, \text{ para los ángulos verticales.}$$

Este procedimiento de mejorar el error angular total de una medida angular de la forma definida se denomina regla de Bessel. quedando los errores de puntería y lectura afectados por el factor  $\frac{1}{\sqrt{2}}$ :

$$\varepsilon_H^T = \sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_d^2 + \left(\frac{\varepsilon_p}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_l}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

$$\varepsilon_V^T = \sqrt{\varepsilon_v^2 + \left(\frac{\varepsilon_p}{\sqrt{2}}\right)^2 + \left(\frac{\varepsilon_l}{\sqrt{2}}\right)^2}$$

## 1.6.- EJERCICIO DE APLICACIÓN

Para realizar una campaña de observaciones angulares se utiliza un teodolito Wild T-2, que tiene las siguientes especificaciones técnicas:

- . Aumentos: 32
- . Sensibilidad: 15"
- . Apreciación: 1"

Sabiendo que la distancia de observación es 1.500 m. y que se observa el ángulo directo y el inverso, hallar el error total acimutal y cenital.

### A) Visuales acimutales

#### 1.- Verticalidad:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{12} S = \frac{15}{12} = 1,25$$

#### 2.- Dirección:

$$\varepsilon_d = \frac{0.025}{1500} \cdot 206265 = 3,4''$$

#### 3.- Puntería:

$$\varepsilon_p = \frac{10}{32} \cdot 2.5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.6''$$

#### 4.- Lectura:

$$\varepsilon_l = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.4''$$

$$\varepsilon_H^T = \sqrt{1.25^2 + 3.4^2 + 0.6^2 + 0.4^2} = 3.7'' \approx 4''$$

### B) Visuales cenitales

#### 1.- Verticalidad:

$$\varepsilon_v = \frac{1}{3} S = \frac{15}{3} = 5''$$

#### 2.- Puntería:

$$\varepsilon_p = \frac{50}{32} \cdot 2.5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 2.8''$$

#### 3.- Lectura:

$$\varepsilon_p = \frac{10}{32} \cdot 2.5 \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = 0.6''$$

$$\varepsilon_V^T = \sqrt{5^2 + 2.8^2 + 0.6^2} = 5.8'' \approx 6''$$



## 2- APARATOS PARA LA MEDIDA DE DISTANCIAS.

### 2.1.- INTRODUCCIÓN.

La medida de distancias ha sido, tradicionalmente, el observable más difícil de obtener, especialmente si se deseaba hacer de forma precisa. No obstante, con la aparición de la distanciometría electrónica la obtención de distancias se ha convertido en una medición rápida y precisa.

En este sentido, y haciendo incidencia en el diferente instrumental utilizado en la medida de la distancia, se hará una breve exposición de los diferentes métodos e instrumentos utilizados. Así, en una primera clasificación se puede distinguir entre la medida directa de distancias y la medida indirecta de distancias.

La primera se obtiene por comparación de la magnitud a evaluar con un patrón existente. La segunda, medida indirecta de distancias, consiste en la obtención de ésta a partir de otro observable primario.

En ambos casos es habitual hablar de errores relativos, es decir, de la relación existente entre el error total cometido en la observación y la distancia evaluada:

$$e_{relativo} = \frac{e_{absoluto}}{D_{total}}$$

### 2.2.- MEDIDA DIRECTA DE DISTANCIAS.

#### 2.2.1.- Introducción.

Tal como se ha indicado, medir una determinada longitud, de forma directa, es compararla con otra longitud que se toma como unidad.

En los trabajos topográficos usuales sólo se utiliza este sistema de medición en ocasiones puntuales, que corresponden a dos facetas bien diferenciadas: medición de distancias sin necesidad de grandes precisiones o medidas particulares con necesidad de grandes precisiones, siendo en este último caso una forma de determinar distancias que ha quedado totalmente obsoleta en la actualidad.

Así, en los trabajos topográficos, la medición más generalizada está entroncada en mediciones indirectas de distancias. No obstante, se hace una breve descripción del instrumental principal que ha sido utilizado en este tipo de medidas.

### 2.2.2.- Cintas métricas y reglas.

Las cintas normales y los rodetes suelen ser de tela, plástico o fibra, con el claro exponente de instrumento para evaluar distancias de forma rápida y poco precisa. El envejecimiento del material y las deformaciones son tan importantes que su campo de actuación es muy restringido.



**Figura 18.- Cinta de fibra.**

La cinta metálica tiene una precisión muy superior, con un error relativo que puede aproximarse al valor  $1/2.000$ . Estructuralmente está constituida por una laminilla de material metálico de dimensiones variables y longitud imperante 25 ó 50 metros.

La utilización de cintas, como método de medida de distancias topográficas, constituye un método incómodo y lento, habiendo quedado en desuso en la actualidad. Tanto es así, que para medidas precisas se utilizan cintas contrastadas y se aplican las correcciones recomendadas por el fabricante, que dependen, entre otros, de los principales parámetros de la cinta metálica:

- Longitud de la cinta:  $l$
- Peso por unidad lineal:  $P$
- Coeficiente de dilatación:  $\alpha$
- Módulo de elasticidad:  $E$

Estos parámetros permiten corregir los efectos provocados por la falta de nivelación y de alineación, y por los efectos catenaria, térmicos y ocasionados por la lectura.



**Figura 19.- Cinta topográfica metálica.**

Si fuera necesario obtener mayor precisión en la medida directa de distancia se llegaron a utilizar otro tipo de instrumental, como las reglas o reglones. Este equipo está compuesto, al menos, por dos reglas, que se colocan alineadas y niveladas sobre unos soportes adecuados. Los espacios entre las reglas se pueden evaluar, obteniéndose errores relativos próximos al valor 1/10.000.

Estas reglas, inicialmente de madera, se han utilizado en su variedad metálica. La más conocida ha sido la regla bimetálica, diseñada por Carlos Ibáñez de Ibero. Tenía una longitud de 4 m. y con ella se evaluó la distancia de la base de Madridejos, que sirvió para determinar el triángulo inicial de la Red Geodésica Española. Con ella se midieron los 14.657 m. de longitud entre el vértice de Bolos y el de Carboneras. La medición fue realizada en 1858. La base se midió en cinco tramos, y comprobaciones posteriores otorgaron precisiones absolutas inferiores a 3 mm.

Las reglas metálicas o bimetálicas tienen el gran inconveniente de la limitación de longitud y dificultad de manejo por su peso excesivo. Su empleo quedó sustituido por el uso de los hilos invar.

### **2.2.3.- Hilos INVAR.**

El invar es una aleación compuesta fundamentalmente por hierro y níquel: (64% Fe, 36% Ni) fácilmente maleable y dúctil, con coeficiente de dilatación muy

próximo a cero y de densidad 8 gr/cm<sup>3</sup>, lo que facilita la posibilidad de construcción de hilos de gran estabilidad.

El equipo es manejado por dos operadores, uno en cada extremo, haciendo que la vertical del extremo coincida con el inicio de la medición y marcando, de igual manera, el extremo del hilo.

En Europa se utilizan hilos de 24 m., mientras que en EEUU se usan 50 m. En la medición se utilizan dos clases de trípodes, unos con una polea para estirar el hilo mediante una pesa de 10 kg. y los otros con un microscopio que permitirá leer la distancia.

El error relativo medio de este sistema de evaluar longitudes es del orden de  $1/25.000 \div 1/50.000$ .

En las mediciones con hilos invar hay que tener en cuenta aspectos circunstanciales de la manipulación que afectan de forma directa a la evaluación final de la distancia, que dan origen a las siguientes correcciones a realizar.

- Corrección por alineación
- Corrección por inclinación
- Corrección por elasticidad
- Corrección por dilatación
- Corrección por catenaria
- Corrección por edad del hilo

### **2.3.- MEDIDAS INDIRECTAS DE DISTANCIAS.**

La medida directa de distancias, tal como se ha indicado, ha quedado obsoleta en la determinación topográfica de distancias debido a la complejidad y lentitud en las observaciones.

En este sentido ha existido la posibilidad de determinar distancias por métodos indirectos, es decir, a partir de la medición de otro observable. En un primer momento estas operaciones se realizaban mediante métodos

estadimétricos, hoy en día superados; para, actualmente, realizarse la observación de distancias por métodos electromagnéticos.

### 2.3.1.- Medida indirecta de distancias por métodos estadimétricos.

Los métodos estadimétricos tienen su fundamento en la proporcionalidad existente entre la longitud interceptada por la visual en los trazos del anteojo, con su correspondiente referencia exterior.

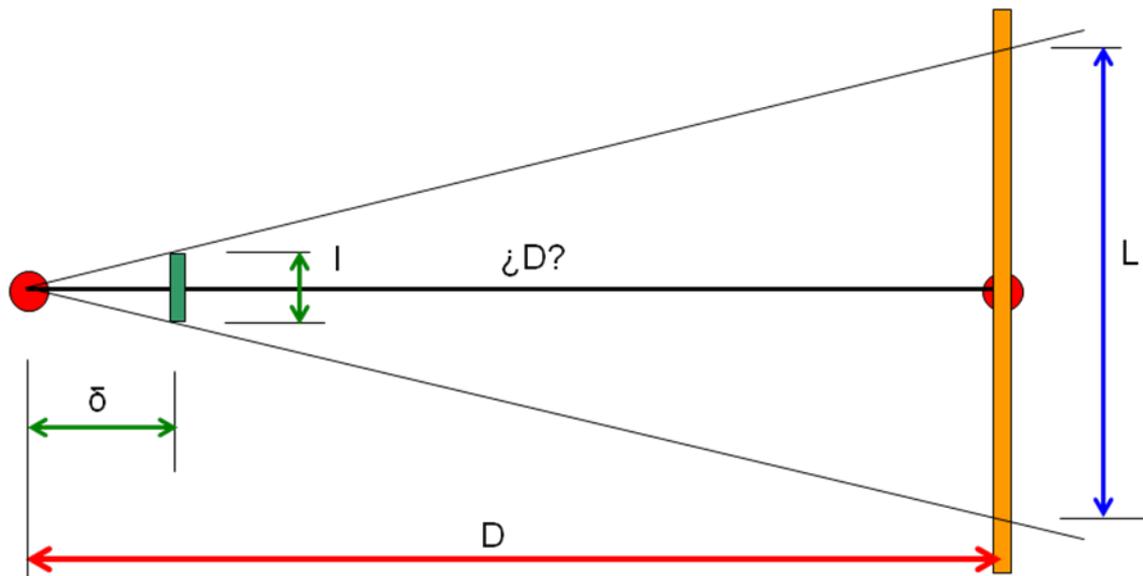


Figura 20.- Fundamento de la medida estadimétrica de distancias.

De la figura se obtiene la fórmula fundamental de la estadimetría:

$$\frac{\delta}{l} = \frac{D}{L} \rightarrow D = \frac{\delta}{l} L$$

Según se consideren constantes o variables los elementos que integran la relación fundamental, aparecen los diversos tipos de estadímetros.

#### A) Estadímetro de primera categoría

Se mantienen constante las magnitudes  $\delta$  y  $l$ . Por lo tanto, la relación fundamental queda:

$$D = \frac{\delta}{l} L = K \cdot L$$

La distancia  $D$  es proporcional a la longitud de estadía interceptada. A la constante  $K$  se le denomina constante diastimométrica o estadimétrica. El valor

de esta constante suele ser un número sencillo, frecuentemente 100 y con menor frecuencia 50, 200 ó 250.

### B) Estadímetro de segunda categoría

Se mantienen constantes las magnitudes  $\delta$  y  $L$ . La relación fundamental resulta:

$$D = \frac{\delta \cdot L}{l} = \frac{K_1}{l}$$

A este tipo corresponden las estadías de horizontales, de longitud fija, habiendo sido muy poco utilizadas.

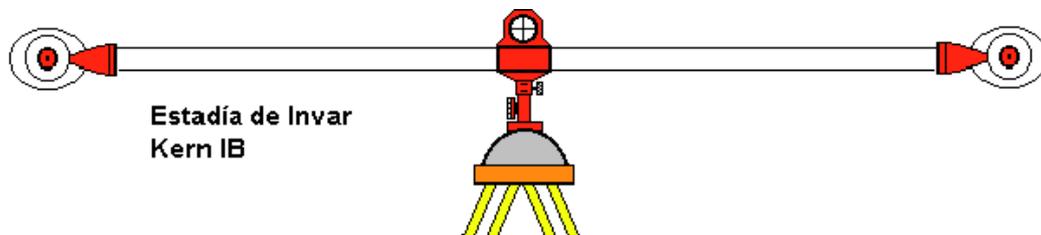


Figura 21.- Estadía horizontal INVAR.

### C) Estadímetro de tercera categoría

Se mantienen constantes las magnitudes  $l$  y  $L$ . La relación fundamental resulta:

$$D = \frac{L}{l} \delta = K_2 \delta$$

La distancia es directamente proporcional a la distancia  $\delta$ . Este tipo de estadímetros en muchos casos han sido imprecisos y, en cualquier caso, muy poco utilizados.

Centrándose en los taquímetros de primera categoría, uno de los aspectos diferenciadores de este tipo de aparatos es el anteojo, cuyo retículo lleva impreso, además de la cruz filar, dos trazos (trazos estadimétricos), simétricamente situados del punto de intersección de los hilos que configuran la cruz.

Además, el taquímetro necesita de una estadía para evaluar la distancia. La estadía vertical, usualmente denominada mira, permite establecer la relación fundamental de la distanciametría óptica ya descrita. Así, en el retículo existen dos trazos grabados y simétricos respecto a la horizontal central a una distancia  $\delta$

conocida, y con una separación  $l$  entre ellos. Al observar la estadía vertical a una distancia  $D$ , los hilos estadimétricos quedan proyectados sobre ella, obteniéndose una magnitud  $L$  resultante de la diferencia de lecturas de ambos hilos o trazos sobre la estadía.

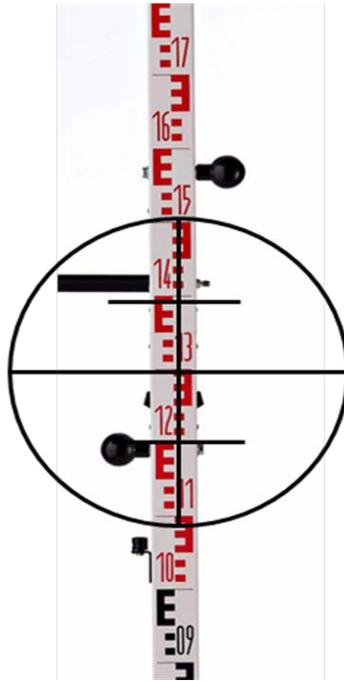
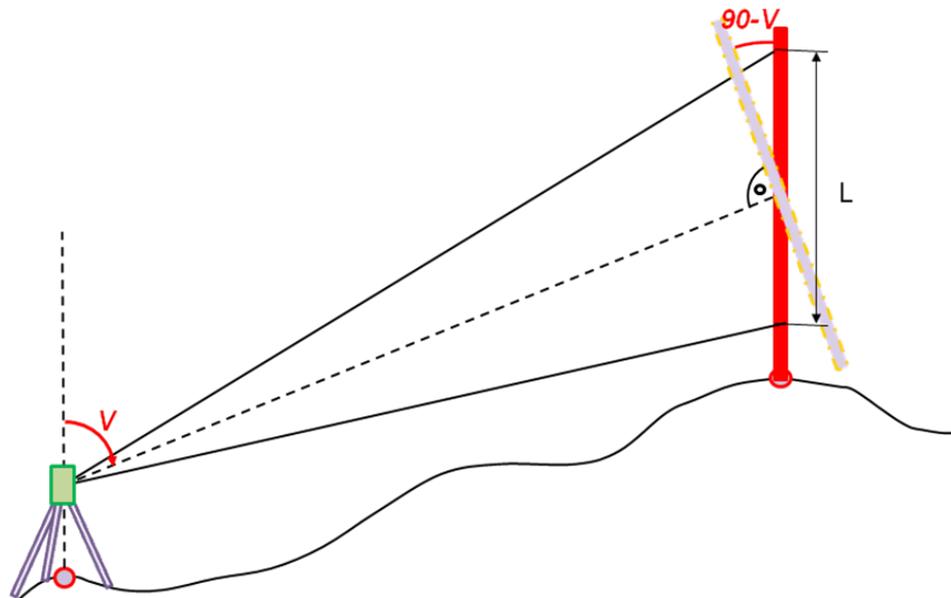


Figura 22.- Retículo de un taquímetro

Para mantener la correspondencia, en cualquier caso, sería preciso obligar a la perpendicularidad entre la visual desde el aparato y la estadía vertical. Dada la dificultad de lograr en campo esta condición, es preferible situar la estadía en la vertical del lugar y establecer una serie de correcciones adicionales, que se pueden concretar en las siguientes expresiones:

- - Lectura en la estadía vertical:  $L$
- - Distancia geométrica:  $K L \operatorname{sen} V$
- - Distancia reducida:  $K L \operatorname{sen}^2 V$



**Figura 23.- Lectura real con un taquímetro.**

La principal ventaja de los taquímetros de primera categoría es la relativa rapidez (mucho menor que con la distancimetría electrónica) en determinar distancias, estando ésta limitada a 400 metros, en el mejor de los casos, para un taquímetro de  $K = 100$ , dado que las miras tienen cuatro metros de longitud=100. No obstante presentan un gran inconveniente: el error cometido en una observación puede cuantificarse en el 0.3% de la distancia evaluada, es decir, 30cm por cada cien metros medidos.

Sin embargo, este aparato es el primero que permite la determinación espacial de los puntos observados de forma directa, quedando éstos definidos por su posición definida por sus coordenadas (X;Y;Z), tal como se expone más adelante.

El tratamiento de los datos captados en campo para la obtención de las coordenadas de un determinado punto origina gran trabajo en gabinete. Para rentabilizar este proceso aparecieron los taquímetros denominados autorreductores, que permiten determinar directamente el valor de la distancia reducida, e incluso el valor del desnivel entre el punto estación y el punto puntería, para una altura de mira igual que la altura del aparato.

El fundamento del taquímetro autorreductor tiene su origen en un sistema de variación de la separación de los hilos del retículo para cada pendiente,

configurando un estadímetro que tiene los hilos del retículo adaptables para cada pendiente, evaluando no solo la distancia reducida directamente, sino también el desnivel.

De igual forma que los taquímetros normales, los autorreductores han perdido toda su vigencia.

### **2.3.2.- Medida indirecta de distancias por métodos electromagnéticos.**

#### **2.3.2.1.- Introducción.**

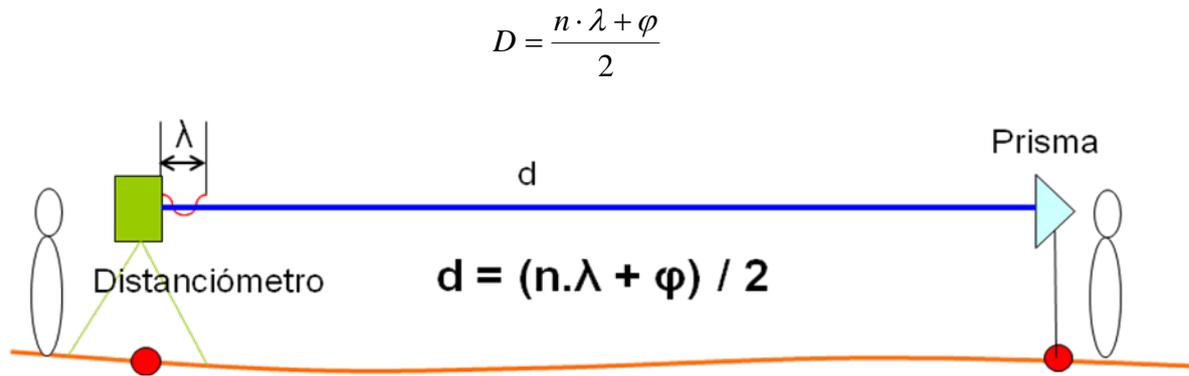
El origen de la medida de distancias por métodos electromagnéticos se puede encontrar en las investigaciones de Fizeau, que en 1849 estableció un sistema para determinar la velocidad de la luz, conociendo la distancia. Basándose en este experimento, cien años más tarde, el geodesta Bergstrand diseñó un aparato utilizando medios electrónicos para la determinación de la velocidad de la luz. Con posterioridad se empleó para determinar distancias una vez conocida la velocidad de la luz.

Así, la medida electrónica de distancias es una forma indirecta de evaluar longitudes, consistente en la emisión de una onda electromagnética, su reflexión en un prisma y su posterior recepción y análisis. La forma de evaluar distancias de este modo puede ser de dos tipos:

Mediante la medida del tiempo transcurrido en la medición (pulsación), donde se obtiene la distancia a partir de la velocidad de la luz y del tiempo consumido por ésta en alcanzar y volver al instrumento emisor.

$$D = \frac{c}{2 \cdot t}$$

Sin embargo, la práctica totalidad de los aparatos de uso topográfico utilizan el método de comparación de fase. Según él al emitir una onda, de frecuencia conocida (y por lo tanto también la longitud de onda), que es recibida y devuelta por un receptor (o un prisma), se puede determinar la distancia mediante la comparación de fase dado que hoy en día se pueden determinar con precisión tanto la frecuencia como la diferencia de fase:



**Figura 24.- Fundamento de la medida electromagnética de distancias.**

En cualquier caso, la determinación de distancias por métodos electromagnéticos ha supuesto una revolución en las medidas y metodologías topográficas por cuanto la observación de distancias, antes lenta y costosa, se ha convertido en rápida y precisa.

Los aparatos que evalúan distancias por métodos electromagnéticos se clasifican según el tipo de onda portadora:

- Electromagnéticos: Utilizan como portadora microondas de longitud de onda de 1 m. a 1 cm. Se los suele denominar telurómetros.
- Electroópticos: Emplean como portadora ondas luminosas del tipo luz visible ( $0,4 \mu\text{m} - 1,2 \mu\text{m}$ ). Se suele denominar geodímetros a los de largo alcance y distanciómetros a los de corto y medio alcance.
- Los distanciómetros suelen emplear ondas infrarrojas generadas por LED (diodos emisores de luz) de arseniuro de galio, que emiten a temperatura ambiente.

A continuación se describen los aspectos más generales del geodímetro, del telurómetro y de los distanciómetros.

### **A) El telurómetro.**

Consta de dos unidades idénticas, el máster y el remote, aunque en el máster va a ser en el que se van a efectuar las lecturas de medidas. El máster emite una onda portadora de alta frecuencia (más de 3000MHz) que es modulada por

otra de baja frecuencia (de 7,5 a 10 MHz) controlada por cristales de cuarzo, regulados termostáticamente. La onda portadora lleva la frecuencia patrón hasta el remote (al ser de mayor frecuencia es menos susceptible de dispersión y se necesita menos energía para su transmisión), desde donde es devuelta con una nueva portadora, comparándose en el máster las fases de salida y llegada. Con varias frecuencias se obtiene perfectamente el valor del número entero de ondas.

Los telurómetros tienen la ventaja de que al poder usarse para la transmisión telefónica permiten la comunicación interoperadores, de que pueden usarse de día o de noche y de que se pueden usar con peores condiciones atmosféricas (polvo, niebla), aún siendo menores las precisiones.

Son instrumentos de gran alcance y de uso geodésico. Pueden alcanzar hasta 150km con precisiones del orden de  $10\text{mm}+3\text{ppm}$ . Requieren de dos operarios bien entrenados para la medición y los aparatos, idénticos en el máster y remote, son grandes y voluminosos.



Figura 25.- Telurómetro.

### B) El geodímetro.

Fue creado por el geodesta sueco M. Bergstrand en 1947. Consiste en la emisión de luz hacia el lugar de puntería, en el cual un prisma devuelve la luz, que es recogida en el geodímetro, siendo calculada la distancia al conocerla la longitud de onda y medirse el desfase de la onda entre la salida y la llegada.

Para distancias cortas (4 ó 5 km.) se emplea luz procedente de lámpara de tungsteno, mercurio o tubos de xenón (en el visible), o bien diodos de arseniuro de

galio en el infrarrojo. Para usos geodésicos de distancias largas (hasta 60 km.) se emplean láseres de helioneón, fáciles de orientar, muy precisos y poco influenciados por las condiciones ambientales.

La luz emitida por la fuente luminosa se enfoca por un condensador acromático y pasa a través de un polarizador que únicamente deja pasar la luz en la dirección de ángulo  $\theta$ . Posteriormente pasa a través de una célula de Kerr, ampolla de dos caras transparentes y paralelas en cuyo interior hay dos electrodos paralelos sumergidos en nitrobenzol, que al ser birrefringente gira el ángulo de polarización una cantidad proporcional a la tensión que introduzcamos. Los electrodos van conectados con un oscilador de cuarzo, por lo que el giro será una función sinusoidal del tiempo.

Después de la célula de Kerr, un nuevo polarizador de ángulo  $(90 + \theta)$  va a permitir el paso de la luz en una intensidad dependiente del ángulo con que salga de la célula de Kerr, es decir, sale modulada en amplitud.

Esta luz llega al prisma y es reflejada de nuevo, recogiendo en el geodímetro, siendo convertida en una señal eléctrica por un fototubo, del cual pasa a un comparador de fase, al cual llega por un circuito interno también la señal emitida, siendo comparadas y retrasándose la fase inicial hasta que la diferencia entre ambas es de  $180^\circ$  (midiéndose el desfase), utilizándose para ello un indicador de nulos, pues cuando el desfase es  $180^\circ$  una anula a la otra.



Figura 26.- Geodímetro.

### **C) Los distanciómetros.**

El descubrimiento de los LED (diodos emisores de luz) de arseniuro de galio, de los semiconductores y posteriormente el del cristal AsGa, que emitían luz en el infrarrojo, hicieron posible la aplicación de las radiaciones infrarrojas a la medición de las distancias. En la actualidad, la mayor parte de los instrumentos de distancimetría electrónica que se emplean en Ingeniería Civil son de este tipo. La emisión de la onda se realiza a temperatura ambiente con una longitud de onda comprendida entre 0,9 y 0,92 micras, situada en una banda del espectro que se caracteriza por no existir fuertes absorciones, excepto si la humedad relativa y la temperatura son muy altas.

Son, los distanciómetros, instrumentos baratos y fáciles de utilizar, pudiéndose distinguir aquellos, de uso habitual hoy en día, que tienen un alcance de alrededor de 5km con errores del orden de  $3\text{mm}+3\text{ppm}$  y que necesitan para la medición de la participación de un prisma. Existen, no obstante, distanciómetros que utilizan emisiones láser y que no precisan prisma reflector, siendo habitual un alcance unos 500metros, existiendo, no obstante algunos modelos recientes con alcance por encima de los 1000m.

#### ***2.3.2.2.- Particularidades en la medida de la distancia.***

Casi todos los distanciómetros funcionan por el método de comparación de fase, consistente en la salida de una onda portadora desde un foco emisor que tras reflejarse en el prisma regresa al origen. La portadora es tratada con una onda moduladora, recorriendo el doble de la distancia que se pretende evaluar.

La onda portadora tiene la misión de configurar el enlace entre el foco emisor y el prisma, siendo usual en los distanciómetros el empleo de haces de luz en la región del infrarrojo antes señalado.

La onda moduladora es la auténtica onda utilizada para la medición. La forma de enviar esta onda moduladora de la medición es modulando la portadora y así aprovechar las ventajas de emisión de una onda de alta frecuencia y por otro lado aprovechar, también, las ventajas de medición con una onda de menor frecuencia.

Los sistemas de modulación utilizados usualmente son: en frecuencia, en amplitud, pulsante o por fase o giro del plano de polarización. La mayoría de los distanciómetros utilizan la modulación en amplitud, consistente en hacer proporcional la amplitud de la portadora según la onda moduladora.

El proceso de medida se basa en determinar la distancia recorrida por la onda, el doble de la distancia a determinar dado que la onda va y vuelve, siendo ésta el resultado de sumar el número entero de longitudes de onda existentes ( $n$ ) en el recorrido más la diferencia de fase:

$$2D = n \cdot \lambda + \varphi$$

Para determinar  $n$ , número entero de longitudes de onda se lanzan varias ondas próximas, y dado que el desfase es fácilmente medible, aparece un sistema de ecuaciones cuyas incógnitas son  $D$  y  $n$ , totalmente evaluables.

Es digno de mención que a la hora de emitir una onda se controla la frecuencia de ésta, estando relacionada con la longitud de onda según la expresión:

$$\lambda = \frac{v}{f}; \text{ siendo } v \text{ la velocidad de la onda.}$$

### 2.3.2.3.- Precisión en la medida electrónica de distancias.

Las fuentes de error que tienen influencia en la distanciometría electrónica se dividen en dos grupos:

- Errores proporcionales a la distancia: índice de refracción y frecuencia de modulación.
- Errores no proporcionales a la distancia: constante del equipo y error cíclico.

Las fuentes de error proporcionales a la distancia crean una distorsión lineal enmarcada en la distancia. Plantean una problemática muy especial, porque la precisión interna no se ve afectada por este error, obteniéndose valores normales como si no existiese la mencionada distorsión.

La distorsión en la distancia se manifiesta cuando un trabajo concreto ha de unirse a otro ejecutado con un distanciómetro diferente. La discrepancia de

coordenadas se puede resolver con una transformación y queda eliminada igualando las distorsiones, pero siempre quedará la duda de qué instrumento medía de forma adecuada.

Estos errores proceden fundamentalmente de problemas inherentes a la refracción y a las variaciones de la frecuencia moduladora.

Las fuentes de error no proporcionales a la distancia generan errores absolutos. Unos son sistemáticos, como la constante de equipo y el error cíclico, y otros accidentales, como los causados por inexacto centrado de estacionamiento. Para determinar el error cometido en una medición habrá que añadir, no obstante, el error propio del estacionamiento del distanciómetro y del elemento reflector, cuando los hubiera.

### **A) Errores proporcionales a la distancia.**

#### *1-. Frecuencia de modulación*

Dado que, tal como se ha visto anteriormente, si la frecuencia de modulación varía, las longitudes de onda experimentarán cambio, motivando lecturas sujetas a un determinado error.

Conceptualmente, el problema es evidente: si la frecuencia de modulación aumenta, las longitudes de onda disminuirán y cabrán más en una distancia dada, lo que motivará lecturas mayores de la real y, por lo tanto, habrá que aplicar un factor de corrección.

La medida de la frecuencia sólo será posible si el instrumento ha sido provisto por el fabricante de la adecuada toma externa. En instrumentos normales no se suele disponer de ella porque se supone que el usuario no tiene acceso ni capacitación para hacer él mismo la medida de la frecuencia de modulación y lleva periódicamente el instrumento al servicio técnico de la marca para su mantenimiento.

Para la medida de la frecuencia de modulación es preciso disponer de un frecuencímetro, contrastado y de superior rango al del oscilador del instrumento o preferiblemente de un oscilador atómico (reloj atómico) y un contador. Por lo tanto, esta fuente de error debe ser corregida a partir de una revisión del instrumento, quedando, no obstante, una incertidumbre remanente.

## 2-. Índice de refracción.

Un distanciómetro mide el tiempo de tránsito que invierte la portadora (adecuadamente modulada) en recorrer la distancia dos veces (ida y vuelta). La velocidad de propagación es una variable que depende de la longitud de onda  $\lambda$ , de la portadora y de las características de propagación del medio (la atmósfera).

Tal como se ha mencionado se controla la frecuencia de modulación y dado que la longitud de onda,  $\lambda$ , depende de esta frecuencia y de la velocidad de la onda, la determinación de este último parámetro será fundamental para asignar una longitud de onda de acuerdo a la considerada por el instrumento.

$$\lambda = \frac{v}{f}; \text{ siendo } v \text{ la velocidad de la onda.}$$

Para corregir la distancia obtenida por efecto de la velocidad de la onda se define el concepto de índice de refracción como la razón entre la velocidad de la luz en el vacío,  $c$ , y la velocidad de la onda en un determinado medio,  $v_m$ .

$$n_m = \frac{c}{v_m}$$

El fabricante de un instrumento elige una cierta atmósfera tipo. En ella, la lectura ofrecida coincide exactamente con la distancia medida. De esta forma un distanciómetro determina correctamente la distancia en esas condiciones atmosféricas de las que depende en índice de refracción. La distancia evaluada será, por lo tanto:

$$2 \cdot D_{med} = v_s \cdot t = \frac{c}{n_s} \cdot t; \text{ siendo } n_s \text{ el índice de refracción de la atmósfera estándar.}$$

Sin embargo, dado que la atmósfera del medio en el que se mide no coincidirá, en general, con el estándar, la distancia a determinar,  $D_{real}$ , será diferente y habrá que introducir una corrección en la medida realizada:

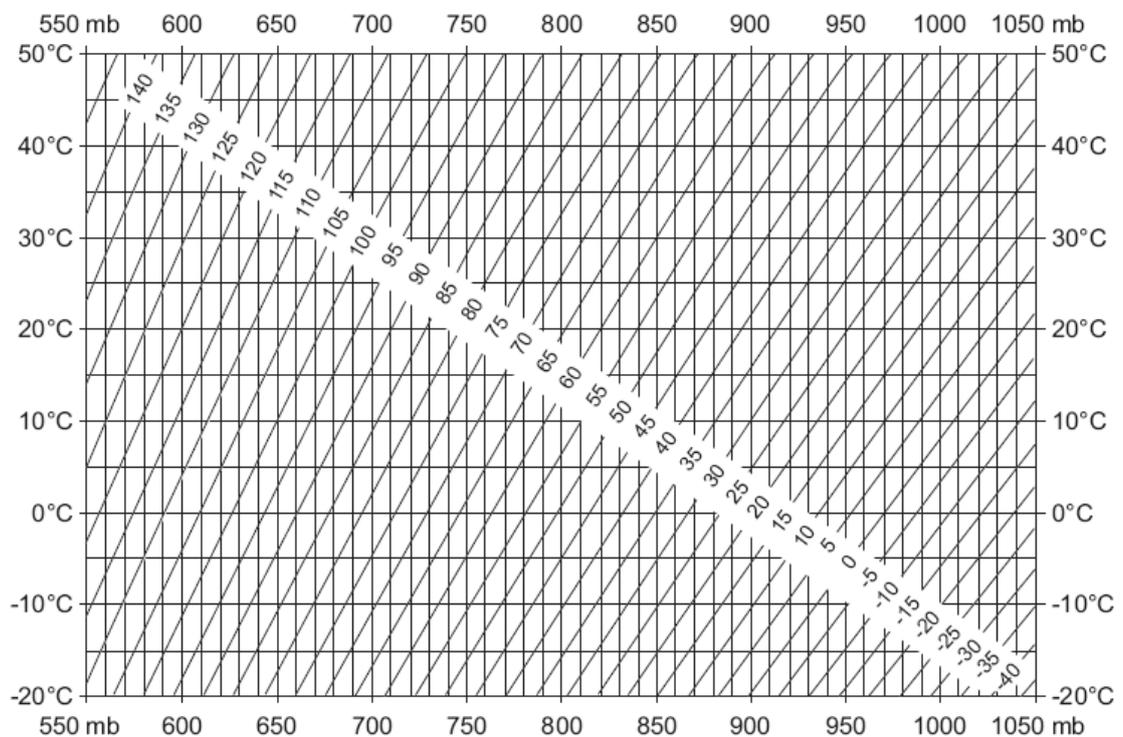
$$2 \cdot D_{real} = v_m \cdot t = \frac{c}{n_m} \cdot t$$

La corrección a aplicar será:

$$\Delta D = D_{real} - D_{med} = D_{med} \cdot \left( \frac{n_s}{n_m} - 1 \right) \Rightarrow D_{real} = D_{med} \cdot \left( \frac{n_s}{n_m} \right)$$

El índice de refracción real se ajusta en función de los parámetros meteorológicos: temperatura y presión, dependiendo en menor medida de la humedad ambiental. Los distanciómetros tienen mecanismos propios para realizar el ajuste y, por lo tanto, verificar la corrección, que no obstante tendrá su incertidumbre asociada.

Una de las formas que los fabricante permiten realizar en la distancia debida al índice de refracción es facilitando una gráfica presión - temperatura mediante la cual se puede determinar la corrección a aplicar expresada en ppm ( $10^{-6}$ ), es decir, mm/km.



**Figura 27.- Grafico de corrección atmosférica de un equipo europeo tipo "Leica".**

Es importante mencionar que esta corrección puede introducirse directamente en el instrumento de forma que directamente se obtenga la distancia corregida, o bien se puede realizar a posteriori. En los aparatos modernos estas gráficas, y por lo tanto la función que representan, se encuentran introducidas en la memoria del propio instrumento de forma que proporcionando los datos de presión, temperatura, y adicionalmente humedad, se obtiene directamente la corrección; que se aplica automáticamente.

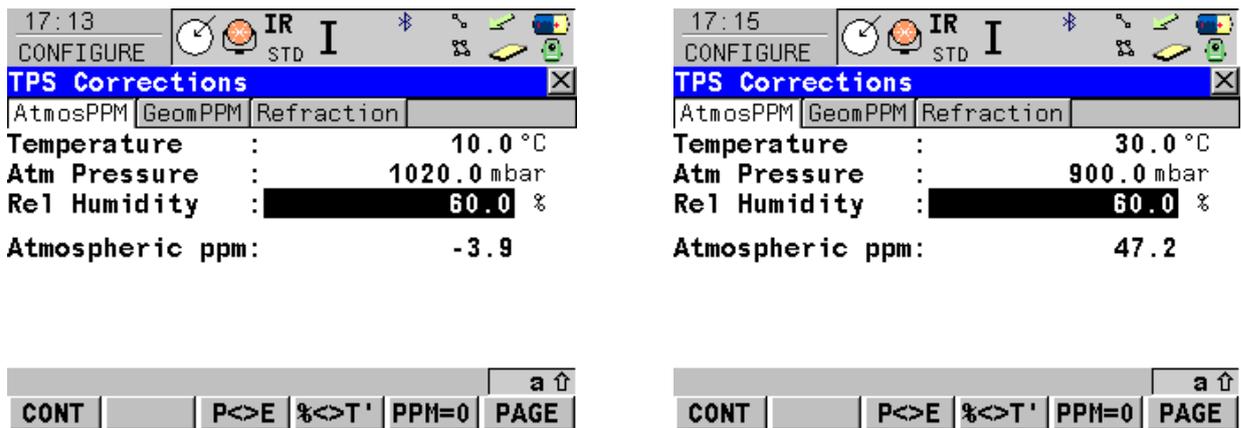


Figura 28.- Corrección atmosférica introducida en el instrumento.

## B) Errores no proporcionales a la distancia

### 1-. *Error cíclico.*

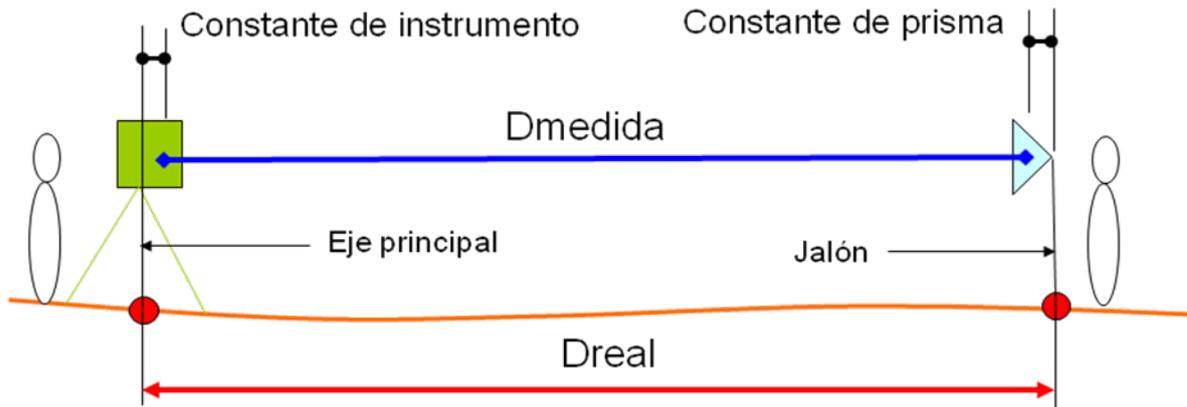
El error cíclico o de linealidad es el que se repite en la distancia, en cada módulo de semilongitud de onda moduladora.

Este error carece de significación en los distanciómetros normales, considerando la precisión que éstos obtienen, por lo que los fabricantes ni siquiera suelen facilitar su gráfica.

### 2-. *Constante de equipo.*

La constante de equipo es inherente a la propia instrumentación que se utilice. Definida como la diferencia entre la distancia real a evaluar y la distancia que separa los centros del equipo, viene a ser la suma de las incertidumbres propias en la salida del tren de ondas del instrumento y en la reflexión de las mismas en el prisma.

Es aconsejable someter al equipo de medición de distancias a un contraste en bases interferométricas para conocer su respuesta global. En 1978, el Instituto Geográfico Nacional configuró en las proximidades de Valladolid una base de calibración. Se emplea para determinar constante de equipo, aunque es ineficaz para detectar errores de distorsión lineal ya que podrían quedar enmascarados por la parte significativa y constante de la relación que define la precisión.



**Figura 29.- Constante de equipo.**

La constante de equipo será la suma de la constante del instrumento más la constante del prisma, para así obtener la distancia real:

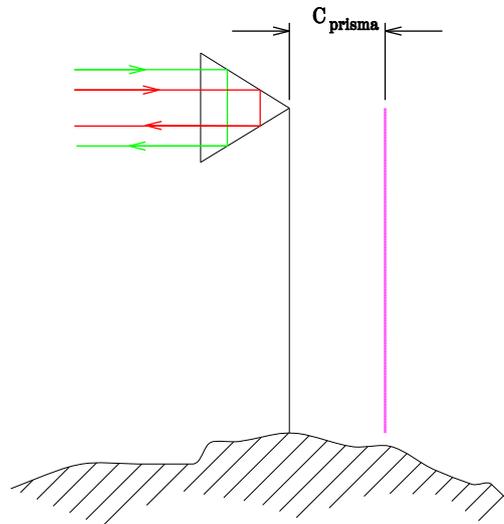
$$D_{real} = D_{medida} + C_{instrumento} + C_{prisma} = D_{medida} + C_{equipo}$$

Es importante recalcar que esta constante, la de equipo, la tiene en cuenta el propio instrumento a la hora de realizar medidas. No obstante, esto implica la utilización de un cierto prisma cuya constante está tomada en cuenta en la propia constante de equipo, al que denominaremos prisma estándar (para ese aparato). En el caso de utilizar un prisma diferente habrá que tener en cuenta en la medida la diferencia entre la constante del prisma estándar y del prisma utilizado o constante de adicción.

La constante de prisma será la distancia entre la vertical definida por el elemento estacionador de éste, generalmente un jalón, y el punto teórico donde se reflejaría la onda que realiza la medida supuesto que no existiera prisma, es decir, que la velocidad de la onda fuera constante e igual a la velocidad de la onda en el medio.

Los prismas, comúnmente de cristal, se caracterizan por reflejar la onda en la misma dirección en la que ha incidido y además por recorrer ésta la misma distancia dentro del propio prisma con independencia del lugar de éste en que incida. Dado que suelen ser de cristal, la onda recorre una cierta distancia dentro del prisma a través de este material. En él la velocidad de la onda en el vidrio es mucho menor que en el aire y por ello el tiempo de viaje de la señal es mayor que el que debiera resultar si no existiera el prisma y, por lo tanto, la distancia evaluada también es mayor. La diferencia entre esta distancia y la posición del

prisma es a lo que se denomina constante del prisma, siendo, en general, una cantidad a sustraer de la distancia evaluada. Por ejemplo, para el prisma estándar de la marca "Leica" es de 34.4mm.



**Figura 30.- Constante de prisma.**

Si se requiere más información al respecto se puede consultar el siguiente documento en la red:

<http://www.leicaadvantage.com/support/TPS1200/faqs/TPS/prism.pdf>

Si se utilizara un prisma diferente dado que la distancia recorrida por la onda dentro de vidrio será diferente habrá que determinar una constante de adicción, diferencia entre las constantes de prisma estándar y la que se esté utilizando en ese momento. Los fabricantes, en este sentido, facilitan la constante de adicción para los aparatos de su propia marca. En caso de utilizar un prisma de una casa diferente será facilitada una constante u offset que no es otra cosa que la constante de ese prisma.

Así para un aparato de la casa "Leica" la constante de adicción será, tal como se ha descrito, la constante del prisma estándar menos ese offset:

$$C_{adición} = 34.4mm - offset$$

LEICA Prisms	Constants [mm]	
Circular prism GPR121/111	0.0	
Miniprism GMP101/102	+17.5	
Miniprism GMP111* GMP111-0**	+17.5 0.0	
360° prism GRZ4	+23.1	
Reflective tape	+34.4	

Figura 31.- Constantes de adición para aparatos tipo "Leica".

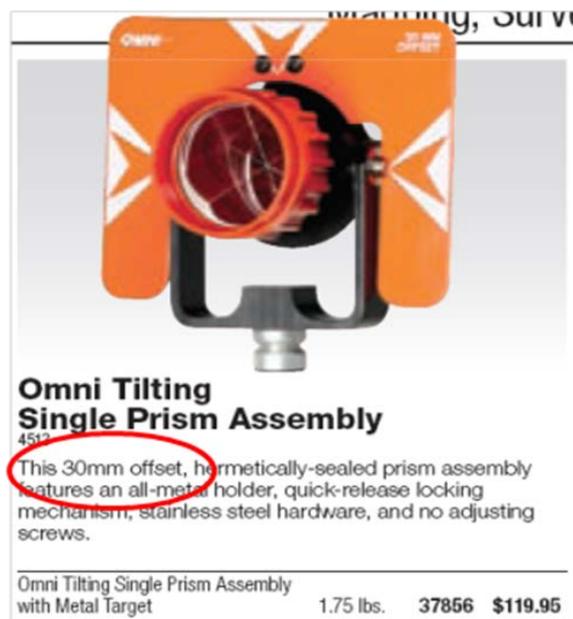


Figura 32.- Offset de un prisma.

El valor de esta constante de adición deberá ser introducida en el instrumento a fin de realizar, en el momento de la medida, la corrección correspondiente. Para ello el instrumento dispone de la opción correspondiente e,

incluso, algunos de ellos tienen almacenados los prismas más habituales de la misma marca que el fabricante del aparato.

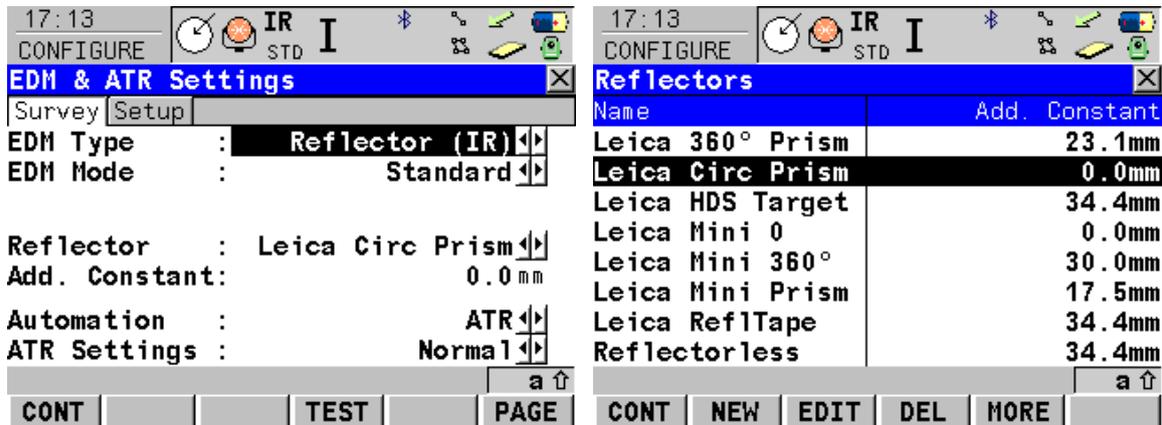


Figura 33.- Pantallas para introducir la constante de adición de un prisma. (TPS 1200 Leica).

Dado que las fuentes de error anteriormente expresadas, algunas de las cuales se corrigen en gran parte, hacen que las características técnicas del distanciómetro vengan dadas por su error, que constará de una parte fija, no proporcional a la distancia y otra que sí lo es.

Todas estas fuentes de error hacen que los distanciómetros tengan la particularidad de tener un crecimiento lento del error absoluto en la medición de la distancia, pero arrancan de un valor que puede oscilar en función del distanciómetro. Convencionalmente se suele considerar un distanciómetro "tipo" con un error de 10mm+5ppm. No obstante, hoy en día, este distanciómetro se queda muy del lado de la seguridad, siendo habituales distanciómetros de 3mm+2ppm o incluso mejores.

Existen, además distanciómetros de altas prestaciones con errores asociados submilimétricos, de hasta 0.2mm+0.2ppm.

#### 2.3.2.4.- Aspectos prácticos de la utilización de distanciómetros.

Según se ha expuesto, la medida de la distancia queda afectada por una serie de condicionantes que deben ser tenidos en cuenta a fin de corregir su efecto. Éstos son, en principio, la corrección por índice de refracción, o corrección atmosférica, y la constante de adicción del prisma.

Respecto a los efectos por el índice de refracción es de destacar que la refracción afecta a la onda utilizada para la medición de distancia en dos aspectos bien diferenciados:

- *Corrección por velocidad de la onda*: Esta sería la corrección a realizar por índice de refracción tal como se ha expuesto con anterioridad. Su influencia para distancias pequeñas no es grande. Sin embargo, si la distancia es apreciable es un importante factor a tener en cuenta lo que obliga a ser considerado y corregido siguiendo las metodologías ya descritas.
- *Corrección por dirección de propagación*: El fenómeno físico de la refracción no sólo influye en la velocidad de la onda, sino también en su dirección. En este sentido, para las distancias habituales en topografía la trayectoria se puede considerar un arco de circunferencia, pero su radio es tan grande que su efecto en la medida de distancia, para las distancias habituales en topografía, se puede despreciar.

Otra importante consideración surge del hecho de que con la instrumentación actual es sencillo, rápido y preciso la obtención de distancias en que se supera ampliamente el kilómetro de distancia (los distanciómetros actuales tienen un alcance entorno a los 3-5km). Si bien en ellas es importante tener en cuenta los efectos anteriormente descritos, también es de suma importancia tener en cuenta dos problemas añadidos, con una incidencia muy superior: la reducción y la proyección, que serán estudiadas con posterioridad.

Así, en ocasiones, al medir una distancia de unos dos kilómetros con un distanciómetro no ajustado a las condiciones reales puede tener un desfase del orden de 75 ppm, que supone una incertidumbre del orden de 15 cm., rompiendo por completo la buena precisión que proporcionan este tipo de instrumentos. No considerar los aspectos de reducción y proyección enunciados conlleva incertidumbres cercanas a los dos metros en determinadas circunstancias.

### 2.3.2.5.- Ejercicio de aplicación.

#### EJERCICIO 1:

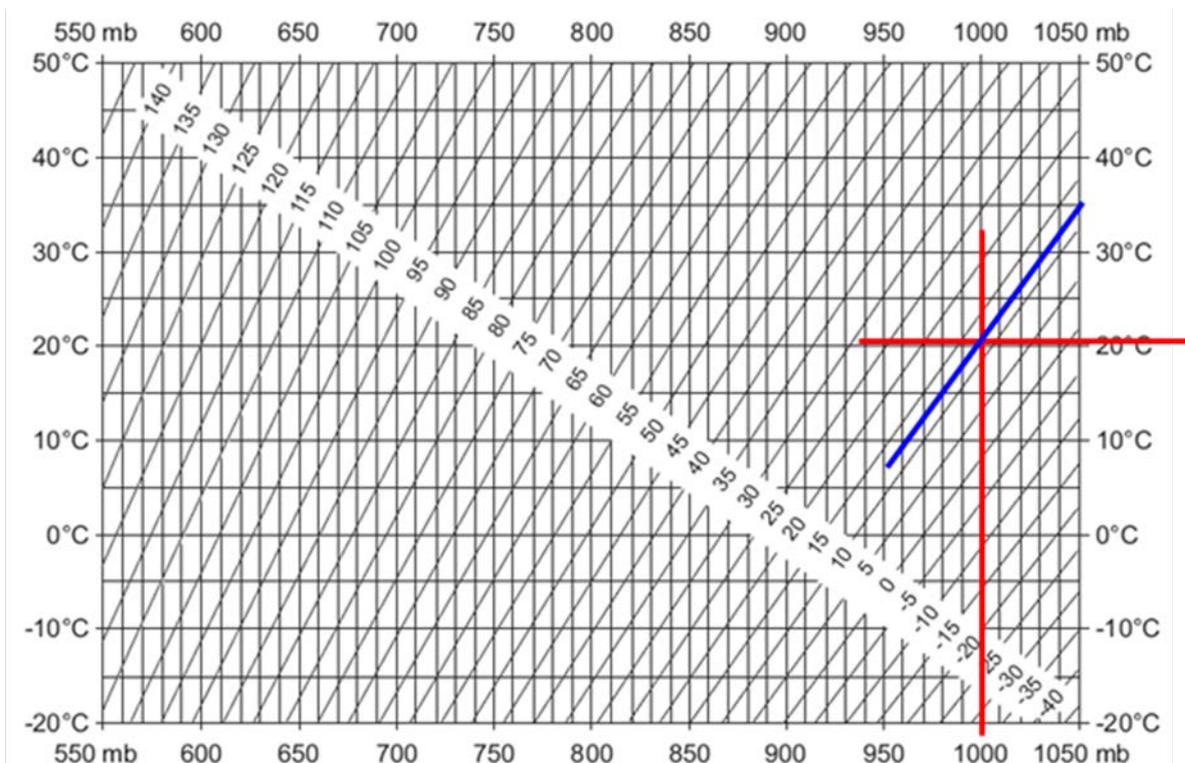
Se mide la distancia entre dos puntos, A y B, mediante un distanciómetro tipo Leica de 3mm+ppm. Sabiendo que la distancia se mide en 5 tramos iguales, mostrando el distanciómetro un valor de 500m en cada uno de ellos; y teniendo introducidas en él una corrección atmosférica de -10ppm y una constante de adición de 0mm, se pide:

Calcular la distancia entre los puntos, A y B, si en el momento de la medida la presión atmosférica era de 990mb y la temperatura de 20°C. El prisma utilizado tiene un offset de 20mm.

Así mismo se calculará el error en la determinación de la misma considerando un error de dirección de 1cm.

#### A)- Cálculo de la distancia entre A y B.

En primer lugar se determina la corrección atmosférica:



La corrección atmosférica debería haber sido de 12ppm, luego habrá que añadir a la distancia mostrada en el distanciómetro:

$$12 \text{ ppm} - (-10 \text{ ppm}) = 22 \text{ ppm}$$

Además habrá que considerar la constante de adicción para el instrumento utilizado:

$$C_{\text{adicción}} = 34.4 \text{ mm} - \text{offset} = 34.4 \text{ mm} - 20 \text{ mm} = 14.4 \text{ mm}$$

La distancia para cada tramo debería haber sido, por lo tanto:

$$D_{1t} = 500 \cdot (1 + 22 \cdot 10^{-6}) + 0.0144 = 500.025 \text{ m}$$

La distancia para los cinco tramos será:

$$D_{\text{tot}} = 5 \cdot D_{1t} = 2500.127 \text{ m}$$

### B)- Cálculo del error en la distancia.

El error en la distancia tiene dos fuentes de incertidumbre bien diferenciadas: el error de dirección y el error propio del instrumento de medida.

En cuanto al error propio del instrumento de medida, para un tramo, será:

$$E_{\text{dist}} = 3 \text{ mm} + 3 \text{ mm/Km} \cdot 0.500025 \approx 3 \text{ mm} + 3 \text{ mm/Km} \cdot 0.5 \text{ km} = 4.5 \text{ mm}$$

El error total en un tramo será la composición de las dos fuentes de error:

$$E_{1t} = \sqrt{E_{\text{dist}}^2 + \varepsilon_d^2} = \sqrt{4.5^2 + 10^2} \approx 11 \text{ mm}$$

El error total en la distancia medida, en los 5 tramos será:

$$E_{\text{Tot}} = E_{1t} \cdot \sqrt{n} = 11 \cdot \sqrt{5} = 24.6 \text{ mm} \approx 2.5 \text{ cm}$$

## 2.4.- LA ESTACIÓN TOPOGRÁFICA.

La gran ventaja adicional, al igual que en la captación de ángulos con teodolito electrónico, es su expresión digital. Ambos instrumentos (teodolito electrónico y distanciómetro) han revolucionado los trabajos topográficos y geodésicos, haciendo aparecer la estación total.

La estación total, también denominada taquímetro electrónico, aglutina la medición de ángulos y distancias por medios electrónicos y realiza tareas computacionales utilizando un microprocesador que lleva integrado (evaluación de la distancia reducida, cálculo de las coordenadas, determinación de los desniveles, etc.). El instrumento puede ser capaz de almacenar datos, tanto en una unidad de memoria interna como en un registrador exterior fácilmente acoplable.

Tradicionalmente, el topógrafo ha registrado los datos de las observaciones en una libreta de campo de forma manual, transcribiendo y calculando en gabinete los datos captados.

En la actualidad se utilizan registradores de datos (libretas o tarjetas electrónicas) que almacenan no sólo las observaciones numéricas (distancias, ángulos, etc.), sino también, por medio de una codificación alfanumérica, acotaciones de cualquier tipo y condición.

A todas estas ventajas hay que añadir la amplia variedad de modelos existentes en la actualidad, dotados de versatilidad, robustez y fiabilidad, que han hecho posible calificar a la estación total de imprescindible en los trabajos topográficos y geodésicos.

#### **2.4.1.- Aspectos previos.**

En el marco de la medición electrónica de ángulos y distancias se denomina medición total a la acción de, realizada una determinada puntería, obtener directamente los tres valores que caracterizan el posicionamiento de un punto en el espacio: ángulo horizontal, ángulo vertical y distancia geométrica. Conociendo los tres datos, es inmediata la evaluación de la distancia reducida y del desnivel (datos que también proporcionan el equipo).

Para lograr el objetivo de evaluar los ángulos (horizontal y vertical) y la distancia por métodos electromagnéticos, a partir de una toma de datos única, se pasó por tres fases intermedias que han caracterizado el avance técnico en la actualidad consolidado:

- *Fase del equipo excéntrico:* En una primera etapa, una vez conseguido evaluar distancias por métodos electromagnéticos, se ubicaban el teodolito y el aparato medidor de la distancia, constituyendo un sistema excéntrico que, mediante los datos tomados en campo, permitía obtener el resultado deseado. Era, por lo tanto, necesario realizar dos punterías totalmente diferenciadas.
- *Fase del equipo en tándem vertical:* Al aparecer los distanciómetros, eran montados sobre los teodolitos o incluso taquímetros, constituyendo un sistema con un posicionado relativo

que, aunque más cómodo que en el caso anterior, también precisaba realizar puntería doble: puntería para la toma de ángulos y puntería para la determinación de distancias, dado que el distanciómetro se encontraba por encima del anteojo.

- También era necesario evaluar el ángulo cenital interviniente en la determinación de la distancia geométrica para calcular la distancia reducida en función del ángulo cenital captado por el teodolito y de la separación de los ejes de ambos aparatos.
- *Equipo unitario*: Se trata de un equipo único que tiene los elementos precisos para evaluar con una puntería única los ángulos y la distancia. En un principio, el teodolito era óptico, y el equipo así formado con el distanciómetro se denomina semiestación total. La estación total tiene el teodolito electrónico. Los ángulos horizontal y vertical son evaluados por medios electromagnéticos.

Las partes principales de una estación total son, básicamente, las mismas que las de un teodolito, pudiendo presentar pequeñas diferencias en función del modelo del instrumento.

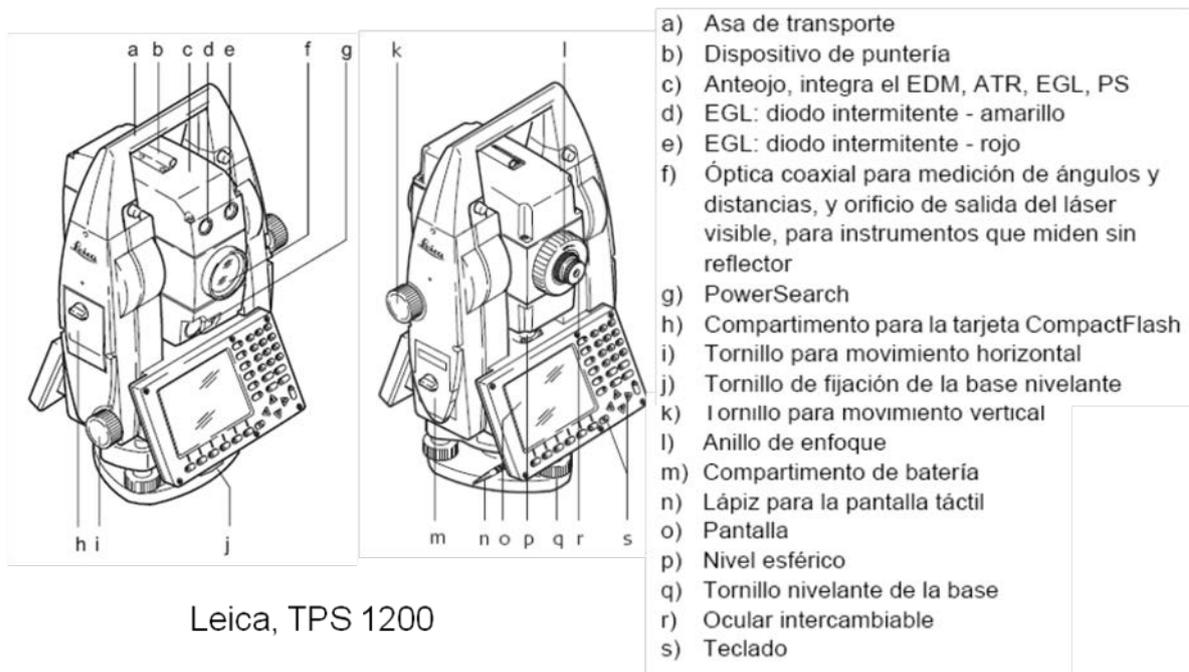


Figura 34.- Partes de una estación total.

En el caso más general, a partir de las observaciones con una estación topográfica, queda totalmente referenciado el punto visado P en función de las coordenadas del punto estación E  $(X_E, Y_E, Z_E)$  en función de los datos captados por la estación total:

- Angulo horizontal respecto al eje Y (acimut)  $\theta_A^B$  o bien lectura respecto de un origen arbitrario  $L_A^B$ .
- Angulo cenital  $V_A^B$ .
- Distancia geométrica  $D_g$ .
- Datos adicionales: Altura del aparato  $i_A$ ; altura del prisma  $m_B$

**2.4.2.- Introducción al empleo de coordenadas.**

La estación total es el aparato topográfico que permite, con los datos tomados en campo desde un punto determinado E de coordenadas cartesianas planimétricas  $(X_E, Y_E)$ , obtener las coordenadas en el mismo sistema referencial del punto observado P  $(X_P, Y_P)$ . De igual forma, conociendo la cota del punto E,  $Z_E$ , permite conocer la cota del punto P,  $Z_P$ .

Para ello los observables básicos son los que siguen, presentándose en una libreta taquimétrica:

CLAVES	ALTURA APARATO			PUNTOS				DISTANCIA				ANGULO H				ANGULO V				ALTURA PRISMA														
	m	cm		Estación	Visado			metros		mm		Grados		Segundos		Grados		Segundos		m	cm													
	1	4	5			E			P	1	4	5	9	3	4	2	3	5	6	5	6	3	5			9	9	7	8	5	6	1	3	0

**Figura 35.- Libreta taquimétrica.**

*Datos de estacionamiento:* Punto estación como lugar en el que se ha estacionado el instrumento y altura del aparato o distancia entre el punto de estación y la intersección del eje principal con el eje de muñones.

*Punto visado:* Será el nombre del punto que se desea referenciar y en el que se habrá posicionado el jalón con el prisma, anotándose la altura de éste (altura de prisma) dado que es la altura a la que se realiza la puntería.



*Observables:* Los observables principales medidos en campo serán:

- *Distancia:* Se corresponderá con la distancia geométrica, en general, dado que es la observada y medida.
- *Ángulo horizontal:* Es el ángulo horizontal respecto al origen considerado. Fácilmente se puede hacer corresponder con un origen con significación geográfica, normalmente con el norte de cuadrícula. En cualquier caso, siempre se puede calcular el ángulo respecto de este norte a partir de la observación de una referencia o punto de coordenadas conocidas visible desde el punto estación.
- *Ángulo vertical:* En general se corresponderá con el ángulo cenital de la observación  $V_E^P$ .

#### 2.4.2.1.- Cálculo de las coordenadas planimétricas.

De modo general los instrumentos topográficos permiten, a partir de las observaciones realizadas, determinar los incrementos de coordenadas desde un punto, en general el punto en el que se estaciona, hasta el punto observado.

En el caso de utilizar una estación total las coordenadas planimétricas del punto observado quedan totalmente definidas a partir de las coordenadas del punto estación y de los observables, tal como muestra la figura siguiente.

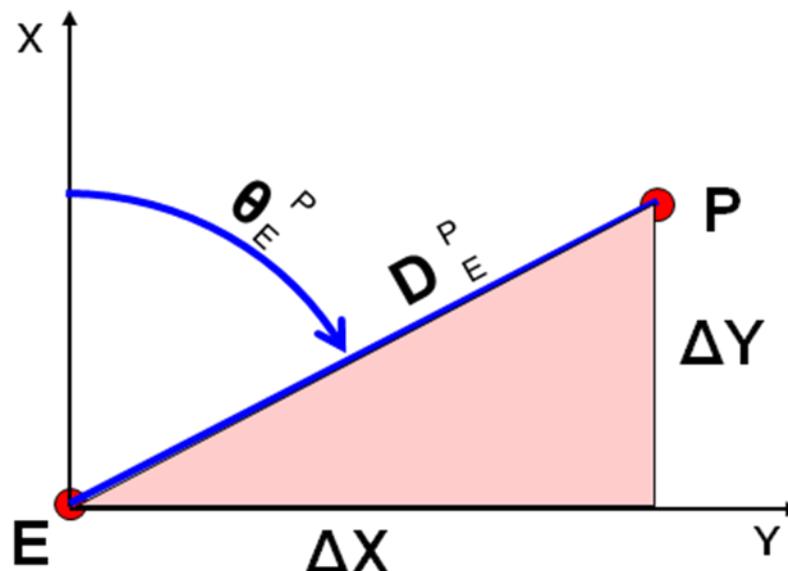


Figura 36.- Cálculo de coordenadas planimétricas

En una primera aproximación se supondrá que el origen angular horizontal se encuentra en la dirección del eje Y, es decir, del norte de cuadrícula, de modo que los ángulos horizontales observados serán directamente orientaciones, que en la práctica habitual en ingeniería se denominan "acimut". Con posterioridad se estudiará el caso general en que el origen angular se encuentre situado en cualquier otra dirección, debiéndose calcular, en este caso, el acimut correspondiente. Los incrementos de coordenadas serán:

$$\Delta X_E^P = D_E^P \text{ sen } \theta_E^P$$

$$\Delta Y_E^P = D_E^P \text{ cos } \theta_E^P$$

La distancia  $D_E^P$  se corresponde con la distancia reducida que se puede obtener fácilmente a partir de la distancia geométrica y el ángulo vertical:

$$D_E^P = D_g \cdot \text{seno} V_E^P$$

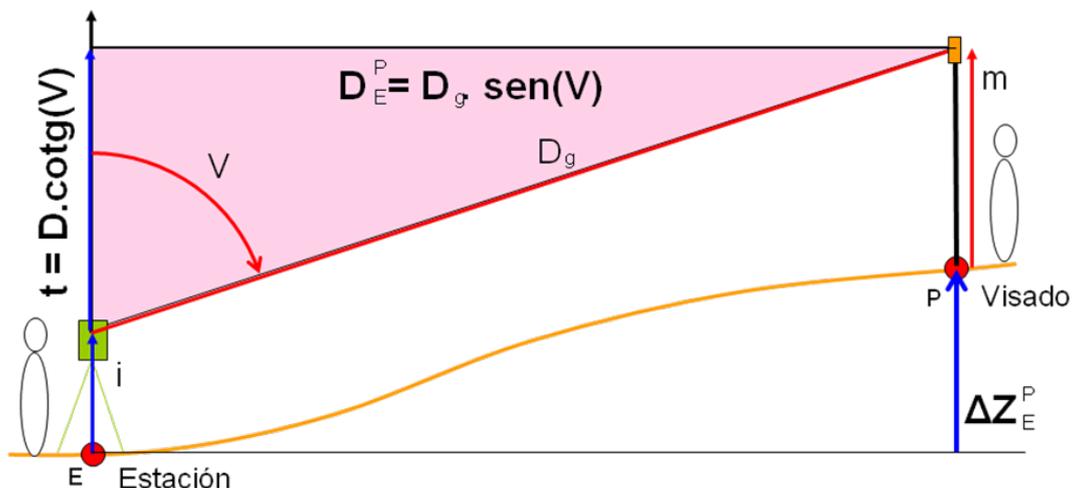
Así, las coordenadas del punto observado serán el resultado de añadir a las coordenadas del punto estación el valor de los incrementos calculados:

$$X_P = X_E + \Delta X_E^P = X_E + D_E^P \text{ sen } \theta_E^P$$

$$Y_P = Y_E + \Delta Y_E^P = Y_E + D_E^P \text{ cos } \theta_E^P$$

**2.4.2.2.- Cálculo de la coordenada altimétrica.**

A partir de los observables obtenidos es posible, también, obtener el desnivel existente entre el punto estación y el punto visado en lo que se llama nivelación trigonométrica; y, de esta manera, obtener la cota del punto observado.



**Figura 37.- Nivelación trigonométrica.**



A partir de la figura adjunta puede definirse un rectángulo en el que aplicando la igualdad de dos de los lados se obtiene el valor del desnivel,  $\Delta Z_E^P$ .

$$m_P + \Delta Z_E^P = t_E^P + i_E; \text{ es decir: } \Delta Z_E^P = i_E - m_P + t_E^P$$

El término  $t_E^P$  puede calcularse a partir del triángulo rectángulo generado en la figura:

$$\cot g V_E^P = \frac{t_E^P}{D_E^P} \rightarrow t_E^P = D_E^P \cot g V_E^P$$

En el caso de observar ángulos cenitales mayores de  $100^s$  el término  $t_E^P$  presentará signo negativo con lo que, normalmente, el desnivel tendrá este mismo signo, correspondiéndose con terreno descendente.

### 2.4.3.- Precisión en las medidas con estación total.

Las estaciones totales, como instrumento que engloba un teodolito electrónico y un distanciómetro, presenta en sus observaciones unos errores asociados con las características de éstos.

No obstante, es necesario destacar ciertos aspectos relevantes en lo referente a la precisión en la medida de distancias y a la incertidumbre en la medida de la altura a la que se realiza la puntería.

A la hora de determinar el error en una medida de distancia, y una vez realizadas cuantas correcciones sean necesarias, habrá que tener en cuenta dos componentes bien diferenciadas: por un lado la incertidumbre propia del distanciómetro expresada de la forma ya vista [ $f(mm) + v(ppm)$ ]; y por otro lado el error de dirección [ $\varepsilon_d = e_e + e_p$ ].

Cuando la medida de distancia se realiza en un solo tramo el error total será la composición de ambas fuentes de error:

$$E_{It} = \sqrt{E_{dist}^2 + \varepsilon_d^2}; \text{ donde } E_{dist} = f + v \cdot D(km).$$

En el caso de realizar la medida de distancia en varios tramos el error total cometido será:

$$E_{Tot} = E_{It} \cdot \sqrt{n}; \text{ siendo } n \text{ el número de tramos.}$$

Respecto al error en la medida de la altura a la que se realiza la puntería hay que tener en cuenta que se apunta a un prisma cuyo tamaño puede variar según el modelo, siendo frecuente los de 6cm de diámetro. Según aumenta la distancia de la puntería, y en función de los aumentos y la calidad óptica del aparato, el prisma presenta, a través del retículo, un tamaño menor, pudiéndose, incluso, ocultar tras la cruz filar. En este entorno el eje de colimación, es decir, la puntería, presentará una incertidumbre especialmente importante en la medida de su altura lo cual tiene una especial incidencia en el cálculo de desniveles, tal como se estudia más adelante. Este hecho se ve acentuado para grandes distancias, donde es habitual utilizar baterías de prismas.

En general el valor de este error es difícilmente cuantificable a priori, presentándose unos valores orientativos a modo de información para el alumno.

Rango	$e_m$ (cm)
0 – 100	1
100 – 200	2
200 – 500	3
500 – 1000	4
1000 – 2000	5

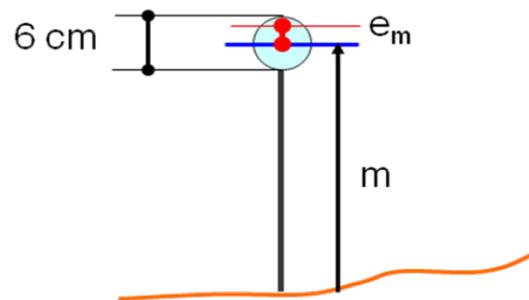


Figura 38.- Error en la medida de la altura del prisma (m).

#### 2.4.4.- Oferta actual de estaciones totales.

Desde la aparición de las estaciones totales hasta el día de hoy éstas han sufrido una evolución lógica aparejada al avance tecnológico. En este sentido, algunos de estos avances se han hecho generales en la oferta actual de este tipo de instrumentación, lo que denominaremos mejoras generalizadas. Otras mejoras se presentan como opciones, disponibles o no en función del fabricante y modelo de la estación, lo que denominaremos mejoras particularizadas.

##### 2.4.4.1.- Mejoras generalizadas.

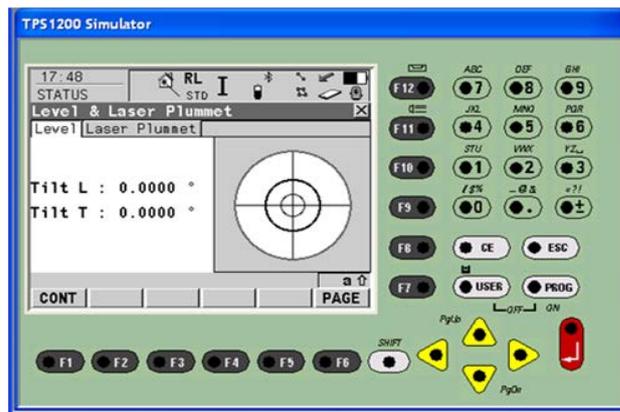
Se entenderá como mejora generalizadas aquel avance que con el paso del tiempo a día de hoy aparece de forma general en la oferta de estaciones totales con independencia del fabricante y modelo. Dentro del uso en el mundo de la Ingeniería se pueden distinguir las siguientes:

- *Plomada láser*: La plomada, como elemento que materializa el eje principal y necesario para el correcto estacionamiento del instrumento, ha pasado de ser una plomada óptica a una plomada láser. Con ello se ha mejorado el instrumento en dos aspectos: mayor comodidad de la puesta en estación del aparato y mayor precisión, siendo un valor típico de 1mm a una altura de estacionamiento de 1.5metros.



**Figura 39.- Plomada láser.**

- *Sensibilidad del nivel electrónico y existencia de compensador del eclímetro*: Hoy día las estaciones totales sustituyen la el clásico nivel tórico por uno, o dos, niveles tóricos electrónicos. La inclusión, además de compensadores ha propiciado una rebaja en la sensibilidad del nivel de un orden de magnitud pasando a tener, en la actualidad un valor entorno a los  $6'' = 2''$ .



Ejemplo equipo Leica TPS 1200

Medición Angular		Tipo 1201	Tipo 1202	Tipo 1203	Tipo 1205
Precisión	Hz, V	1" (0.3 mgon)	2" (0.6 mgon)	3" (1 mgon)	5" (1.5 mgon)
(desviación estándar, ISO 17123-3)	Resolución de pantalla:	0.1" (0.1 mgon)	0.1" (0.1 mgon)	0.1" (0.1 mgon)	0.1" (0.1 mgon)
Método	Absoluto, continuo, diametral				
Compensador	Rango de Trabajo	4' (0.07 gon)	4' (0.07 gon)	4' (0.07 gon)	4' (0.07 gon)
	Precisión	0.5" (0.2 mgon)	0.5" (0.2 mgon)	1.0" (0.3 mgon)	1.5" (0.5 mgon)
	Método	Compensador de doble eje centrado			

**Figura 40.- Nivel electrónico y compensador.**



- *Precisión en las medidas angulares:* El desarrollo de la electrónica y el abaratamiento de ésta ha contribuido a una mejora en la precisión angular de las estaciones totales modernas, siendo habitual apreciaciones del orden de  $3^{\text{cc}}$ ,  $6^{\text{cc}}$ ,  $9^{\text{cc}}$ ,  $15^{\text{cc}}$ ; y existiendo aparatos con precisiones mayores ( $2^{\text{cc}}$ ,  $1^{\text{cc}}$ ,  $0.5^{\text{cc}}$ ) con una diferencia de precio no tan apreciable como la existente anteriormente.
- *Precisión en la media de distancias:* Debido a causas similares a la mejora en la precisión en las medidas angulares, hoy en día las estaciones totales incorporan distanciómetros de mejor precisión que los existentes en los primeros modelos. Así es normal encontrar estaciones con distanciómetros de  $3\text{mm} + 3\text{ppm}$  o de  $2\text{mm} + 2\text{ppm}$ ; existiendo distanciómetros de  $1\text{mm} + 1\text{ppm}$  o incluso submilimétricos  $0.2\text{mm} + 0.2\text{ppm}$ .
- *Teclados y menús de estructura lógica:* Es habitual que las estaciones totales presenten teclados y menús fáciles de utilizar con una estructura lógica y bien marcada, apareciendo, así mismo, programas que permiten facilitar la toma de datos en los trabajos topográficos más habituales.

#### **2.4.4.2.- Mejoras particularizadas.**

Se entenderá como tal cualquier mejora que no aparece de forma general en la oferta de estaciones totales, estando presente en ciertos modelos con o sin sobreprecio. De entre estas mejoras se pueden destacar las siguientes:

- *Medición de distancia sin prisma:* Mediante el empleo de un láser de baja potencia algunas estaciones son capaces de medir distancias sin necesidad de prisma, aunque a distancias menores, de hasta 500metros. No obstante han aparecido distanciómetros de este tipo que son capaces de medir, en condiciones favorables de hasta 1000m. Esta mejora es de esperar que se convierta, con el paso del tiempo, en una mejora generalizada dado su relativo bajo coste. Hay que destacar que las estaciones con capacidades de medir sin

prisma también lo pueden hacer con él, teniendo un alcance, de este modo, similar a los demás distanciómetros: 3-5km.

- Medición de largas distancias: Utilizando un rayo láser fuertemente colimado han aparecido distanciómetros capaces de determinar distancias mayores de 10km.

	A	B	C
<b>Alcance</b>			
Estándar prisma (GPR1):	2200 m (7300 ft)	7500 m (24600 ft)	> 10000 m (> 32800 ft)
Diana reflectora (60 mm x 60 mm):	600 m (2000 ft)	1000 m (3300 ft)	> 1300 m (> 4300 ft)
Alcance medida al prisma:	1000 m to 12000 m		
Alcance sin ambigüedades:	up to 12000 m		
Condiciones atmosféricas:	<b>A:</b> Fuerte niebla, visibilidad 5 km, deslumbramiento solar, fuerte calima <b>B:</b> Ligera Niebla, visibilidad 20 Km.; moderado brillo solar, ligera calima <b>C:</b> Nublado, sin niebla, visibilidad 40 Km., sin calima		
<b>Precisión (Desviación Estándar ISO 17123-4) / Tiempo medición</b>			
Alcance total de medición:	3 mm + 1 ppm / typ. 2.5 s, max. 12 s		
Resolución en pantalla:	0.1 mm		

**Figura 41.- Características del equipo Leica TM30.**

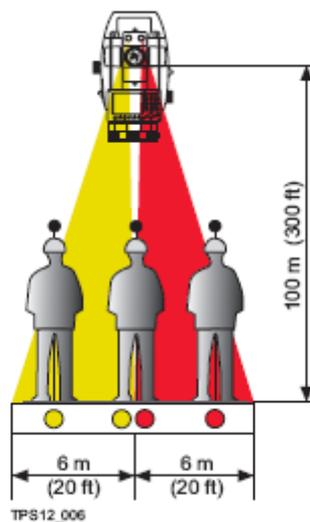
- *Estaciones motorizadas:* La incorporación de dos motores que permiten el movimiento autónomo del aparato alrededor del eje principal del aparato y del eje de muñones ha permitido la aparición de una serie de mejoras que necesita de este movimiento automático:
  - *Reconocimiento automático del prisma - autofocus:* Lo incorporan algunos aparatos de modo que a partir de una puntería grosera realizan la puntería precisa de forma autónoma. El rango de búsqueda del prisma suele variar entorno a 4°, y en muchas ocasiones esta mejora aparece acompañada de un sistema de autofocus.
  - *Estaciones robotizadas:* Se entiende como tales a las estaciones en que se puede programar la medida de una serie de puntos sin necesidad de la intervención de un operario.
  - *Rastreo y medición automática del prisma:* También conocida como autolock, autoenganche o PowerSearch. En este caso los aparatos son capaces de seguir de forma automática al prisma cuando éste se mueve. Se suelen utilizar prismas de 360° activos, es decir, prismas que presentan reflexión en todas las

direcciones y que incorporan una emisora de radio que conecta con la estación total, pudiéndose manejar ésta desde el prisma.



**Figura 42.- Reconocimiento automático del prisma.**

- *Ayuda al replanteo:* Es una mejora que permite al portador del prisma situarse aproximadamente en la visual de la estación, facilitándose el proceso de replanteo, tal como se desarrollará más adelante. Se basa en la utilización de una luz de dos colores, habitualmente rojo y verde, que son vistos solamente si el porta prisma se coloca enfrente del anteojo. En el caso de no estar situado en posición frontal sólo verá la luz de color rojo o verde en función del lado en el que se encuentre.



**Figura 43.- Ayuda al replanteo.**

- *Estaciones con GPS:* Recientemente han aparecido estaciones con GPS incorporado de modo que el aparato queda libre para poder ser estacionado en cualquier punto dado que el GPS será el encargado de determinar las coordenadas del punto estación e incluso orientar ésta.



**Figura 44.- Estación total con GPS.**

## 2.5.- LÁSER ESCÁNER TERRESTRE

Conocidos como exploradores láser terrestres (TLS) es un aparato topográfico que permite analizar un objeto caracterizando su geometría mediante un conjunto de puntos dotados de coordenadas referidas a un determinado sistema de referencia.

Respecto de otros sistemas de captura de puntos, como pueda ser una estación total, presenta como diferencia fundamental la capacidad de toma de puntos masiva, pudiendo ser de hasta cientos de miles de puntos por segundo.

### 2.5.1.- Componentes del láser escáner.

Un sistema de exploración por láser terrestre requiere, en general, los siguientes componentes: unidad de exploración, unidad de control, fuente de energía, trípode y montaje.

No obstante, el principal componente es la unidad de exploración, que presenta como elementos básicos los siguientes:

- Telémetro.
- Unidad de desviación del haz o rayo láser.

Por lo tanto, básicamente se trata de un distanciómetro láser que determina la distancia de un punto en una dirección definida, y conocida, y que va variando. De esta forma se obtienen los observables clásicos para la determinación de distancias, ángulos y distancia, para todos los puntos que han sido observados y, por lo tanto, se pueden determinar sus coordenadas.

#### 2.5.1.1.- Telémetro.

Se trata de un dispositivo que es capaz de determinar la distancia a un punto mediante la utilización de un rayo láser. Según la naturaleza de éste existen los telémetros pulsantes y de medida de fase.

#### **Telémetros con láser pulsante.**

Este tipo de telémetros utiliza un láser pulsante con longitudes de onda entre 500 y 1500 nanómetros y frecuencias de repetición del pulso entre 1 y 10 kilociclos.

La medición se realiza mediante un transmisor del láser que emite un pulso corto que se encuentra dividido en dos porciones: una va al receptor para iniciar la medida del tiempo y otra se envía al objeto. Éste último, al alcanzar la superficie del objeto es devuelto y parte de la señal vuelve al detector. Una vez detectado el regreso del pulso láser éste se envía a un discriminador de tiempo, es decir, se mide el tiempo transcurrido entre el envío de la señal y la recepción posterior. La distancia será resultado de multiplicar este tiempo por la velocidad de la onda. Dado que este tiempo es muy pequeño la principal dificultad de este tipo de aparatos consiste en lograr precisiones en la medida del tiempo del orden de unos 4-7 picosegundos ( $4 \cdot 10^{-12} \text{ seg}$  a  $7 \cdot 10^{-12} \text{ seg}$ ) para lograr precisiones de orden milimétrico.

Los láser escáner que utilizan este tipo de telémetro presentan como ventaja su mayor alcance y precisión, siendo, sin embargo, algo más lentos en el escaneo (del orden de 50000 puntos por segundo).

### **Telémetros de medida de fase.**

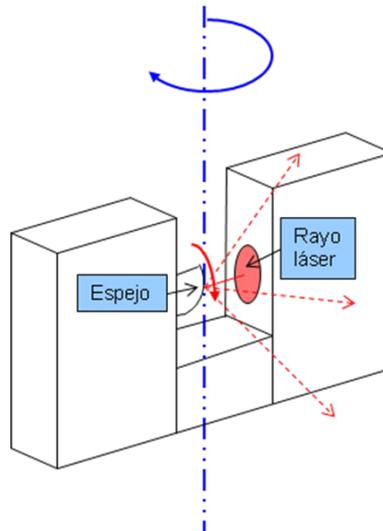
Se trata de un telémetro que emite un rayo láser continuo y cuya potencia se encuentra modulada. La medición se realiza comparando la fase entre la luz emitida y la recibida, tal como se ha mencionado en el capítulo de medida de distancias.

Su principal ventaja radica en la rapidez de escaneo, llegando incluso al millón de puntos por segundo. Sin embargo, entre sus desventajas se pueden destacar tanto la limitación en su alcance (120-150m) como una menor precisión en la medida (error característico: 2mm cada 25m).

### **2.5.1.2.- Unidad de desviación del rayo láser.**

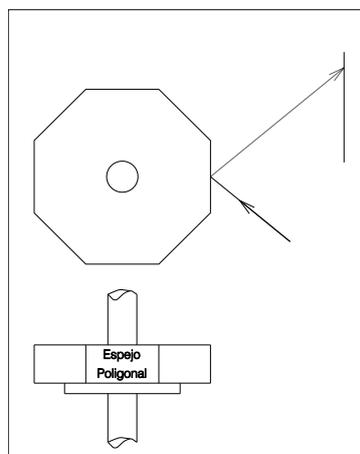
Para medir el conjunto de puntos que definirán un objeto el rayo láser debe ser desviado con objeto de poder incidir todos los puntos a medir. Esta operación se realiza mediante una unidad de desviación del rayo láser, que consiste en un espejo que desvía el haz respecto de la vertical y a veces respecto una dirección horizontal. Los sistemas de desviación del rayo láser habituales pueden ser de tres tipos:

- *Espejos planos rotativos*: Se trata de un espejo inclinado  $45^\circ$  que gira respecto a un eje horizontal y, normalmente, el conjunto respecto de un eje vertical pudiendo describir un ángulo de  $360^\circ$  con lo que se logra barrer todo el espacio alrededor del aparato. Hoy día son habituales en los láser escáner más económicos del mercado dado su bajo coste de fabricación.



**Figura 45.- Espejo rotativo.**

- *Espejos poligonales rotativos*: Se trata de espejos, normalmente prismáticos, con tres o más caras reflexivas rotando. Estas caras están paralelas, equidistantes y lejos del eje de rotación central. Son económicos y permiten altas velocidades de escaneo y la disponibilidad de amplios ángulos de exploración, necesitando calibrados frecuentes.



**Figura 46.- Espejo poligonal.**

- *Espejos oscilantes*: Se trata de espejos planos que oscilan a una frecuencia constante entre dos posiciones angulares (máxima y mínima). Produce escaneos elípticos, pudiendo ser los puntos medidos dos veces.

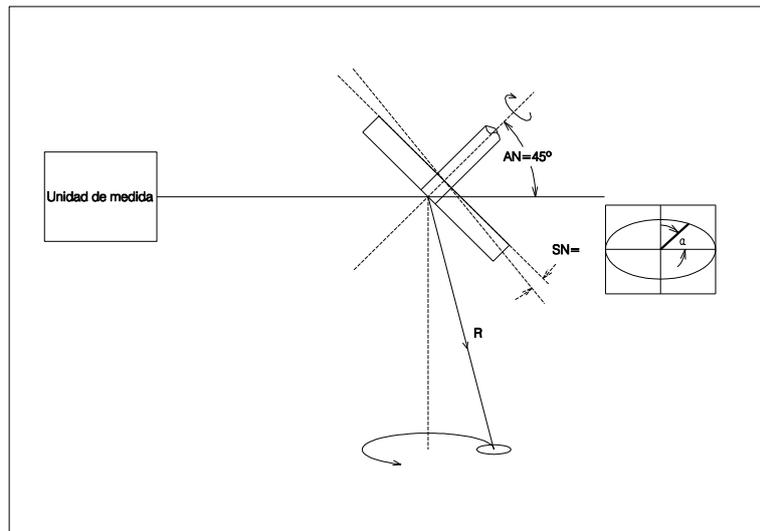


Figura 47.- Espejo oscilante.

### 2.5.2.- Planteamiento de la medida.

El proceso de medida y observación con TLS se puede llevar a cabo siguiendo el siguiente flujo de trabajo:

- Definición del área a examinar. Conviene tener presente el área que se desea escanear para evitar un escaneo de zonas no deseadas. En este sentido, en estas ocasiones, es útil una exploración preliminar en baja resolución que permite definir un mapa de contorno de la zona a escanear posteriormente.
- Definición de la resolución y de la exactitud prevista de la nube de puntos. Dependerá fundamentalmente de la escala que se pretende obtener la representación así como de la naturaleza de la superficie del objeto a escanear.
- Seleccionar el equipo que se va a emplear. En muchas ocasiones el equipo no se puede cambiar en función de las necesidades del trabajo debido, fundamentalmente, a su elevado coste económico.

- Elección de la ubicación ideal para los estacionamientos del escáner, debiéndose garantizar la cobertura del objeto a escanear y la exactitud requerida.
- Elección de los puntos básicos para la georreferenciación.
- Analizar, de forma aproximada, el volumen de datos a capturar para dimensionar la capacidad de almacenamiento y procesado, lo que puede requerir equipos informáticos potentes.

### **2.5.3.- Exploración.**

Antes de comenzar la exploración el operario debe estacionar correctamente el escáner, definir la parte del objeto o la zona que se pretende capturar y seleccionar las opciones adecuadas en el software de la exploración para definir correctamente la resolución de muestreo, número de exploraciones, formato de datos , etc.

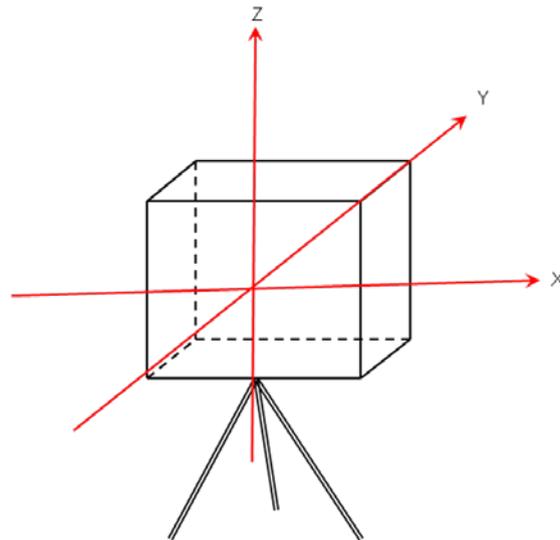
En cualquier caso, el proceso de exploración varía en función del aparato utilizado y del software que utilice.

### **2.5.4.- Georreferenciación.**

Los objetos escaneados, habitualmente requieren por su tamaño, forma y complejidad realizar varias exploraciones. Además, en gran número de ocasiones los datos obtenidos requieren poder ser integrados con otros datos georreferenciados.

En este sentido, hay que destacar que las nubes de puntos que se obtienen en cada ubicación del explorador tienen unas coordenadas referidas al sistema cartesiano interno del aparato que para un escáner panorámico (que es capaz de explorar todo el espacio que lo rodea) es el siguiente:

- Origen: el centro electroóptico.
- Eje Z: el eje vertical del aparato o de rotación del mismo.
- Eje Y: eje óptico del aparato en una dirección arbitraria.
- Eje X: formando una terna dextrógira con los anteriores.



**Figura 48.- Sistema coordenado interno de un explorador láser.**

El proceso que se debe seguir para obtener una representación completa del objeto explorado empieza por transformar el conjunto de exploraciones o escaneos (nubes de puntos) a un sistema coordenado común. Esto se realiza modificando el sistema de los diferentes escaneos al de un escaneo dado, normalmente el primero.

Para georreferenciar la nube de puntos conjunta, por ejemplo a coordenadas ETRS-89 en proyección UTM, se puede realizar según dos procedimientos diferentes, dependiendo del diseño del explorador.

#### **2.5.4.1.- Georreferenciación directa.**

El explorador o escáner se estaciona debidamente centrado y nivelado sobre un punto de coordenadas conocidas y se orienta a una referencia externa. La información de la posición, de la orientación y de la altura del instrumento se puede incorporar al software del explorador previamente al escaneo.

Para poder proceder de esta forma el escáner debe equipar un nivel (compensador de dos ejes), un telescopio para poder realizar la orientación y de una marca para poder determinar la altura del instrumento. En ausencia de telescopio la orientación puede ser calculada a partir del aparato perfectamente nivelado, las coordenadas de su centro y de la referencia y un escaneo de ésta a una resolución adecuada.

### 2.5.4.2.- Georreferenciación indirecta.

En este caso se efectúa una transformación de coordenadas 3D para lo cual se requiere conocer, al menos, las coordenadas de 3 puntos que hayan sido explorados.

Las nubes de puntos adyacentes se superponen en parejas para lo cual se utilizan por lo menos 3 puntos de unión o puntos comunes a los dos escaneos y que se puedan identificar fácilmente. Si estos puntos comunes son elegidos de entre los escaneados y que correspondan a detalles identificables en ellos se pueden cometer errores significativos por la falta de coincidencia perfecta o por la subjetividad a la hora de identificar estos puntos. Es por ello que normalmente se colocan en las exploraciones elementos fijos a modo de punterías o dianas y que aparecerán en los escaneados consecutivos. Incluso el software actual es capaz de localizar estos puntos de forma "automática". Su tipología puede ser muy variada existiendo, incluso, bolas de tamaño definido que permiten superponer escaneos de "avance".

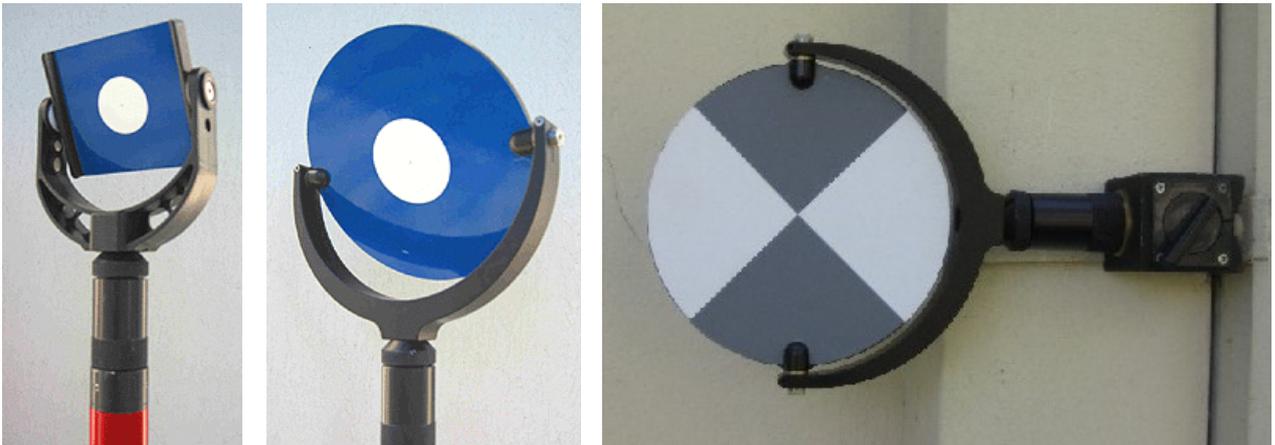


Figura 49.- Ejemplos de dianas para láser escáner.

La georreferenciación del conjunto se consigue a partir de las coordenadas en un sistema de referencia dado e un conjunto de, al menos, 3 puntos de control que permite el establecimiento de una transformación 3D, normalmente una transformación Helmert, que requiere de la definición de 7 parámetros: 3 traslaciones según cada uno de los ejes coordenados, 3 giros y un factor de escala.

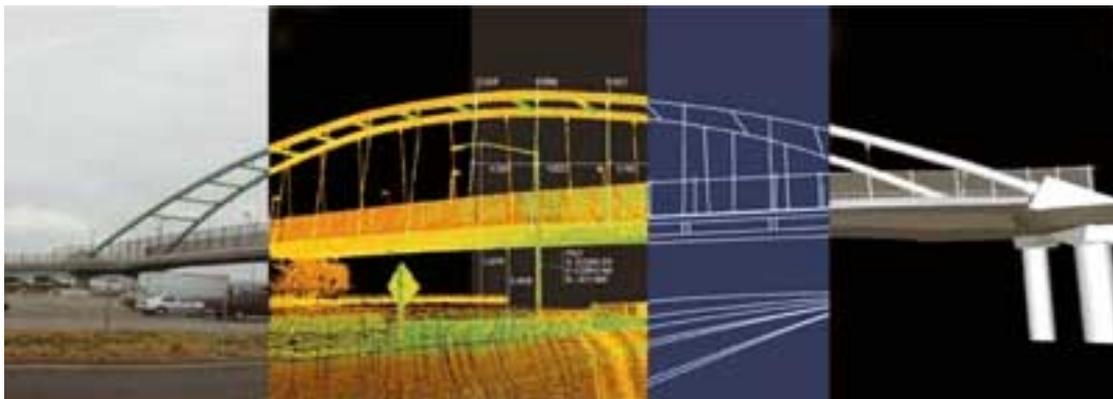
### 2.5.5.- Procesado de datos

Los datos obtenidos directamente del escaneado de objetos y ya georreferenciados no deben utilizarse directamente debido principalmente a la presencia de ruido (o puntos no deseados) y de datos redundantes.

En general, las nubes de puntos resultantes presentan una cantidad ingente de información compuesta por millones de puntos. Su procesado permite la reducción del tamaño de los archivos y el modelado de las superficies, permitiendo acelerar el manejo de la información.

En general, el procesado se suele realizar en función del uso que se desee al modelo existiendo dos procedimientos principales:

- Ajuste de primitivas gráficas (líneas, planos, paralelepípedos, esferas, etc.) a la nube de puntos o parte de ella para modelar objetos con formas regulares.



**Figura 50.- Ejemplo de procesado y obtención de primitivas. Fuente Leica.**

- Triangulación. Formación de un modelo digital de triángulos (TIN) que permite la explotación de la superficie escaneada.

En cualquier caso, el conjunto de procesos a seguir se realizan a partir de algoritmos matemáticos definidos a tal fin, por lo que la elección de un software adecuado y potente es tan importante o más que la elección del explorador adecuado.

### 2.5.6.- Uso de los TLS.

Los equipos de exploración láser tienen, hoy en día, un ámbito de aplicación cada vez mayor. No obstante sus características especiales hacen que sus aplicaciones típicas se puedan resumir en las siguientes, entre otras:

Control de elementos del patrimonio: Modelización de fachadas, edificios y monumentos.

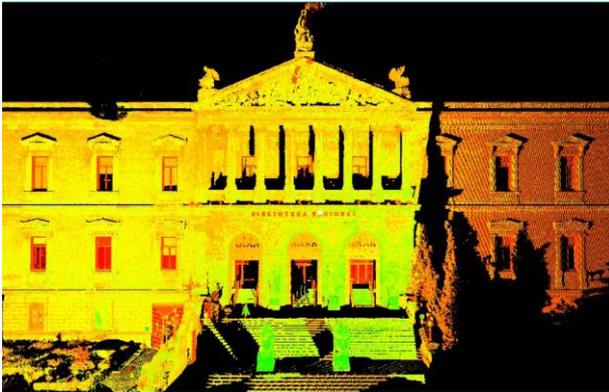


Figura 51.- Ejemplo de utilización del TLS en patrimonio.

Medida de túneles y cuevas bien para su control periódico, en fase de construcción y, en general, para la definición de su geometría.

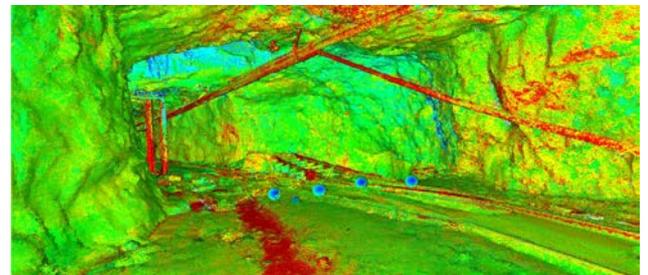
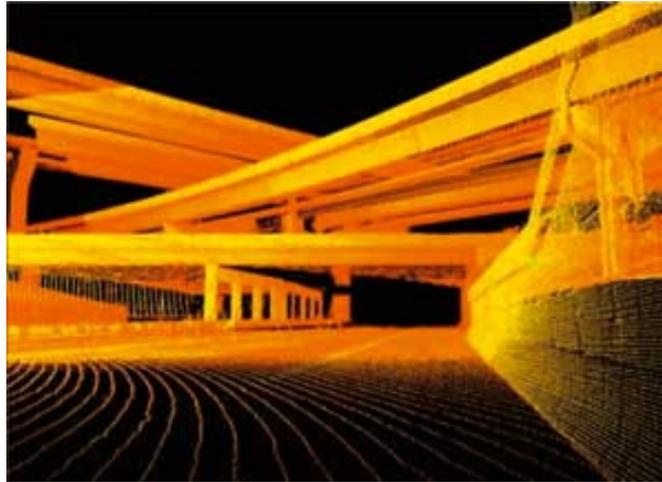


Figura 52.- Exterior e interior de una galería minera.

Control de la geometría de elementos cercanos, presas, taludes, muros, etc. En este punto hay que tener en cuenta la precisión requerida para el trabajo a realizar dado que los errores instrumentales, los relacionados con el objeto, los errores ambientales y los errores metodológicos pueden ocasionar que la incertidumbre final obtenida sea mayor que la precisión que exige el trabajo a realizar, por ejemplo en la determinación de movimientos pequeños en presas.

Levantamientos a partir de sistemas montados sobre vehículos. Una aplicación específica de este tipo de aparatos se presenta con su montaje, junto a otros instrumentos para la georreferenciación, sobre vehículos a motor. Permiten

el levantamiento de zonas calles y carreteras de forma rápida siendo su principal inconveniente el coste de los aparatos que intervienen.



**Figura 53.- Escaneado de un nudo de carreteras.**

No obstante, se pueden distinguir una gran variedad de utilización del TLS que, por su naturaleza, no son tratados; tales como arqueología, ciencia forense, etc.



**Figura 54.- Escaneo de un castillete minero.**

### 3- MEDIDA DE DESNIVELES.

#### 3.1.- INTRODUCCIÓN.

Definido un punto en la superficie terrestre queda perfectamente determinado no sólo por su posición en planta, sino también por la altitud, distancia del punto a una superficie de referencia, evaluada sobre la normal a dicha superficie que pasa por el punto.

En este sentido, existen diferentes tipos de alturas siendo de interés para la asignatura las alturas elipsoidales y las alturas ortométricas. Las primeras quedan definidas por la distancia existente entre el elipsoide adoptado y el punto considerado, medida a lo largo de la normal al elipsoide. No obstante, los sistemas de referencia considerados oficiales suelen considerar un sistema de referencia bidimensional, definido a partir de un cierto elipsoide con su datum, al que se incorpora una altura medida a partir del geoide, es decir, una altitud.

En las nivelaciones efectuadas en cada país se adoptó como cota o altitud cero el nivel medio del mar en un determinado lugar obtenido durante un cierto periodo de tiempo. En España se eligió Alicante, y se determinó el nivel medio del mar durante un periodo de dos años: del 1 de Octubre de 1870 al 30 de Junio de 1872.

Así, en el Real Decreto 1071 de 27 de Julio de 2007 se establece como sistema de referencia altimétrico en España el siguiente: *"1- Se tomará como referencia de altitudes los registros del nivel medio del mar en Alicante para la Península y las referencias mareográficas locales para cada una de las islas. Los orígenes de las referencias altimétricas serán definidos y publicados por la Dirección General del Instituto Geográfico Nacional. 2. El sistema está materializado por las líneas de la Red de Nivelación de Alta Precisión..."*

Para determinar el Nivel Medio del Mar el Alicante se utilizó un mareógrafo, es decir, aparatos que funcionan plasmando, de forma continuada, el nivel instantáneo del mar. Para ello constan de un palpador que está constituido por una hoya que comunica el movimiento vertical a un rollo de registro donde queda el dato almacenado.

Una vez determinado el nivel medio del mar queda materializado por la Red de Nivelación de Alta Precisión, y para determinar la cota de puntos en la superficie terrestre respecto de éste se deben realizar operaciones de nivelación, es decir, operaciones que permiten determinar la diferencia de cota entre dos puntos, y entre las cuales se pueden diferenciar las siguientes:

- Nivelación barométrica: Emplea la relación física existente entre la altitud y presión atmosférica, estableciendo una relación directa entre ambas. En ingeniería no se utiliza dado que presenta precisiones muy bajas.
- Nivelación trigonométrica: Está analizada con anterioridad. Constituye una faceta importante de las relaciones taquimétricas. Para ello se utiliza una estación total que a partir de la observación conjunta de distancias, y ángulos cenitales y alturas de los equipos permite establecer diferencias de cota.
- Nivelación mediante Geodesia Espacial: Se observan directamente alturas respecto al elipsoide adoptado. Hoy en día suele realizarse mediante GPS y por lo tanto los desniveles observados serán diferencia de alturas elipsoidales, respecto del elipsoide WGS-84. Para conocer la diferencia de altitudes habrá que recurrir a la relación entre el elipsoide y el geoide, establecido en modelos de geoide definidos a tal fin.
- Nivelación geométrica: Se utiliza el aparato topográfico denominado nivel, que con un adecuado método es la mejor forma de conseguir buenas posiciones.

Aunque la definición de un origen altimétrico único es muy importante, existen singularidades que dan lugar a orígenes altimétricos diferentes y normalmente locales.

Por un lado, existen actuaciones en que por sus especiales características las restricciones existentes se limitan a desniveles y pendientes bien definidas sin que influya la altitud a la que se encuentra la actuación. En este caso, muchas

veces se referencian respecto de una cota arbitraria que garantice que el resto de cotas calculadas sean positivas.

Por otro lado en zonas costeras, especialmente en el entorno de actuación de grades puertos, se suele definir un origen altimétrico diferente establecido como la superficie equipotencial que pasa por un determinado punto denominado Cerro del Puerto. Este lugar señala la cota mínima que podría alcanzar la lámina de agua supuesta la bajamar mínima posible como suma de bajamar astronómica y meteorológica. La justificación de establecer este origen radica en que la cotas, negativas, existentes en las zonas de navegación marcarán, de forma directa, el calado existente en ellas. El nivel del Cerro del Puerto se sitúa por debajo del NMMA.

Estado de altitudes sobre el cero del Puerto de los principales puntos de referencia del Mareógrafo de Santander.

SEÑALES	altitudes sobre el cero de Santander	DESCRIPCION DE SEÑALES
N.G.J.-956	7,612	Señal colocada por el Instituto Geográfico en la fachada sur del Ayuntamiento, esquina sureste, a 5,437 m. sobre el nivel del mar en Alicante
N.A.PH.-369	7,062	En el pretil del muro, a la derecha, y frente a la entrada del Real Club Marítimo, a 4,887 m. sobre el nivel del mar en Alicante.
C.D.	5,989	En la coronación del muro sur del Dique, a 3,814 sobre el nivel del mar en Alicante.
N.G.U.-84	6,307	En el interior del mareógrafo, a 4,132 m. sobre el nivel del mar en Alicante.
A.P.S.	6,360	En el extremo Suroeste del muelle 1 de Raos en Santander.

Resumen del movimiento del mar en Santander

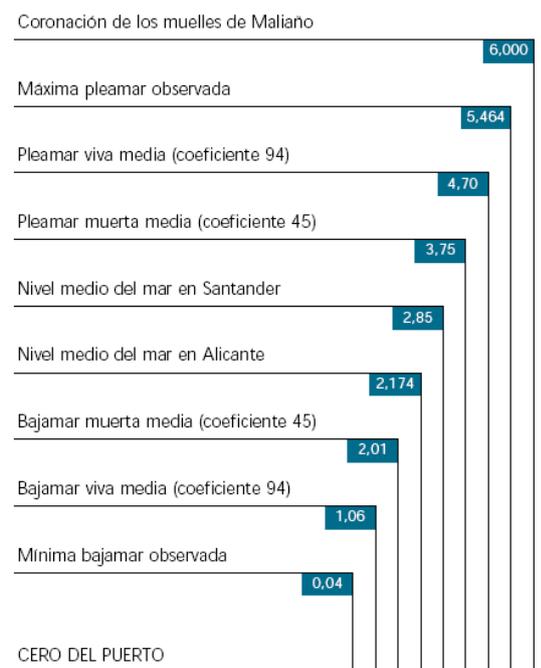


Figura 55.- Resumen de alturas en el Puerto de Santander. Fuente Autoridad portuaria de Santander.

### 3.2.- ASPECTOS ALTIMÉTRICOS. CORRECCIONES.

La determinación de desniveles se define a partir del cálculo en una atmósfera ideal y en el supuesto de una Tierra plana. Dado que esta situación no se adecúa a la realidad será necesario, en ocasiones y en función del tipo de medida que se realice, aplicar ciertas correcciones que manifiesten el efecto de medida en una atmósfera real y en una tierra "no plana".



### 3.2.1.- Corrección por esfericidad de la Tierra.

La esfericidad terrestre hace que, por ejemplo, un barco desaparezca en el horizonte. Lógicamente este horizonte se encuentra a la misma altura del observador y sin embargo el mástil del barco está más alto del observador supuesto una visual sensiblemente con un origen cercano al nivel del mar.

Así, la forma no plana de la tierra tiene como consecuencia que para distancias de cierta entidad, normalmente se considera de un valor superior a 400 metros, deba corregirse el desnivel por efecto de esta esfericidad terrestre.

Supuesto un aparato estacionado en el punto A, visando un punto B, en desnivel existente, a partir de la que sigue, será el segmento  $\overline{BB_2}$ , mientras que el desnivel aparente se puede establecer como el segmento  $\overline{BB^*}$ .

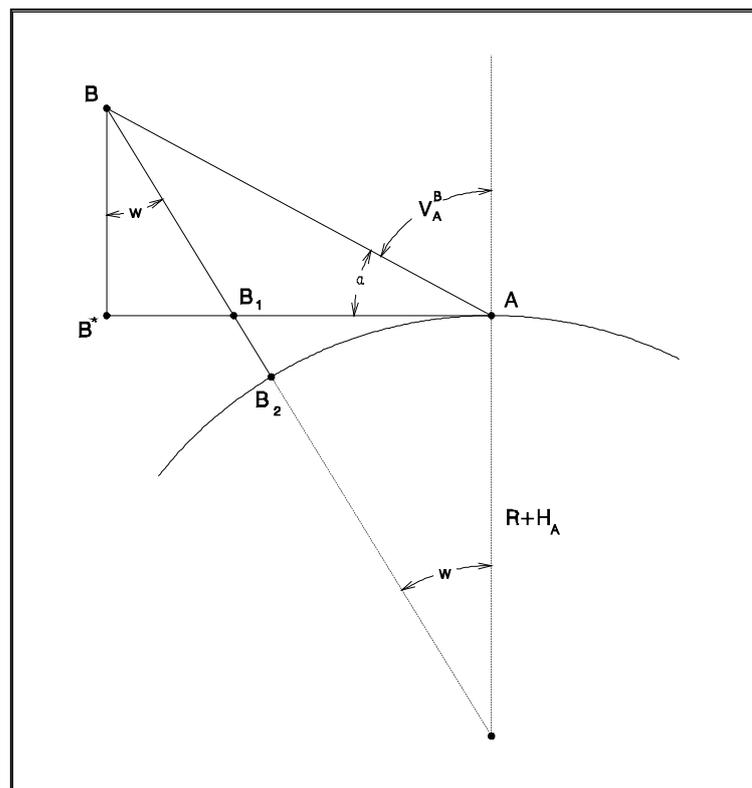


Figura 56.- Corrección por esfericidad.

Supuesto una tierra esférica de radio  $R$ , y estado el punto de observación, A, a una altura  $R + H_A$  el conjunto de puntos de igual cota será la circunferencia de radio esta altura. Además se verifica:

$$\overline{BB_2} = \overline{BB_1} + \overline{B_1B_2} = \frac{\overline{BB^*}}{\cos w} + \overline{B_1B_2}$$

Como para las distancias habituales en topografía el radio terrestre es mucho mayor que la distancia observada se puede considerar al ángulo  $w$  con un valor pequeño:

$$\overline{BB_2} \approx \overline{BB^*} + \overline{B_1B_2}$$

La corrección por esfericidad será, por tanto:  $C_e = \overline{B_1B_2}$ . En la figura se cumple, para el triángulo  $[AB_1O]$ :

$$(R + H_A + C_e)^2 = (R + H_A)^2 + (D_A^B - \overline{BB^*} \cdot w)^2$$

Como las visuales usuales tienen poca pendiente se puede simplificar la expresión:

$$(R + H_A + C_e)^2 = (R + H_A)^2 + D_A^{B^2}$$

Dado que el valor de la corrección es muy pequeño, y el radio  $R$  es mucho mayor que  $H_A$ , se obtiene el valor de  $C_e$ , tras despreciar los términos de segundo orden:

$$C_e = \frac{D_A^{B^2}}{2 \cdot R} = 0.5 \frac{D_A^{B^2}}{R}$$

Esta corrección será siempre positiva, es decir, los desniveles aparentes serán siempre menores de los reales, por efecto de esfericidad terrestre. Por lo tanto, habrá que añadir al desnivel calculado la corrección anteriormente descrita.

El valor del radio de curvatura terrestre,  $R$ , será objeto de discusión y cálculo con posterioridad. No obstante, y a falta de datos mejores, se podrá tomar un valor correspondiente al radio medio, es decir, 6370km.

### 3.2.2.- Corrección por refracción. Corrección por trayectoria de la onda.

Al pasar la luz de un medio a otro de distinta densidad sufre una refracción que tiene que ver con estas densidades de los distintos medios y que afecta tanto a la velocidad de la onda, tal como se ha estudiado anteriormente, como a la trayectoria seguida por ésta. Como la atmósfera no tiene densidad uniforme se van produciendo sucesivas refracciones en las distintas capas, que en condiciones normales son menos densas cuanto más elevadas están (a no ser que se produzca

algún proceso de inversión térmica que influya en ellos), obteniéndose una curva como dirección seguida por el rayo.

Dentro del campo de la topografía, dado que las visuales son de escasa pendiente y de longitud corta/media, dicha curva puede asimilarse a un arco de circunferencia, de radio constante,  $R'$ , mientras no varíen las condiciones atmosféricas.

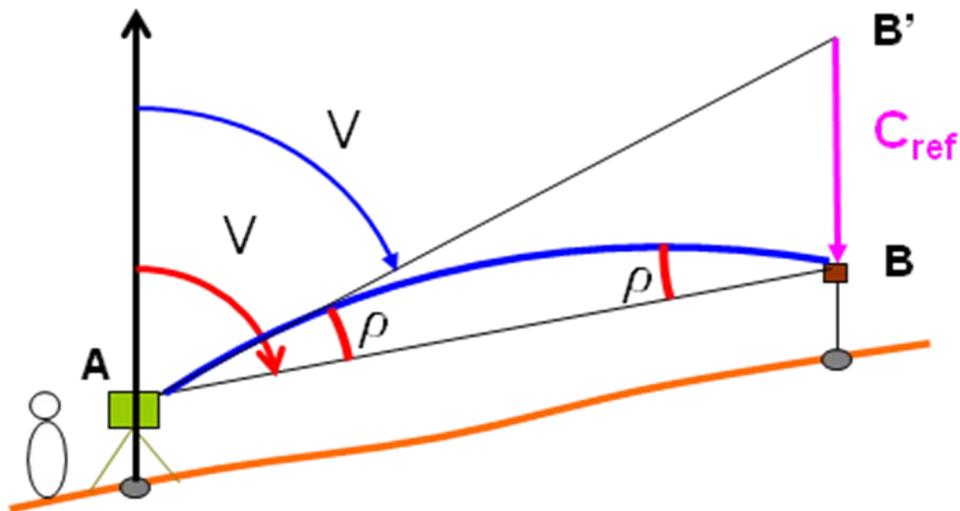
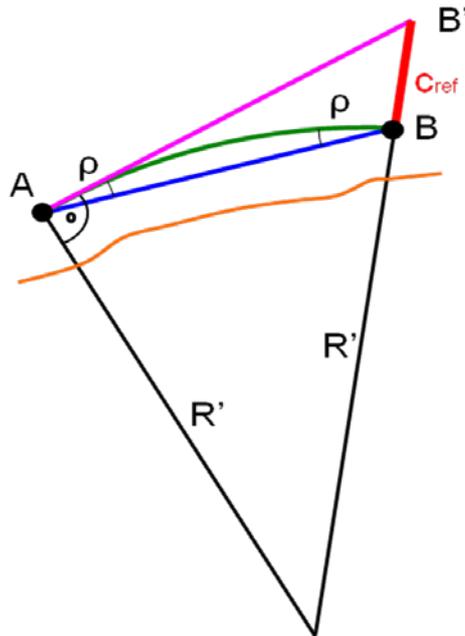


Figura 57.- La refracción de la visual.

Desde el punto de vista de la medida de la distancia, la curvatura de la trayectoria del tren de ondas infrarrojas tiene una influencia despreciable, no así en el cálculo del desnivel, la trayectoria que siguen las ondas visibles del observador al realizar la puntería. Para calcular su valor se considera un observador que desde un punto A observa a otro B, del cual la imagen le llegará según el arco de circunferencia AB, de centro  $O'$  y radio  $R'$ . Para este observador es como si el punto B estuviese situado en  $B'$  en vez de en B, con  $AB'$  la tangente al arco de circunferencia en A.

En los ángulos verticales este fenómeno produce un error  $\rho$ , llamado ángulo de refracción, siendo  $BB'$  el valor lineal de la corrección.



**Figura 58.- Cálculo de la corrección por refracción.**

En una simplificación con suficiente precisión se tiene:

$$R'^2 + D_A^2 = (R' + C_{ref})^2 = R'^2 + 2 \cdot C_{ref} \cdot R' + C_{ref}^2$$

Despreciando el último término de la expresión resulta:

$$C_{ref} = \frac{D_A^2}{2 \cdot R'}$$

$$C_{ref} = \frac{D_A^2}{2 \cdot R'}$$

Definiendo el coeficiente de refracción  $F$  como:  $2 \cdot F = \frac{R}{R'}$ , queda:

$$C_{ref} = F \cdot \frac{D_A^2}{R}$$

Esta corrección siempre tendrá valor negativo por cuanto la diferencia de cota es menor que la observada, debiendo, por lo tanto, restarse del desnivel calculado.

El valor del coeficiente de refracción,  $F$ , puede ser calculado a partir de medidas topo - geodésicas. No obstante, es habitual considerar coeficientes de refracción medios en función de la zona de trabajo, siendo habitual en España tomar un valor de  $F = 0.08$ . Este valor representa un radio de curvatura de la trayectoria:  $R' = 6.25 \cdot R$

### 3.2.3.- Influencia de la corrección por esfericidad y refracción.

Dado que las correcciones por esfericidad y refracción deben aplicarse de forma conjunta al desnivel calculado, al ser una positiva y la otra negativa, la última corregirá hasta cierto punto la corrección por esfericidad:

$$C_e = 0.5 \frac{D_A^{B^2}}{R} ; \text{siempre positiva}$$

$$C_{ref} = 0.08 \cdot \frac{D_A^{B^2}}{R} ; \text{siempre negativa}$$

La corrección conjunta será, por lo tanto:

$$C_e + C_{ref} = 0.5 \frac{D_A^{B^2}}{R} - 0.08 \frac{D_A^{B^2}}{R} = 0.42 \frac{D_A^{B^2}}{R}$$

Este factor tiene una especial incidencia a partir de distancias de 400m. No obstante, y de forma general, se tendrá en cuenta en cualquier situación:

D (m)	C <sub>esf</sub> (m)	C <sub>ref</sub> (m)	C <sub>conjunta</sub> (m)
400	0.01	0.00	0.01
1000	0.08	-0.01	0.07
2000	0.31	-0.05	0.26
4000	1.26	-0.20	1.05
8000	5.02	-0.80	4.22

Figura 59.- Influencia de la corrección por esfericidad y refracción.

Esta corrección conjunta se aplicará a la nivelación trigonométrica quedando la expresión de ésta como sigue:

$$\Delta Z_A^B = i_A - m_B + D_A^B \cdot \cot g V_A^B + 0.42 \frac{D_A^{B^2}}{R}$$

### 3.3.- NIVELACIÓN TRIGONOMÉTRICA.

En las estaciones totales el cálculo del desnivel, mediante una nivelación trigonométrica, tiene la expresión ya vista:

$$\Delta Z_E^P = i_E - m_P + t_E^P + 0.42 \frac{D_E^{P^2}}{R}$$

Siendo el término  $t_E^P$

$$t_E^P = D_E^P \cdot \cot g V_E^P$$

Dado que los observables que intervienen en la expresión de la nivelación trigonométrica son el ángulo vertical ( $V_E^P$ ), la distancia reducida ( $D_E^P$ ), la altura del instrumento ( $i_E$ ) y la altura de jalón o mira ( $m_p$ ); cada uno de ellos introducirá una fuente de incertidumbre en la evaluación del desnivel, que, a efecto de cálculo, se pueden agrupar en función de los términos de la expresión de la nivelación.

### 3.3.1.- Error debido al término trigonométrico $t_E^P$

Este término trigonométrico ( $t_E^P = D_E^P \cdot \cot g V_E^P$ ) incluye el observable distancia reducida y ángulo cenital, de modo que para determinar el error total se deberá considerar el error en la evaluación de la distancia y el error de la evaluación del ángulo cenital:

#### Error debido a la evaluación de la distancia.

Supuesto que sólo se comete error en la medida de la distancia ( $\Delta D$ ), el error asociado en la nivelación trigonométrica será:

$$e_t^I \leq [(D_E^P + \Delta D_E^P) \cdot \cot g V_E^P - D_E^P \cdot \cot g V_E^P] = \Delta D_E^P \cdot \cot g V_E^P$$

En las estaciones totales el error en la medida de distancia, como ya se ha estudiado, es pequeño. Además el ángulo vertical en las visuales topográficas es cercano a  $100^\circ$ , con lo cual el término  $e_t^I$  será muy pequeño, siendo habitualmente despreciado ya que es mucho menor que las demás fuentes de error.

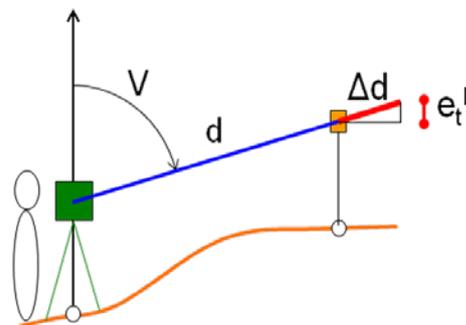


Figura 60.- Error  $e_t^I$

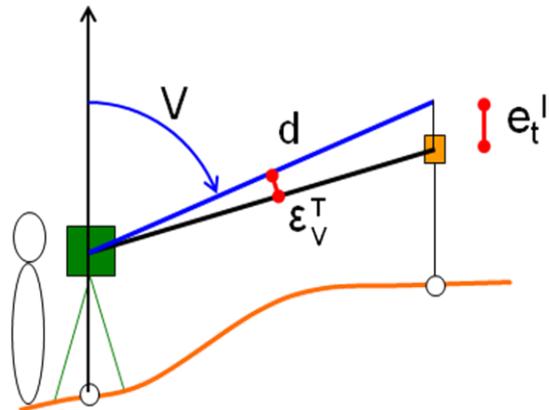
Es importante destacar que el error en la medida de distancia también influye en el término de corrección por esfericidad y refracción. Sin embargo, al ser éste proporcional al cuadrado de la distancia un pequeño error en la medición de ésta tendrá un efecto despreciable en la variación del término en su conjunto.

$$0.42 \frac{(D_E^P + \Delta D_E^P)^2}{R} - 0.42 \frac{D_E^{P^2}}{R} \approx 0$$

**Error asociado al la medición del ángulo vertical.**

Supuesto que sólo se comete error en la medida del ángulo vertical (cenital), el error asociado en la nivelación trigonométrica será:

$$e_t'' \leq [D_E^P \cdot \cot g (V_E^P \pm \varepsilon_V^T) - D_E^P \cdot \cot g V_E^P] = D_E^P \cdot [\cot g (V_E^P \pm \varepsilon_V^T) - \cot g V_E^P]$$



**Figura 61.- Error  $e_t''$  .**

El error en la medida del ángulo vertical,  $\varepsilon_V^T$ , se calculará a partir de las expresiones estudiadas en la parte correspondiente a los instrumentos para la medida de ángulos. Este factor se sumará o restará según convenga de tal modo que la expresión que cuantifica el valor de  $e_t''$  resulte maximizada. En este sentido, existen dos casos bien diferenciados:

- Si el ángulo cenital es mayor de  $100^\circ$ ,  $V_E^P > 100^\circ$ , el término  $\varepsilon_V^T$  deberá ser sumado, quedando la expresión como sigue:

$$e_t'' \leq D_E^P \cdot [\cot g (V_E^P + \varepsilon_V^T) - \cot g V_E^P]$$

- Si el ángulo cenital es menor de  $100^g$ ,  $V_E^P < 100^g$ , el término  $\varepsilon_V^T$  deberá ser sustraído, quedando la expresión como sigue:

$$e_i'' \leq D_E^P \cdot [\cot g (V_E^P - \varepsilon_V^T) - \cot g V_E^P]$$

Recordando las expresiones que dan lugar al cálculo del error en la medida del ángulo vertical, dependientes de la sensibilidad del nivel (S), los aumentos del anteojo (A) y la apreciación (a), serán:

Error de verticalidad	Error de puntería	Error de lectura
$\varepsilon_v \leq \frac{1}{3} S$	$\varepsilon_p = \frac{\beta}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right] \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$ Con $\beta = 150^{cc}; \beta = 50''$	$\varepsilon_l = \frac{2}{3} a \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$
$\varepsilon_V^T = \sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_p^2 + \varepsilon_l^2}$		

También se podrán utilizar otras expresiones prácticamente equivalentes:

Error de verticalidad	Error de puntería	Error de lectura
$\varepsilon_v \leq \frac{1}{3} S$	$\varepsilon_p = \frac{C_A}{A} \cdot K \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$ Con $C_A = 50''/150^{cc}$ y $K = 2,2...2,5$ , habitualmente $K = 2,5$	$\varepsilon_l = \frac{a}{\sqrt{3}} \cdot \left( \frac{1}{\sqrt{2}} \right)^*$
$\varepsilon_V^T = \sqrt{\varepsilon_v^2 + \varepsilon_p^2 + \varepsilon_l^2}$		

Se aplicará Bessel siempre y cuando las lecturas sean realizadas en círculo directo y círculo inverso.

### 3.3.2.- Error debido a la medida de la altura de instrumento, $i_E$ .

El instrumento utilizado y la forma de realizar la medida de la altura del instrumento condiciona la influencia de ésta en el error en la determinación del desnivel

Dado que la altura del instrumento se suele realizar con un flexómetro, y normalmente directamente del punto estación al eje horizontal del aparato, el error que esta medida lleva asociada (normalmente la distancia no es vertical y la cinta métrica puede tener defectos) se maximiza en 1cm. Por lo tanto:



$$e_i \leq 1 \text{ cm.}$$

Existe la posibilidad de anular el efecto del error en la medida de la altura del instrumento cuando se quiere determinar el desnivel entre dos puntos. En este caso se realizan dos nivelaciones trigonométricas, estacionando en un punto que no es aquél del que se conoce la cota.

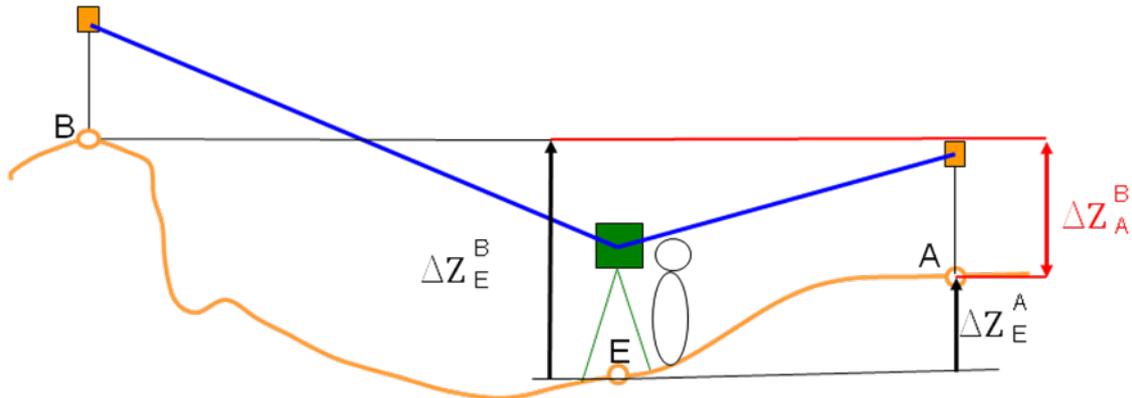


Figura 62.- Nivelación sin influencia de  $e_i$

Supuesto que se conoce la cota del punto A, a partir de la figura se puede establecer:

$$Z_B = Z_A + \Delta Z_A^B$$

Pero dado que se estaciona en un punto E, diferente del punto A, se debe calcular el incremento de cota de A hacia B según:

$$\Delta Z_A^B = \Delta Z_E^B - \Delta Z_E^A$$

Pero desarrollando esta expresión, la altura del instrumento queda anulada y, por lo tanto, el efecto del error en su medida también:

$$\Delta Z_A^B = [i_E - m_B + t_E^B + 0.42 \frac{D_E^{B^2}}{R}] - [i_E - m_A + t_E^A + 0.42 \frac{D_E^{A^2}}{R}]$$

Es importante destacar que si bien la incidencia del error en la medida de la altura del instrumento queda anulada, no sucede lo mismo con el resto de componentes del error en la nivelación, con lo que este tipo de nivelación, en general, no podrá ser considerada tan precisa como la nivelación geométrica, que se estudia más adelante.

**3.3.3.- Error debido a la medida de la altura del prisma  $m_p$ .**

La aportación al error en la nivelación trigonométrica de la medida de la altura del prisma no viene determinada por la incertidumbre en la medida de ésta si no por la incertidumbre en la altura a la que se realiza la puntería.

Tal como se explicó con anterioridad la calidad de una puntería queda definida, principalmente, por las características ópticas del anteojo (aumentos, claridad, campo, aberraciones) y dada la limitación de éstos por la distancia a la que se hace la misma. Así cuanto mayor es la distancia más difícil es asegurar la puntería en un punto, por ejemplo el centro del prisma, llegando a ser del todo imposible, en función de ésta, distinguir el lugar de éste al que se está apuntado.

Por lo tanto el error asociado en la nivelación trigonométrica estará asociado a esta incertidumbre, que puede ser variable en función del instrumento o incluso de las condiciones ambientales en que discurre la medida. En este sentido ya se proporcionó una tabla orientativa que ahora se reproduce:

$$e_m = f(D)$$

Rango	$e_m$ (cm)
0 – 100	1
100 – 200	2
200 – 500	3
500 – 1000	4
1000 – 2000	5

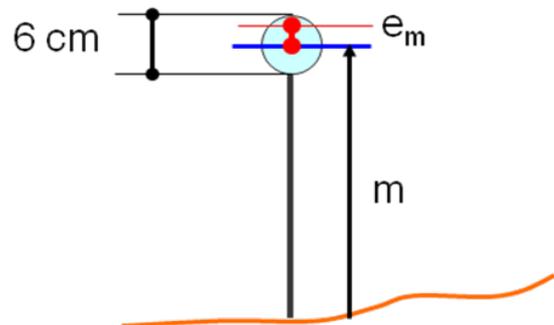


Figura 63.- Error en la medida de la altura del prisma ( $e_m$ ).

La falta de verticalidad del jalón también influye en el error  $e_m$ , pero normalmente su valor es mucho menor que la influencia de la puntería antes expuesta, quedando enmascarada por ella.

**3.3.4.- Error altimétrico total.**

Siguiendo la teoría de errores, el error altimétrico total será la composición de todas las fuentes de error descritas, al considerarse éstas independientes:

$$e_z = \sqrt{(e_i^I)^2 + (e_i^{II})^2 + e_i^2 + e_m^2}$$



Dado que el término  $e_t^I$  es despreciable en el caso de utilizar una estación total la expresión quedará como sigue:

$$e_z = \sqrt{(e_t^II)^2 + e_i^2 + e_m^2}$$

No obstante, en ocasiones el desnivel entre dos puntos se calcula a partir de la observación de varios tramos, constituyendo cada uno de ellos una nivelación trigonométrica. En este caso, para el cálculo del error en la nivelación trigonométrica total, es decir, en la determinación del desnivel final, se considera un tramo ficticio que resulte del lado de la seguridad. Este tramo será aquel que presente los observables que generen unos errores maximizados, así se tomará la mayor distancia reducida de todos los tramos y el ángulo vertical que más de aleje de la horizontal. Para este tramo se calculará el error asociado tal como se ha descrito:

$$e_{zIt} = \sqrt{(e_t^II)^2 + e_i^2 + e_m^2}$$

Si se consideran  $n$  tramos iguales el error total quedará definido como la composición del error de todos los tramos:

$$e_{zTot} = \sqrt{(e_{zIt})^2 + (e_{zIt})^2 + \dots + (e_{zIt})^2} = e_{zIt} \cdot \sqrt{n}$$

Existen metodologías topográficas en que estacionado el instrumento en un punto se nivela trigonométricamente otro para después estacionar en él y visar el primero, pudiéndose nivelar trigonométricamente en sentido inverso. De forma general se procede de esta forma en las nivelaciones trigonométricas compuestas, que acompañan a las poligonales o itinerarios que se estudiarán con posterioridad, resultando que un cierto desnivel se calcula dos veces, una en sentido directo y otra en sentido inverso. En este caso el error de la nivelación quedará afectado por el término  $1/\sqrt{2}$ , pudiendo existir, así mismo,  $n$  tramos, procediéndose de forma similar a la descrita anteriormente. Así, el error será:

$$e_{zTot} = \frac{e_{zIt} \cdot \sqrt{n}}{\sqrt{2}}$$

### 3.4.- NIVELACIÓN GEOMÉTRICA. EL NIVEL.

#### 3.4.1.- Introducción. Fundamento.

La nivelación geométrica es aquella que se realiza con un aparato topográfico denominado nivel, y que, en general, proporciona las mejores precisiones altimétricas. De este modo, las nivelaciones geométricas se utilizan, en el ámbito de la Ingeniería, para todas aquellas actuaciones en que las diferencias de cota y pendientes tengan una importancia relevante: construcción de saneamientos, de canales, aglomerado de viales, pruebas de carga de estructuras, etc.

El nivel se fundamenta en que, correctamente estacionado, es capaz de definir un plano perpendicular a la vertical del lugar y, por lo tanto, con ayuda de dos estadias verticales, permite conocer el desnivel entre dos puntos.

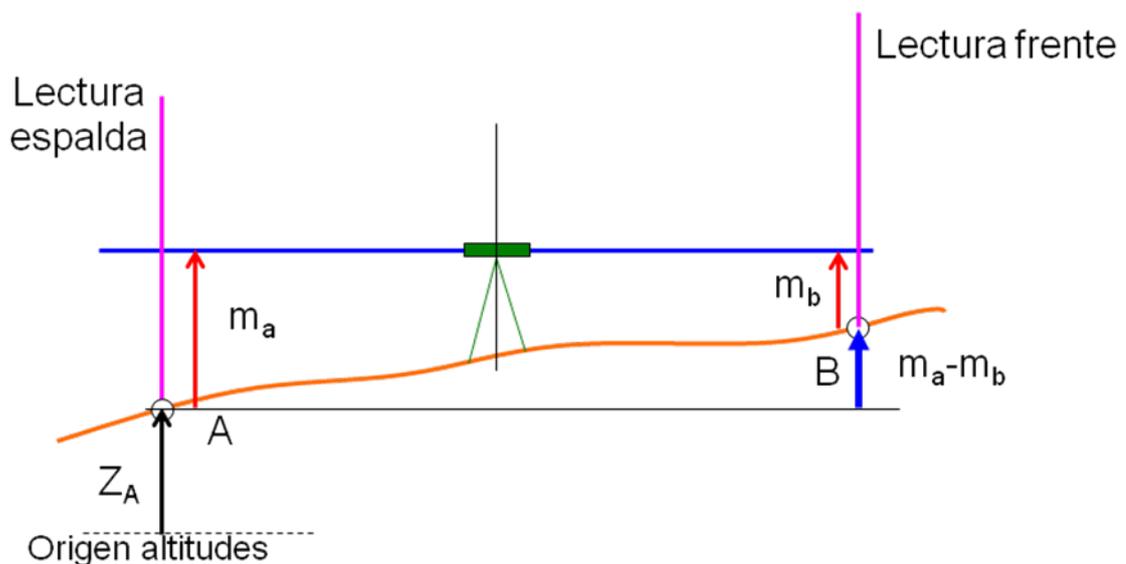


Figura 64.- Fundamento de la nivelación geométrica

El desnivel entre los dos puntos considerados es:

$$\Delta Z_A^B = m_a - m_b$$

Conociendo la cota del punto A, la cota del punto B queda definida de la forma:

$$Z_B = Z_A + \Delta Z_A^B$$

En el caso planteado queda implícito un sentido de avance, de A hacia B, denominándose lectura de espalda ( $L_E$ ) la lectura en sentido contrario al de

avance y lectura de frente ( $L_F$ ) la que se realiza en el mismo sentido de avance. Así, de modo general:

$$\Delta Z = L_E - L_F$$

Las lecturas se obtendrán haciendo puntería a la mira, obteniendo la altura a la que se encuentra el trazo horizontal de la cruz filar. En la figura siguiente se muestra un ejemplo para la mejor comprensión por parte del alumno:

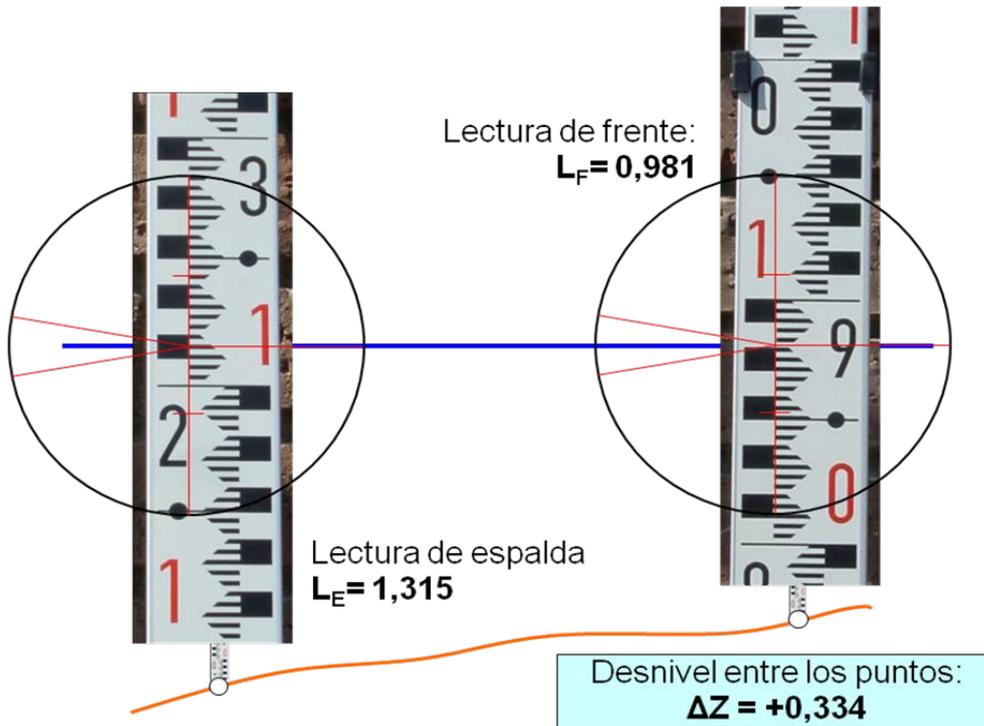


Figura 65.- Ejemplo de nivelación geométrica.

Tanto la altura a la que se encuentre estacionado el aparato como el lugar en que se encuentre estacionado no influye, en principio, en el desnivel evaluado. No obstante, el nivel y la mira no estarán distantes entre sí dado la limitación existente para observar correctamente bien las divisiones de la mira. Normalmente esta distancia no superará los 100-150m, siendo habitual que no supere los 50-60m.

La posición relativa entre nivel y la mira se tenderá que cumpla la condición de igual distancia entre el nivel y la espalda y el nivel y el frente, llamándose a esta forma de medir nivelación mediante el punto medio. De esta forma se anularán los posibles defectos del aparato y los efectos de la refracción y esfericidad. Si bien se tiende a nivelar mediante el punto medio siempre que se

pueda, este hecho es especialmente importante en las nivelaciones lineales, en las que se encadenan nivelaciones según se describe más adelante.

### 3.4.2.- El nivel como instrumento topográfico.

Tal como se ha enunciado, el nivel tiene por objeto definir un plano horizontal que permite observar desniveles con la ayuda de una mira. Este plano horizontal queda definido a partir del estacionamiento del aparato. En función de cómo se realice el posicionamiento del aparato y de cómo materialice el plano horizontal junto con la forma en que obtenga la lectura sobre la mira, quedarán establecidos los diferentes tipos de niveles.

No obstante, con independencia del tipo de nivel que se trate, éstos pueden presentar ciertas peculiaridades que son más frecuentes en instrumentos no modernos, sin que ello signifique que no las puedan presentar aparatos que se adquieran actualmente o cuyo uso esté totalmente vigente.

Estas peculiaridades se concretan en la posible existencia de un retículo en cuña y la posible utilización de un trípode de cabeza esférica o cabeza curva:

- Retículo en cuña: Este tipo de retículo aparece en algunos niveles para facilitar la lectura sobre la mira. Se caracteriza por la supresión del lado izquierdo del tramo horizontal de la cruz filar, siendo sustituido por una cuña.

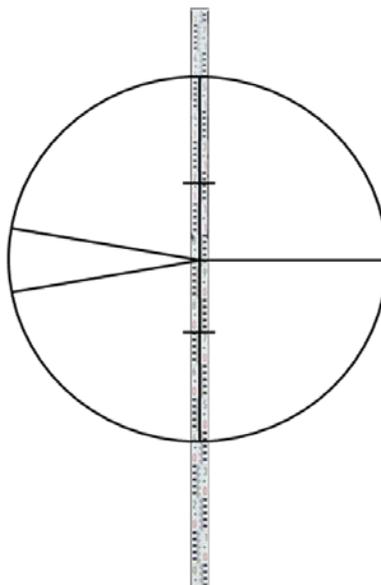


Figura 66.- Retículo en cuña.

- **Trípode de cabeza esférica:** Algunos trípodes se colocan sobre este tipo de trípodes, caracterizados por tener su parte superior con forma de casquete esférico. Así se logra estacionar el instrumento sin la necesidad de tornillos nivelantes, careciendo, de esta forma, de ellos.



**Figura 67.- Trípode de cabeza esférica.**

Una primera clasificación de los niveles se puede realizar atendiendo a la forma de estacionar éstos, más concretamente a la forma de nivelar el instrumento, pudiéndose distinguir los siguientes tipos de niveles:

- **Niveles convencionales:** Poseen, para su nivelación, un nivel esférico y un nivel tórico, estacionándose de igual forma que cualquier otro aparato topográfico. La burbuja esférica permite establecer un acercamiento del eje principal a la vertical, siendo el nivel tórico el que marca la horizontalidad de la visual, debiendo ser calado en cada una de las punterías que se realicen.

Este tipo de niveles han sido sustituidos por los niveles automáticos, perdiendo hoy en día gran parte de su vigencia. Este hecho, además, hace que sean ópticos, es decir, la lectura sobre la mira la debe realizar el operador haciendo puntería en ella y obteniendo el valor de la lectura leyendo directamente sobre ésta.

- **Niveles automáticos:** El nivel posee, para su nivelación, únicamente un nivel esférico necesario para su prenivelación, acabándose de nivelar automáticamente con la ayuda de un sistema

que muchas veces es de tipo pendular que posiciona la vertical del lugar y por lo tanto el plano horizontal.

Hoy en día los niveles que se pueden adquirir en el mercado son, con toda generalidad, automáticos. De esta forma, en la actualidad, cuando se habla de los diferentes tipos de niveles se entiende que éstos se diferenciarán según se obtenga la lectura sobre la mira, existiendo los casos que se exponen a continuación.

### 3.4.2.1.- Nivel óptico.

Tal como se ha indicado, este nivel puede ser automático o convencional, siendo habitual, hoy día, que sea automático.



Figura 68.- Ejemplos de niveles ópticos (Leica NA700, NA2 y Sokkia B20)

Estos niveles son los más extendidos y se caracterizan por definir un plano horizontal por todas las posibles visuales que se pudieran realizar. Se hace puntería sobre una mira dividida en dobles milímetros y por ello denominada

doble-milimétrica. La lectura la realiza el operario leyendo directamente las divisiones sobre ella.

Por lo tanto, requiere la intervención de dos personas en la medición: el operador en el nivel y un ayudante con la mira. La precisión que se logra en este tipo de nivelaciones es muy buena siendo del orden de unos milímetros por kilómetro: 1-2 mm/km.

Su uso está indicado en todo tipo de nivelaciones, siendo habitual en nivelaciones lineales.

#### **3.4.2.2.- Nivel electrónico o digital.**

Los niveles electrónicos o digitales son niveles automáticos que definen un plano horizontal por todas las visuales que se pudieran realizar y que, a diferencia de los niveles ópticos, obtienen la lectura sobre la mira mediante un sistema de lectura electrónica de código de barras, obteniendo tanto la lectura sobre ésta como la distancia a la que se encuentra, con precisión centimétrica.

Su mayor ventaja es la comodidad de la lectura ya que al ser electrónica se evitan errores groseros y es susceptible de ser almacenada electrónicamente, pudiendo ser tratada mediante el software adecuado.

Para obtener la lectura necesita la participación de una mira que lleva impresa un código de barras, teniendo, como todas las miras, una longitud de 4 metros.

El proceso de medición precisa de la participación de un operario en el instrumento y de un ayudante en la mira.



**Figura 69.- Nivel electrónico Leica DNA03**

Una limitación de este tipo de niveles es que la lectura es sensible a las condiciones ambientales, especialmente de iluminación, aunque influye la temperatura o incluso las posibles perturbaciones originadas por el tráfico cercano.

La precisión que puede obtenerse con este tipo de instrumentos se puede considerar excelente, de hasta 0.3mm/km, utilizando miras de invar con trípode incorporado. No obstante, recientemente han aparecido niveles con precisiones peores, del orden de 1 a 2mm/km, pero mucho más asequibles y cuyo rendimiento puede considerarse similar al de los niveles ópticos, pero con las ventajas de los electrónicos.



Figura 70.- Nivel electrónico básico Leica Sprinter 250M.

Datos técnicos	LEICA DNA03	LEICA DNA10
Campo de aplicación	- Medición sencilla de alturas, diferencias de nivel y replanteo de cotas - Nivelaciones de 1º. y 2º. orden - Mediciones de gran precisión	- Medición sencilla de alturas, diferencias de nivel y replanteo de cotas - Nivelaciones para topografía catastral - Mediciones de precisión
Precisión	Desviación típica en 1km de nivelación doble (ISO 17123-2)	
Medición electrónica:		
con mira invar	0.3mm	0.9mm
con mira estándar	1.0mm	1.5mm
Medición óptica	2.0mm	2.0mm
Desviación típica de medición de distancia	(electr.) 1 cm/20 m (500 ppm)	
Alcance		
Medición electrónica	1.8 m – 110 m	
Medición óptica	a partir de 0.6m	
Medición electrónica		
Resolución en medición de altura	0.01 mm, 0.0001 ft, 0.0005 inch	0.1 mm, 0.001 ft
Duración de una medida suelta	típ. 3 segundos	
Modos de medición	Medición suelta, Media, Mediana, Mediciones repetidas	
Aumento del anteojo	24x	
Compensador		
Tipo	De péndulo con amortiguación magnética	
Margen de inclinación	±10'	
Precisión de estabilización (desviación típica)	0.3"	0.8"

Figura 71.- Características técnicas. Nivel Leica DNA.



Su uso está indicado para todo tipo de nivelaciones siendo habitual su utilización en nivelaciones lineales de alta precisión y en trabajos singulares como las pruebas de carga.

### 3.4.2.3.- Nivel láser.

Los niveles láser definen un plano horizontal materializándolo mediante un rayo láser emitido en todas las direcciones por medio de espejos y/o sistemas rotatorios.

Existe en el mercado una gran variedad de este tipo de niveles, siendo los denominados "topográficos" aquellos de mayor precisión, caracterizados por emitir un rayo láser de poco grosor de tal forma que necesitan de un sensor de éste que acoplado sobre una mira convencional permite saber la altura a la que se encuentra el plano horizontal y por lo tanto la lectura.

La mayor ventaja que presentan este tipo de niveles es que puede ser manejado por un solo operario, estando especialmente indicado para nivelaciones zonales. Tanto es así, que su uso habitual se inscribe en los movimientos de tierras, definición de altimetría de suelos, etc.



Figura 72.- Nivel láser.

Su precisión es la menor de todos los niveles, con carácter general, no siendo adecuados para nivelaciones lineales. La precisión típica estará del orden de 1 a 3 mm en 30 metros.

### 3.4.3.- Errores en la nivelación geométrica.

Al realizar una visual se cometerán existen dos fuentes de error bien diferenciadas:

- Errores propios del aparato.
- Error por falta de verticalidad de la mira.

#### 3.4.3.1.- Errores propios del aparato.

Los parámetros representativos del nivel son la sensibilidad del nivel y los aumentos del anteojo [S,A], que definen los dos tipos de errores accidentales que se comenten al realizar una visual:

- Error de horizontalidad.
- Error de puntería.

Ambos son errores angulares que usualmente están definidos por las siguientes expresiones:

#### a) Error de horizontalidad:

Tiene el mismo significado que el error de verticalidad en la medida de ángulos verticales con el teodolito, denominándose de horizontalidad dado que el nivel realiza solamente visuales horizontales.

$$\varepsilon_H \leq \frac{1}{3} S''$$

$$\varepsilon_H \leq \frac{1}{3} S^{cc}$$

#### b) Error de puntería

$$\varepsilon_p \leq \frac{50}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right] \text{ en graduación sexagesimal}$$

$$\varepsilon_p \leq \frac{150}{A} \left[ 1 + \frac{4A}{100} \right] \text{ en graduación centesimal}$$

El error total angular del nivel se obtendrá realizando la composición cuadrática de los errores angulares anteriores:

$$\varepsilon_T \leq \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_p^2}$$

Este error angular tiene como consecuencia un error en la lectura en la mira y, por lo tanto, un error altimétrico de:

$$e_z^I = \varepsilon_T \cdot L = \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_p^2} \cdot L$$

Siendo L la distancia entre el nivel y la estadía vertical.

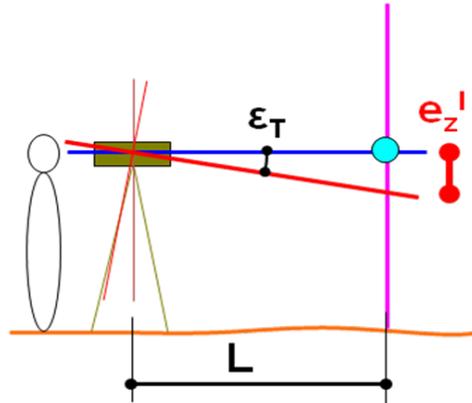


Figura 73.- Error en la nivelación geométrica  $e_z^I$ .

Utilizando la notación angular habitual el valor de este error responderá a las siguientes expresiones:

$$e_z^I = \frac{\varepsilon_T^{cc}}{636620} \cdot L, \text{ en notación centesimal.}$$

$$e_z^I = \frac{\varepsilon_T''}{206265} \cdot L, \text{ en notación sexagesimal.}$$

**3.4.3.2.- Error por falta de verticalidad de la mira.**

Otro error, que suele tener importancia y que es necesario conocer su incidencia, aunque es independiente del aparato topográfico, es el motivado por la falta de verticalidad de la estadía.

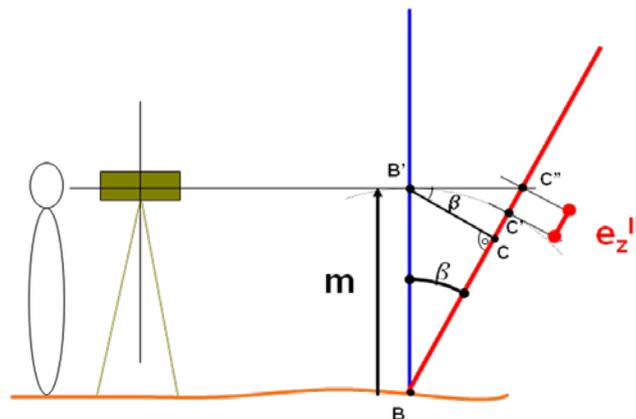


Figura 74.- Error por falta de verticalidad de la mira.



La falta de verticalidad (ángulo  $\beta$ ) motiva una lectura en la estadía  $\overline{BC''}$  diferente de la lectura verdadera  $\overline{BB'} = \overline{BC'}$ . Por lo tanto, el error, por falta de verticalidad de la estadía, estará definido por:

$$e_z'' = \overline{BC''} - \overline{BC'} = \overline{C'C''}$$

En el triángulo  $[B'C'C'']$  se verifica:

$$\operatorname{tg} \beta = \frac{\overline{CC''}}{\overline{B'C'}} \rightarrow \overline{CC''} = \overline{B'C'} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

También se verifica:

$$\overline{B'C} < \overline{B'C'} < \overline{B'C''}$$

Por lo tanto, un techo del error estará definido, realizando la sustitución de  $\overline{B'C}$  por  $\overline{B'C''}$ , resultando:

$$\overline{CC''} = \overline{B'C'} \cdot \operatorname{tg} \beta < \overline{B'C'} \cdot \operatorname{tg} \beta$$

Pero:

$$\overline{B'C'} = m \cdot \beta$$

Luego, reemplazando, se obtiene el error por falta de verticalidad de la mira:

$$e_z'' = \overline{C'C''} < \overline{CC''} \leq m \cdot \beta \cdot \operatorname{tg} \beta$$

O bien:

$$e_z'' \leq m \cdot \frac{\beta''}{206265} \cdot \operatorname{tg} \beta; \text{ con } \beta \text{ en notación sexagesimal.}$$

$$e_z'' \leq m \cdot \frac{\beta^{cc}}{636620} \cdot \operatorname{tg} \beta; \text{ con } \beta \text{ en notación sexagesimal.}$$

Unos valores típicos para la falta de inclinación de la mira ( $\beta$ ) es de  $1^s$  ó de  $2^s$ , pudiéndose, no obstante, justificar un valor diferente en función de las condiciones en que se realiza la nivelación.

Puede evitarse, en una proporción muy significativa, utilizando trípode para asegurar, dentro de una cierta tolerancia, la verticalidad de la estadía.

Así mismo, el valor de  $m$ , lectura sobre la mira, en el caso de disponer de la libreta de nivelación se tomará la media de todas las lecturas. Si no se hubiera realizado la nivelación se toma un valor medio razonable, habitualmente 1.80m



**Figura 75.- Mira dotada de bípode.**

### **3.4.3.3.- Error altimétrico total.**

Considerando la falta de verticalidad de la mira, la composición del error altimétrico total resulta:

#### **A) Caso de una nivelación de un tramo único.**

Se entenderá que sólo se realiza una lectura a la mira. Los datos a considerar serán los siguientes:

- Longitud del tramo .....  $L$
- Error de horizontalidad ...  $\varepsilon_H$
- Error de puntería .....  $\varepsilon_p$
- Lectura de estadía .....  $m$

- Angulo de inclinación ....  $\beta$

a) Error altimétrico, por consideraciones angulares:

$$e_Z^I = \frac{\sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_p^2}}{r} \cdot L$$

b) Error altimétrico, por falta de verticalidad de la estadía:

$$e_Z^{II} = m_B \frac{\beta}{r} \operatorname{tg} \beta$$

siendo:

$r = 636620$  ; para notación centesimal.

$r = 206265$  ; para notación sexagesimal.

c) Error altimétrico total:

$$e_Z^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2}$$

## B) Caso de una nivelación de $n$ tramos.

Es habitual que una nivelación se realice en tramos, debiéndose cubrir la distancia entre los puntos a nivelar mediante nivelaciones sucesivas y, por lo tanto, nivelando puntos intermedios que normalmente carecen de interés.

Si se dispone de la libreta de nivelación el número de tramos vendrá dado por el número de puntos nivelados, habiéndose realizado el doble de lecturas a la mira ( $n = N^{\circ} \text{niv} \cdot 2$ ).

Si no se dispone de la libreta de nivelación, normalmente porque no se ha realizado aún el conjunto de medidas, se puede estimar el número de lecturas a la mira conociendo la distancia a nivelar y la distancia media entre el nivel y la mira:

$$n = \frac{D}{L}$$

Al igual que en el caso anterior, al efectuar una lectura a la mira, el error altimétrico asociado, resultante queda caracterizado por la expresión:

$$e_{Z_{it}}^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2}$$

Para el caso de  $n$  tramos será:

$$e_{Ztot}^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2} \sqrt{n}$$

Es habitual calcular el error kilométrico de una determinada nivelación, que se corresponde con el error al nivelar una distancia de un kilómetro. La expresión que resulta para su cálculo responde a uno de los casos expuesto anteriormente:

$$e_{Z1km}^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2} \sqrt{\frac{1000m}{L}}$$

Denominando  $n'$  al número de kilómetros de la nivelación, también se puede expresar su error como:

$$e_Z^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2} \sqrt{\frac{1000}{L}} \sqrt{n'}$$

### 3.4.4.- Ejercicio de aplicación.

#### EJERCICIO 1:

Al realizar una nivelación geométrica se utiliza un nivel de las siguientes características técnicas:

- Sensibilidad:  $50^{cc}$
- Aumentos: 26

Considerando una falta de verticalidad de la mira generalizada de  $1^s$  y niveladas de 30 m., calcular el error altimétrico esperado al nivelar 100 km.

En primer lugar se calcula el error angular cenital:

$$\begin{aligned} \varepsilon_H &\leq \frac{S}{3} = \frac{50}{3} = 16.7^{cc} \\ \varepsilon_P &\leq \frac{150}{26} \left[ 1 + \frac{4 \cdot 26}{100} \right] = 11.8^{cc} \\ \varepsilon_T &\leq \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_P^2} = 20.4^{cc} \end{aligned}$$

El error altimétrico, unitario, por consideraciones angulares será:

$$e_Z^I = \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_P^2} L = \frac{20.4}{636620} \cdot 30 = 9.6 \cdot 10^{-4} m = 0.96 mm.$$

El error altimétrico, unitario, por falta de verticalidad de la estadía será:

$$e_z'' = 1.80 \cdot \frac{10000}{636620} \operatorname{tg} 1^{\circ} = 4.4 \cdot 10^{-4} \text{ m} = 0.44 \text{ mm.}$$

El error altimétrico unitario total será:

$$e_z^T = \sqrt{(e_z^I)^2 + (e_z'')^2} = 1.06 \text{ mm.}$$

El error altimétrico en los 100 km. será:

$$e_z^T = 1.06 \text{ mm.} \cdot \sqrt{\frac{1000}{30}} \cdot \sqrt{100} = 61.2 \text{ mm} \approx 6.2 \text{ cm.}$$

## EJERCICIO 2:

En una nivelación geométrica, calcular la relación que existe entre el valor de una nivelada y el número de kilómetros que puede nivelarse para que el error altimétrico total sea 10cm.

El nivel a utilizar tiene las siguientes características:

- Sensibilidad:  $60^{cc}$
- Aumentos: 25

Para todos los efectos se considera una falta de verticalidad de la mira de  $3^{\circ}$  y una altura de mira de 2 m.

Representar la función resultante y comentar su estructura.

A) Error altimétrico unitario por motivos angulares

$$\varepsilon_H \leq \frac{1}{3} 60 = 20^{cc}$$

$$\varepsilon_P \leq \frac{150}{25} \left[ 1 + \frac{4 \cdot 25}{100} \right] = 12^{cc}$$

$$\varepsilon_T = \sqrt{20^2 + 12^2} = \sqrt{544} = 23.3^{cc}$$

$$e_z^I = \frac{23.3}{636620} L$$

B) Error altimétrico por falta de verticalidad de la mira

$$e_z'' = 2000 \frac{30000}{636620} \operatorname{tg} 3^g = 4.45 \text{ mm.}$$

El error resultante en una nivelada será:

$$e_z^T = \sqrt{\frac{544}{636620^2} L^2 + \frac{2829.528^2}{636620^2}}$$

El error total en todo el tramo será:

$$e_z^T = \sqrt{\frac{544}{636620^2} L^2 + \frac{2829.528^2}{636620^2}} \sqrt{\frac{100}{L}} \sqrt{n'} = 0.1$$

$$\frac{\sqrt{544 L^2 + 2829.528^2}}{636620} \sqrt{\frac{1000}{L}} \sqrt{N} = 0,1$$

$$\sqrt{\frac{1000 N [544 \cdot L^2 + 2829.528^2]}{L}} = 63662$$

$$\frac{1000 N [544 L^2 + 2829.528^2]}{L} = 4052850244$$

$$N = \frac{4052850244 L}{1000 \cdot [544 L^2 + 2829.528^2]} = \frac{4052850.244}{544 L^2 + 2829.528^2} L$$

Esta función presenta un máximo par N=30.7 y para L=121.32m.

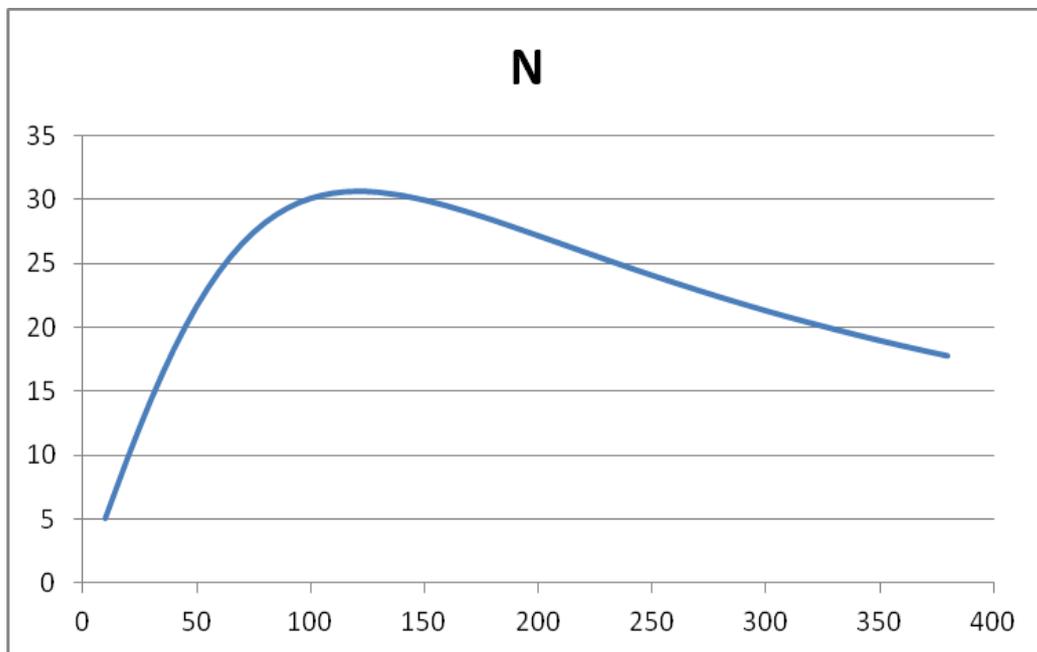


Figura 76.- Relación L-N



### 3.4.5.- Formas de trabajo con un nivel.

#### 3.4.5.1.- Introducción.

El trabajo con un nivel se realiza, de manera ordenada, haciendo lecturas a los puntos A y B donde se han situado las estadías. Elegido un sentido de avance, se denomina lectura de frente o de espalda según coincida o no con el sentido establecido. Tal como se indicó con anterioridad, se tenderá a nivelar por el método del punto medio para evitar la acumulación de errores.

Las anotaciones se plasman en la libreta de nivelación, donde quedan referenciados los datos: lecturas de frente y espalda, así como el origen de la altitud. A continuación se presenta una libreta de nivelación típica:

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA		LECTURA DE FRENTE		DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN		OBSERVACIONES
	m	mm	m	mm	m	mm	m	mm	m	mm	

Figura 77.- Libreta de nivelación

La distancia entre el nivel y la mira, si bien se ha limitado superiormente, en muchas ocasiones no se logra realizar niveladas tan largas, normalmente debido a desniveles importantes.

La nivelación de puntos distantes entre sí requerirá el encadenamiento de nivelaciones, debiéndose realizar ésta y su cálculo de forma ordenada, siguiendo la estructura marcada por la libreta de nivelación anterior.



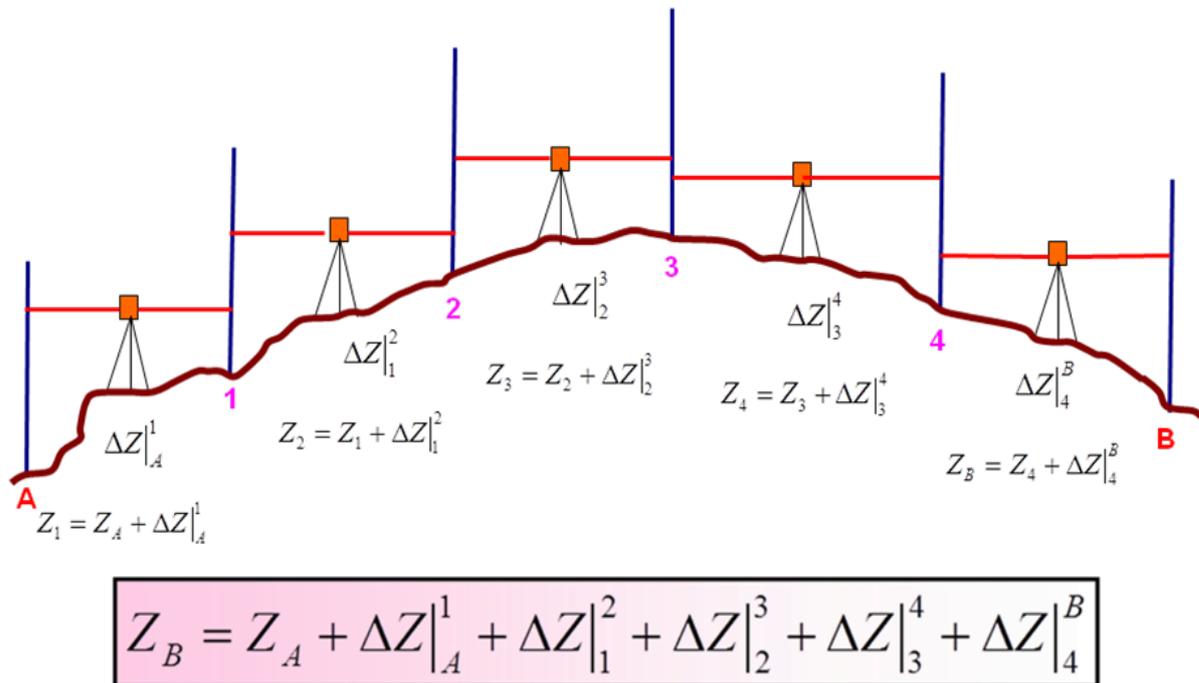


Figura 78.- Nivelación encadenada.

### 3.4.5.2.- Metodologías topográficas con el nivel

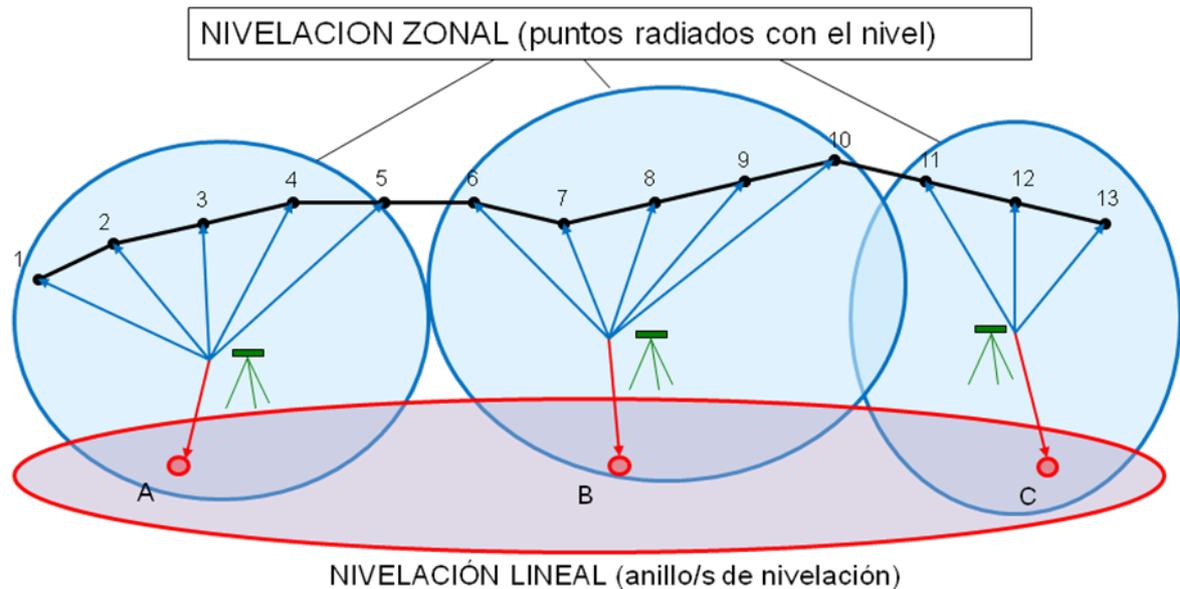
Las metodologías topográficas si bien se estudiarán más adelante, en el caso del nivel, por razones docentes se estudia a continuación. En general, el nivel se usa en de dos formas diferentes:

- Radiando puntos con el nivel. Nivelaciones zonales.
- Realizando nivelaciones lineales, anillos de nivelación.

El ejemplo típico es el realizado en una obra para construir el saneamiento de una zona. Para ello, dada la fuerte restricción de pendiente, la conducción debe ser nivelada geoméricamente. Además, dado que estará compuesta por tubos, de una longitud determinada, muchos de ellos de 6 metros, cada uno de ellos se nivelará en el proceso de colocación asegurando la pendiente indicada en proyecto.

Para nivelar cada uno de los tubos se dispondrá previamente de un conjunto de puntos nivelados y con la cota bien definida, a lo largo de la traza. Este conjunto de puntos se observarán mediante una nivelación geométrica lineal, normalmente uno o varios anillos de nivelación.

A partir de estos puntos se nivelará uno de los extremos del tubo a colocar mediante una sola nivelación en que la espalda sea un punto de los anteriormente dispuestos y el frente el extremo del tubo que se pretende colocar (normalmente el corre-aguas o la parte superior de la conducción). El otro extremo será el que se conecte con el tubo anterior.



**Figura 79.- Ejemplo de nivelación de un saneamiento.**

### **Nivelaciones lineales. Anillos de nivelación.**

Las nivelaciones lineales se corresponden, como su propio nombre indica, con nivelaciones que pretenden avanzar según una dirección determinada. Son, por lo tanto, un encadenamiento de tramos de nivelación en los que se seguirá el siguiente proceso: a partir de una lectura de espalda se leerá de frente a un punto de cual se obtiene el desnivel existente desde la espalda considerada. Seguidamente se repite el proceso leyendo al punto ya nivelado, convertido ahora en espalda, para avanzar hacia otro punto que se leerá de frente y que quedará nivelado.

En este proceso se va avanzando y, partiendo de un punto de cota conocida (podría ser arbitraria), a partir de los desniveles observados se puede calcular la cota de los puntos nivelados.

Muchas veces, para mejorar la precisión, en la nivelación lineal se realiza un trayecto hacia un determinado punto para luego volver al punto inicial, de cota conocida. Así la figura descrita será cerrada, denominándose anillo de nivelación.

En los anillos de nivelación la cota del punto final es conocida al ser el mismo punto de partida y, por lo tanto, es conocido el error cometido en la observación realizada, denominado error de cierre ( $E_{cierre}$ ):

$$E_{cierre} = Z_{dato} - Z_{calc}$$

Si este error de cierre fuera mayor que la tolerancia exigida el anillo se desearía, debiéndose observar de nuevo por diferentes causas: existencia de errores en la observación elevados, necesidad de utilizar un nivel de mayor precisión, etc.

Además, si el error de cierre entrara dentro de tolerancia, el error cometido podría ser compensado, es decir, se puede rectificar el conjunto de errores directamente involucrados en la observación, con un cierto criterio. Existen diferentes criterios de compensación definiéndose, a continuación, dos de ellos:

- *Compensación en función del número de tramos:* En este caso se asume que el error cometido en la nivelación el mismo en cada una de las nivelaciones efectuadas, debiendo corregirse la cota del punto nivelado en función del número de niveladas ejecutadas hasta dotarle de cota. La cota compensada será:

$$Z_i^* = Z_{calc} + \frac{E_{cierre}}{N_{tot}} \cdot \sum_1^i N_i$$

Siendo:

$N_{tot}$ : el número total de niveladas.

$\sum_1^i N_i$ : el número de niveladas para llegar al punto  $i$ .

- *Compensación en función del desnivel observado.* En este caso, se considera que el error en una nivelación es directamente proporcional al desnivel observado, debiendo corregirse la cota de

un determinado punto en función del desnivel total observado hasta llegar a él. La cota compensada será, por lo tanto:

$$Z_i^* = \frac{E_{cierre}}{\sum |\Delta Z|} \cdot \sum_1^i |\Delta Z_i|$$

Siendo:

$\sum |\Delta Z|$ : el desnivel total observado.

$\sum_1^i |\Delta Z_i|$ : el desnivel observado para llegar al punto  $i$ .

Las nivelaciones lineales son típicas, además del ejemplo planteado, de todas aquellas operaciones de nivelación geométrica sobre obras lineales: pruebas de carga, nivelación para aglomerado, nivelación de ejes, etc.

#### **Nivelaciones zonales: puntos radiados con el nivel.**

En las nivelaciones zonales es habitual situar el nivel centrado en la zona que se desee nivelar, leyendo de espalda al punto del cual se conoce la cota o a partir del cual queremos conocer el desnivel. Se procederá a nivelar, leyendo de frente a cuantos puntos sea necesario.

Por lo tanto, en este tipo de nivelaciones, existirá una sola espalda y tantos frentes como puntos nivelados. La distancia entre el nivel y la espalda y el nivel y el frente, en general, no será la misma, lo cual produce un error que se puede considerar despreciable, dado que se trata de un solo tramo de nivelación, sin que exista una concatenación de ellos.

### **3.4.6.- Ejercicios de aplicación.**

#### **EJERCICIO 1:**

A partir de un determinado clavo NAP de cota:  $Z_A = 100m$ , se realiza una nivelación geométrica hasta otro clavo B, con un nivel con las siguientes características:

- Sensibilidad  $40^{cc}$

- Aumentos: 24

La libreta de nivelación obtenida es la siguiente:

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA				LECTURA DE FRENTE				DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN						OBSERVACIONES	
	m		mm		m		mm		m		mm		1 0 0 0 0 0			m mm				
1	0	2	3	1	2	3	2	5												
2	2	6	2	6	0	3	8	4												
3	2	5	4	1	1	4	1	7												
4	2	0	9	9	2	3	5	5												
B	1	4	3	8	2	4	1	5												

Suponiendo una falta de verticalidad de la mira de 2<sup>s</sup> y una distancia media entre el nivel y la mira de 25m , se pide calcular la libreta de nivelación dando cota al punto B y el error altimétrico de éste.

**A)- Resolución de la libreta de nivelación:**

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA				LECTURA DE FRENTE				DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN						OBSERVACIONES			
	m		mm		m		mm		m		mm		1 0 0 0 0 0			m mm						
1	0	2	3	1	2	3	2	5	2	0	9	4										
2	2	6	2	6	0	3	8	4					2	2	4	2	1	0	0	1	4	8
3	2	5	4	1	1	4	1	7					1	1	2	4	1	0	1	2	7	2
4	2	0	9	9	2	3	5	5	0	2	5	6					1	0	1	0	1	6
B	1	4	3	8	2	4	1	5	0	9	7	7					1	0	0	0	3	9

Luego la cota del punto B será:  $Z_B = 100.039m$

**B)- Error de la nivelación geométrica.**

En primer lugar se calcula el error angular cenital:

$$\epsilon_H \leq \frac{S}{3} = \frac{40}{3} = 13.3^{cc}$$



$$\varepsilon_p \leq \frac{150}{24} \left[ 1 + \frac{4 \cdot 24}{100} \right] = 12.25^{cc}$$

$$\varepsilon_T \leq \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_p^2} = 18.1^{cc}$$

El error altimétrico, unitario, por consideraciones angulares será:

$$e_Z^I = \sqrt{\varepsilon_H^2 + \varepsilon_p^2} L = \frac{18.1}{636620} \cdot 25 = 7.11 \cdot 10^{-4} m = 0.711 mm.$$

El error altimétrico, unitario, por falta de verticalidad de la estadía será:

$$m = \frac{\sum L_i}{n} = \frac{\sum L_i}{10} = 1.78 m$$

$$e_Z^{II} = 1.78 \cdot \frac{20000}{636620} \operatorname{tg} 2^s = 1.76 \cdot 10^{-3} m = 1.76 mm.$$

El error altimétrico total será:

$$e_Z^T = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2} \cdot \sqrt{n} = \sqrt{(e_Z^I)^2 + (e_Z^{II})^2} \cdot \sqrt{10} \approx 6 mm$$

**EJERCICIO 2:**

Dada la siguiente libreta de nivelación, correspondiente a un anillo de nivelación, se pide calcular la cota del punto 201, a partir del clavo 105 ( $Z_{105} = 33.858 m$ ):

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA				LECTURA DE FRENTE				DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN					OBSERVACIONES	
	m		mm		m		mm		m		mm		m		mm				
1	1	4	1	8	0	9	6	4											Lect. espalda 105
2 0 1	1	2	9	4	1	5	8	7											
2	1	5	4	9	1	5	4	9											
1 0 5	1	2	8	1	1	2	8	1											

**A)- Resolución de la libreta:**

ESTACIONES DE LA MIRA	LECTURA DE ESPALDA				LECTURA DE FRENTE				DIFERENCIA - (BAJA)		DIFERENCIA + (SUBE)		ALTITUDES DEL ORIGEN					OBSERVACIONES				
	m		mm		m		mm		m		mm		m		mm							
1	1	4	1	8	0	9	6	4											Lect. espalda 105			
2 0 1	1	2	9	4	1	5	8	7	0	2	9	3	0	4	5	4	3	4		3	1	2
																	3	4		0	1	9



		2	1	5	4	9	1	5	4	9	0	0	3	9					3	3	9	8	0		
1	0	5	1	2	8	1	1	2	8	1	0	1	1	9					3	3	8	6	1		

El error de cierre será, por lo tanto:

$$E_{cierre} = Z_{dato} - Z_{calc} = 33.858 - 33.861 = -0.003m$$

### B)- Cálculo de la compensación

Se procederá a calcular la compensación en función del número de tramos.

El error por cada uno de los tramos será:

$$E_{unitario} = \frac{E_{cierre}}{N_{tot}} = \frac{-0.003}{4} = -0.00075m$$

Corrigiendo la cota calculada de cada uno de los puntos se obtendrá la cota compensada y, por lo tanto, definitiva:

Para el punto 1:

$$Z_1^* = Z_{calc} + \frac{E_{cierre}}{N_{tot}} \cdot \sum_1^i N_i = 34.312 - 0.00075 \cdot 1 = 34.311m$$

Para el punto 201:

$$Z_{201}^* = Z_{calc} + \frac{E_{cierre}}{N_{tot}} \cdot \sum_1^i N_i = 34.019 - 0.00075 \cdot 2 = 34.0175m$$

Para el punto 2:

$$Z_2^* = Z_{calc} + \frac{E_{cierre}}{N_{tot}} \cdot \sum_1^i N_i = 33.980 - 0.00075 \cdot 3 = 33.978m$$

Para el punto 105:

$$Z_{105}^* = Z_{calc} + \frac{E_{cierre}}{N_{tot}} \cdot \sum_1^i N_i = 33.861 - 0.00075 \cdot 4 = 33.858m = Z_{dato}$$